ارائه رویکردی برای پایش پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت در فاز ۲

سید بابک خلیلی دیلمی

کارشناس ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع،دانشگاه پیام نور، مرکز تهران شمال، ایران khalilideilami@yahoo.com

امیرحسین امیری

(نویسنده مسئول)دانشیار گروه مهندسی صنایع،دانشگاه شاهد، تهران، ایران*

پیمان خسروی

کارشناس ارشد مهندسی صنایع،گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران p_khosravi70@yahoo.com

چکیده امروزه به دلیل تنوع تقاضای مشتری وحضور کوتاه محصول در بازار، استراتژی ساخت و تولید به سمت فرایندهای تولید کوتاه مدت سوق یافته است.در این شرایط فاز ۱ نمودار کنترل نمی‌تواند انجام شود و براوردهای صحیحی برای پارامترهای فرایند در دسترس نمی‌باشد، لذا طراحی نمودارهای کنترل جدید برای پایش چنین فرایندهایی ضروری است. همچنین گاهی کیفیت به وسیله رابطه‌ای بین یک متغیر پاسخ و یک متغیر مستقل توصیف می‌شود که به آن پروفایل خطی ساده گفته می‌شود. در این مقاله به منظور پایش پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت، سه نمودار در فاز ۲ طراحی شده است که توانایی پایش پارامترهای پروفایل مذکور را داشته و بروزرسانی آن‌هارا از همان ابتدای فرایند مدنظر قرار می‌دهد. عملکرد نمودارهای پیشنهادی با نمودار کنترل رقیب بر اساس معیار متوسط طول دنباله مقایسه شده است. نتایج بیانگر عملکرد مناسب نمودارهای کنترل پیشنهادی درکشف تغییرات متوسط و بزرگ می‌باشد.

کلمات کلیدی متوسط طول دنباله، پایش پروفایل، فرایندهای تولید کوتاه مدت، پروفایل خطی ساده، کنترل فرایند آماری

* (Corresponding author) amiri@shahed.ac.ir

تاریخ دریافت : ۱۳۹۸/۱۱/۲۹ / تاریخ پذیرش : ۱۳۹۹/۰۳/۱۷
دوره ۱۰ / شماره ۱
صفحات : ۳۳-۱۶

۱- مقدمه

دربعضی ازموارد ، عملکرد فرایند یا کیفیت محصول بجای اینکه توسط مشخصه‌های کیفی تک متغیره و یا چندمتغیره دارای توزیع خاص تعیین شود، به کمک رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود که این رابطه در ادبیات کنترل فرآیند آماری تحت عنوان "پروفایل" مطرح می‌شود. درکنترل فرایند آماری به منظور پایش انواع پروفایل‌ها، روش‌های مختلف پایش پروفایل‌ها توسعه داده شده است. ازطرفی،امروزه بدلیل تنوع تقاضای مشتری ودوره حضور کوتاه محصول در بازار، استراتژی‌های ساخت و تولید به سمت فرایندهای تولید کوتاه مدت با ویژگی تنوع بالا و حجم کم محصولات تولیدی سوق یافته و در نتیجه کنترل فرآیند آماری چنین فرایندهایی بدلیل تعداد محدود بازرسیهای ممکن در یک زمان کوتاه شرایط خاصی را می‌طلبد.در این شرایط اغلب فاز ۱ نمودار کنترل نمی‌تواند انجام شود و برآوردهای صحیحی برای میانگین وانحراف استاندارد فرایند در دسترس نمی‌باشد ولذا باید روش‌ها و نمودارهای کنترل جدیدی برای پایش چنین فرایندهایی بجای نمودارهای کنترل متداول توسعه یابد. در این مقاله، مشخصه های کیفی مرتبط با فرایندهای تولید کوتاه مدت که توسط پروفایل‌های خطی ساده توصیف می‌شوند، مورد پایش قرار می گیرند.در واقع درفرایندهای تولید کوتاه مدتی که در آن مشخصه کیفی توسط پروفایل خطی ساده بیان می‌شود،مدل‌هاوروش‌هاو نمودارهای جدید ومتناسب با شرایط خاص فرایندهای کوتاه مدت و همچنین پروفایل‌های خطی ساده به گونه‌ای توسعه داده شده که فرایند مذکور بطورموثروکارا توسط نمودارهای کنترل پیشنهادی پایش شود. قابل ذکر است که امروزه مبحث پایش پروفایل‌ها از به روزترین و پویاترین مباحث مهندسی کیفیت است که مورد توجه محققان بزرگ دنیا در این حوزه قرار گرفته است.درادامه این بخش پژوهش های انجام شده در حوزه پروفایلها مورد بررسی قرار گرفته و سپس مطالعات محققین در رابطه با فرآیندهای تولید کوتاه مدت مد نظر قرارمی‌گیرد.کنگ و آلباین[۱] دو نمودار کنترل برای پایش پروفایل خطی ساده طراحی نمودند. سپس کیم و همکاران[۲]سه نمودار میانگین متحرک موزون نمایی [۱](EWMA) برای پایش پارامترهای پروفایل خطی ساده توسعه دادند. خدمتی و نیاکی [۳] با استفاده از روش MaxEWMA پروفایل خطی ساده را در فرایندهای چند مرحله‌ای پایش نمودند.سقاییو همکاران [۴] با استفاده از نمودار جمع تجمعی[۲](CUSUM) پروفایل های خطی ساده را مورد پایش قرار دادند. سلیمانی و همکاران[۵] پروفایل های خطی ساده را در شرایط وجود خودهمبستگی درون پروفایل‌ها پایش نمودند.کاظم زاده و همکاران[۶] روشی برای پایش پروفایل های خطی ساده در حالتی که اندازه نمونه متغیر است ارائه کردند. نیاکی و همکاران [۷] یک نمودار کنترل براساس آزمون خطی تعمیم یافته برای پایش ضرایب پروفایل خطی ساده و یک نمودار R به منظور پایش واریانس خطا پیشنهاد دادند.اکثر محققان در مطالعات پایش پروفایلها، متغیرهای مستقل را تحت مقادیر ثابت فرض می‌کنند با اینحال نورالسنا و همکاران [۸] متغیرهای مستقل را به صورت متغیرهای تصادفی در نظر گرفته و اثر این تصادفی بودن را روی پایش پروفایلهای خطی ساده در فاز ۲ مورد بررسی قرار دادند. ژانگ و همکاران [۹] یک نمودار کنترل مبتنی بر نسبت درستنمایی را برای پایش پروفایلهای خطی ساده پیشنهاد کردند.برای پایش پروفایلهای چند جمله‌ای نیز روشهایی ارائه شده است که به عنوان مثال می توان به کاظم زاده و همکاران[۱۰] اشاره کرد که روشی را برای پایش پروفایل های چند جمله‌ای در فاز ۲ با در نظر گرفتن فرایند خودهمبسته ارائه نمودند. در حوزه پایش پروفایل های خطی چندگانه، امیری و همکاران[۱۱] یک روش ساده سازی پارامترهای پروفایل‌های خطی چندگانه را پیشنهاد دادند. همچنین امیری و همکاران[۱۲]روشهای تشخیصی در پروفایل‌های چندگانه چند متغیره را ارائه کردند. قشقایی و امیری [۱۳] دو نمودار کنترل مجموع مربعات را برای پایش پروفایلهای رگرسیون خطی چندگانه چند متغیره در فاز ۲ توسعه دادند.احمدی یزدی و همکاران [۱۴] پژوهشی را درباره پروفایلهای خطی ساده چند متغیره انجام دادند این مطالعه به منظور مقایسه اثر تخمین پارامتر بر روی عملکرد حاصل از سه رویکرد پایش پروفایلهای خطی ساده چند متغیره انجام شد. همچنین احمدی یزدی و همکاران [۱۵] یک نمودار کنترل بیزی چند متغیره MEWMA را برای پایش پروفایلهای خطی چندگانه چند متغیره در فاز ۲ معرفی نمودند.

