یک رویکرد ساده برای طراحی استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار کنترل $\bar{X}$

کامیار چالاکی

(نویسنده مسئول) استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد سنندج، دانشگاه آزاد اسلامی، سنندج، ایران*

سعید ابراهیمی

دانشجوی دکترا، گروه مدیریت صنعتی، واحد سنندج، دانشگاه آزاد اسلامی، سنندج، ایران، saeedebi49@gmail.com

چکیده: نمودارهای کنترل مشهورترین ابزار کنترل فرایند آماری برای کشف سریع تغییر در فرایند هستند. در میان نمودارهای کنترل تک متغیره، نمودار کنترل $\bar{X}$ از محبوبیت بیشتری برخوردار است. در طراحی اقتصادی-آماری نمودارهای کنترل، اغلب برای پارامترهای ورودی (پارامترهای هزینه و فرایند)، مقدارهای ثابت و معلومی فرض می‌شود. در دنیای واقعی این پارامترها کاملا شناخته شده نیستند و نامعلوم‌اند. در این مقاله، یک مدل ساده بر اساس ادغام سناریوها و تبدیل آنها به یک سناریو برای طراحی استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار کنترل $\bar{X}$ با استفاده از مدل هزینه‌ی لورنزن و وانس تحت چندین سناریو ارائه می‌شود. سپس، مقایسه‌ای جامع بین انواع طرح‌های استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری انجام می‌شود. مقادیر بهینه پارامترها با استفاده از الگوریتم ژنتیک به‌دست می‌آیند. مقایسه بین طرح‌های اقتصادی، استوار اقتصادی و استوار اقتصادی-آماری نشان می‌دهد که طرح استوار اقتصادی-آماری موزون عملکرد بهتری نسبت به سایر طرح‌های استوار دارد.

کلمات کلیدی: نمودار کنترل $\bar{X}$، بهینه‌سازی استوار، طراحی اقتصادی-آماری، الگوریتم ژنتیک

۱- مقدمه

نمودارهای کنترل پرکاربردترین ابزار کنترل فرایند آماری و یکی از مؤلفه‌های اساسی در بهبود کیفیت فرایندها و محصولات هستند. پیشرفت فناوری، ارتقای دانش کیفی مصرف‌کنندگان، رقابت جهانی، و چندین عامل دیگر سبب تغییر در نگرش سنتی تولیدکنندگان شده است. اکنون سازمان‌ها راز بقای خود را در ارائه‌ی محصولات با کیفیت بالا و هزینه‌ی پایین می‌دانند، در حالی‌که در نگرش سنتی، توجه تولیدکنندگان تنها به تولید بیشتر معطوف بوده است. شوهارت پدر نمودارهای کنترل نوین، مفهوم کنترل فرایند آماری را در سال ۱۹۲۴ بیان کرد. کنترل فرایند آماری ابزاری قدرتمند در ایجاد ثبات و بهبود کارایی فرایند از طریق کاهش تغیرپذیری و یکی از اجزای اصلی هر سیستم کیفیت است، به‌طوری که هر چه سیستم کیفیت گسترده‌تر باشد، کاربرد کنترل فرایند آماری بیشتر خواهد شد. بسیاری از اساتید کیفیت، مانند دمینگ و ژوران معتقدند که کنترل فرایند آماری یک بخش اساسی در فعالیت‌های آگاهانه کنترل و بهبود کیفیت است. نمودارهای کنترل ابزار اصلی کنترل فرایند آماری هستند و نقش مهمی را در ارتقای کیفیت فرایندها ایفا می‌کنند. وظیفه‌ی اصلی نمودار کنترل کمک به تشخیص بین انحراف‌های ذاتی در فرایند و انحراف‌های بادلیل و در صورت امکان کمک به حذف آن‌هاست. نمودارهای کنترل در ابتدا فقط با در نظر گرفتن معیارهای آماری طراحی شدند، در حالی که خاستگاه اصلی کنترل فرایند آماری جنبش اقتصادی بود. در واقع نمودارهای کنترل به‌منظور کاهش هزینه‌های گزاف تحمیل شده ناشی از بازرسی صددرصد محصولات به‌کار گرفته شدند. تحقیق‌های بعدی نشان دادند که طراحی نمودارهای کنترل از بعد اقتصادی می‌تواند صرفه‌جویی‌های قابل ملاحظه‌ای را برای سازمان‌ها به ارمغان آورند [۱]. هر دو طرح آماری و اقتصادی دارای نقاط ضعف و قوت منحصر به فردی هستند. نمودارهای مبتنی بر طرح‌های آماری دارای توان بالا و نرخ خطای نوع اول پایینی هستند، از طرفی این طرح‌ها هزینه‌ی بالاتری نسبت به طرح‌های اقتصادی دارند. از سوی دیگر، طرح‌های اقتصادی فقط روی هزینه متمرکز بوده و خواص آماری را نادیده می‌گیرند. سانیگا [۲] با استفاده از قرار دادن محدودیت‌های آماری بر روی مدل‌های اقتصادی، مشکل مربوط به طرح‌های اقتصادی را برطرف کرد. در زمینه‌ی طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل، پژوهش‌های زیادی انجام شده است. برای اولین بار دانکن [۳] مسئله‌ی طراحی این نمودارها را از

*(Corresponding author) k.chalaki@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۱۶ / تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۱

دوره ۹ / شماره ۳

صفحات: ۲۱۱-۲۰۲

لحاظ اقتصادی بیان کرد. بعد از او، مدل‌های مختلف دیگری همچون رحیم و بنرجی [۴] و لورنزن و وانس [۵] معرفی شدند. طراحی یک نمودار کنترل نتایج و عواقب اقتصادی متعددی به همراه دارد. علت آن است که هزینه‌های نمونه‌گیری و آزمایش، هزینه‌های مربوط به بررسی هشدارهای خارج از کنترل و احیانا برطرف نمودن انحراف‌های بادلیل، و هزینه‌های مربوط به دریافت محصول معیوب توسط مشتری همگی بستگی به انتخاب پارامترهای نمودار کنترل دارند. بنابراین، منطقی به‌نظر می‌رسد که طراحی نمودارهای کنترل از دید اقتصادی در نظر گرفته شود. رویکرد طراحی اقتصادی در پی حداقل‌سازی هزینه‌های زیان مورد انتظار در فرایند تولید است که عموماً شامل هزینه‌های نمونه‌گیری و آزمایش، هزینه‌های تولید محصول نامنطبق، و هزینه‌های بررسی هشدار خارج از کنترل است [۱].

