

# توسعه یک مدل بهینه‌سازی جدید بر اساس شاخص بازده فرایند $S_{pk}$ و شاخص قابلیت فرایند $C_{pk}$ برای انباشته‌های باز ارسالی

سیده عاطفه بنی‌هاشمی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد،

banihashemi.atefe@gmail.com

محمدصابر فلاح‌نژاد

(نویسنده مسئول) دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد\*

**چکیده:** نمونه‌گیری به‌منظور پذیرش، یک ابزار مفید برای تضمین و کنترل کیفیت در صنایع است. در این مقاله، طرح نمونه‌گیری باز ارسالی بر اساس شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  و شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  با در نظر گرفتن روش حداقل زاویه توسعه داده می‌شود. پارامترهای طرح با کمینه‌کردن متوسط اندازه نمونه بازرسی شده و با در نظر گرفتن محدودیت‌های مربوط به میزان نزدیکی به منحنی مشخصه عملکرد ایدئال و همچنین ریسک تولیدکننده و ریسک مصرف‌کننده به‌طور هم‌زمان تعیین می‌گردند. علاوه بر این، عملکرد طرح پیشنهادی بر اساس دو شاخص ارزیابی و با طرح یک‌بار نمونه‌گیری مقایسه می‌شود. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که طرح پیشنهادی مبتنی بر شاخص  $S_{pk}$  اقتصادی‌تر است. زیرا، با افزایش شباهت منحنی OC طرح پیشنهادی به منحنی OC ایدئال به متوسط اندازه نمونه کمتری نسبت به طرح پیشنهادی باز ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$  نیاز دارد. برای نشان دادن کاربرد طرح پیشنهادی، یک مثال عددی ارائه می‌شود.

**کلمات کلیدی:** نمونه‌گیری به‌منظور پذیرش، روش حداقل زاویه، شاخص قابلیت فرایند، شاخص بازده فرایند، ریسک تولیدکننده، ریسک مصرف‌کننده.

## ۱- مقدمه

ارسال مجدد لازم باشد. در طرح نمونه‌گیری باز ارسالی، اگر انباشته پذیرفته نشود، نمونه دیگری از انباشته گرفته می‌شود و بدون در نظر گرفتن نمونه قبلی درباره انباشته تصمیم‌گیری می‌شود. به استثنای بازرسی اول، ارسال مجدد  $m-1$  بار مجاز است. گویندراجو و گانسالی‌نگام [۳] یک طرح نمونه‌گیری جدید با بازرسی وصفی، به‌نام طرح باز ارسالی را پیشنهاد کردند و شرایطی را که در آن نمونه‌گیری مجدد برای انباشته‌هایی که در بازرسی اول پذیرفته نشده‌اند را بررسی کردند. وو و همکاران [۴] یک طرح نمونه‌گیری متغیر را برای انباشته‌های باز ارسالی بر اساس شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  توسعه دادند. در بین شاخص‌های قابلیت فرایند، شاخص  $S_{pk}$  می‌تواند یک رابطه یک به یک بین مشخصات تولید و بازده واقعی فرایند برقرار سازد و اندازه دقیق به‌جای تقریبی از بازده فرایند را میسر می‌سازد. از اینرو، طرح نمونه‌گیری باز ارسالی بر اساس شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  توسط لیو و همکاران [۵] با هدف کمینه‌کردن متوسط

نمونه‌گیری به‌منظور پذیرش، یک روش کنترل کیفیت اماری است که می‌تواند برای دستیابی به کیفیت بهتر، کاهش هزینه و افزایش تولید سودمند باشد. طرح‌های نمونه‌گیری به‌منظور پذیرش بر اساس نوع داده، به دو نوع وصفی و متغیر طبقه‌بندی می‌شوند. طرح نمونه‌گیری وصفی برای محصولات با کیفیت بالا و با تعداد بسیار کمی نقص، مناسب نیست، و بازرسی متغیر می‌تواند این نقص و کاستی نمونه‌گیری را برطرف کند [۱،۲]. طرح یک‌بار نمونه‌گیری مبنایی برای همه طرح‌های نمونه‌گیری به‌منظور پذیرش است و به‌دلیل سادگی در اجرای آن، به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این حال، در برخی موارد، تصمیم به رد انباشته بر اساس نمونه اول، منجر به اختلال روابط خوب بین تولیدکننده و خریدار می‌شود. و یا زمانی که تولیدکننده یا مصرف‌کننده از نتیجه بازرسی نمونه راضی نیستند، برای رسیدن به تصمیم مناسب ممکن است

\* (Corresponding author) fallahnezhad@yazd.ac.ir

تعیین می‌شوند. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش ۲، شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  و شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  معرفی می‌شود. در بخش ۳، به طور مختصر روش حداقل زاویه توضیح داده می‌شود. در بخش ۴، مدل‌سازی مسئله ارائه خواهد شد. در بخش ۵، نتایج ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی گزارش می‌شود. برای نشان دادن کاربرد طرح نمونه‌گیری پیشنهادی، یک مثال عددی در بخش ۶ ارائه خواهد شد و در بخش پایانی، به نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای مطالعات آتی پرداخته می‌شود.

## ۲- شاخص قابلیت فرایند $C_{pk}$ و شاخص بازده فرایند $S_{pk}$

در چند دهه گذشته، شاخص‌های قابلیت فرایند  $^3$  (PCI) به طور گسترده در صنعت تولید استفاده شده است، از جمله:

$$C_p = (USL - LSL) / 6\sigma, \quad (1)$$

$$C_a = 1 - \frac{|\mu - M|}{d}, \quad (2)$$

$$C_{pk} = \min\left\{\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right\}, \quad (3)$$

که  $USL$  و  $LSL$  به ترتیب حدود مشخصات فنی بالا و پایین هستند.  $\mu$  و  $\sigma$  میانگین و انحراف معیار فرایند هستند.  $d = (USL - LSL)/2$  و  $M = (USL + LSL)/2$  به ترتیب برابر با  $C_p$  توانایی بالقوه فرایند و شاخص  $C_a$  میزان مرکزیت فرایند را اندازه‌گیری می‌کند و شاخص  $C_{pk}$  به جای اندازه‌گیری دقیق بازده فرایند، مقدار تقریبی بازده فرایند را محاسبه می‌کند. به عبارت دیگر برای یک توزیع نرمال داریم:

$$100[2\Phi(3C_{pk}) - 1] \leq Yield \% \leq 100\Phi(3C_{pk})$$

که  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. برای اینکه یک تخمین قابل قبول از قابلیت فرایند داشته باشیم، باید فرایند تحت کنترل باشد.