گاهی اوقات در رویه‌های پایش فرایندهای صنعتی امکان اجرای فاز ۱ بدلیل هزینه داشتن یا سختی نمونه گیری یا زمانبر بودن نمونه گیری وجود ندارد. یکی از بهترین مثال‌ها برای این نوع از فرایندها، فرایندهای تولید کوتاه مدت می‌باشند که در آنها نمونه کافی برای اجرای فاز ۱ و تخمین پارامترها وجود ندارد.همچنین در فرایندهای تولید کارگاهی با مشخصه تعداد کم محصول تولیدی و تنوع بالا محصولات و در سیستمهای تولید به موقع که در آن سطح موجودی کم مدنظر بوده و در نتیجه حجم کمتری از محصول، در دوره‌های تولیدی مد

[۱] Exponentially Weighted Moving Average

[۲] Cumulative Sum

نظراست و در مرحله شروع یک فرایند جدید که تعداد کافی از محصول برای بازرسی در دسترس نیست، اغلب پارامترهای یک فرآیند به طور دقیق در دسترس نبوده و نمودارهای کنترل سنتی و متداول عملکرد مناسبی ندارند، در چنین شرایطی محققان به فکرطراحی نمودارهایی‌افتادند که برای پایش فرایند نیازی به نمونه های اولیه زیادی نداشته باشند. تاکنون پژوهشهای متنوعی توسط محققین در زمینه کاربرد کنترل فرآیندآماری در فرایندهای تولید کوتاه مدت انجام شده است که بر اساس اهداف تحقیق و نوع داده‌ها می‌توان آنها را در قالب رویکردهای زیر طبقه بندی نمود. فرایندهای تولید کوتاه مدت با داده های وصفی، در مواردی که داده‌ها به صورت گسسته هستند به کار می‌روند. فرایندهای تولید کوتاه مدت با داده های چند متغیره در مواقعی که بیشتر از یک مشخصه کیفی باید به طور همزمان مورد پایش قرار گیرند. فرایندهای کوتاه مدت با داده‌های خود همبسته زمانی که داده ها مستقل و هم توزیع نمی‌باشند. روشهای با داده‌های فازی برای شرایطی که داده ها دقیق و قطعی نیستند. روشهای خودآغاز کننده که برای مرحله آغازین فرآیندهای جدید مناسب بوده و در آن تخمین پارامترها با مشاهدات جدید بروز رسانی می‌شود. رویکرد نمودارهای t که به منظور پایش پارامترهای مکان بکار می‌رود با این فرض که میانگین تحت کنترل روی مقدار خاصی تنظیم شده و یا اینکه خطای تنظیم اولیه معین است. روشهای نقطه تغییر که در آنها هدف، تخمین زمان ایجاد تغییر در پارامترها است. روشهای دوفازی که مربوط به شرایطی است که بتوان پارامترهای فرآیند در فاز ۱را توسط حدود کنترل اصلاح شده، تخمین زد. روشهایی برای چندین محصول که زمانی به کار می‌رودکه پارامترهای فرآیند معلوم بوده و قرار است که داده ها از مشخصه های کیفی مختلف یک یا چند محصول روی یک نمودار رسم شوند. در ادامه به پژوهشهای محققین در چهارچوب هر یک از رویکردهای فوق الذکر اشاره می‌شود. هیلیر[۱۶] یکی از نخستین پژوهشگرانی بود که با توسعه تئوری تولید کوتاه مدت دو مرحله ای برای نمودارهای کنترل میانگین و دامنه، راه حل هایی برای استفاده کنترل فرایندآماری در فرایندهای کوتاه مدت پیشنهاد کرد. به دلیل کمبود داده‌های در دسترس که خصیصه ذاتی فرایندهای تولید کوتاه مدت محسوب می‌شود، هنگام تخمین پارامترهای فرایند، خطای نوع اول به میزان زیادی افزایش می‌یابد. به همین دلیل هیلیر [۱۶]روابطی را توسعه داد تا حدود کنترل استاندارد مورد استفاده در نمودارهای کنترل میانگین و دامنه در فازهای ۱و۲ را بدست آورد. سپس یانگ و هیلیر [۱۷]تئوری دو مرحله ای را با استخراج معادلاتی برای محاسبه حدود کنترل نمودارهای کنترل میانگین-واریانس و میانگین-انحراف معیار گسترش دادند. در روندهای دو مرحله ای فوق الذکر محدودیتی وجود دارد و آن این است که این روندها برای تخمین پارامترهای فرایند به تعدادی داده‌های اولیه نیاز دارند. برای رفع این مشکل کوسنبری [۱۸] مجموعه‌ای از نمودارهای کوتاه مدت تحت عنوان نمودارهای Q را پیشنهاد کرد. این نمودارها (Q) به خاطر اینکه به داده‌های اولیه خیلی کمی نیاز دارند، برای کشف تغییرات پارامترها در مراحل آغازین فرایند توسعه یافته‌اند. در واقع ایده اصلی برای این نمودارها ایجاد آماره‌های Q با استفاده از یک تبدیل معین است تا در شرایطی که فرآیند تحت کنترل است، داده‌های فرآیند به شکل مستقل و دارای توزیع یکسان با تابع احتمال مشخص در نظر گرفته شوند.چنین تبدیلاتی در[۱۸] برای شرایطی با متغیرهای پیوسته و در [۱۹] و [۲۰]برای مواردی با متغیرهای وصفی به ترتیب با توزیع های بینم(دوجمله ای) و پوآسان،به طور کامل شرح داده شده است. سپس لی و همکاران[۲۱] و [۲۲] نمودارهای Q تطبیقی را برای اندازه نمونه‌های متغیر و فواصل نمونه گیری متغیر معرفی نمودند. در ادامه کاواموا و همکاران[۲۳] از آماره های Q در مواردی که داده‌ها به صورت خود همبسته هستند، استفاده نمودند. نمودارهای Q شناخته شده ترین و متداول ترین نمودارهای خود آغازکننده برای پایش یک فرایند در دوره های تولید کوتاه مدت محسوب می‌شوند. در نمودارهای کنترل خودآغازکننده، رسم نمودار می‌تواند با نمونه دوم آغاز شود و همزمان نیز با هر مشاهده و نمونه جدید، تخمین‌های پارامترهای فرآیند بروزرسانی می‌شوند .قابل ذکر است که در فرایندهای تولید کوتاه مدت از آنجایی که اغلب پارامترهای فرایند ناشناخته هستند و همچنین نمونه‌های کافی برای تخمین پارامترها در دسترس نیستند، از نمودارهای کنترل خودآغازکننده برای پایش استفاده می‌شود.در ادامه روشها و نمودارهایی که تاکنون در این راستا توسعه داده شده‌اند،معرفی شده است.ب رای اولین بار هاوکینز[۲۴] از نمودار کنترل خودآغازکنندهCUSUMبرای پایش میانگین و واریانس بهره جست.در این مقاله دو نمودارکنترلCUSUMارائه شد که یکی برای پایش میانگین و دیگری برای پایش واریانس طراحی شده بود. پس از آن کوسنبری[۱۸] آماره Q را برای پایش فرآیندهای موقتی توسعه داد که این آماره بر اساس معلوم بودن یا نبودن میانگین و واریانس فرایند در چهار حالت مورد بررسی قرار گرفت. همچنین کوسنبری[۲۵] مطالعه ای بر روی قوانین حساس سازی و تاثیر آنها بر عملکرد آماره Q انجام داد که در این مطالعه،قانون حساس سازی ۴ نمونه از ۵ نمونه متوالی خارج از حدود هشداریک انحراف‌معیار به عنوان

مناسب‌ترین‌قانون برای عملکرد رضایت‌بخش نمودارهای تلفیقی EWMA-Q و همچنین CUSUM-Q شناخته شد. سپس سالیوان و همکاران [۲۶] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده ارائه کردند که از انحراف هر بردار مشاهده شده نسبت به میانگین تمام مشاهدات قبلی برای پایش فرایند استفاده و آماره‌های مربوطه را در قالب نمودارهای‌کنترل‌چندمتغیره‌مانند T^2هتلینگ‌و MEWMA استفاده می‌کند. همچنین زانتک [۲۷] یک نمودار CUSUM برای پایش فرایندهای موقتی طراحی نمود. سپس زو و همکاران [۲۸] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده را برای پایش پروفایل خطی ساده بر پایه باقیمانده های بازگشتی پیشنهاد کردند. همچنین امیری و همکاران [۲۹] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده را تحت عنوان Max-CUSUM برای‌پایش همزمان پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده توسعه دادند. سپس تسانگ و همکاران [۳۰] یک نمودار پایش خود آغازکننده برای کشف همزمان تغییرات در واریانس و ضرایب رگرسیون در پروفایلهای خطی با توزیع نامشخص خطا را پیشنهاد کردند. در ادامه تحقیقات، خسروی و امیری[۳۱]سه نمودارکنترل خودآغازکننده را برای پایش پروفایلهای رگرسیون لجستیک پیشنهاد نمودند. پروفایلهای مذکور که بیانگر ارتباط بین متغیرهای مستقل با یک متغیر پاسخ دارای توزیع بینم هستند، توسط این سه نمودار مورد پایش قرار می‌گیرند. راوی چاندران [۳۲] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده را مبتنی بر کیفیت شش سیگما ارائه نمود. در این مطالعه یک نمونه اولیه موثر و کارا از نقطه نظر کیفیت شش سیگما انتخاب می‌شود. همچنین سوگندی و همکاران [۳۳] یک نمودار کنترل خودآغازکننده را برای پایش شاخصهای مدیریت ارزش کسب شده پروژه توسعه دادند. در این پژوهش یک چهارچوب آماری جدید مبتنی بر پایش خود آغازکننده و تخمین نقطه تغییر پیشنهاد شده تا شاخصهای فوق الذکرکه به طور معمول همبسته و دارای توزیع غیرنرمال هستند را مورد پایش قرار دهند.رویکرد دیگر کنترل فرآیند آماری در فرآیندهای کوتاه مدت استفاده از آماره‌های T می‌باشد. این آماره ها با تبدیل داده ها، به ترسیم مجموعه نمودارهای کنترل t کمک می‌کنند. این نمودارها به منظور پایش میانگین فرآیند، اولین بار توسط ژانگ و همکاران[۳۴] با عناوین(X-bar t-chart) و (EWMA t-chart) معرفی شدند.سپس کاریرد دو نمودار فوق برای دوره های تولید کوتاه مدت توسط سلانو و همکاران [۳۵] بررسی و تشریح شد. نمودار t به تخمین اولیه برای انحراف استاندارد فرآیند در شرایط تحت کنترل نیازی ندارد، بنابراین این نمودار می‌تواند برای پایش مرحله آغازین فرآیند استفاده شود. روشهای نقطه تغییر، دسته دیگری از رویکردهای مرتبط با فرآیندهای تولید کوتاه مدت را تشکیل می‌دهند. این روشها برای مواقعی بکار می‌رود که پارامترهای مکانی (مانند میانگین) و پراکندگی(مانند انحراف استاندارد) نامعلوم بوده و هدف، کشف زمان واقعی تغییرات در پارامترهای مذکور است. هاوکینز و همکاران [۳۶] یک مدل نقطه تغییر را برای پایش میانگین فرایند پیشنهاد کردند. در ادامه هاوکینز و زامبا [۳۷] مدلی را برای کشف تغییرات در واریانس فرایند توسعه دادند. سپس هاوکینز و زامبا [۳۸]تعمیمی از مدل نقطه تغییر را برای پایش میانگین و واریانس یک فرایند پیشنهاد کردند. همچنین زامبا و هاوکینز[۳۹]مدل نقطه تغییر را برای داده های چند متغیره گسترش دادند. آنها مدلی را برای پایش بردار میانگین(پارامتر مکانی) و ساختار کوواریانس(پارامتر پراکندگی) یک فرایند ارائه نمودند. برای بررسی داده های غیرنرمال در فرایندهای تولید کوتاه مدت، ژو و همکاران[۴۰] یک نمودار کنترل ناپارامتری را توسعه دادند که از مدل نقطه تغییر برای کنترل پارامتر مکانی الهام می‌گرفت.