یکی از مؤلفه‌های تأثیرگذار در زندگی انسان که همواره مورد توجه محققان برنامه‌ریزی ریاضی بوده است، تأثیر عدم قطعیت پارامترها در بهینه‌سازی است. هدف طرح‌های اقتصادی استوار، کاهش زیان‌های مالی در نتیجه انحراف مدل از فرض‌های پایه است [۶]. موجود نبودن براوردهایی دقیق برای پارامترهای هزینه و فرایند برای استفاده در مدل و امکان وجود چندین سناریو برای فرایند، ضرورت طرح‌های اقتصادی استوار را مشخص می‌کند. هنگامی‌که بیش از یک سناریو وجود دارد، نمودار کنترل نباید برای یک سناریوی خاص طراحی شود. طراحی نمودار کنترل برای یک سناریوی خاص، زمانی که سناریوی دیگری محقق شود، منجر به هزینه‌ی بالاتری می‌شود. مقادیر پارامترهای بهینه‌ی نمودار کنترل با کمینه کردن هزینه‌ی عملکرد فرایند و با در نظر گرفتن تمامی سناریوهای ممکن حاصل می‌شوند. پس می‌توان گفت که هدف طراحی استوار اقتصادی-آماری، کمینه کردن هزینه‌ی طراحی با توجه به عدم قطعیت در محیط است [۱].

لیندرمن و چو [۷] برای استوارسازی نمودارهای کنترل، سناریوهای گسسته از فرایند را در نظر گرفتند و نشان دادند زمانی که چندین سناریو برای یک فرایند مطرح باشند، باید از رویکر استوار استفاده شود. آن‌ها از تابع هزینه‌ی لورنزن و وانس استفاده کردند. وومی و سیتالا [۸] به طراحی استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ پرداختند. آن‌ها در این پژوهش از تابع هزینه‌ی دانکن استفاده کردند و رویکردی جدید را برای استوارسازی نمودارهای کنترل ارائه کردند [۸]. چیک و همکارانش [۹] به‌طراحی اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار $\bar{X}$ با استفاده از الگوریتم pso پرداختند. صفایی و همکاران [۱۰] طرح استوار اقتصادی-آماری نمودار کنترل $\bar{X}$ را در شرایط عدم قطعیت ارائه کردند و نشان دادند که این طرح در مقایسه با طرح اقتصادی در مسایل صنعتی بهتر است. امیری و همکاران [۱۱] به مرور ادبیات طرح‌های آماری، اقتصادی، و استوار اقتصادی پرداختند و سپس طرح استوار اقتصادی-آماری نمودار کنترل EWMA را بر اساس مدل اقتصادی لورنزن و وانس ارائه کردند. چالاکی و همکاران [۱۲] به طراحی استوار اقتصادی نمودار کنترل T^2 هتلینگ با حضور چندین سناریو گسسته و تحلیل حساسیت مدل پرداختند. مدل آن‌ها تعمیم‌یافتهٔ مدل لیندرمن و چو [۷] بود. فراز و همکاران [۱۳] به ارزیابی عملکرد طرح استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار کنترل T^2 هتلینگ با معرفی ۴ سناریو در صنعت دینامیت‌سازی پرداختند. در این مدل استوار برای کاهش هشدارهای اشتباهی محدویت بر روی α قرار داده شد، ولی به‌دلیل افزایش شدید هزینه از گذاشتن محدویت بر روی β صرف‌نظر شد. چالاکی و بازدار [۱۴] طرح استوار اقتصادی نمودار کنترل T^2 هتلینگ با فاصله نمونه‌گیری متغیر را مطرح کردند و نشان دادند که استفاده از فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر در طرح‌های استوار همانند سایر طرح‌های کلاسیک منجر به کاهش هزینه می‌شود

علیرغم این حقیقت که برخی از مؤلفان به بررسی طرح استوار نمودار کنترل $\bar{X}$ پرداخته‌اند، ولی رویکرد میانگین سناریوها برای طراحی استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار کنترل $\bar{X}$ با سناریوهای چندگانه و بر اساس مدل لورنزن و وانس بررسی نشده است. در این مقاله، ابتدا به بررسی طرح‌های استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار کنترل $\bar{X}$ با سناریوهای چندگانه می‌پردازیم. سپس، مدلی را ارائه می‌دهیم که علاوه بر ایمن بودن در برابر هشدارهای اشتباهی، از مزایای طرح‌های استوار نیز برخوردار است. همچنین، با ارزیابی نمودار کنترل $\bar{X}$ برای سناریو میانگین متوجه می‌شویم که طرح پیشنهادی عملی‌تر و ساده‌تر است.

۲- مدل هزینه‌ی لورنزن و وانس برای k سناریو

در این مقاله برای طراحی مدل از تابع هزینه‌ی لورنزن و وانس [۵] تحت چندین سناریو استفاده می‌شود. هر چرخه‌ی تولید فرایند از حالت تحت کنترل شروع و تا رسیدن به حالت خارج از کنترل که به‌وسیله‌ی هشداری از سوی نمودار کنترل مشخص می‌شود، ادامه پیدا می‌کند. فرایند پس از اصلاح مجدداً به حالت تحت کنترل باز می‌گردد و چرخه‌ای جدید آغاز می‌شود. معمولاً هر چرخه‌ی تولید شامل دوره‌های زمانی زیر است:

- مدت زمانی که فرایند تحت کنترل است.
- مدت زمانی که از لحظه وقوع تغییر تا گرفتن نمونه‌ی بعدی صرف می‌شود.
- مدت زمانی که طول می‌کشد تا نمودار کنترل هشدار خارج از کنترل را صادر کند.
- مدت زمانی که از لحظه وقوع هشدار تا کشف انحراف بادلیل به طول می‌انجامد.
- مدت زمانی که صرف تعمیر فرایند و رفع عوامل بادلیل می‌گردد.

فرض کنید $E(C^k)$ هزینه‌ی مورد انتظار کل چرخه و $E(T^k)$ زمان مورد انتظار چرخه برای سناریو k-ام باشند، در این صورت هزینه‌ی مورد انتظار در واحد زمان برای سناریو k-ام در طرح استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ برابر است با:

$$f(D,S^k)=\frac{E(C^k)}{E(T^k)} \qquad (۱)$$

$D=(n,h,L)$ بیانگر بردار پارامترهای طرح اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ و S^k بردار مقادیر برای پارامترهای فرایند و هزینه منطبق با سناریو k-ام هستند.