تخمین اصلی  $C_{pk}$  با جایگذاری  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$  و  $s = [\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)]^{1/2}$  در  $\mu$  و  $\sigma$  رابطه (۳)، بدست می‌آید و مطابق رابطه (۴) تعریف می‌گردد.

$$\hat{C}_{pk} = \min\left\{\frac{USL - \bar{x}}{3s}, \frac{\bar{x} - LSL}{3s}\right\} = \frac{d - |\bar{x} - M|}{3s} \quad (4)$$

تعداد نمونه مورد نیاز<sup>۱</sup> (ASN) و در نظر گرفتن ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده به طور همزمان توسعه داده شد. و نتایج مطالعات نشان داد که طرح پیشنهادی آن‌ها نسبت به طرح یک‌بار نمونه‌گیری<sup>۲</sup> (SSP) به متوسط اندازه نمونه کمتری نیاز دارد. برای تحقیقات بیشتر مربوط به نمونه‌گیری برای انباشته‌های باز ارسالی می‌توانید به [۶-۸] مراجعه کنید. یکی از رویکردهای طراحی برای طرح‌های نمونه‌گیری به منظور پذیرش، روش حداقل زاویه است. این رویکرد با استفاده از نقاط AQL و LQL، روشی ارائه می‌کند تا منحنی مشخصه عملکرد در حالت نزدیک به ایدئال خود قرار گیرد. در طرح نمونه‌گیری به منظور پذیرش با منحنی OC ایده‌آل تمام انباشته‌های خوب با احتمال یک و تمام انباشته‌های بد با احتمال صفر پذیرفته می‌شوند. منحنی OC ایدئال تنها با بازرسی صد درصد و آن هم به شرط عاری بودن بازرسی از خطا بدست می‌آید. فلاح‌نژاد و یزدی [۹] یک مدل بهینه‌سازی جدید برای طراحی طرح نمونه‌گیری به منظور پذیرش بر اساس طول دنباله تعداد تجمعی ارقام منطبق و روش حداقل زاویه ارائه کردند. فلاح‌نژاد و همکاران [۱۰] طرح‌های نمونه‌گیری مختلف را با اهداف کمینه‌کردن زیان کل مورد انتظار و بیشینه‌کردن نرخ دستیابی به منحنی OC ایدئال و با در نظر گرفتن همزمان ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده هنگامی که مشخصه کیفی مورد نظر از توزیع نرمال پیروی می‌کند و دارای حد مشخصه‌ی پایین است، توسعه دادند. برای تحقیقات بیشتر در این زمینه به [۱۲-۱۱] مراجعه کنید.

بر اساس اطلاعات محققین تاکنون هیچ تحقیقی بر روی مقایسه شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  و شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  در طرح‌های نمونه‌گیری به منظور پذیرش با هدف کاهش اندازه نمونه و افزایش میزان دستیابی به منحنی OC ایدئال انجام نشده است. ارائه مدل نمونه‌گیری به منظور پذیرش جامع که بتواند در اکثر شرایط موجود کارایی مناسب داشته باشد، حائز اهمیت است. لذا در این مطالعه ما، یک طرح نمونه‌گیری به منظور پذیرش جدید بر اساس دو شاخص  $S_{pk}$  و  $C_{pk}$  پیشنهاد می‌کنیم و روش حداقل زاویه را از دید یک محدودیت بررسی می‌کنیم و تاثیرش را بر نتایج مدل مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. با استفاده از روش بهینه‌سازی غیر خطی، پارامترهای بهینه را با در نظر گرفتن میزان نزدیکی به منحنی OC ایدئال و سطح کیفیت قابل قبول ( $C_{AQL}$ ) برای ریسک تولیدکننده ( $\alpha$ ) و سطح کیفیت حدی ( $C_{LQL}$ ) برای ریسک مصرف‌کننده ( $\beta$ ).

<sup>3</sup> process capability index (PCI)

<sup>1</sup>average sample number (ASN)

<sup>2</sup>simple sampling plan (SSP)

$$W = \begin{cases} \sqrt{\frac{n}{2}} \left[ \frac{a(S^2 - \sigma^2)}{\sigma} \right] - \sqrt{n} \frac{b(\bar{x} - \mu)}{\sigma} & \mu < M, \\ \sqrt{\frac{n}{2}} \left[ \frac{a(S^2 - \sigma^2)}{\sigma} \right] + \sqrt{n} \frac{b(\bar{x} - \mu)}{\sigma} & \mu > M, \end{cases} \quad (9)$$

که  $a$  و  $b$  تابعی از  $C_p$  و  $C_a$  هستند و می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \{3C_p(2 - C_a)\phi(3C_p(2 - C_a)) + 3C_p C_a \phi(3C_p C_a)\}, \quad (10)$$

$$b = \phi\{3C_p(2 - C_a)\} - \phi(3C_p C_a). \quad (11)$$

که  $\phi(\cdot)$  بیانگر تابع چگالی احتمالی (p.d.f) توزیع نرمال استاندارد است.  $\hat{C}_p$  و  $\hat{C}_a$  به ترتیب برآورد  $C_p$  و  $C_a$  هستند و آماره  $W$  دارای توزیع نرمال  $N(0, a^2 + b^2)$  است. بدین ترتیب  $\hat{S}_{pk}$  از توزیع زیر تبعیت می‌کند:

$$\hat{S}_{pk} \approx N(S_{pk}, [a^2 + b^2]\{36n[\phi(3S_{pk})^2]\}^{-1}). \quad (12)$$

و تابع چگالی احتمالی  $\hat{S}_{pk}$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f_{\hat{S}_{pk}}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\phi(3S_{pk})}{\sqrt{a^2 + b^2}} \exp\left[-\frac{18n(\phi(3S_{pk}))^2}{a^2 + b^2} \times (x - S_{pk})^2\right], \quad (13)$$

$$-\infty < x < \infty$$

### ۳- روش حداقل زاویه

در این روش هدف آن است که با استفاده از نقاط  $C_{AQL}$  و  $C_{LQL}$  رویکردی را ارائه دهیم تا منحنی OC در حالت نزدیک به ایدئال خود قرار گیرد. حالت ایدئال منحنی OC زمانی است که تمام انباشته‌های خوب با احتمال یک و تمام انباشته‌های بد با احتمال صفر پذیرفته می‌شوند. منحنی OC ایدئال تنها با بازرسی صد درصد و آن هم به شرط عاری بودن بازرسی از خطا بدست می‌آید. واضح است که برای دستیابی به منحنی OC ایدئال، ریسک تولیدکننده ( $\alpha$ ) و مصرف‌کننده ( $\beta$ ) باید به حداقل برسد. از طرفی با کاهش  $\alpha$  و  $\beta$  اندازه نمونه افزایش می‌یابد که ممکن است منجر به هزینه‌های بیشتر شود. بنابراین طرح نمونه‌گیری که منجر به کاهش اندازه نمونه موردنیاز برای بازرسی شود مناسب‌تر است. سوندراجان و کریستینا [۱۱] از تانژانت زاویه بین خطوطی که نقاط  $[C_{AQL}, \pi_a(C_{AQL})]$  را به  $[C_{LQL}, \pi_a(C_{LQL})]$  در منحنی OC به هم متصل می‌کنند،

لین و پیرن [۱۳] تحت فرض نرمال بودن یک فرم دقیق برای تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد (CDF) تخمین اصلی  $\hat{C}_{pk}$  پیشنهاد کردند.

$$F_{\hat{C}_{pk}}(y) = 1 - \int_0^y G\left(\frac{(n-1) \times (b\sqrt{n-t})^2}{9ny^2}\right) \times [\phi(t + \varepsilon\sqrt{n}) + \phi(t - \varepsilon\sqrt{n})] dt, \quad (5)$$

برای  $y > 0$  که  $b = d/\sigma$  و  $\varepsilon = (\mu - M)/\sigma$  و  $G(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد توزیع مربع کای دو با درجه آزادی  $n-1$ ،  $\chi_{n-1}^2$  بیانگر تابع چگالی احتمالی (p.d.f) توزیع نرمال استاندارد است. این سه شاخص نمی‌توانند اندازه دقیق بازده فرایند را ارائه دهند. برای بدست آوردن اندازه‌گیری دقیق، بویلس [۱۴] شاخص بازده  $S_{pk}$  را پیشنهاد کرد.