در مقاله حاضر، نمودارهای کنترل پیشنهادی،پارامترهای خط رگرسیون مبین پروفایل خطی ساده (شیب خط و عرض از مبدا آن) و انحراف استاندارد مربوطه را مورد پایش قرار می‌دهند. عملکرد روش پیشنهادی با نمودار کنترل رقیب با استفاده از شبیه‌سازی و بر اساس معیار متوسط طول دنباله مقایسه شده است. روش پیشنهادی در این مقاله از عملکرد مناسبی در کشف تغییرات متوسط و بزرگ برخوردار است.

در ادامه مقاله، در بخش دوم به معرفی پروفایل‌های خطی ساده پرداخته شده است. در بخش سوم نمودارهای پیشنهادی مقاله آورده شده و از ادغام آنها نمودار کنترل نهایی توسعه داده شده است. بخش چهارم مطالعات شبیه‌سازی و ارزیابی عملکرد روش‌ها و نمودارها و مقایسات مربوطه را نشان می‌دهدو در نهایت در بخش آخر نتیجه گیری وپیشنهادها برای پژوهشهای آتی ارائه شده است.

۲- پروفایل خطی ساده

فرض کنید j امین نمونه‌ای که در طول زمان از فرایند گرفته می‌شود بصورت (x_i, y_{ij}) نمایش داده شود. i تعداد مشاهدات در هرنمونه j می باشد. در اینصورت در حالت تحت کنترل بودن فرایند، رابطه میان x_i و y_{ij} با یک رابطه رگرسیونی بصورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$y_{ij} = A_0 + A_1 x_i + \varepsilon_{ij}, \quad ; i = 1,2,...,n \qquad (۱)$$

که ε_{ij} ها متغیرهای تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_ε^2 می‌باشند که مستقل و هم توزیع (i.i.d) هستند. متغیر

$$y_{ij} = B_0 + B_1 x'_i + \varepsilon_{ij} \quad ; \qquad i = 1,2,...,n, \qquad (۵)$$

مستقل x_i به ازای $i = 1,2,...,n$ در پروفایل خطی ساده مقادیر ثابتی را اتخاذ می‌کند. پارامترهای مدل پروفایل خطی ساده A_0، A_1 و σ^2 درنمونه j ام با مشاهدات $i = 1,2,...,n$ در نمونه مذکور، با بهره جستن از برآوردکننده‌های نااریب زیر تخمین زده می‌شوند.

$$a_{1j} = \frac{S_{xy(j)}}{S_{xx}}, \qquad (۲)$$

$$a_{0j} = \bar{y}_j - a_{1j}\bar{x}, \qquad (۳)$$

$$MSE_j = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - a_{1j}x_i - a_{0j})^2, \qquad (۴)$$

که در روابط فوق الذکر $\bar{x} = (1/n)\sum_{i=1}^{n} x_i$، $S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$، $\bar{y}_j = (1/n)\sum_{i=1}^{n} y_{ij}$ و $S_{xy}(j) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})y_{ij}$ هستند.

۳- نمودارهای پیشنهادی

در این بخش به منظور کنترل مشخصه های کیفی فرایندهای تولید کوتاه مدت که درقالب پروفایل خطی ساده توصیف شده اند، پارامترهای خط رگرسیون مبین پروفایل خطی ساده شامل شیب و عرض از مبدا خط و همچنین انحراف استاندارد خطا توسط نمودارهای کنترل پیشنهادی مورد پایش قرار می‌گیرند.در ادامه سه نمودار مذکور به تفصیل معرفی می‌شوند. در ابتدا ذکر مقدمه‌ای درباره مدل مورد استفاده در روشهای پیشنهادی ضروری جلوه می کند. پروفایل خطی ساده به صورت یک خط رگرسیون خطی ساده با یک متغیر پاسخ و یک متغیرمستقل می‌باشد که تحت عنوان مدل اصلی در رابطه (۱) معرفی شد. در واقع مشخصه های کیفی که باید مورد پایش قرار گیرند پارامترهای A_0 و A_1 و انحراف استاندارد (σ) مدل مزبور می‌باشد. ولی از آنجایی که پارامترهای A_0 و A_1 در مدل اصلی رابطه (۱) طبق فرمول کوواریانس $\sigma_{01}^2 = -\sigma^2 \frac{\bar{x}}{S_{xx}}$ به یکدیگر وابسته هستند، لذا مطابق روشهای آماری ، مقادیر x به گونه‌ای کد می گردد که میانگین مقادیر کدشده برابر صفر شود. این کار باعث می‌شود که برآوردکننده‌های حداقل مربعات شیب و عرض از مبدأ برای هر نمونه از یکدیگر مستقل شوند.بعد از کد کردن مقادیر x مدل تغییر یافته (جایگزین) به صورت زیر معرفی می‌شود:

که در این رابطه $B_0 = A_0 + A_1\bar{x}$ ، $B_1 = A_1$ و $x'_i = x_i - \bar{x}$ می‌باشدبرای j امین نمونه، برآوردکننده حداقل مربعات B_0 به صورت $b_{0j} = \bar{y}_j$ بوده و برآوردکننده حداقل مربعات B_1 با برآوردکننده حداقل مربعات A_1 در مدل اصلی (۱) یکسان بوده و به صورت $a_{1j} = b_{1j} = \frac{S_{xy}(j)}{S_{xx}}$ می‌باشد.

که در روابط فوق $S_{xy}(j) = \sum_{i=1}^{n} y_{ij}(x_i - \bar{x})$ و $S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ و $\bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ij}}{n}$ می‌باشند.

در این شرایط برآوردکننده‌های حداقل مربعات پارامترهای B_0 و B_1 در مدل تغییر یافته (۵) به ترتیب b_{0j} و b_{1j} ودارای توزیع نرمال مستقل به ترتیب با میانگین‌های B_0 و B_1 و واریانس‌های $\frac{\sigma^2}{n}$ و $\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$ می‌باشند.

اکنون می‌توان از نمودارهای کنترل مجزابدون مشکل همبسته بودن برآوردکننده‌ها استفاده نمود. لذا پروفایل خطی ساده با عنوان مدل تغییریافته در رابطه (۵)، مدل مورد استفاده در ادامه این مقاله بوده و در طراحی نمودارهای کنترل و همچنین مطالعات شبیه سازی و ارزیابی عملکرد نمودارها مد نظر قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که ایده اولیه استفاده از نمودارهای کنترل مستقل توسط کیم وهمکاران[۲]مطرح شد. آنها با توسعه سه نمودار مستقل برای پایش عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد پروفایلهای خطی ساده، روشی را بنام EWMA_3 معرفی نمودند. سپس روش مذکور رابا روشهای پیشنهادی کنگ و آلباین [۱] مورد ارزیابی و مقایسه قرار دادند.