۲-۱ زمان مورد انتظار چرخه‌ی تولید

در این پژوهش فرض می‌شود که انحراف بادلیل در طول یک فاصله‌ی زمانی بر اساس فرایند پواسن رخ می‌دهد. زمانی که نمودار هشدار خارج از کنترل را صادر می‌کند، نخستین قدم، تحقیق برای کشف انحراف بادلیل است. اگر تولید در مدت جستجو و تحقیق برای کشف انحراف بادلیل ادامه پیدا کند، زمان مورد انتظار تا وقوع انحراف بادلیل تحت سناریو k-ام برابر $\frac{۱}{\lambda^k}$ است. اگر تولید در مدت تحقیقات برای کشف انحراف بادلیل متوقف شود، زمان مورد انتظار تا مشاهده‌ی انحراف بادلیل تحت سناریو k-ام برابر $\frac{۱}{\lambda^k}$ به‌علاوه‌ی زمان صرف‌شده جهت بررسی زنگ‌های خطر اشتباه است. بنابراین، زمان مورد انتظار تا وقوع انحراف بادلیل تحت سناریو k-ام برابر است با:

$$\frac{۱}{\lambda^k}+\left(۱-\gamma_۱^k\right)\frac{s^k\,T_۰^k}{ARL_۰} \qquad (۲)$$

در اینجا $\gamma_۱^k=۱$، اگر تولید در مدت تحقیق و جستجو ادامه داشته باشد و در غیر این صورت $\gamma_۱^k=۰$. تعداد نمونه‌های مورد انتظار تحت سناریو k-ام که قبل از ایجاد یک تغییر انتخاب می‌شوند، برابر $s^k=e^{-\lambda^k h}/\left(۱-e^{-\lambda^k h}\right)$ است. $T_۰^k$ زمان مورد انتظار برای تحقیق در مورد یک زنگ خطر اشتباهی و $ARL_۰$ متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل است. زمان مورد انتظار خارج از کنترل بودن فرایند تحت سناریو k-ام برابر با مجموع زمان مورد انتظار چندین اتفاق به‌صورت زیر است:

$$h-\tau^k+h\left(ARL_۱-۱\right)+nE^k+T_۱^k+T_۲^k \qquad (۳)$$

$\tau^k=\frac{۱-(۱+\lambda^k h)e^{-\lambda^k h}}{\lambda^k(۱-e^{-\lambda^k h})}$: زمان مورد انتظار برای وقوع انحراف بادلیل بین نمونه‌های j-ام و $(j+۱)$-ام تحت سناریو k-ام.

$h-\tau^k$: زمان مورد انتظار بین وقوع انحراف بادلیل و نمونه‌ی بعدی تحت سناریو k-ام.

$h\left(ARL_۱-۱\right)$: زمان مورد انتظار تا یک هشدار خارج از کنترل.

E^k: زمان مورد انتظار تهیه یک آیتم و تفسیر نتیجه تحت سناریو k-ام.

nE^k: زمان مورد انتظار تهیه‌ی نمونه و تفسیر نتایج نمونه‌ای به حجم n تحت سناریو k-ام.

$T_۱^k$: زمان مورد انتظار تا کشف انحراف بادلیل تحت سناریو k-ام.

$T_۲^k$: زمان مورد انتظار تا تعمیر فرایند تحت سناریو k-ام.

بنابراین، زمان مورد انتظار چرخه‌ی تولید تحت سناریو k-ام برابر با مجموع زمان مورد انتظار چرخه در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E(T^k)=\frac{۱}{\lambda^k}+\left(۱-\gamma_۱^k\right)\frac{s^k.T_۰^k}{ARL_۰}- \qquad (۴)$$
$$\tau^k+h\left(ARL_۱\right)+nE^k+T_۱^k+T_۲^k$$

۲-۲ هزینه‌ی مورد انتظار چرخه‌ی تولید

هزینه‌ی طراحی استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ مانند هر نمودار کنترل دیگری در سه مؤلفه‌ی اصلی الف) هزینه‌ی زیان کیفیت، ب) هزینه‌ی نمونه‌گیری، و ج) هزینه‌ی هشدار وضعیت خارج از کنترل دسته‌بندی می‌شوند. هزینه‌ی مورد انتظار زیان کیفیت در چرخه‌ی تولید عبارت است از:

$$E(QLC)=\frac{C_۰^k}{\lambda^k}+C_۱^k\left[h\left(ARL_۱\right)-\tau^k+\right. \qquad (۵)$$
$$\left.nE^k+\gamma_۱^k T_۱^k+\gamma_۲^k T_۲^k\right]$$

که C_0^k نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی تولید محصولات نامنطبق در واحد زمان (زیان کیفیت) در حالت تحت کنترل و C_1^k نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی تولید محصولات نامنطبق در واحد زمان (زیان کیفیت) در حالت خارج از کنترل تحت سناریو k-ام هستند. تابع مشخصه‌ی $\gamma_2^k = 1$، اگر تولید در مدت تعمیر فرایند تحت سناریو k-ام ادامه داشته باشد و $\gamma_2^k = 0$، اگر تولید در این مدت متوقف شود. هزینه‌ی مورد انتظار نمونه‌گیری در چرخه برابر است با:

$$E(SC) = (a^k + b^k.n)\frac{E(T^k)}{h} \quad (۶)$$

که a^k بیانگر هزینه‌ی ثابت نمونه‌گیری و b^k بیانگر هزینه‌ی متغیر نمونه‌گیری تحت سناریو k-ام هستند. هزینه‌ی هشدار یک وضعیت خارج از کنترل شامل هزینه‌ی مورد انتظار ارزیابی هشدارهای اشتباهی و تعمیر فرایند است که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$E(COS) = \frac{s^k.Y^k}{ARL_0} + W^k \quad (۷)$$

که Y^k هزینه‌ی بازرسی هشدارهای اشتباهی و W^k هزینه‌ی تعیین و تعمیر انحراف بادلیل تحت سناریو k-ام هستند. بنابراین، هزینه‌ی مورد انتظار چرخه‌ی تولید تحت سناریو k-ام به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E(C^k) = E(QLC) + E(SC) + E(COS) \quad (۸)$$

۳- طراحی استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری نمودار کنترل

طراحی نمودار کنترل به معنی تصمیم‌گیری درباره‌ی پارامترهای نمودار کنترل است که به انتخاب سه پارامتر مهم اندازه‌ی نمونه (n)، فاصله‌ی نمونه‌گیری (h) و ضریب حدود کنترل (L) برمی‌گردد. مفهوم طراحی استوار نمودار کنترل در حضور چندین سناریو این است که آن بتواند بهترین پارامترهای طرح را از میان تنوع سناریوها انتخاب کند. در حالی که، طرح‌های سنتی، طرح را فقط در اطراف تنها یک سناریو بهینه می‌کنند. فرض کنید $D = (n, h, L)$ نشان‌دهنده‌ی بردار پارامترهای طرح اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ باشد. اگر برای فرایندی چندین سناریو متفاوت تعریف شود و S^k بردار مقادیر برای پارامترهای فرایند و هزینه منطبق با سناریو k-ام باشد که می‌توانند در محیط تولیدی مورد نظر تحقق یابند، پس تابع $f(D, S^k)$ که معیاری برای ارزیابی کیفیت طرح D است، نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی مربوط به طرح D تحت سناریو S^k برای نمودار کنترل اقتصادی $\bar{X}$ است [۷]. اگر D_k^* نشان‌دهنده‌ی طرح بهینه برای سناریو S^k باشد، هزینه‌ی بهینه‌ی طراحی اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ تحت سناریو k-ام برابر است با:

$$z^k = f(D_k^*, S^k) = \min_{D \in F} f(D, S^k) \quad (۹)$$

اولین معیار برای استوارسازی طرح اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ استفاده از معیار استواری مطلق است، استواری مطلق معیاری است که منجر به انتخاب طرحی می‌شود که با درنظر گرفتن همه سناریوها، هزینه را کمینه کند. بنابراین، مدل استوار اقتصادی برای طراحی نمودار کنترل $\bar{X}$ به‌صورت زیر قابل ارائه است:

$$z_{Abs} = \min y \quad (۱۰)$$
$$s.t.: f(D, S^k) \le y$$
$$n \in Z^+$$
$$h > 0$$
$$L > 0$$