$$S_{pk} = \frac{1}{3} \Phi^{-1}\left[\frac{1}{2} \Phi\left(\frac{USL - \mu}{\sigma}\right) + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\mu - LSL}{\sigma}\right)\right] = \frac{1}{3} \Phi^{-1}\left[\frac{1}{2} \Phi(3C_p C_a) + \frac{1}{2} \Phi(3C_p(2 - C_a))\right], \quad (6)$$

که  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است و  $\Phi^{-1}(\cdot)$  معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. فرض کنید  $S_{pk} = C$  باشد، سپس بازده فرایند از طریق رابطه  $\% \text{Yield} = 100[2\Phi(3C) - 1]\%$  محاسبه می‌شود. و تعداد نقص در میلیون (NCPMP)

از رابطه  $\text{NCPMP} = 2[1 - \Phi(3C)] \times 10^6$  محاسبه می‌شود. تخمین  $S_{pk}$  ( $\hat{S}_{pk}$ ) را می‌توان با استفاده از رابطه (۷) بدست آورد.

$$\hat{S}_{pk} = \frac{1}{3} \Phi^{-1}\left[\frac{1}{2} \Phi\left(\frac{USL - \bar{x}}{s}\right) + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\bar{x} - LSL}{s}\right)\right] = \frac{1}{3} \Phi^{-1}\left[\frac{1}{2} \Phi(3\hat{C}_p \hat{C}_a) + \frac{1}{2} \Phi(3\hat{C}_p(2 - \hat{C}_a))\right], \quad (7)$$

که  $\bar{x}$  و  $s$  به ترتیب با استفاده از روابط  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n$  و  $s = [\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)]^{1/2}$  بر این، لی و همکاران [۱۵] برای ساده سازی، توزیع تقریبی نرمال  $\hat{S}_{pk}$  را با اولین بسط تیلور محاسبه نمودند. تخمین می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\hat{S}_{pk} \approx S_{pk} + \frac{1}{6\sqrt{n}} [\phi(3S_{pk})^{-1}] W, \quad (8)$$

که

منحنی OC ایدئال بر اساس شاخص  $S_{pk}$  و  $C_{pk}$  به ترتیب محدودیت‌های (۱۹) و (۲۷) را در مدل پیشنهادی در نظر می‌گیریم.

#### ۴-۱ طراحی یک طرح نمونه‌گیری باز ارسالی براساس شاخص $C_{pk}$ و روش حداقل زاویه

شیوه بهینه تصمیم‌گیری برای انباشته باز ارسالی براساس شاخص  $C_{pk}$  به صورت زیر است:

گام ۱: مقادیر پارامترهای ریسک تولیدکننده  $\alpha$  و ریسک مصرف‌کننده  $\beta$  و  $C_{AQL}$ ,  $C_{LQL}$  و تعداد دفعات ارسال مجدد  $(m-1)$  را تعیین کنید.

گام ۲: اندازه نمونه‌ای به اندازه  $n$  از انباشته می‌گیریم و مقدار  $\hat{C}_{pk}$  را محاسبه می‌کنیم.

گام ۳: اگر  $\hat{C}_{pk} \geq C_0$  باشد انباشته پذیرفته می‌شود و در غیر این صورت، نمونه دیگری انتخاب کنید و به گام ۲ بروید. اگر انباشته در  $m-1$  امین ارسال مجدد پذیرفته نشود، آن را رد می‌کنیم.

با توجه به تعریف شاخص  $C_{pk}$  می‌توانیم بنویسیم  $\varepsilon = (\mu - M) / \sigma$  که  $C_{pk} = (d / \sigma - |\varepsilon|) / 3$  فرض کنید  $C = C_{pk}$  و  $b = d / \sigma$  باشد آنگاه  $b$  برابر است با  $b = 3C + |\varepsilon|$

زمانی که کیفیت انباشته ارسالی برابر با  $C_{pk} = C$  است تابع منحنی مشخصه عملکرد (OC)،  $P_a(C)$ ، به صورت زیر است:

$$P_a(C) = P(\hat{C}_{pk} \geq C_0) = 1 - F_{\hat{C}_{pk}}(C_0) \\ = \int_0^{b\sqrt{n}} G\left(\frac{(n-1) \times (b\sqrt{n} - t)^2}{9n(C_0)^2}\right) \times (\Phi(t + \varepsilon\sqrt{n}) + \Phi(t - \varepsilon\sqrt{n})) dt. \quad (15)$$

احتمال نهایی پذیرش طرح نمونه‌گیری باز ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$ ،  $\pi_a(C_{pk})$ ، از رابطه (۱۶) بدست می‌آید:

$$\pi_a(C_{pk}) = 1 - [1 - P_a(C_{pk})]^m. \quad (16)$$

تابع متوسط تعداد نمونه، (ASN)، برای طرح نمونه‌گیری باز- ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$  را می‌توان از رابطه (۱۷) محاسبه نمود.

برای دستیابی به منحنی OC ایدئال استفاده کردند. تانژانت این زاویه از طریق رابطه (۱۴) بدست می‌آید:

$$tg(\theta) = \frac{C_{AQL} - C_{LQL}}{\pi_a(C_{AQL}) - \pi_a(C_{LQL})}. \quad (14)$$

در شرایطی که  $C_{AQL}$  و  $C_{LQL}$  ثابت باشند واضح است که با کمینه کردن این زاویه می‌توان به منحنی OC ایده‌آل دست یافت. برای دستیابی به حداقل مقدار  $\theta$  باید  $tg(\theta)$  کمینه شود. بنابراین، در این روش برای اینکه منحنی OC طرح نمونه‌گیری به حالت ایدئال خود نزدیک شود باید مقدار  $\pi_a(C_{AQL}) - \pi_a(C_{LQL})$  بیشینه شود.

مقدار  $\pi_a(C_{LQL})$  و  $1 - \pi_a(C_{AQL})$  به ترتیب نشان دهنده ریسک تولیدکننده و ریسک مصرف‌کننده است. بنابراین به منظور کاهش ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده بیشینه کردن مقدار  $\pi_a(C_{AQL})$  و کمینه کردن  $\pi_a(C_{LQL})$  مطلوب است. در نتیجه، از این طریق نیز می‌توان بیشینه کردن مقدار  $\pi_a(C_{AQL}) - \pi_a(C_{LQL})$  را توجیه کرد.

#### ۴-۲ توسعه طرح نمونه‌گیری پیشنهادی

در روش نمونه‌گیری برای انباشته‌های باز ارسالی در صورت عدم پذیرش نمونه تحت بازرسی در انباشته بدون تغییر در کیفیت انباشته و بدون مرتب کردن انباشته از یک انباشته ارسالی دیگر نمونه‌گیری انجام می‌شود و این کار برای تعداد دفعات مشخص تکرار می‌شود تا در نهایت درباره انباشته تصمیم‌گیری شده و انباشته پذیرفته یا رد شود. معیاری که معمولاً برای سنجش عملکرد طرح‌های نمونه‌گیری به منظور پذیرش استفاده می‌شود، منحنی OC است که احتمال پذیرش و ریسک‌های تولیدکننده و مصرف‌کننده را تعیین می‌کند. طرح نمونه‌گیری باز ارسالی بر اساس دو نقطه بر روی منحنی OC طراحی می‌شود به طوری که منحنی OC از دو نقطه طراحی شده  $(C_{AQL}, 1 - \alpha)$  و  $(C_{LQL}, \beta)$  عبور کند. یعنی احتمال پذیرش انباشته در سطح کیفیت قابل قبول  $(C_{AQL})$  باید بیشتر از  $1 - \alpha$  باشد و احتمال پذیرش انباشته در سطح کیفیت حدی  $(C_{LQL})$  نباید بیشتر از  $\beta$  باشد. در شرایط عملی برای اجرای هر طرح نمونه‌گیری با محدودیت‌هایی روبرو هستیم. لذا لازم است که در مدل پیشنهادی برای طرح‌های نمونه‌گیری به منظور پذیرش محدودیت‌های مورد نظر را در نظر بگیریم تا طرح بهینه و کارتری داشته باشیم. جهت استفاده از مفهوم حداقل زاویه و برای نشان دادن درجه شباهت منحنی OC طرح پیشنهادی به

روابط (۱۸-۲۱) صدق می‌کند، تعیین  $[n]$  به‌عنوان اندازه نمونه که  $[n]$  به معنای کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا مساوی  $n$  است.