۳-۱- نمودار پایش عرض از مبدا

فرض می شود که b_{01} برآوردکننده عرض از مبدأ برای نمونه اول، b_{02} برآوردکننده عرض از مبدأ برای نمونه دوم و به همین ترتیب $b_{0(j-1)}$ برآوردکننده عرض ازمبدأبرای نمونه $j-1$ ام و b_{0j} برآوردکننده عرض از مبدأ برای نمونه j ام باشند. هر نمونه j دارای اندازه نمونه n بوده و با اندیس i به صورت $i = 1,2,...,n$ نمایش داده می‌شود. مقادیر $b_{01}, b_{02}, ..., b_{0(j-1)}, b_{0j}$ به عنوان زنجیره‌ای متوالی از برآوردکننده‌های عرض از مبدأ برای نمونه‌های اول تا j ام در

نظر گرفته شده که همگی دارای توزیع نرمال با میانگینB_0و واریانس $\frac{\sigma^2}{n}$ هستند که در فرایندهای تولید کوتاه مدت به دلیل محدودیت زمان برای گرفتن نمونه‌های کافی، اطلاعات اولیه درباره پارامتر توزیع وجود نداشته و میانگین و واریانس مذکور نامعلوم در نظر گرفته می‌شوند.لذا آماره T_j به صورت زیر معرفی میشود:

$$T_j = \frac{a_j\left(b_{0j} - \bar{b}_{0(j-1)}\right)}{\hat{\sigma}_{b0(j-1)}} \quad ; \quad j = 3,4,..., \qquad (۶)$$

که در این رابطه $a_j = \sqrt{\frac{j-1}{j}}$ تعریف می‌شود و T_j آماره نمونه jام است.

$\bar{b}_{0(j-1)}$ و $\hat{\sigma}_{b0(j-1)}$ به ترتیب میانگین و انحراف معیار نمونه برای نخستین j-1 نمونه مربوطه می‌باشند.پس از محاسبه آماره T_j آنرا در رابطه زیر قرار داده و آماره Q_j معرفی می شود:

$$Q_j = \phi^{-1}\left[G_{j-2}\left(T_j\right)\right], \qquad (۷)$$

که در رابطه فوق $G_{j-2}(\cdot)$تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی tبا $j-2$ درجه آزادیو $\phi^{-1}(\cdot)$معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استانداردهستند.

آماره معرفی شده Q_j دارای توزیع نرمال استاندارد است یعنی $Q_j \sim N(0,1)$.در مورد روابط (۶)و(۷) خاطر نشان می‌شود که ایده اولیه از مقاله زانتک[۲۷] با معرفی آماره T و تبدیل آن به آماره Q برای پایش مشخصه‌های کیفی تک منغیره در فرایندهای کوتاه مدت و مراحل آغازین فرایندها، گرفته شده است. سپس در مقاله حاضر ایده مذکور برای پایش مشخصه کیفی عرض از مبدا پروفایل خطی ساده توسعه داده شده است.آماره های Q نیازی به اطلاعات قبلی برای تخمین پارامترها ندارند و در یک مقیاس نرمال استاندارد قابل رسم هستند بطوریکه ترسیم آماره های مختلف روی یک نمودار میسرمی‌شوند. از طرفی قابل ذکر است که در فرایندهای تولید کوتاه مدت در زمانی محدود تعداد کمی محصول تولید می‌شوند و در چنین شرایطی باید از نمودارهایی استفاده نمود که سریعاً نسبت به ایجادتغییرات واکنش نشان دهند. در فرایندهای تولید کوتاه مدت نمودار میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA)می‌تواند به طور مؤثر و سریع در کشف شیفت‌های کوچک کمک کند. این نمودار در مقایسه با نمودار کنترل شوهارت دارای متوسط طول دنباله کوتاه‌تری بوده و برای کشف یا پی بردن به وجود تغییرات کوچک مناسب است. این نمودار به طور مؤثر می‌تواند با تعداد نمونه کم به وجود تغییرات در فرایند واکنش لازم را نشان دهد.بنابراین با محاسبه آماره Q برای هر نمونه j ، از نمودار EWMA برای پایش استفاده می‌شود. نمودار کنترل EWMA برای آماره Q_j بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_j = \lambda Q_j + (1-\lambda) Z_{j-1}. \qquad (۸)$$

اکنون مقادیر Z_j بر روی نمودار کنترل مزبوررسمشده و حدود کنترل بالا و پایین به شرح زیر بدست می‌آید:

$$UCL = E\left(Q_j\right) + L_I \sigma_{Q_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}},$$
$$LCL = E\left(Q_j\right) - L_I \sigma_{Q_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \qquad (۹)$$

از آنجایی که Q_j دارای توزیع نرمال استاندارد است لذا $E\left(Q_i\right)=0$ و $\sigma_{Q_j}=1$ می‌باشد، پس حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر درمی‌آیند:

$$UCL = L_I\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}},$$
$$LCL = -L_I\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}. \qquad (۱۰)$$

که در این روابط $0 < \lambda \le 1$ ثابت هموارسازی و L_I مقدار ثابت است که برای بدست آوردن ARL تحت کنترل مشخص، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار اولیه برای Z_j که در زمان نمونه اول از آن استفاده می‌شود برابر با میانگین آماره می‌باشد که در اینجا صفر است یعنی داریم $Z_0 = 0$.

برای پایش فرایند اگر مقادیر Z_j بین حدود کنترل UCL و LCL قرار گیرند فرایند تحت کنترل و اگر خارج از این حدود واقع شوند فرایند خارج از کنترل خواهد بود.

۲-۳- نمودار پایش شیب

فرض می‌شود که b_{11} برآوردکننده شیب برای نمونه اول، b_{12} برآوردکننده شیب برای نمونه دوم و به همین ترتیب $b_{1(j-1)}$

برآوردکننده شیب برای نمونه j-1 و b_{1j} برآوردکننده شیب برای نمونه jام باشد. هر نمونه jدارای اندازه نمونه n می‌باشد. اکنون مقادیر $\left(b_{11},b_{12},...,b_{1(j-1)},b_{1j}\right)$ را به عنوان زنجیره‌ای متوالی از برآورد کننده‌های شیب برای نمونه‌های اول تا jام در نظر می‌گیریم که همگی دارای توزیع نرمال با میانگین B_1 و واریانس $\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$ می‌باشند که در فرایندهای تولید کوتاه مدت به دلیل زمان محدود برای گرفتن نمونه‌های کافی، اطلاعات اولیه درباره پارامترهای توزیع موجود نبوده و میانگین و واریانس فوق‌الذکر نامعلوم در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به این موارد آماره T_j به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$T_j = \frac{a_j\left(b_{1j} - \bar{b}_{1(j-1)}\right)}{\hat{\sigma}_{b_{1(j-1)}}} \quad ; \quad j = 3,4,... \qquad (۱۱)$$

که در این رابطه $a_j = \sqrt{\frac{j-1}{j}}$ تعریف شده و T_j آماره نمونه jام می‌باشد. $\bar{b}_{1(j-1)}$ و $\hat{\sigma}_{b_{1(j-1)}}$ به ترتیب میانگین و انحراف معیار نمونه برای نخستین j-1 نمونه مربوطه می‌باشند. پس از محاسبه آماره T_j آنرا در رابطه زیر قرار داده و آماره Q_jمعرفی می‌شود:

$$Q_j = \phi^{-1}\left[G_{j-2}\left(T_j\right)\right] \qquad (۱۲)$$

که در این رابطه $G_{j-2}\left(\cdot\right)$ تابع توزیع تجمعی متغیره تصادفی t با $j-2$ درجه آزادی و $\phi^{-1}\left(\cdot\right)$ معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد. هستند وآماره Q_jدارای توزیع نرمال استاندارد است. قابل ذکر است که روابط (۱۱) و (۱۲) با الهام از مقاله زانتک[۲۷]، برای پایش فرایند در مواقعی که مشخصه کیفی در قالب پروفایل خطی ساده توصیف شده و پایش پارامتر شیب پروفایل خطی ساده مد نظر است و نمونه های کافی برای تخمین پارامترهای فرآیند در دسترس نیست، توسعه داده شده است.

از آنجایی که در فرایندهای تولید کوتاه مدت در زمانی کوتاه تعداد کمی محصول تولید می‌شوند، استفاده از نمودار EWMA را که سریعاً نسبت به ایجاد تغییرات واکنش نشان داده و می‌تواند به شکلی مؤثر و سریع در کشف شیفت‌های کوچک کمک کند در دستور کار قرار داده می‌شود. لذا نمودار کنترل EWMA برای آماره Q_j بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_j = \lambda Q_j + \left(1-\lambda\right)Z_{j-1}. \qquad (۱۳)$$

مقادیر Z_j بر روی نمودار کنترل مزبوررسم شده و حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$UCL = E\left(Q_j\right) + L_S\sigma_{Q_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}},$$
$$LCL = E\left(Q_j\right) - L_S\sigma_{Q_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \qquad (۱۴)$$

از آنجایی که $E\left(Q_j\right)=0$ و $\sigma_{Q_j}=1$ است، (Q_j دارای توزیع نرمال استانداراست)، لذا حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$UCL = L_S\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}},$$
$$LCL = -L_S\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \qquad (۱۵)$$

که در روابط فوق‌الذکر $0 < \lambda \le 1$ ثابت هموارسازی و L_S به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید.مقدار اولیه برای Z_j که از آن برای نمونه اول استفاده می‌شود برابر با میانگین آماره یعنی میانگین Q_j است که در اینجا صفر می‌باشد پس داریم: $Z_0 = 0$.

برای پایش فرآیند مربوطه اگر مقادیر Z_j بین حدود کنترل UCL و LCL قرار گیرند آنگاه فرایند تحت کنترل و اگر خارج از حدود مذکور واقع شوند، فرایند خارج از کنترل خواهد بود.