دومین معیار برای استوارسازی طرح اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ استفاده از معیار انحراف استوار است، انحراف استوار معیاری است که طرحی را انتخاب می‌کند که دارای کوچکترین انحراف از بهترین عملکرد ممکن برای هر سناریو باشد. بنابراین، مدل استوار اقتصادی برای طراحی نمودار کنترل $\bar{X}$ بر اساس این معیار به‌صورت زیر قابل ارائه است:

$$z_{Dev} = \min y \quad (۱۱)$$
$$s.t.: f(D, S^k) - z^k \le y$$
$$n \in Z^+$$
$$h > 0$$
$$L > 0$$

سومین معیار برای استوارسازی طرح اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ استفاده از معیار استواری نسبی است، استواری نسبی نیز یک معیار برای تعیین طرحی است که دارای کوچکترین انحراف نسبی از بهترین عملکرد ممکن برای هر سناریو باشد. بنابراین، مدل استوار اقتصادی برای طراحی نمودار کنترل $\bar{X}$ بر اساس این معیار به‌صورت زیر قابل ارائه است:

$$z_{Rel} = \min y \quad (۱۲)$$
$$s.t.: \frac{f(D, S^k) - z^k}{z^k} \le y$$
$$n \in Z^+$$

$$h > ۰$$

$$L > ۰$$

طرح‌های استوار اقتصادی فقط روی هزینه متمرکز بوده و خواص آماری را نادیده می‌گیرند. برای حل این مشکل می‌توان محدودیت آماری به طرح‌های اقتصادی اضافه کرد. متوسط طول دنباله (ARL) بیانگر متوسط تعداد نقاطی است که داخل حدود کنترل قرار می‌گیرند، قبل از اینکه یک نقطه خارج از کنترل مشاهده شود. برای کاهش هزینه‌ی کلی، متوسط طول دنباله باید بزرگ باشد، زمانی‌که فرایند تحت کنترل است؛ یعنی، $ARL_۰ \geq ARL_۰^L$ (در اغلب منابع مقدار $ARL_۰^L$ بزرگ‌تر از ۲۰۰ در نظر گرفته شده است). همچنین، متوسط طول دنباله باید کوچک باشد، زمانی‌که فرایند خارج از کنترل است؛ یعنی، $ARL_۱ \leq ARL_۱^U$ (در اغلب منابع مقدار $ARL_۱^U$ کوچک‌تر از ۱۰ در نظر گرفته شده است). متوسط طول دنباله تحت کنترل می‌تواند با افزایش فاصله‌ی بین محدوده‌های کنترل بالا و پایین افزایش یابد، ولی این امر منجر به افزایش متوسط طول دنباله خارج از کنترل می‌شود، مگر اینکه اندازه‌ی نمونه افزایش یابد. متوسط طول دنباله تحت کنترل و خارج ازکنترل برای نمودار کنترل $\bar{X}$ به‌صورت زیر است:

$$ARL_۰ = \frac{۱}{\alpha} \quad \text{و} \quad ARL_۱ = \frac{۱}{۱-\beta} \qquad (۱۳)$$

به‌طوری‌که:

$$\alpha = ۲\Phi(-L) \text{ و } \beta = \Phi\left(L - \delta\sqrt{n}\right) + ۱ - \Phi\left(L - \delta\sqrt{n}\right)$$

برای طراحی نمودار کنترل استوار اقتصادی–آماری محدودیت آماری $ARL_۰ \geq ARL_۰^L$ را به معادله‌های استوار اقتصادی اضافه کرده‌ایم.

۴- طراحی استوار اقتصادی و اقتصادی–آماری موزون

وومی و سیتالا [۸] آماره‌ی ساده‌تری را برای طراحی استوار اقتصادی مورد بحث در لیندرمن و چو [۷] پیشنهاد دادند. در این راستا، آن‌ها از آماره‌ی امید ریاضی موزون سناریوهای مختلف استفاده کردند. این آماره بیانگر هزینه‌ی موزون مورد انتظار برای تمامی سناریوهاست. آن‌ها با استفاده از این آماره و بر اساس مدل اقتصادی دانکن [۳] نمودار کنترل استوار اقتصادی $\bar{X}$ را طراحی کردند. هدف از طراحی استوار اقتصادی موزون نمودار کنترل $\bar{X}$، همانند سایر طرح‌های اقتصادی، کمینه کردن هزینه‌ی مورد انتظار چرخه‌ی تولید در واحد زمان است.

این تکنیک یک روش مناسب و ساده برای طراحی استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ است که در آن از تابع هزینه‌ی موزون مورد انتظار استفاده می‌شود، به طوری که این تابع بیانگر هزینه‌ی مورد انتظار تمام سناریوهاست. اگر فرایند مورد بررسی شامل k سناریو گسسته باشد، فراوانی وقوع سناریو k-ام را با f^k نشان می‌دهیم. بنابراین، وزن وقوع سناریو k-ام برابر است با:

$$w^k = \frac{f^k}{\sum_k f^k} \qquad (۱۴)$$

از آنجا که نرخ شکست فرایند، اطلاعاتی را در ارتباط با فراوانی شکست‌های فرایند در واحد زمان ارائه می‌دهد، فراوانی نسبی وقوع شکست برای هر سناریو می‌تواند توسط نرخ شکست متناظر آن به‌دست آید. بنابراین، w^k می‌تواند به‌صورت زیر بازنویسی شود:

$$w^k = \frac{\lambda^k}{\sum_k \lambda^k} \qquad (۱۵)$$

بر این اساس، مدل استوار اقتصادی موزون برای طراحی نمودار کنترل $\bar{X}$ به‌صورت زیر قابل ارائه است:

$$z_W = \min \sum_{k=1}^{K} w^k f(D, S^k) \qquad (۱۶)$$

$$s.t.: n \in Z^+$$

$$h > ۰$$

$$L > ۰$$

برای طراحی استوار اقتصادی–آماری موزون نمودار کنترل $\bar{X}$ محدودیت آماری $ARL_۰ \geq ARL_۰^L$ را به معادله‌ی (۱۶) می‌افزاییم:

$$z_W = \min \sum_{k=1}^{K} w^k f(D, S^k) \qquad (۱۷)$$

$$s.t.: n \in Z^+$$

$$h > ۰$$

$$L > ۰$$

$$ARL_۰ \geq ARL_۰^L$$

۵- مدل پیشنهادی: طراحی استوار اقتصادی و اقتصادی-آماری با رویکرد میانگین سناریوها

زمانی که چندین سناریو داریم می‌توان طرح جدیدی را بر اساس میانگین سناریوها ارائه داد. در سایر معادله‌های استوارسازی (استوار مطلق، انحراف استوار، استوار نسبی و استوار موزون) به تعداد سناریوها $ARL_۱$ وجود دارد، ولی زمانی‌که از