#### ۲-۴ طراحی یک طرح نمونه‌گیری باز ارسالی براساس شاخص $S_{pk}$ و روش حداقل زاویه

شیوه بهینه تصمیم‌گیری برای انباشته باز ارسالی براساس شاخص  $S_{pk}$  به‌صورت زیر است:

گام ۱: مقادیر پارامترهای ریسک تولیدکننده  $\alpha$  و ریسک مصرف‌کننده  $\beta$  و  $W, C_{AQL}, C_{LQL}$  و تعداد دفعات ارسال مجدد  $(m-1)$  را تعیین کنید.

گام ۲: اندازه نمونه‌ای به اندازه  $n$  از انباشته می‌گیریم و مقدار  $\hat{S}_{pk}$  را محاسبه می‌کنیم.

گام ۳: اگر  $\hat{S}_{pk} \geq C_0$  باشد انباشته پذیرفته می‌شود و در غیر این صورت، نمونه دیگری انتخاب کنید و به گام ۲ بروید. اگر انباشته در  $m-1$  امین ارسال مجدد پذیرفته نشود، آن را رد می‌کنیم.

احتمال پذیرش انباشته بر اساس شاخص  $S_{pk}$  می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$P_a(S_{pk}) = P(\hat{S}_{pk} \geq C_0). \quad (23)$$

احتمال نهایی پذیرش طرح نمونه‌گیری باز ارسالی بر اساس شاخص  $S_{pk}$ ،  $\pi_a(S_{pk})$ ، از رابطه (۲۴) بدست می‌آید:

$$\pi_a(S_{pk}) = 1 - [1 - P_a(S_{pk})]^m. \quad (24)$$

تابع ASN طرح پیشنهادی باز ارسالی براساس شاخص  $S_{pk}$  به‌صورت زیر است:

$$ASN(S_{pk}) = \frac{n(1 - [1 - P_a(S_{pk})]^m)}{P_a(S_{pk})}. \quad (25)$$

مشابه بخش ۴-۱، تابع ASN برای طرح نمونه‌گیری باز ارسالی در  $S_{pk} = C_{LQL}$  کمینه می‌شود و با حل معادله بهینه‌سازی غیر-خطی (۲۶-۳۰) پارامترهای طرح پیشنهادی باز ارسالی را براساس شاخص  $S_{pk}$  می‌توان تعیین نمود:

$$\text{Min } ASN(C_{LQL}) = \frac{n(1 - [1 - P_a(C_{LQL})]^m)}{P_a(C_{LQL})}, \quad (26)$$

محدودیت‌ها:

$$ASN(C_{pk}) = \frac{n(1 - [1 - P_a(C_{pk})]^m)}{P_a(C_{pk})}. \quad (17)$$

توجه کنید که ASN تابعی از شاخص  $C_{pk}$  است و بیانگر سطح کیفیت انباشته است. به‌طور معمول، پارامترهای بهینه طرح با به حداقل رساندن ASN در AQL یا LQL تعیین می‌شوند. در این مقاله، مقدار ASN در  $C_{pk} = C_{LQL}$  کمینه می‌شود و از طریق حل معادله بهینه‌سازی غیر خطی (۱۸-۲۲) پارامترهای طرح پیشنهادی باز ارسالی را بر اساس شاخص  $C_{pk}$  می‌توان تعیین نمود:

$$\text{Min } ASN(C_{LQL}) = \frac{n(1 - [1 - P_a(C_{LQL})]^m)}{P_a(C_{LQL})}, \quad (18)$$

محدودیت‌ها:

$$\begin{aligned} \pi_a(C_{AQL}) - \pi_a(C_{LQL}) = & \\ (1 - [1 - (\int_0^{b_A \sqrt{n}} G(\frac{(n-1) \times (b_A \sqrt{n} - t)^2}{9n(C_0)^2}) & \\ (\Phi(t + \varepsilon \sqrt{n}) + \Phi(t - \varepsilon \sqrt{n})) dt]^m) - & \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} (1 - [1 - (\int_0^{b_L \sqrt{n}} G(\frac{(n-1) \times (b_L \sqrt{n} - t)^2}{9n(C_0)^2}) & \\ (\Phi(t + \varepsilon \sqrt{n}) + \Phi(t - \varepsilon \sqrt{n})) dt]^m) \geq W, & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_a(C_{AQL}) = & \\ 1 - [1 - (\int_0^{b_A \sqrt{n}} G(\frac{(n-1) \times (b_A \sqrt{n} - t)^2}{9n(C_0)^2}) & \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} (\Phi(t + \varepsilon \sqrt{n}) + \Phi(t - \varepsilon \sqrt{n})) dt]^m & \\ \geq 1 - \alpha, & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_a(C_{LQL}) = & \\ 1 - [1 - (\int_0^{b_L \sqrt{n}} G(\frac{(n-1) \times (b_L \sqrt{n} - t)^2}{9n(C_0)^2}) & \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} (\Phi(t + \varepsilon \sqrt{n}) + \Phi(t - \varepsilon \sqrt{n})) dt]^m \leq \beta, & \\ C_{AQL} > C_{LQL}. & \end{aligned} \quad (22)$$

که  $b_A = 3C_{AQL} + |\varepsilon|$  و  $b_L = 3C_{LQL} + |\varepsilon|$  و  $C_{AQL}$  و  $C_{LQL}$  به ترتیب بیانگر سطوح کیفیت AQL و LQL بر اساس شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  هستند. محدودیت‌های (۱۹-۲۱) به ترتیب بیانگر محدودیت میزان نزدیکی به منحنی OC ایدئال و محدودیت‌های نوع اول و دوم خطای احتمالی هستند. شایان ذکر است که اندازه نمونه  $n$  کمترین مقدار ممکن  $n$  است که در

ورودی مدل، مقادیر کمتر از یک بگیرد و در حالت ایدئال مقدار آن برابر یک است. و هرچه از این مقدار بیشتر فاصله گیرد از حالت ایدئال دورتر می‌شود.

۵- ارزیابی عملکرد طرح پیشنهادی

برای بررسی تفاوت بین دو تابع هدف  $ASN_{Cpk}$  و  $Min$  برای پارامترهای  $(n, k_r, k_a)$  طرح باز ارسالی پیشنهادی برای این دو شاخص در نظر گرفته می‌شوند و مقادیر آنها با استفاده از مدل بهینه‌سازی تعیین می‌شوند. جدول‌های ۱ تا ۳ مقادیر پارامترهای بهینه  $(n, k_r, k_a)$  را به‌ازای مقادیر مختلف  $C_{AQL}$  و  $C_{LQL}$  و  $(0.1, 0.1)$ ،  $(0.1, 0.5)$ ،  $(0.5, 0.5)$  و  $(\alpha, \beta) = 1$  و  $W = 0.95$ ،  $m = 2$ ،  $5$  برای نشان می‌دهند.