۳-۳- نمودار پایش انحراف استاندارد خطا

در مباحث پایش پروفایلها علاوه بر پایش عرض از مبدأ و شیب، پایش همزمان انحراف استاندارد خطا نیز مد نظر می‌باشد.به منظور پایش انحراف استاندارد خطا $\left(\sigma\right)$ نیز به نظر می‌رسد که باید براورد کننده آن را در نظر گرفته و روند روش‌های دو بخش قبل را دنبال کرد. براوردکننده انحراف استاندارد خطا $\left(\sigma\right)$تحت عنوان میانگین مربع خطا (MSE)معرفی می‌شود. اگر MSE_j برآوردکننده انحراف استاندارد خطا برای نمونه jام

تعریف شود، نکته بسیار مهم این است که MSE_jها دارای توزیع نرمال نبوده و نمی‌توان آنها را مانند براوردکننده های عرض ازمبدأ $\left(b_{0j}\right)$ و یا شیب $\left(b_{1j}\right)$ در آماره T_j ذکر شده دربخش‌های (۳-۱) و (۳-۲) قرار داد، لذا درمقاله حاضر با معرفی رابطه $z_j\left(\sigma\right)$ برای نمونه jام، روش پیشنهادی زیر توسعه داده شده است :

$$\mathbf{Z}_j\left(\sigma\right)=\phi^{-1}\left[F\left(\frac{\left(n-2\right)\hat{\sigma}_j^2}{\sigma^2};n-2\right)\right], \qquad (۱۶)$$

$\phi^{-1}\left(\cdot\right)$ معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و $F\left(\cdot,\nu\right)$ تابع توزیع کای اسکوئر (کای‌دو) با ν درجه آزادی هستند. در رابطه فوق:

$$\hat{\sigma}_j^2=\frac{1}{n-2}\left(\mathbf{Y}_j-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_\mathbf{j}\right)^T\left(\mathbf{Y}_j-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_\mathbf{j}\right) \qquad (۱۷)$$

و همچنین در رابطه (۱۷) داریم:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_\mathbf{j}=\left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}_j, \qquad (۱۸)$$

در روابط فوق $\mathbf{X}$ ماتریس طراحی است که ستون اول آن عدد ۱ و ستون دوم آن مقادیر متغیر مستقلx است و $\mathbf{Y}_j$ بردار مشاهدات نمونه jام (شامل n مشاهده) است. قابل توجه است که زو و همکاران[۴۱] مدل عمومی پروفایلهای خطی را با استفاده از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی چند متغیره پیشنهاد نمودند. روابط (۱۶)و(۱۷)و(۱۸) با درنظرگرفتن این مقاله و انطباق با مدل پروفایل خطی ساده، توسعه یافته است.

نکته مهم دیگر اینکه در رابطه (۱۶)، از آنجایی که در فرایندهای تولید کوتاه مدت، واریانس خطا یعنی σ^2 معلوم نمی‌باشد. باید آن را تخمین زد تا مقدار $z_j\left(\sigma\right)$ کاملاً مشخص شود. برای تخمین واریانس σ^2رابطه زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\bar{\sigma}_{j-1}^2=\frac{\sum_{k=1}^{j-1}\frac{1}{n-2}\left(Y_k-X\hat{\boldsymbol{\beta}}_\mathbf{k}\right)^T\left(Y_k-X\hat{\boldsymbol{\beta}}_\mathbf{k}\right)}{j-1};\ j=2,3,.... \qquad (۱۹)$$

به عبارتی برای تخمین σ^2 از تخمین jامین واریانس نمونه استفاده نموده که در واقع میانگین واریانس $(j-1)$ نمونه قبلی است و هر بار پس از هر نمونه،بروزرسانی می‌شود. اکنون مقدار $Z_j\left(\sigma\right)$ برای نمونه jام به طور کامل مشخص شده است. لذامقادیر حاصله از رابطه (۱۶) یعنی $Z_j\left(\sigma\right)$ها(دارای توزیع نرمال استاندارد) را میتوان معادل Q_j در نظرگرفت یعنی $Q_j=Z_j\left(\sigma\right)$. اکنون مقادیر Q_j را در رابطه EWMA قرار داده و آماره Z_j به این شکل معرفی می‌شود:

$$Z_j=\lambda Q_j+\left(1-\lambda\right)Z_{j-1}. \qquad (۲۰)$$

مقدار Z_jمذکور روی نمودار کنترل مزبور رسم می‌شود وحدود کنترل بالا و پایین به شرح زیر است:

$$UCL=E\left(Q_j\right)+L_\sigma\cdot\sigma_{Q_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}},$$
$$LCL=E\left(Q_j\right)-L_\sigma\cdot\sigma_{Q_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \qquad (۲۱)$$

از آنجایی که $E\left(Q_j\right)=0$ و $\sigma_{Q_J}=1$ است،لذا حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر می‌باشند:

$$UCL=L_\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}},$$
$$LCL=-L_\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \qquad (۲۲)$$

در این روابط $Z_0=0$ بوده و $0<\lambda\le1$ ثابت هموارسازی و L_σ مقدار ثابتی است که برای بدست آوردن ARL تحت کنترل مشخص، مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای پایش فرایند اگر مقادیر Z_j بین حدود کنترل UCL وLCL قرار گیرند فرایند تحت کنترل و در غیر این صورت فرایند خارج از کنترل خواهد بود.

قابل ذکر است نمودارهای توسعه داده شده در بخشهای (۳-۱) و (۳-۲) و (۳-۳) به طور مؤثر و کارابرای پایش پارامترهای عرض از مبدأ، شیب و انحراف استاندارد خطای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت کاربرد دارند. با تجمیع این نمودارها به منظور پایش یکپارچه پارامترهای مذکور، روشی با نام(RPCC) برای پایش پارامترهای رگرسیون معرفی شده ودر مطالعات شبیه سازی و ارزیابی عملکرد در بخش ۴ مورد استفاده قرار گرفته است.

۴- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی

در این بخش با استفاده از مطالعات شبیه سازی و ارائه مثال عددی به ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی تحت تغییرات در پارامترهای عرض از مبدأ، شیب و انحراف استاندارد پروفایل‌های خطی سادهدر فرایندهای تولید کوتاه مدت مبادرت شده است .به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی، نمودارهای کنترل مذکور به گونه‌ای طراحی شده‌اند که مقدار متوسط طول دنباله (Average Run Length)یا (ARL)تحت کنترل معادل ۲۰۰ بدست آید. بدین منظوردر این نمودارهاضرایب حدود کنترل L_{in} (عرض از مبدأ) و L_{sl} (شیب) و L_{se} (انحراف استاندارد) به ترتیب برابر با ۳/۰۱۶ و ۳/۰۱۹ و ۳/۰۳۴ انتخاب شده‌اند تا ARL تحت کنترل برای هر نمودار مربوط به عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد معادل ۶۰۰ و برای کل روش معادل ۲۰۰ حاصل شود. ضمناً در تمامی آماره‌های EWMA ثابت هموارسازی (λ) برابر ۰/۲ در نظر گرفته شده است. در مطالعات شبیه سازی هر مقدار ARL به کمک ۱۰۰۰۰ بار تکرار، تخمین زده شده است. برای ارزیابی روش پیشنهادی، مدل اصلی بر اساس رابطه (۱)به صورت $y_{ij} = 3 + 2x_i + \varepsilon_{ij}$ استفاده شده که $\mathbf{x} = [2,4,6,8]$ و اندازه نمونهn=4می‌باشد. خطای تصادفی ε_{ij} ها مستقل و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 هستند که در مطالعات و مقایسه‌های مربوطه $\sigma^2 = 1$ در نظر گرفته شده است. ولی همانطور که در بخش ۳ اشاره شد، به منظور مستقل کردن براوردکننده های شیب و عرض از مبدا برای هر نمونه، بعد از کد کردن مقادیرx و در نظر گرفتن روابط و انجام محاسبات مذکور در بخش ۳، مدل تغییر یافته بر اساس رابطه (۵) برای مثال عددی بصورت $y_{ij} = 13 + 2x'_i + \varepsilon_{ij}$ بدست می‌آید که در آن $\mathbf{x}' = [-3,-1,1,3]$ مقادیر متغیر مستقل است، همچنین انحراف استاندارد خطای تصادفی در مقایسات $(\sigma = 1)$ در نظر گرفته شده است.در رابطه $y_{ij} = 13 + 2x'_i + \varepsilon_{ij}$ با قرار دادن هر یک از مقادیر $[-3,-1,1,3]$ و $\mathbf{x}'$ و جاگذاری اعداد تصادفی تولید شده برای ε_{ij} ها ، مقادیر چهار مشاهده برای y_{ij} ها (مشاهدات برای نمونه jام) بدست می‌آید، پس اندازه هر نمونهjبرابر ۴ است $(n = 4)$.ابتدا ۵ نمونه ابتدایی تحت کنترل با اندازه نمونه فوق الذکر $n = 4$ در نظر گرفته می‌شود که از اطلاعات این نمونه‌ها برای بدست آوردن آماره‌های اولیه مورد نیاز، استفاده می‌شود. در واقع این ۵ نمونه روی نمودار کنترل رسم نمی‌شوند. از آنجایی که در فرایندهای تولید کوتاه مدت، اغلب وقت کافی برای اخذ نمونه های مورد نظر برای تخمین پارامترهای فرآیند در شرایط تحت کنترل وجود ندارد، ۵ نمونه مذکور به عنوان داده‌های اولیه برای تخمین آماره‌های مرتبط با دوره تولید کوتاه مدت مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس نمونه گیری اصلی آغازشده و با استفاده ازروابط (۲) الی (۲۲)مندرج در بخشهای۲، ۳، ۳-۱،۳- ۲ و ۳-۳ که متناسب با شرایط دوره های تولید کوتاه مدت هستند، آماره‌های مربوط روی نمودارهای کنترل پیشنهادی به همراه حدود بالا و پایین رسم شده و پایش فرایند تولید کوتاه مدت آغاز می‌شود. برای تبیین بیشتر شرایط فرایند تولید کوتاه مدت در مثال عددی، نمودار پایش عرض از مبدا مد نظر قرار داده می‌شود. برای هر نمونه j ابتدا چهار مشاهده y_{ij} را در نظر گرفته و طبق روابط مندرج در بخش ۳: $(n = 4)$ و $\bar{y}_j = (1/n)\sum_{i=1}^{n} y_{ij}$ و $b_{0j} = \bar{y}_j$. اکنون با بدست آمدن مقدار b_{0j} آنرا در آماره T_j (رابطه ۶) قرار داده و با بدست آمدن T_j آنرا در رابطه (۷) قرار داده و آماره Q_j بدست می‌آید. سپس نمودار کنترل EWMA را برای آماره Q_j تعریف کرده و با حدود کنترل تعیین شده، پایش فرایندتحت شرایط تولید کوتاه مدت از همان مراحل ابتدایی فرایند آغاز می‌شود.اکنون با این فرض که یک شیفت (تغییر) در پارامتر(های) فرآیند بعد از نمونه τ اُم اتفاق بیفتدکه به آن نقطهٔ تغییر گفته می‌شود، براساس تغییرات پارامترهای مختلف پروفایل و همچنین τ های مختلف، مقادیر ARLخارج از کنترل در فرایند شبیه سازی محاسبه شده و در جداول مربوط به تفکیک هر پارامتر و نقاط تغییر مختلف τ ارائه شده‌اند.مقادیر ARLخارج از کنترل در جداول مربوطه در حقیقت متوسط تعداد نقاطی (نمونه‌هایی) را نشان می‌دهد که بعد از ایجاد تغییر در پارامتر مربوطه در نمونه τ اُم باید روی نمودار رسم شوند تا یک نقطه (نمونه) خارج از حدود کنترل بیفتد. برای محلهای رخدادن تغییر در فرایند(τ ها)، مقادیر مختلف ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۵۰ در جداول مربوطه در نظر گرفته شده است . در جداول ۱ تا ۴ رویکرد پیشنهادی مقاله در قالب روش RPCC[3] با روش پیشنهادی زو و همکاران [۲۸] در قالب نمودار SS Chartمقایسه شده است. این نمودار، یک نمودار کنترل خودآغازکننده است که براساس باقیمانده‌های