میانگین سناریوها استفاده می‌کنیم، مدل در قالب یک مدل اقتصادی منفرد حل خواهد شد و تنها یک ARL_1 وجود خواهد داشت. استفاده از این رویکرد بسیار ساده‌تر از سایر روش‌هاست و عملکرد آن به عملکرد بهینه نیز نزدیک است. با اضافه کردن محدودیت آماری می‌توان خواص آماری این معیار استواری را بهبود بخشید. مدل استوار اقتصادی-آماری بر اساس میانگین سناریوها به‌صورت زیر است:

$$z_{ave} = \min f(D, S^{ave}) \qquad (۱۸)$$

$$s.t.: n \in Z^+$$

$$h > 0$$

$$L > 0$$

$$ARL_0 \geq ARL_0^L$$

۶- روش حل

هدف از طراحی استوار نمودار کنترل $\bar{X}$، یافتن مقادیر پارامترهای نمودار کنترل (n, h, L) به قسمی است که معیارهای استواری ارائه شده در معادله‌های قبل با در نظر گرفتن شش پارامتر هزینه‌ای $\left(C_0, C_1, W, Y, a, b\right)$ و هشت پارامتر فرایند $\left(\lambda, \delta, E, T_0, T_1, T_2, \gamma_1, \gamma_2\right)$ کمینه گردند. حل مدل‌ها با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک طولانی و پیچیده است. الگوریتم ژنتیک یک روش جستجوی فراابتکاری است که توسط هلند [۱۵] معرفی شد. از آن زمان تا کنون این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌های فراابتکاری، بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی تابع هدف نیازی به تجزیه و تحلیل ریاضیات پیچیده ندارد و در بسیاری از زمینه‌های بهینه‌سازی به‌طور وسیعی استفاده می‌شود. در واقع، الگوریتم ژنتیک از یک مجموعه جواب‌های شدنی کوچک (جمعیت) در یک فرایند موازی شروع به تولید نسل جدید یا جمعیت جدید می‌کند. این فرایند تکراری برگرفته از مباحث ژنتیکی تکامل موجودات است و نسل جدید را همانند فرایند بقا به‌طور کاملاً تصادفی از نسل حاضر تولید می‌کند. از جمله ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک این است که جمعیتی از نقاط (به‌جای یک نقطه) به‌صورت موازی مورد جستجو قرار می‌گیرند. البته الگوریتم ژنتیک بهترین روش برای حل هر مسئله‌ای نیست. با این‌حال، این الگوریتم در مسائلی که روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی ناتوان باشند، عملکرد خوبی را به نمایش می‌گذارد.

۷- مثال عددی

برای توضیح تأثیر طرح استوار اقتصادی، سناریوهای ارائه شده توسط لیندرمن و چو [۷] را در نظر می‌گیریم. فرض کنید هزینه‌ی ثابت نمونه‌گیری ۰/۵ دلار، هزینه‌ی متغیر نمونه‌گیری ۰/۱ دلار باشد و نمونه‌گیری و تحلیل هر مشاهده تقریباً ۳ دقیقه طول بکشد (۰/۰۵ ساعت). تغییر در فرایند بر اساس توزیع نمایی با میانگین تغییر وقوع در حدود ۱۰۰ ساعت رخ می‌دهد و بررسی گزارش هشدار، ۲ ساعت طول می‌کشد. هزینه‌ی بررسی هر هشدار اشتباه، ۵۰ دلار و هزینه‌های هشدار گزارش صحیح، ۲۵ دلار است. هزینه‌ی هر ساعت عمل کردن فرایند در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل به ترتیب ۱۰ و ۱۰۰ دلار است. برای نشان دادن این‌که تشخیص درست یا نادرست بودن سناریو چه اندازه بر روی هزینه‌ی پایش فرایند اثر دارد، بدین صورت عمل می‌کنیم که ابتدا پارامترهای هزینه را در نظر می‌گیریم و مقادیری را برای اندازه‌ی تغییر δ براورد می‌کنیم. به‌منظور تشریح طرح استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$، دو سناریو اضافی را بر اساس لیندرمن و چو [۷] برای فرایند در نظر می‌گیریم. میانگین فرایند می‌تواند به حالت خارج از کنترل توسط یک و دو انحراف معیار تغییر پیدا کند. این سناریوها نشان می‌دهند، زمانی که تغییرهای بزرگ‌تر در میانگین فرایند در حالت خارج از کنترل رخ می‌دهند، هزینه‌های بالاتری بر فرایند تحمیل می‌شود و در نتیجه، هزینه‌های خارج از کنترل، ساعتی ۲۰۰ دلار و ۳۰۰ دلار در نظر گرفته می‌شوند. جدول ۱ خلاصه‌ای از سه سناریو را در حالتی که سایر پارامترها مشابه هستند، نشان می‌دهد. فرض کنید اندازه‌ی واقعی تغییری که ممکن است در فرایند رخ دهد ۲ و ۱ و $\delta = 0/5$ است. روش سنتی، تنها یک سناریو را در نظر می‌گیرد و طرح بهینه را برای آن سناریو پیدا می‌کند. جدول ۲ تأثیر تشخیص سناریو را بر روی هزینه‌ی پایش فرایند در طرح اقتصادی سنتی نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۲ نتیجه می‌گیریم، اگر سناریو واقعی و سناریو تخمینی متفاوت باشند، هزینه‌ی کلی فرایند افزایش می‌یابد. نتیجه‌ی دیگری که می‌توان گرفت این است که اگر مقادیر سناریو تخمینی نزدیک مقادیر سناریو واقعی باشند، یک هزینه‌ی اضافی کوچک باعث افزایش جزئی هزینه‌ی کلی پایش فرایند می‌شود. هر چه این مقدار تخمینی از مقدار واقعی دورتر باشد، هزینه‌ی اضافی بیشتر شده و در نتیجه هزینه‌ی کلی پایش فرایند بالاتر می‌رود. نکته‌ای که وجود دارد این است که این هزینه‌ی اضافی زمانی که مقدار