از جدول‌های ۱ تا ۳ مشاهده می‌شود که هرچه اختلاف بین

$$\pi_a(C_{AQL}) - \pi_a(C_{LQL}) = (1 - [1 - P_a(C_{AQL})]^m) - (1 - [1 - P_a(C_{LQL})]^m) \geq W, \tag{۲۷}$$

$$\pi_a(C_{AQL}) = 1 - [1 - P_a(C_{AQL})]^m \geq 1 - \alpha, \tag{۲۸}$$

$$\pi_a(C_{LQL}) = 1 - [1 - P_a(C_{LQL})]^m \leq \beta, \tag{۲۹}$$

$$C_{AQL} > C_{LQL}. \tag{۳۰}$$

که  $C_{LQL}$  و  $C_{AQL}$  به ترتیب سطوح کیفیت AQL و LQL بر اساس شاخص بازده  $S_{pk}$  را نشان می‌دهند. پارامترهای طرح پیشنهادی به‌طور همزمان در محدودیت‌هایی که توسط تولیدکننده و مصرف‌کننده مشخص شده است و همچنین محدودیت میزان نزدیکی به منحنی (OC) ایدئال باید صدق کند. در رابطه‌های (۱۹) و (۲۷) می‌تواند به‌عنوان پارامتر

جدول ۱. مقادیر پارامترهای بهینه  $(n, k_r, k_a)$  و تابع هدف برای طرح باز ارسالی  $(m = 2, 5)$  به‌ازای  $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.01)$  و بر اساس دو شاخص  $S_{pk}$  و  $C_{pk}$

$C_{AQL}$	$C_{LQL}$	$m = 2$						$m = 5$					
		$S_{pk}$			$C_{pk}$			$S_{pk}$			$C_{pk}$		
		$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN
2.00	1.67	218	1.876	434.91	258	1.890	258.00	131	1.967	652.39	180	1.975	180.00
	1.50	83	1.800	165.59	105	1.834	109.18	47	1.946	234.08	76	1.965	81.41
	1.40	54	1.747	107.73	71	1.799	89.65	29	1.929	144.42	52	1.958	72.93
	1.33	41	1.709	81.80	55	1.777	81.21	22	1.907	109.56	41	1.956	76.00
	1.30	36	1.695	71.82	50	1.766	77.98	19	1.907	94.62	38	1.950	79.58
	1.20	26	1.629	51.87	37	1.733	65.31	13	1.878	64.74	29	1.948	85.69
	1.10	19	1.560	37.91	28	1.698	52.51	9	1.846	44.82	22	1.938	80.26
	1.00	14	1.487	27.93	22	1.657	42.51	6	1.831	29.88	18	1.908	74.98
1.67	1.50	628	1.609	1252.85	727	1.614	726.97	393	1.654	1957.16	498	1.657	498.04
	1.40	228	1.569	454.87	276	1.580	308.75	138	1.643	687.29	192	1.650	228.55
	1.33	135	1.539	269.34	169	1.558	251.25	79	1.635	393.44	120	1.645	226.45
	1.30	111	1.525	221.45	140	1.548	227.52	64	1.631	318.73	100	1.644	231.10
	1.20	63	1.476	125.69	83	1.515	155.60	35	1.613	174.30	61	1.637	218.96
	1.10	39	1.421	77.81	54	1.482	105.40	20	1.601	99.60	41	1.628	175.96
	1.00	25	1.365	49.88	38	1.444	75.18	13	1.565	64.74	29	1.623	133.70
	1.50	1.33	497	1.439	991.57	595	1.443	888.29	309	1.484	1538.84	404	1.487
1.30		348	1.427	694.27	422	1.434	727.95	214	1.481	1065.76	292	1.484	791.10
1.20		140	1.385	279.31	179	1.400	350.51	83	1.468	413.34	127	1.477	547.36
1.10		71	1.338	141.65	96	1.367	190.86	40	1.454	199.20	70	1.470	330.98
1.00		41	1.285	81.80	59	1.333	117.69	22	1.434	109.56	44	1.463	213.79
1.33		1.20	687	1.284	1370.75	-	-	-	428	1.318	2131.43	-	-
	1.10	197	1.243	393.03	250	1.254	499.97	117	1.307	582.67	175	1.313	873.22
	1.00	85	1.198	169.58	115	1.221	229.98	48	1.294	239.05	83	1.307	414.09

اگر احتمال نتیجه‌گیری نادرست از انباشته بد به عنوان انباشته خوب یا انباشته خوب به عنوان انباشته بد کاهش یابد اطلاعات نمونه بیشتری لازم است تا درباره انباشته تصمیم‌گیری شود. به عنوان مثال، اگر سطوح کیفیت  $(C_{AQL}, C_{LQL})$  تنظیم شوند به  $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.05)$  و  $m = 2$ ،  $W = 0.95$  باشد آنگاه اندازه نمونه، عدد پذیرش، و مقدار ASN برای شاخص  $S_{pk}$  برابر خواهد بود با  $(n, C_0) = (32, 1/669)$  و  $ASN = 63/34$  و به‌ازای همین مقادیر اگر  $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.05)$  و  $m = 2$  باشد آنگاه اندازه نمونه، عدد پذیرش، و مقدار ASN برای شاخص  $C_{pk}$  برابر خواهد بود با  $(n, C_0) = (32, 1/669)$  و  $ASN = 63/34$  و به‌طور مشابه برای شاخص  $C_{pk}$  نیز این روند صادق است.

$C_{LQL}$  و  $C_{AQL}$  بیشتر باشد اندازه نمونه و مقدار کمتری برای بازرسی مورد نیاز است. به طور مثال، اگر سطوح کیفیت  $(C_{AQL}, C_{LQL})$  تنظیم شوند به  $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.05)$  و  $m = 2$ ،  $W = 0.95$  باشد آنگاه اندازه نمونه، عدد پذیرش و مقدار ASN برای شاخص  $S_{pk}$  برابر خواهد بود با  $(n, C_0) = (166, 1/858)$  و به‌ازای همین مقادیر اگر سطوح کیفیت  $(C_{AQL}, C_{LQL})$  تنظیم شوند به  $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.05)$  و  $m = 2$  باشد آنگاه خواهیم داشت  $(n, C_0) = (32, 1/669)$  و  $ASN = 63/34$  و به‌طور مشابه برای شاخص  $C_{pk}$  نیز این روند صادق است.