[3] Regression Parameters Control Chart

بازگشتی طراحی شده و به منظور کشف تغییرات در پارامترهای عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد پروفایل های خطی در مرحله آغازین یک فرایند بکار می‌رود. نمودار مذکور در شرایط نامعلوم بودن پارامترهای فرایند و عدم وجود تعداد نمونه های کافی اولیه، دارای عملکرد مناسبی است. همچنین در مقاله زو و همکاران[۲۸]، ابزار مفیدی مبتنی بر نسبت درستنمایی ماکزیمم برای تخمین زمان وقوع تغییرات معرفی شده است. بعلاوه در کاربردهای عملی، اگر شخصی بخواهد بفهمد که تغییرات در کدام پارامترهای پروفایل، منجر به تغییر در فرآیند شده است، سه تست پارامتر برای کمک به این هدف پیشنهاد شده است.برای اطلاع بیشتر درباره این روش به مقاله زو و همکاران [۲۸] رجوع فرمایید. بطور کلی در فرایندهای تولید کوتاه مدت، از آنجایی که اغلب پارامترهای فرایند ناشناخته بوده و نمونه های کافی برای تخمین این پارامترها در دسترس نیست، می‌توان از روشها و نمودارهای کنترل خودآغاز کننده برای پایش فرایندها بهره جست. این نمودارها با بهره گیری از آماره های متعددی که نیازی به معلوم بودن پارامترهای مکانی و پراکندگی فرآیند ندارند و در نهایت استفاده از نمودارهای EWMA و CUSUM برای کشف سریع تغییرات کوچک، تطابق و جایگاه مناسبی برای مقایسه با روش پیشنهادی مقاله دارند. در روش پیشنهادی مقاله به دلیل محدودیت زمانی برای گرفتن نمونه های اولیه و در نتیجه فقدان اطلاعات کافی برای تخمین پارامترهای فرآیند، در ابتدا از آماره Tو سپس از آماره Q (به منظورنرمال کردن) استفاده شده است. سپس بدلیل اینکه نمودار EWMA نسبت به نمودارهای کنترل متداول مانند شوهارت دارای متوسط طول دنباله کمتری برای کشف تغییرات کوچک هستند، آماره Q مذکور را برای هر نمونه j بعنوان ورودی برای تعیین آماره نهایی نمودار EWMA در نظر گرفته و با ارائه حدود کنترل نمودار مذکور، پایش فرایند انجام شده است. در روش رقیب (SS Chart) که مبتنی بر باقیمانده های بازگشتی است، ابتدا باقیمانده های بازگشتی با تابع توزیع t معرفی شده و سپس با تبدیل آماری به آماره‌ای با توزیع نرمال استاندارد تبدیل شده است.آماره اخیر را در نمودارهای EWMA مرتبط با عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد وارد کرده و با توجه به آماره نهایی و حدود کنترل نمودار EWMA، پایش فرآیند آغاز شده است. لذا با در نظرگرفتن رویکردهای ذکر شده در روش پیشنهادی یعنی RPCC و روش رقیب (SS Chart) منطقی بنظر می‌رسد که برای مقایسه و ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی مقاله، روش SS Chart بعنوان رقیب مد نظر قرار گیرد. روش پیشنهادی و روش رقیب برای قابل مقایسه بودن از پروفایل یکسان مثال عددی فوق الذکر استفاده نموده‌اند.در جداول ۱تا ۳ بر اساس مثال عددی مذکور، به ترتیب نتایج شبیه سازی مرتبط با تغییرات در پارامترهای عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد خطا در مدل اصلی (رابطه ۱) مورد مقایسه قرار گرفته است. درجدول۴ نیز نتیجه شبیه سازی مربوط به تغییر در پارامتر شیب مدل تغییریافته (رابطه ۵) ارائه شده است. در جداول مذکور، مقادیر شیفت‌های پارامترهای مربوطه در ستون عمودی و مقادیر τ های مختلف (نقاط تغییر) در سطر افقی ذکر شده و مقادیر ARL خارج از کنترل همان اعداد داخل جدول هستند که برای روش پیشنهادی RPCC و همچنین نمودار رقیب SS Chart مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. لازم به ذکراست که در ابتدا متوسط طول دنباله تحت کنترل (ARL_0) برای نمودارهای مذکور یکسان و معادل ۲۰۰ تعیین شده و سپس مقادیر ARL خارج از کنترل (ARL_1) برای این نمودارها محاسبه شده‌اند. مقادیر ARL خارج از کنترل در جداول مربوطه در حقیقت متوسط تعداد نقاطی(نمونه‌هایی) را نشان می‌دهد که بعد از ایجاد تغییر در پارامتر مربوطه در نمونه τ اُم باید روی نمودار رسم شوند تا یک نقطه (نمونه) خارج از حدود کنترل بیفتد (کشف شود). هر روشی که ARL_1 کمتری داشته باشد یعنی سریع‌تر تغییر در پارامتر مربوطه را تشخیص داده و لذا روش بهتری محسوب می‌شود. هر جا در جداول مقادیر عددی به صورت پررنگ نمایش داده شده‌اند بیانگر عملکرد بهتر روش مربوطه تحت آن شرایط می‌باشد. به طور مثال در جدول ۲ در شرایط تغییر در پارامتر شیب در مدل اصلی به اندازه ۰/۰۲۵ و نقطه تغییر ۱۵، اعداد داخل جدول که بیانگر ARL خارج از کنترل برای روشهایRPCCو SS Chart هستند به ترتیب ۱۸۹/۶۵۹۲ و ۱۹۹/۶۲۵۷ می‌باشند که با توجه به اینکه عدد کوچکتر مربوط به روش پیشنهادی مقاله یعنی RPCC است به صورت پررنگ نشان داده شده و به معنی عملکرد بهتر روش پیشنهادیRPCCدر کشف سریعتر تغییر در پارامتر مذکور نسبت به روش رقیب یعنیSS Chart است. در راستای تحلیل بیشتر جداول ارائه شده باید گفت که در ستونهای عمودی جداول و در نظر گرفتن یک نقطه تغییر مشخص،با حرکت از بالا به پایین جدول،بهمراه افزایش میزان تغییرات در پارامتر مربوطه ملاحظه می‌شود که هر دو روش با میزان ARL_1 (ARL خارج از کنترل) کمتری تغییرات را کشف می‌کنند و یا به عبارتی تغییرات مربوطه را سریع تر کشف می‌کنند. به طور مثال در جدول ۱ در ستونی که نقطه تغییر τ برابر ۱۵ است، روش پیشنهادی مقاله یعنیRPCC میزان تغییر در عرض از مبدا به میزان ۰/۲ را با متوسط طول دنباله ۱۸۲/۶۶۱۰ کشف میکند، در حالیکه میزان تغییر۱/۸در پارامتر