واقعی اندازه‌ی تغییر کوچک‌تر از مقدار تخمینی آن است، بیشتر است. برای مثال، زمانی که اندازه‌ی تغییر واقعی ۰/۵ است و مقدار تخمینی اندازه‌ی تغییر را ۲ در نظر بگیرید، هزینه‌ی کلی از ۱۸/۶۱۱۷ به ۳۴/۴۲۴۹ افزایش می‌یابد، ولی اگر مقدار واقعی تغییر ۲ باشد و مقدار تخمینی آن را ۰/۵ در نظر بگیرید، هزینه‌ی کلی از۲۴/۶۶۹۹ به ۲۹/۷۰۶۶ افزایش می‌یابد. دلیل افزایش هزینه این است که در سطوح پایین اندازه‌ی تغییر، اندازه‌ی نمونه نسبتاً بالاست و وقتی که اندازه‌ی نمونه کاهش می‌یابد، دقت طرح هم برای کشف تغییر پایین می‌آید و دیرتر و سخت‌تر می‌توان آن را کشف کرد. برای مثال، زمانی که تغییر واقعی ۰/۵ و تغییر تخمینی ۲ است، اندازه‌ی نمونه از ۲۵ به ۴

جدول ۱. خلاصه‌ای از سه سناریو

متغیر	λ	E	T_0	T_1	T_2	γ_1	γ_2	C_0	C_1	Y	W	a	b	δ
سناریو ۱	۰/۰۱	۰/۰۵	۰	۲	۲	۱	۱	۱۰	**۱۰۰**	۵۰	۲۵	۰/۵	۰/۱	**۰/۵**
سناریو ۲	۰/۰۱	۰/۰۵	۰	۲	۲	۱	۱	۱۰	**۲۰۰**	۵۰	۲۵	۰/۵	۰/۱	**۱**
سناریو ۳	۰/۰۱	۰/۰۵	۰	۲	۲	۱	۱	۱۰	**۳۰۰**	۵۰	۲۵	۰/۵	۰/۱	**۲**
سناریو میانگین	۰/۰۱	۰/۰۵	۰	۲	۲	۱	۱	۱۰	**۲۰۰**	۵۰	۲۵	۰/۵	۰/۱	**۱/۱۷**

جدول ۲. تأثیر تشخیص سناریو بر روی هزینه‌ی پایش فرایند در طرح سنتی

سناریو واقعی	سناریو فرضی			طرح بهینه		
	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	n	L	h
سناریو یک	۱۸/۶۱۱۷	۲۰/۵۸۵۴	۳۴/۴۲۴۹	۲۵	۲/۱۱۹۴	۲/۳۵۶۳
سناریو دو	۲۳/۶۷۰۵	۲۱/۸۸۱۹	۲۶/۲۰۶۶	۱۱	۲/۵۶۳۱	۱/۲۳۲۹
سناریو سه	۲۹/۷۰۶۶	۲۶/۱۸۳۱	۲۴/۶۶۹۹	۴	۲/۹۵۹۰	۰/۷۶۰۸

جدول ۳. طرح استوار اقتصادی بر اساس معیار استواری

طرح	معیار	n	L	h	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳
استواری مطلق	۲۴/۹۶۴۳	۵	۲/۶۲۴۳	۰/۸۰۲۲	۲۴/۳۳۲۱	۲۲/۹۹۵۴	۲۴/۹۶۱۴
انحراف استوار	۱/۴۵۳۱	۹	۲/۴۰۵۴	۱/۰۲۴۸	۲۰/۱۵۴۷	۲۲/۰۰۳۵	۲۶/۰۶۴۷
استواری نسبی	۰/۰۶۶۵	۱۰	۲/۳۲۵۴	۱/۱۵۶۹	۱۹/۷۳۸۴	۲۲/۰۳۶۵	۲۶/۳۷۳۱

کاهش می‌یابد و با اطمینان می‌توان گفت که با اندازه نمونه‌ی ۴ کشف تغییری با اندازه‌ی ۰/۵ به سختی صورت می‌گیرد، در حالی که اندازه‌ی واقعی نمونه ۲۵ است و همین کاهش نمونه می‌تواند دلیلی برای افزایش هزینه‌ی کلی پایش فرایند باشد. جدول ۳ طرح استوار اقتصادی را از طریق بررسی تمام سه سناریو بر طبق جدول ۱ به‌طور هم‌زمان نشان می‌دهد. این مقادیر با استفاده از سه معیار استواری متفاوت محاسبه شده‌اند. معیار استواری مطلق معیاری است که بدترین سناریو را کمینه می‌کند. این روشی محافظه‌کارانه است، برای شرایطی که تصمیم‌گیرنده نسبت به ریسک حساس است. برای مثال، معیار استواری مطلق سناریو ۳ را به‌عنوان بدترین سناریو انتخاب کرده و مقدار ۲۴/۹۶۴۳ دلار در ساعت را نتیجه می‌دهد. توجه کنید معیارهای استواری دیگر هزینه‌ی بالاتری را برای سناریو ۳ نتیجه می‌دهند. معیار انحراف استوار طرحی را انتخاب می‌کند که انحراف از حل‌های بهینه‌ی پیدا شده در جدول ۲ را کمینه می‌کند. برای مثال، انحراف استوار ۱/۴۵۳۱ دلار است که این مقدار نشان‌دهنده‌ی میزان انحراف سناریو ۳ از حل بهینه‌اش است، در حالی‌که سناریوهای دیگر انحراف کمتری از این مقدار دارند. معیار استواری نسبی به‌دنبال کمینه کردن درصد انحراف‌ها از حل‌های بهینه جدول ۲ است. برای مثال، ماکزیمم درصد انحراف ۶/۶۵٪ است که این مقدار نشان‌دهنده‌ی درصد انحراف سناریوهای ۱ و ۳ از مقادیر بهینه‌ی آنها در جدول ۲ است. در ادامه، با استفاده از مثال برگرفته از ادبیات موضوع به مقایسه‌ی تأثیر طرح استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ تحت چندین سناریو مختلف می‌پردازیم. برای مقایسه‌ی این طرح‌ها از مدل هزینه‌ی لورنزن و وانس و مقادیر هزینه و فرایند مطابق با سه سناریو متفاوت استفاده می‌شود. وزن وقوع هر یک از سناریوها بر اساس وومی و سیتالا [۹] در نظر گرفته شده است:

$$w^1 = w^2 = w^3 = \frac{1}{3}$$

جدول ۴ حل‌های مربوط به طرح‌های استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۴ طرح‌های استوار اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ بر اساس کمینه‌ی هزینه‌ی موزون با هم مقایسه می‌شوند. در این جدول کمینه‌ی

هزینه‌ی موزون با علامت ستاره مشخص شده است. نتایج نشان می‌دهند که طرح استوار اقتصادی با استفاده از معیار هزینه‌ی مورد انتظار موزون عملکرد بهتری را نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی استوار دارد. برای مثال، در جدول ۴ متوسط هزینه‌ی ذخیره شده بر اساس این معیار در مقایسه با چهار معیار استواری مطلق، انحراف استوار، استواری نسبی و میانگین سناریوها به‌ترتیب حدود ۵/۷۵٪، ۰/۱۴٪، ۰/۰۳٪ و ۲/۹۹٪ است.