همچنین، هرچه مقدار  $\alpha$  و  $\beta$  کمتر باشد، اندازه نمونه‌ی بیشتری مورد نیاز است و مقدار ASN نیز افزایش می‌یابد. زیرا

جدول ۲. مقادیر پارامترهای بهینه $(n, k_a, k_r)$ و تابع هدف برای طرح باز ارسالی $(m = 2, 5)$ به‌ازای $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.05)$ و بر اساس دو شاخص $S_{pk}$ و $C_{pk}$													
$C_{AQL}$	$C_{LQL}$	$m = 2$						$m = 5$					
		$S_{pk}$			$C_{pk}$			$S_{pk}$			$C_{pk}$		
		$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN
2.00	1.67	166	1.858	328.66	191	1.873	191.00	95	1.961	467.31	130	1.971	130.01
	1.50	64	1.772	126.71	78	1.806	83.00	35	1.928	172.05	55	1.959	61.00
	1.40	42	1.711	83.12	52	1.768	67.00	21	1.919	103.30	38	1.944	55.00
	1.33	32	1.669	63.34	41	1.736	60.41	16	1.891	78.65	30	1.943	55.30
	1.30	28	1.656	55.43	37	1.726	57.14	14	1.887	68.83	28	1.923	57.25
	1.20	20	1.588	39.59	27	1.694	46.56	10	1.835	49.11	21	1.919	57.55
	1.10	15	1.508	29.68	21	1.638	38.54	7	1.795	34.37	16	1.933	53.32
	1.00	11	1.434	21.77	17	1.568	32.32	5	1.746	24.55	13	1.896	49.54
1.67	1.50	472	1.600	934.43	535	1.605	535.03	284	1.651	1396.85	357	1.654	357.26
	1.40	173	1.554	342.48	203	1.567	234.19	99	1.639	487.00	138	1.647	171.78
	1.33	103	1.520	203.92	124	1.540	184.07	58	1.626	285.25	86	1.641	161.51
	1.30	85	1.504	168.27	104	1.527	166.81	47	1.621	231.12	72	1.640	160.29
	1.20	48	1.451	95.03	61	1.492	111.84	25	1.608	122.99	44	1.632	144.67
	1.10	30	1.391	59.39	40	1.450	76.83	15	1.580	73.75	30	1.614	119.18
	1.00	20	1.323	39.59	28	1.406	54.78	9	1.566	44.27	21	1.614	90.79
	1.50	1.33	377	1.429	746.28	436	1.435	650.40	224	1.481	1101.94	292	1.484
1.30		264	1.416	522.68	312	1.423	528.55	155	1.478	762.76	209	1.482	535.01
1.20		107	1.368	211.83	132	1.385	254.73	60	1.463	295.13	91	1.474	362.73
1.10		55	1.315	108.89	71	1.345	140.08	29	1.447	142.66	50	1.469	223.78
1.00		32	1.256	63.35	43	1.309	85.34	16	1.423	78.67	32	1.451	149.84
1.33	1.20	518	1.277	1025.93	-	-	-	309	1.316	1520.09	-	-	-
	1.10	149	1.231	295.03	185	1.242	369.86	85	1.303	418.20	126	1.310	624.22
	1.00	65	1.180	128.70	85	1.204	169.92	35	1.287	172.16	60	1.302	297.07

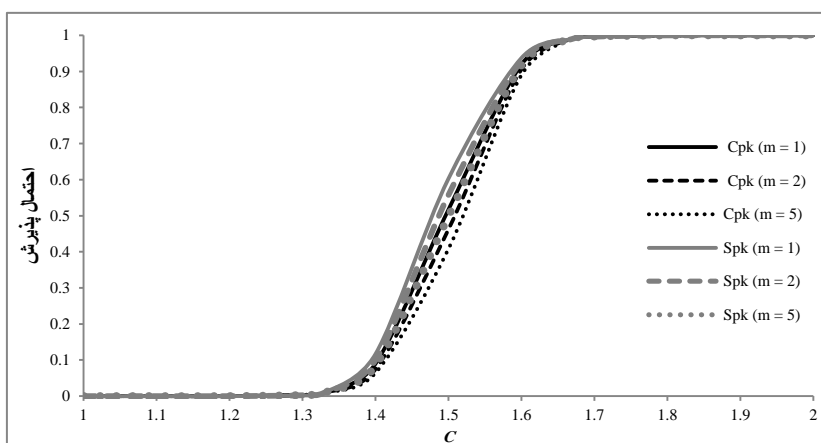
جدول ۳. مقادیر پارامترهای بهینه  $(n, k_r, k_a)$  و تابع هدف برای طرح باز ارسالی  $(m = 2, 5)$  به ازای  $(\alpha, \beta) = (0.05, 0.05)$  و بر اساس دو شاخص  $C_{pk}$  و  $S_{pk}$

$C_{AQL}$	$C_{LQL}$	$m = 2$						$m = 5$					
		$S_{pk}$			$C_{pk}$			$S_{pk}$			$C_{pk}$		
		$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN	$n$	$k_a$	ASN
2.00	1.67	153	1.878	303.75	182	1.891	182.00	90	1.979	444.16	127	1.985	127.01
	1.50	58	1.806	115.19	75	1.826	80.08	32	1.965	157.91	54	1.971	60.02
	1.40	37	1.759	73.49	50	1.796	64.57	20	1.941	98.56	37	1.969	53.69
	1.33	28	1.720	55.61	40	1.798	58.92	14	1.965	69.20	30	1.958	55.30
	1.30	25	1.703	49.65	36	1.744	55.55	13	1.921	64.04	27	1.955	55.06
	1.20	18	1.627	35.71	27	1.694	46.56	8	1.971	39.60	21	2.000	57.55
	1.10	13	1.560	25.79	21	1.638	38.54	6	1.868	29.54	16	1.996	53.32
	1.00	9	1.529	17.89	16	1.624	30.29	4	1.862	19.71	13	2.000	49.54
1.67	1.50	438	1.612	870.06	509	1.616	509.04	269	1.662	1328.63	345	1.663	345.30
	1.40	159	1.573	315.81	194	1.582	224.81	94	1.653	463.83	135	1.655	168.55
	1.33	94	1.543	186.68	119	1.555	176.61	54	1.646	266.37	84	1.655	157.70
	1.30	77	1.531	152.94	99	1.550	158.46	44	1.641	216.97	71	1.648	157.83
	1.20	43	1.491	85.47	59	1.512	107.90	23	1.644	113.62	44	1.632	144.67
	1.10	27	1.423	53.58	39	1.465	74.79	14	1.606	68.96	29	1.638	114.17
	1.00	17	1.387	33.80	27	1.432	52.74	8	1.630	39.53	21	1.614	90.79
	1.50	1.33	348	1.441	691.18	416	1.444	620.48	212	1.491	1046.64	283	1.492
1.30		244	1.430	484.69	297	1.433	501.71	147	1.488	725.40	203	1.493	517.26
1.20		98	1.388	194.61	126	1.400	242.53	56	1.483	276.50	89	1.484	352.78
1.10		50	1.338	99.24	68	1.363	133.97	27	1.470	133.20	50	1.469	223.78
1.00		28	1.300	55.65	42	1.321	83.31	15	1.444	73.88	31	1.475	144.46
1.33		1.20	478	1.286	949.62	-	-	-	294	1.324	1452.14	-	-
	1.10	137	1.245	272.01	177	1.252	353.83	80	1.316	394.83	123	1.318	608.81
	1.00	59	1.202	117.17	82	1.216	163.90	33	1.302	162.68	59	1.312	291.92

معیاری که معمولاً برای سنجش عملکرد طرح‌های نمونه‌گیری به‌منظور پذیرش استفاده می‌شود، منحنی OC است که احتمال پذیرش انباشته را به‌ازای مقادیر مختلف کیفیت انباشته و ریسک‌های تولیدکننده و مصرف‌کننده را تعیین می‌کند. در واقع منحنی OC قدرت تمایز طرح‌های مختلف را منعکس می‌کند. در شکل ۱، منحنی‌های OC طرح نمونه‌گیری باز ارسالی پیشنهادی برای  $m = 2, 5$  و طرح یک‌بار نمونه‌گیری

(SSP) بر اساس شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  و شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  به‌ازای  $(1/67, 1/33) = (C_{AQL}, C_{LQL})$  و  $(0.1, 0.1)$  رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش سطح کیفیت انباشته ورودی، احتمال پذیرش طرح نمونه‌گیری باز ارسالی پیشنهادی افزایش می‌یابد.