در همان ستون برای روشRPCC با متوسط طول دنباله ۳/۴۳۴۱ کشف میگردد. یعنی تغییرات بزرگتر در پارامترها، سریعتر نیز کشف می‌شوند. از طرفی با در نظر گرفتن سطرهای افقی جداول و مد نظر قرار دادن میزان معینی از تغییر در پارامتر،با حرکت ازسمت چپ به راست ملاحظه می شود که در هر دو روش، هر چقدرمقدار τ ها بزرگتر می‌شود، آنگاه ARL_1 کمتری برای کشف تغییر مربوطه بدست می‌آید. یعنی هر چه پس از رسم نمونه‌های بیشتری تغییر در پارامتر رخ دهد یا بعبارت دیگر هر چه اطلاعات بیشتری از نمونه های اولیه در دسترس باشد و تخمین بهتری از پارامترها در حالت تحت کنترل وجود داشته باشد، آنگاه تغییرات سریع تر کشف می‌شوند. به طور مثال در همین جدول ۱ در سطری که میزان تغییر در پارامتر عرض از مبدا ۱/۴ است ، روش پیشنهادی RPCCتغییر مزبور را در نقطه تغییر τ ۱۰= با متوسط طول دنباله ۴۲/۵۲۸۹ کشف می‌کند در حالیکه همین روش، تغییر یاد شده را در نقطه تغییر τ ۵۰= با متوسط طول دنباله ۲/۱۳۹۰ کشف می‌نماید. یعنی تغییر در پارامتر مربوطه در نمونه پنجاهم نسبت به تغییر در پارامتر در نمونه دهم ، با تعداد نمونه کمتر و در نتیجه زودتر کشف می‌شود و این به آن دلیل است که در نمونه پنجاهم اطلاعات بیشتری از فرآیند در دسترس بوده و تخمین بهتری از پارامتر عرض از مبدا در شرایط تحت کنترل بدست می‌آید. در ادامه تحلیل جداول ۱ تا ۴ به تفکیک ارائه شده است. جدول ۱ مقادیر خارج از کنترل ARL ناشی از تغییر در پارامتر عرض از مبدأ را به ازای مقادیر مختلف تغییرات وبه ازای τ های مختلف برای روش پیشنهادی RPCC و روش رقیب SSChartارائه نموده است.گفتنی است عملکرد هر دو نمودار با افزایش میزان تغییرات در پارامتر عرض از مبدأ (δ_0) بهبود می‌یابد. همچنین عملکرد نمودارها با افزایش در τ ها (نقاط تغییر) نیز بهبود می‌یابد (به این دلیل که ARL_1 ها در هر دو مورد کاهش نشان می‌دهند و این نشانه کشف سریع‌تر تغییر و در نتیجه بهبود عملکرد نمودارها می‌باشد). قابل ذکر است که در شیفت کوچک ۰/۲ در عرض از مبدأ برای τ های ۱۰ و ۱۵روش پیشنهادی RPCC عملکرد مناسب‌تری نسبت به روش رقیب یعنی SS Chart دارد. در سایر موارد روش رقیب عملکرد بهتری نسبت به روشRPCCدارد. ولی در شیفت‌های بزرگ و از τ = ۲۰ به بعد (مقادیر τ بزرگ‌تر از ۲۰) عملکرد هر دو نمودار نسبتاً یکسان به نظر می‌رسد.در جدول ۲مقادیر خارج از کنترل ARL برای تغییرات مختلف در پارامتر شیب و به ازای نقاط تغییر (τ) مختلف ارائه شده است.این جدول نشان می‌دهد که در شیفت کوچک ۰/۰۲۵ عملکرد روش پیشنهادی RPCC نسبت به روش رقیب SS Chartبهتر است. همچنین در شیفت کوچک ۰/۰۵ به ازای نقطه تغییر τ = ۱۰ روش پیشنهادی عملکرد بهتری دارد. در سایر موارد روش رقیب عملکرد مناسب‌تری دارد.همچنین از جدول مشخص است که با افزایش τ ها و در شیفت‌های بزرگ عملکرد روشها به یکدیگر نزدیک شده و از نظر سرعت کشف شیفت، هر دو مناسب به نظر می‌رسند. جدول ۳ مقادیر ARLخارج از کنترل را برای تغییرات مختلف در انحراف استاندارد (معیار) به ازای نقاط تغییر (τ) مختلف نشان می‌دهد. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که در شیفت‌های بزرگ و به ازای نقاط تغییر بزرگ‌تر از ۲۰ عملکرد دو روش، یکسان و از نقطه نظر سرعت کشف شیفت عملکرد مطلوبی دارند ولی بطور کلی عملکرد روش SS Chart نسبت به روشRPCCدر تغییرات پارامتر مذکور مطلوب‌تر ارزیابی می‌شود. جدول۴بیانگرمقادیر خارج از کنترل برای تغییرات مختلف در پارامتر شیب مربوط به مدل تغییر یافته (رابطه ۵) است که برای مثال عددی در ارزیابی عملکردبه صورت $y_{ij} = 13 + 2x_i' + \varepsilon_{ij}$ مدل شده و به ازای τ های (نقاط تغییر) مختلف انعکاس یافته است. عملکرد روش پیشنهادی RPCCدر شیفت‌های کوچک و متوسط و به ازای نقاط تغییر (τ) مختلف، بهتر از روش رقیب یعنی روش SS Chart می‌باشد. همچنین در شیفت‌های بزرگ ۰/۹ و ۱ روش رقیبSS Chart با اختلاف نسبتاً کمی عملکردبهتری نسبت به روش پیشنهادیRPCCدارد. قابل ذکر است که هر دوروش در شیفت‌های بزرگ و نقاط تغییر بزرگ‌تر از ۲۰،عملکرد تقریبا یکسان و مناسبی را به منظور کشف شیفتها از خود نشان می‌دهند. در انتهای مقاله، جداول۱ تا ۴ ارائه شده است.

۵ - نتیجه گیری و پیشنهادها برای مطالعه آتی

در این مقاله رویکردی برای پایش پارامترهای پروفایل های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت پیشنهاد شد. در این روش ابتدا سه نمودار طراحی شد که پارامترهای عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد خطای پروفایل های خطی ساده را مورد پایش قرار می‌دهند و با ادغام این سه نمودار،روش پیشنهادی RPCC به منظور پایش همزمان پارامترهای مذکور توسعه داده شد. در ادامه، روش پیشنهادی یادشده با نمودار کنترل مطرح شده در یکی از روشهای مندرج در ادبیات تحت عنوانSS Chart از طریق مطالعات شبیه‌سازی مقایسه و نتایج در قالب جداول متعددی ارائه شد. نتایج شبیه سازی نشان دادکه روش توسعه داده شده، دارای عملکرد مناسبی در کشف تغییرات متوسط و بزرگ بر اساس معیار متوسط طول دنباله

خارج کنترل می‌باشد. همچنین با بررسی تعداد نمونه های اولیه تحت کنترل این نتیجه حاصل شد که هر چقدر پس از نمونه های اولیه بیشتری تغییر پارامتر رخ دهد یا به عبارت بهتر هر چه اطلاعات بیشتری از نمونه های اولیه در دسترس باشد و تخمین بهتری از پارامترها در حالت تحت کنترل وجود داشته باشد، آنگاه مقدارARL خارج از کنترل کمتری برای کشف تغییر مربوطه بدست می‌آید و این به معنای کشف سریعتر تغییرات و در نتیجه بهبود عملکرد روشها است. از آنجایی که در این مطالعه رویکرد پایش همزمان پارامترهای پروفایل خطی ساده در نظر گرفته شده است لذا در ادامه به عنوان زمینه مطالعاتی برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود که توسعه و طراحی نمودارهایی برای پایش پارامترها دردیگر انواع پروفایلها شامل پروفایلهای خطی چندگانه، چند جمله ای و چند متغیره در فرایندهای تولید کوتاه مدت مد نظر قرارگیرد. از طرفی توسعه روشهای شناسایی نقطه تغییر در فرایندهای تولید کوتاه مدت نیز زمینه مناسبی برای تحقیقات آینده است.