جدول ۴. مقایسه‌ی طرح‌های استوار اقتصادی

ذخیره	میانگین وزنی	هزینه						طرح	n	L	h	$ARL_.$
		$ARL_۱$	سناریو ۳	$ARL_۱$	سناریو ۲	$ARL_۱$	سناریو ۱					
٪۵/۷۵	۲۴/۰۹۶	۱/۰۳۳	۲۴/۹۶۱	۲/۸۶۶	۲۲/۹۹۵	۱۵/۱۳۱	۲۴/۳۳۲	استوار مطلق	۵	۲/۶۲۴	۰/۸۰۲	۱۱۵/۱۷
٪۰/۱۴	۲۲/۷۴۱	۱/۰۰۰	۲۶/۰۶۵	۱/۳۸۱	۲۲/۰۰۳	۵/۴۷۴	۲۰/۱۵۵	انحراف استوار	۹	۲/۴۰۵	۱/۰۲۵	۶۱/۹۰
٪۰/۰۳	۲۲/۷۱۶	۱/۰۰۰	۲۶/۳۷۳	۱/۲۵۲	۲۲/۰۳۶	۴/۳۷۸	۱۹/۷۳۸	استواری نسبی	۱۰	۲/۳۲۵	۱/۱۵۷	۴۹/۸۷
-	**۲۲/۷۱۰**	۱/۰۰۰	۲۶/۲۸۰	۱/۲۷۶	۲۱/۹۸۹	۴/۶۹۲	۱۹/۸۶۱	استوار موزون	۱۰	۲/۳۷۶	۱/۱۳۰	۵۷/۲۶
٪۲/۹۹	۲۳/۴۱۲	۱/۰۰۰	۲۵/۶۳۵	۱/۶۰۲	۲۲/۰۳۹	۸/۴۵۶	۲۲/۵۶۲	میانگین استوار	۹	۲/۶۸۴	۱/۱۶۷	۱۳۷/۳۸

معیار استواری موزون ۵۷/۱۴ است و این نشان می‌دهد که نمودار از نظر آماری عملکرد مناسبی ندارد. نکته‌ای که وجود دارد این است که در هنگام استفاده از نرخ شکست یکسان برای سناریوهای متفاوت، عملکرد معیار استواری نسبی بسیار نزدیک به عملکرد معیار استواری موزون است.

برای رفع این ایراد طرح استوار اقتصادی-آماری را ارائه می‌دهیم که متوسط طول دنباله‌ی آن در حالت تحت کنترل بزرگ‌تر از ۲۰۰ باشد (جدول ۵ را ببینید). هزینه‌ی طرح استوار اقتصادی-آماری نسبت به طرح استوار اقتصادی افزایش یافته، ولی این طرح جدید، کاربران را در مقابل هشدارهای اشتباهی حفاظت می‌کنند. بیشترین تغییر این نوع طرح‌ها در مقایسه با طرح‌های استوار اقتصادی مربوط به عرض حد کنترلی است. برای مثال، عرض حد کنترل معیار انحراف استوار از ۲/۴۰۵۴ به ۲/۸۱۰۷ افزایش یافته است؛ این افزایش حد کنترل از هشدارهای اشتباه جلوگیری می‌کند که می‌تواند بسیار عامل تاثیرگذاری باشد. اندازه‌ی نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری چندان تغییری نمی‌کنند.

مقدار $ARL_.$ نشان می‌دهد که این طرح‌های استوار اقتصادی از نظر آماری بسیار ضعیف هستند و نرخ هشدارهای اشتباهی در این نمودارها بسیار بالاست. بدترین مقدار $ARL_.$مربوط به طرح استواری نسبی و بهترین مقدار متعلق به طرح پیشنهادی است. برای مثال، متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل برای در جدول ۵ با اضافه شدن محدودیت آماری، همچنان طرح استوار موزون، کمترین هزینه را دارد. در این جدول مشاهده می‌شود که معیار استواری موزون دارای کمترین هزینه مورد انتظار است و نزدیکترین معیار به آن معیار استوار نسبی است. یک بار دیگر در جدول ۶، متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل را بزرگ‌تر از ۵۰۰ قرار داده‌ایم. هزینه‌ی طرح‌ها با محدودیت آماری جدید، به نسبت جدول ۵ کمی افزایش یافته است، ولی $ARL_.$ کاربران را در مقابل هشدارهای اشتباهی، بیشتر حفاظت می‌کند. در جدول ۶ همچنان طرح استوار موزون برتری خود را نشان می‌دهد. هزینه‌ی طرح پیشنهادی همانند سایر طرح‌های استوار نسبت به طرح استوار موزون بیشتر است، ولی در عمل و در شرایطی که کاربران برای استفاده از نمودارهای کنترل با مشکل مواجه هستند یا در شرایطی که افزایش هزینه در مقایسه با هزینه کلی ناچیز است، می‌توان استفاده از این نمودار کنترل را به دلیل سادگی پیشنهاد داد.

جدول ۵. طرح‌های استوار اقتصادی-آماری با $ARL_. \geq ۲۰۰$

ذخیره	میانگین وزنی	هزینه						طرح	n	L	h	$ARL_.$
		$ARL_۱$	سناریو ۳	$ARL_۱$	سناریو ۲	$ARL_۱$	سناریو ۱					
٪۵/۶۶	۲۴/۴۹۱	۱/۰۱۹	۲۴/۹۷۳	۲/۸۱۴	۲۲/۸۶۹	۱۸/۰۸۰	۲۵/۶۲۹	استوار مطلق	۶	۲/۸۲۰	۰/۷۸۱	۲۰۸/۴۹
٪۰/۰۰۶	۲۳/۱۰۵	۱/۰۰۰	۲۶/۵۳۹	۱/۲۷۱	۲۲/۱۰۴	۶/۳۸۰	۲۰/۶۷۲	انحراف استوار	۱۳	۲/۸۱۱	۰/۹۲۹	۲۰۲/۲۹
٪۰/۳۶	۲۳/۱۸۹	۱/۰۰۰	۲۷/۰۲۳	۱/۱۷۱	۲۲/۳۴۰	۵/۳۱۴	۲۰/۲۰۵	استواری نسبی	۱۵	۲/۸۲۱	۰/۹۱۸	۲۰۸/۹۵
-	**۲۳/۱۰۴**	۱/۰۰۰	۲۶/۵۳۴	۱/۲۷۱	۲۲/۰۹۸	۶/۳۷۳	۲۰/۶۷۹	استوار موزون	۱۳	۲/۸۱۰	۰/۹۳۵	۲۰۱/۸۵
٪۳/۰۸	۲۳/۸۳۹	۱/۰۰۰	۲۵/۵۳۸	۱/۷۳۸	۲۲/۱۶۸	۱۰/۵۱۵	۲۳/۸۱۰	میانگین استوار	۹	۲/۸۱۰	۱/۱۱۳	۲۰۱/۸۵