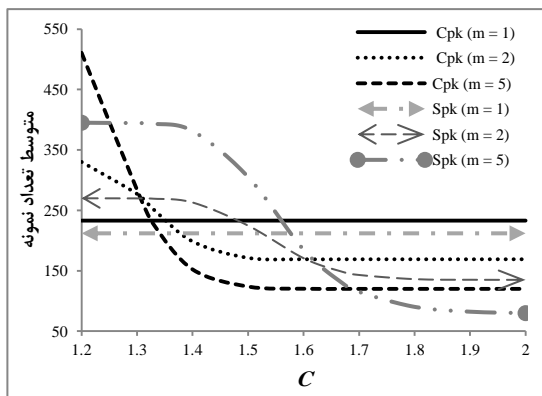




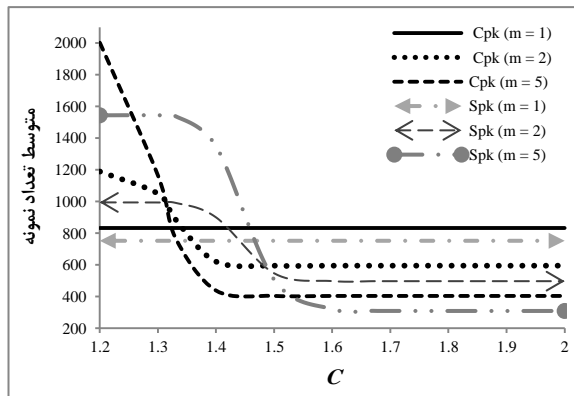
شکل ۱. منحنی‌های احتمال پذیرش برای طرح پیشنهادی باز ارسالی و طرح یکبار نمونه‌گیری بر اساس دو شاخص  $C_{pk}$  و  $S_{pk}$  به‌ازای  $(\alpha, \beta) = (0/01, 0/01)$  و  $(C_{AQL}, C_{LQL}) = (1/67, 1/33)$ .

زمانی که سطح کیفیت انباشته خوب نیست طرح باز ارسالی پیشنهادی به اندازه نمونه بیشتری نیاز دارد. این منطقی است زیرا بر روی انباشته‌هایی که به‌عنوان غیر قابل قبول شناسایی می‌شوند، همواره نمونه‌گیری مجدد انجام می‌شود. حتی اگر بازرسی اصلی شواهدی از کیفیت پایین انباشته را نشان دهد.

در شکل ۲، منحنی‌های ASN طرح نمونه‌گیری باز ارسالی پیشنهادی برای  $m=2, 5$  و طرح یکبار نمونه‌گیری (SSP) بر اساس شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  و شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  به‌ازای  $(\alpha, \beta) = (0/01, 0/01)$  و  $(C_{AQL}, C_{LQL}) = (1/67, 1/33), (1/50, 1/33)$  و  $W = 0/95$  رسم شده است. و نتایج زیر مشاهده می‌شود:



(۲)  $(C_{AQL}, C_{LQL}) = (1/67, 1/33)$



(۱)  $(C_{AQL}, C_{LQL}) = (1/50, 1/33)$

شکل ۲. متوسط تعداد نمونه مورد نیاز برای طرح پیشنهادی باز ارسالی و طرح یکبار نمونه‌گیری بر اساس دو شاخص  $C_{pk}$  و  $S_{pk}$  به‌ازای  $(\alpha, \beta) = (0/01, 0/01)$ .

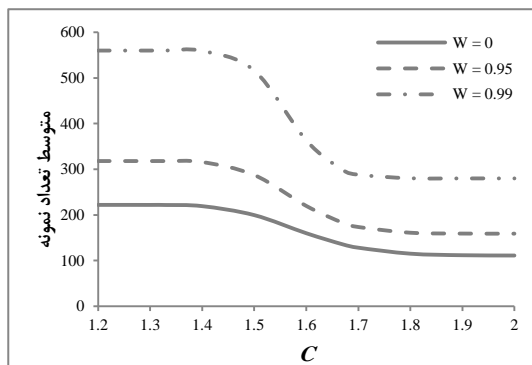
ASN دارد و این مزیت مهمی برای شاخص  $S_{pk}$  محسوب می‌شود.

در این مدل روش حداقل زاویه را از دید یک محدودیت بررسی می‌کنیم. در شکل ۳، منحنی‌های متوسط تعداد نمونه برای طرح پیشنهادی باز ارسالی بر اساس شاخص بازده فرایند  $S_{pk}$  و

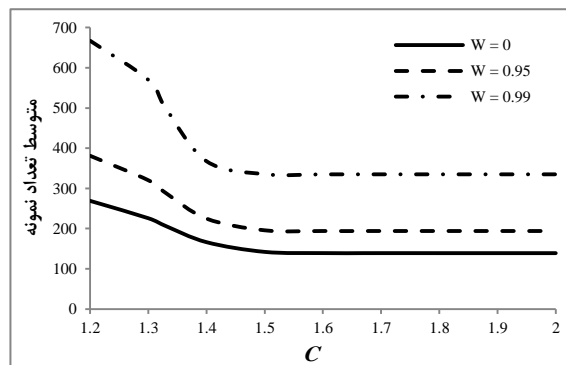
همچنین با افزایش سطح کیفیت انباشته ورودی، طرح نمونه‌گیری پیشنهادی بر اساس شاخص  $S_{pk}$  به‌ازای انباشته‌های با کیفیت عالی عملکرد بهتری نسبت به طرح نمونه‌گیری پیشنهادی باز ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$  به‌لحاظ مقدار

مختلف  $W$  رسم شده است و مشاهده می‌شود که با افزایش  $W$  مقدار تابع هدف نیز افزایش می‌یابد. و طرح پیشنهادی مبتنی بر شاخص  $S_{pk}$  اقتصادی‌تر است.

شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  به‌ازای  $m=2$ ،  $(0/05, 0/05)$  و  $(\alpha, \beta) = (1/67, 1/40)$  و برای مقادیر



شکل ۲-  $S_{pk}$



شکل ۱-  $C_{pk}$

شکل ۳. منحنی‌های متوسط تعداد نمونه برای طرح پیشنهادی باز ارسالی به‌ازای  $(\alpha, \beta) = (0/05, 0/05)$  و  $(C_{AQL}, C_{LQL}) = (1/67, 1/40)$ .

میانگین و انحراف استاندارد مشخصه کیفی و تخمین  $C_{pk}$  به‌ترتیب برابر هستند با

$$\hat{C}_{pk} = 0/7653 \text{ و } s = 4/102 \text{ MPa و } \bar{x} = 30/418 \text{ MPa}$$

بنابراین، مصرف‌کننده انباشته را نمی‌پذیرد. زیرا،  $C_0 = 1/657 < \hat{C}_{pk} = 0/7653$  باید یک نمونه جدید ۲۲ تایی برای بازرسی به‌طور تصادفی از انباشته گرفته شود.