جدول ۶. طرح های استوار اقتصادی-آماری با $ARL_0 \geq 500$

ذخیره	میانگین وزنی	هزینه						ARL_0	h	L	n	طرح
		سناریو ۳	ARL_1	سناریو ۲	ARL_1	سناریو ۱	ARL_1					
٪۳/۵۵	۲۴/۵۹۰	۲۵/۵۶۴	۱/۰۰۲	۲۲/۴۶۷	۲/۱۵۷	۲۵/۷۵۶	۱۷/۹۴۱	۵۰۲/۳۱	۰/۷۶۶۱	۳/۰۹۲	۹	استوار مطلق
٪۰/۰۹	۲۳/۷۳۷	۲۷/۳۸۱	۱/۰۰۰	۲۲/۶۲۱	۱/۱۷۸	۲۱/۲۱۰	۶/۶۰۲	۵۰۲/۴۸	۰/۹۰۲۰	۳/۰۹۲	۱۷	انحراف استوار
٪۰/۴۵	۲۳/۸۲۲	۲۷/۶۹۳	۱/۰۰۰	۲۲/۸۴۱	۱/۱۴۳	۲۰/۹۳۱	۶/۰۲۴	۵۰۱/۹۷	۰/۸۶۲۵	۳/۰۹۱	۱۸	استواری نسبی
–	**۲۳/۷۱۴**	۲۷/۱۲۴	۱/۰۰۰	۲۲/۴۷۷	۱/۲۲۳	۲۱/۵۴۲	۷/۲۹۰	۵۰۴/۸۵	۰/۹۱۳۳	۳/۰۹۳	۱۶	استوار موزون
٪۳/۷۳	۲۴/۶۳۵	۲۵/۸۵۴	۱/۰۰۰	۲۲/۳۰۴	۱/۶۹۷	۲۵/۷۴۷	۱۳/۱۶۰	۵۰۱/۱۲	۱/۰۹۵۴	۳/۰۹۱	۱۱	میانگین استوار

۸- نتیجه‌گیری

مبحث طراحی نمودارهای اقتصادی کنترل از پیشینه‌ای مستحکم برخوردار است و از سال ۱۹۵۶ که اولین مقاله آن توسط دانکن ارائه شد تاکنون مقاله‌های بسیار زیادی از سوی محققان ارائه شده است. هدف طرح‌های استوار کاهش زیان‌های مالی در اثر انحراف از مدل‌های پایه است. در این مقاله، جهت طراحی استوار اقتصادی و استوار اقتصادی-آماری نمودار کنترل $\bar{X}$ از معیارهای استوارسازی استفاده شد. کاربرد و مزیت‌های این نمودار کنترل به تصویر کشیده شد و سپس با استفاده از یک مثال عددی برگرفته از ادبیات موضوع، نشان دادیم که اگر سناریو واقعی و سناریو تخمینی متفاوت باشند، هزینه‌ی کلی فرایند افزایش می‌یابد. بنابراین، زمانی که چندین سناریو متفاوت مطرح می‌شوند، طراحی استوار نمودار کنترل $\bar{X}$ به ما اطمینان می‌دهد که بهترین پارامترهای مدل را با توجه به عدم اطمینان انتخاب کرده‌ایم. با مقایسه‌ی بین طرح‌های اقتصادی و طرح استوار اقتصادی و استوار اقتصادی-آماری، مزایای استفاده از طرح‌های استوار اقتصادی-آماری را نشان دادیم. نتایج مقایسات عددی حاکی از آن است که طرح‌های استوار اقتصادی-آماری در مقایسه با طرح‌های استوار اقتصادی از عملکرد بهتری از نظر آماری برخوردارند و با اندکی افزایش هزینه مانع از بروز هشدارهای اشتباهی می‌شوند. همچنین، طرح استوار اقتصادی-آماری با استفاده از معیار هزینه‌ی موزون مورد انتظار عملکرد بهتری را از نظر اقتصادی نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی استوار دارد. در ادامه طرح جدیدی را بر اساس میانگین استوار معرفی کردیم که این روش اگرچه از نظر اقتصادی عملکرد ضعیف‌تری در مقایسه با استواری موزون دارد، ولی در عمل استفاده از آن، بسیار ساده‌تر از سایر روش‌هاست و در ضمن، عملکرد آماری آن بهتر از سایر طرح‌های استوار است.

مراجع

[1] Montgomery, D. C. (2007). Introduction to statistical quality control. John Wiley & Sons.

[2] Saniga, E. M. (1989). Economic statistical control-chart designs with an application to and R charts. Technometrics, 31(3), 313-320.

[3] Duncan, A. J. (1956). The economic design of X charts used to maintain current control of a process. Journal of the American Statistical Association, 51(274), 228-242.

[4] Rahim, M. A. and Banerjee, P. K. (1993). A generalized economic model for the economic design of control charts for production systems with increasing failure rate and early replacement. Navel Research Logestics, 40, 787-809.

[5] Lorenzen, T. J. and Vance, L. C. (1986). The economic design of control charts: a unified approach. Technometrics, 28(1), 3-10.

[6] Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., and Nemirovski, A. (2009). Robust optimization. Princeton University Press.

[7] Linderman, K. and Choo, A. S. (2002). Robust economic control chart design. IIE Transactions, 34(12), 1069-1078.

[8] Vommi, V. and Seetala, S. N. (2007). A simple approach for robust economic design of control charts. Computers & Operations Research, 34(7), 2001-2009.

[9] Chich, M., Yeh, L., and Li, F. (2011). Particle swarm optimization for the economic and economic statistical designs of $\bar{X}$ the control chart. Applied Soft Computing, 11, 5053-5067.

[10] Safaei, A. S., Kazemzadeh, R. B., and Gan, H. S. (2015). Robust economic-statistical design of X-bar control chart. International Journal of Production Research, 53(14), 4446-4458.

[11] Amiri, A., Moslemi, A., and Doroudyan, M. (2015). Robust economic and economic-statistical design of EWMA control chart. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 78(1), 511-523.

[12] Chalaki, K., Saghaei, A., and Moghadam, M.B. (2016). A comparison study of effectiveness and robustness of robust economic designs of T2 chart using genetic algorithm. Communications in

Statistics—Theory and Methods, 45(11), 3383-3396.

[13] Faraz, A., Chalaki, K., Saniga, E. M., and Heuchenne, C. (2016). The robust economic statistical design of the hotelling's T^2 chart. Communications in Statistics—Theory and Methods, 45(23), 6989-7001.

[14] Chalaki, K. and Bazdar, A. (2019). Robust economic design of T^2 control chart in variable sampling interval schemes. International Journal of Industrial Engineering: Theory, Applications and Practice, 26(3), 264-272.

[15] Holland, J. H. (1975). Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. University Michigan Press.