۲۲ نمونه جدید اندازه‌گیری و در جدول ۵ خلاصه می‌شوند. بر اساس نمونه ۲۲ تایی، میانگین و انحراف استاندارد مشخصه کیفی و تخمین  $C_{pk}$  به‌ترتیب برابر هستند با

$$\hat{C}_{pk} = 0/8732 \text{ و } s = 3/708 \text{ MPa و } \bar{x} = 32/286 \text{ MPa}$$

بنابراین، مصرف‌کننده انباشته را نمی‌پذیرد. زیرا

$$\hat{C}_{pk} = 0/8732 < C_0 = 1/657$$

24.8	31.4	28.3	30.2	26.2	28.9
28.3	28.7	32.3	29.3	31.5	33.7
27.5	30.2	21.7	30.6	32.5	38.5
29.4	30.4	40.5	34.3		

36.3	31.8	34.9	32.8	30.8	31.5
31.9	30.9	24.9	27.9	38.4	30.9
40.1	33.6	31.2	25.8	32.9	35.0
35.6	27.8	31.6	33.7		

زیرا، با افزایش شباهت منحنی OC طرح پیشنهادی به منحنی OC ایدئال به متوسط اندازه نمونه کمتری نسبت به طرح پیشنهادی باز ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$  نیاز دارد. علاوه بر این، با افزایش سطح کیفیت انباشته عملکرد دو طرح پیشنهادی به یکدیگر نزدیک می‌شود.

## ۶- مثال عددی

برای نشان دادن کاربرد طرح پیشنهادی باز ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$ ، یک مثال عددی که توسط اسلام و همکاران [۱۶] بررسی شده است، در نظر گرفته می‌شود. حدود بالا و پایین مشخصات فنی برابر با  $USL = 42 \text{ MPa}$  و  $LSL = 21 \text{ MPa}$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $C_{AQL} = 2/00$  و  $C_{LQL} = 1/00$  و  $\alpha = 0/01$  و  $\beta = 0/01$  و  $m = 2$  مشخص هستند. با استفاده از MATLAB 2018 پارامترهای طرح پیشنهادی و مقدار تابع هدف با استفاده از جدول ۱ به‌صورت  $(n, C_0) = (22, 1/657)$  و  $ASN = 42/51$  بدست می‌آید. یعنی یک نمونه ۲۲ تایی لازم است به‌طور تصادفی از انباشته برای بازرسی گرفته شود. اگر  $\hat{C}_{pk} \geq 1/657$  باشد آنگاه انباشته پذیرفته خواهد شد و در صورت عدم پذیرش انباشته در بازرسی اصلی، ۱ بار ارسال مجدد مجاز است. و اگر در ارسال مجدد نیز انباشته پذیرفته نشود، انباشته رد خواهد شد. بنابراین، ۲۲ نمونه اندازه‌گیری و در جدول ۴ خلاصه می‌شوند. بر اساس نمونه ۲۲ تایی،

OC ایدئال طرح پیشنهادی مبتنی بر شاخص  $S_{pk}$  نسبت به طرح پیشنهادی بر اساس شاخص  $C_{pk}$  مقدار ASN کمتری دارد. برای استفاده عملی، روند طرح پیشنهادی و جدول‌های طرح پیشنهادی برای سطوح مختلف کیفیت و ریسک‌های متفاوت ارائه شده است.

طرح پیشنهادی باز ارسالی برای زمانی که مشخصه کیفی محصول دارای توزیع نرمال باشد، قابل اجرا است. بنابراین، توسعه طرح پیشنهادی برای توزیع غیر نرمال و انجام تحقیقات بیشتر بر روی طرح پیشنهادی بر اساس شاخص‌های قابلیت فرایند می‌تواند برای مطالعه آتی پیشنهاد شود.

## ۷- نتیجه گیری و پیشنهاد برای مطالعه آتی

در این تحقیق، یک مدل بهینه‌سازی جدید براساس شاخص بازده  $S_{pk}$  و شاخص قابلیت فرایند  $C_{pk}$  برای انباشته‌های باز-ارسالی با هدف کاهش اندازه نمونه و افزایش میزان دستیابی به منحنی OC ایدئال مورد بررسی قرار دادیم. به‌طور کلی نتایج تحقیق نشان داد که به‌ازای انباشته‌های با کیفیت بالا طرح پیشنهادی مبتنی بر شاخص  $S_{pk}$  عملکرد بهتری نسبت به طرح پیشنهادی باز ارسالی بر اساس شاخص  $C_{pk}$  به‌لحاظ مقدار ASN دارد. و طرح پیشنهادی باز ارسالی نسبت به طرح یک‌بار نمونه‌گیری عملکرد بهتری دارد. همچنین، ارزیابی طرح‌های پیشنهادی نشان داد که با افزایش میزان دستیابی به منحنی

## مراجع

- [8] Mahalingam, U., & Balamurali, S. (2019). Economic design of quick switching sampling system for resubmitted lots. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 48(16), 4019-4033.
- [9] Fallahnezhad, M. S., & Yazdi, A. A. (2016). A new optimization model for designing acceptance sampling plan based on run length of conforming items. *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 9(2), 67-87.
- [10] Nezhad, M. S. F., Saredorahi, F. Z., Owlia, M. S., & Zad, M. A. V. (2018). Design of economically and statistically optimal sampling plans. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 47(3), 685-708.
- [11] Soundararajan, V., & Christina, A. L. (1997). Selection of single sampling variables plans based on the minimum angle. *Journal of Applied Statistics*, 24(2), 207-218.
- [12] Niaki, A., & Nezhad, F. (2012). A new markov chain based acceptance sampling policy via the minimum angle method. *Iranian Journal of Operations Research*, 3(1), 104-111.
- [13] Pearn, W. L., & Lin, P. C. (2004). Testing process performance based on capability index  $C_{pk}$  with critical values. *Computers & Industrial Engineering*, 47(4), 351-369.
- [14] Boyles, R. A. (1994). Process capability with asymmetric tolerances. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 23(3), 615-635.
- [15] Lee, J. C., Hung, H. N., Pearn, W. L., & Kueng, T. L. (2002). On the distribution of the estimated process yield index  $S_{pk}$ . *Quality and*
- [1] Montgomery, D. C. (2009). *Statistical quality control* (Vol. 7). New York: Wiley.
- [2] Duncan, A. J. (1986). *Quality Control and Industrial Statistics*, 5th. Ed. Irwin, Homewood, IL: Richard D Irvin.
- [3] Govindaraju, K., & Ganesalingam, S. (1997). Sampling inspection for resubmitted lots. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 26(3), 1163-1176.
- [4] Wu, C. W., Aslam, M., & Jun, C. H. (2012). Variables sampling inspection scheme for resubmitted lots based on the process capability index  $C_{pk}$ . *European Journal of Operational Research*, 217(3), 560-566.
- [5] Liu, S. W., Lin, S. W., & Wu, C. W. (2014). A resubmitted sampling scheme by variables inspection for controlling lot fraction nonconforming. *International Journal of Production Research*, 52(12), 3744-3754.
- [6] Rao, G. S., Rosaiah, K., & Babu, M. S. (2019). Group acceptance sampling plans for resubmitted lots under exponentiated Fréchet distribution. *International Journal of Computing Science and Mathematics*, 10(1), 11-21.
- [7] Wu, C. W., Shu, M. H., Nugroho, A. A., & Kurniati, N. (2015). A flexible process-capability-qualified resubmission-allowed acceptance sampling scheme. *Computers & Industrial Engineering*, 80, 62-71.

resubmitted lots based on process capability index Cpk for normally distributed items. *Applied Mathematical Modelling*, 37(3), 667-675.

*Reliability Engineering International*, 18(2), 111-116.

[16] Aslam, M., Wu, C. W., Azam, M., & Jun, C. H. (2013). Variable sampling inspection for