جدول۱: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در پارامتر عرض از مبدأ از A_0 به $A_0 + \delta_0\sigma$ و به ازای نقاط تغییر مختلف

δ.	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ = ۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ =۵۰
۰/۲	RPCC	**۱۸۶/۸۴۲۱**	**۱۸۲/۶۶۱۰**	۱۷۷/۹۵۳۵	۱۷۳/۹۱۴۶	۱۶۹/۶۵۶۷	۱۵۰/۸۱۱۲
	SSchart	۱۹۷/۲۵۶۰	۱۸۳/۵۴۹۸	**۱۶۸/۷۶۴۴**	**۱۶۴/۶۲۰۷**	**۱۵۴/۱۲۶۷**	**۱۲۰/۳۳۰۷**
۰/۴	RPCC	۱۶۵/۷۶۸۷	۱۴۳/۲۲۰۰	۱۲۶/۴۰۲۰	۱۰۸/۲۹۳۱	۹۶/۹۷۷۵	۵۸/۶۴۳۲
	SSchart	**۱۳۳/۴۸۰۶**	**۱۰۵/۴۹۱۸**	**۷۷/۹۸۲۰**	**۶۳/۱۹۱۱**	**۵۰/۳۵۲۷**	**۲۹/۴۵۶۳**
۰/۶	RPCC	۱۳۶/۸۴۲۲	۹۸/۱۳۴۴	۶۷/۶۷۳۳	۴۹/۷۱۱۱	۳۵/۰۲۲۴	۱۴/۵۵۶۶
	SSchart	**۶۷/۶۳۱۱**	**۳۳/۲۴۰۷**	**۲۰/۸۰۵۸**	**۱۵/۲۰۷۳**	**۱۲/۰۰۴۰**	**۸/۶۱۸۷**
۰/۸	RPCC.	۱۰۸/۱۲۵۳	۵۵/۵۶۰۳	۲۹/۲۸۴۶	۱۷/۶۴۲۵	۱۱/۳۷۲۶	۶/۵۰۱۸
	SSchart	**۲۱/۸۰۲۹**	**۹/۵۶۸۵**	**۶/۶۴۶۲**	**۵/۹۲۳۶**	**۵/۷۱۵۷**	**۵/۱۴۵۳**
۱/۰	RPCC	۸۰/۳۳۲۰	۲۹/۵۱۴۲	۱۱/۸۴۶۸	۶/۷۱۰۴	۵/۲۲۳۲	۴/۳۸۲۷
	SSchart	**۶/۸۵۷۸**	**۴/۶۴۰۲**	**۴/۲۵۸۵**	**۴/۰۵۹۳**	**۳/۹۴۵۷**	**۳/۷۰۹۷**
۱/۲	RPCC	۵۷/۴۴۹۱	۱۳/۹۹۵۸	۵/۵۰۲۰	۴/۳۷۷۴	۳/۸۸۱۵	۳/۴۶۱۶
	SSchart	**۴/۰۸۴۴**	**۳/۴۵۸۰**	**۳/۲۶۰۵**	**۳/۱۷۵۵**	**۳/۰۸۱۰**	**۲/۹۸۸۳**
۱/۴	RPCC	۴۲/۵۲۸۹	۶/۹۴۸۱	۳/۷۷۳۹	۳/۳۶۷۵	۳/۲۰۶۲	۲/۱۳۹۰
	SSchart	**۳/۱۱۸۴**	**۲/۸۰۴۹**	**۲/۷۰۲۵**	**۲/۶۶۲۷**	**۲/۵۸۵۰**	**۲/۵۲۰۳**
۱/۶	RPCC	۳۰/۳۲۵۶	۴/۵۴۴۰	۳/۱۱۷۱	۲/۸۵۳۳	۲/۷۴۸۱	۲/۵۰۴۷
	SS chart	**۲/۶۰۱۵**	**۲/۴۲۷۱**	**۲/۳۴۰۲**	**۲/۲۹۷۵**	**۲/۲۵۴۷**	**۲/۲۱۶۰**
۱/۸	RPCC	۲۳/۵۰۸۳	۳/۴۳۴۱	۲/۷۳۶۹	۲/۵۳۹۸	۲/۴۳۳۲	۲/۲۴۴۰
	SS chart	**۲/۲۹۷۱**	**۲/۱۵۳۸**	**۲/۰۹۷۳**	**۲/۰۶۶۷**	**۲/۰۳۵۷**	**۲/۰۱۱۷**

$\delta_.$	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ = ۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ =۵۰
۲	RPCC	۱۵/۲۸۹۳	۲/۸۵۹۵	۲/٤۷۹۱	۲/۳۰۳۱	۲/۲۰۸۲	۲/۰۲۹۳
	SSchart	**۲/۰۸۰٤**	**۱/۹٦۵۱**	**۱/۹۲۱۳**	**۱/۹۰۰۲**	**۱/۸٦۸۰**	**۱/۸۲۸۰**

جدول۲: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در پارامتر شیب از A_1 به $A_1 + \delta_1\sigma$ و به ازای نقاط تغییر مختلف

δ_1	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ =۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ =۵۰
۰/۰۲۵	RPCC	**۱۹۰/۳٦۵۷**	**۱۸۹/٦۵۹۲**	**۱۸۷/٦۷۹۸**	**۱۸٤/۸۹٦۰**	**۱۸۳/۱۲۸۱**	۱۷٦/۰٦۷۲
	SS chart	۲۱۰/۵۵۲۷	۱۹۹/٦۲۵۷	۱۹۵/۲۹۲۰	۱۸۸/٦۵۹۷	۱۸۵/۹۳۵۳	**۱۷۰/۰۱٤۰**
۰/۰۵	RPCC	**۱۷۹/٤۷۱٦**	۱۷۰/٤۲٤٤	۱٦۱/۵۸۰٤	۱۵۲/۷۰۲۵	۱٤٤/۷۷۰٤	۱۱۸/۷۷۷۳
	SS chart	**۱۸٤/۰۷۱۳**	**۱٦۷/٤٤۰۳**	**۱۵۰/۹۰۹۷**	**۱۳۷/۲۷۷۷**	**۱۲۵/۲۲۸۷**	**۱۰۰/۲۷۳۰**
۰/۰۷۵	RPCC	۱٦٦/۲۷٤٤	۱٤۳/۰۹۵٦	۱۲۳/۸٦۲۰	۱۰۹/۳۹۲٤	۹۵/۵۲۷۸	٦۰/۵۳۵۲
	SS chart	**۱٤۵/۲۹۲۰**	**۱۰۹/۷۱٦۷**	**۹۰/۱۷۰۷**	**۷۷/۹۳۵۳**	**٦۰/٤۵٤۰**	**۳٤/۱۷۰۷**
۰/۱	RPCC	۱٤۳/۱۸٦٦	۱۱۰/۹۳۵۷	۸٤/۸۲۱۷	٦٤/۵۱۳۹	۵۰/۱۸۵٦	۲٤/۹۰۱۸
	SS chart	**۱۰۲/۲۰۳۰**	**٦۳/۷۰۱۳**	**٤٤/۱۸۹۰**	**۳۲/۹٦۵۷**	**۲٤/۸۳۱۰**	**۱۳/۸٤۱۳**
۰/۱۲۵	RPCC	۱۲٤/۱۸۲۱	۷۹/۹۲۲۰	۵۰/۸٦۸۸	۳۵/۰٦۹٤	۲٤/۸۹٤۷	۱۰/۹۲٤٤
	SS chart	**٦۳/۳۰۸۳**	**۲٦/۹۱٤۰**	**۱۷/۹۰۸۰**	**۱۳/۲۵٤۷**	**۱۰/۷۳٤۷**	**۷/۸۸۰۰**
۰/۱۵	RPCC	۱۰٦/۸۱۱۱	۵۵/۵٤٦٦	۳۰/٤۷۳٦	۱٦/٤۵٤۷	۱۱/۷۱٤۸	٦/۹۲۳۳
	SS chart	**۲۷/۳۰۷۰**	**۱۲/۵٤۹۷**	**۸/٤۷۷۷**	**٦/۹٦۱۰**	**٦/٤۱۸۳**	**۵/٦۰۵۷**
۰/۱۷۵	RPCC	۸۵/۱۳۲۲	۳٦/۲۸۰۸	۱۵/٤٦٦٦	۹/٦۳۳۵	٦/۵٦٤۸	۵/۱۹۱۳
	SS chart	**۱۳/٤۸۱۷**	**٦/۹۹٤۰**	**۵/٤۳٦۰**	**۵/۰۸۵۷**	**٤/۸۹٤۰**	**٤/۵۲٤۰**
۰/۲	RPCC	٦۵/٤۵۸۷	۲۰/۳٤۷۵	۸/٦۷۸۰	٦/۱٦۰۲	٤/۹۷۸۱	٤/۲۳۱٤
	SS chart	**٦/۷۸۷۰**	**٤/۵۹٦۳**	**٤/۲۳۱۷**	**٤/۰۵۱۰**	**۳/۹۲۸۰**	**۳/۷٤۰۳**

δ_1	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ =۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ =۵۰
۰/۲۲۵	RPCC	۵۱/۸۲۹۳	۱۳/۸۹۵۹	۵/۵۹۷۵	٤/۵٤۸۰	٤/۰۸۵٤	۳/٦۱۵۱
	SSchart	**٤/٦۲٤۳**	**۳/۹۰۵۰**	**۳/۵۹٤۷**	**۳/٤٤٦۰**	**۳/۳۳٤۰**	**۳/۲۵۱۷**
۰/۲۵	RPCC	٤۰/۰۸۲٤	۸/۹۹۲۸	٤/٤۲۰۷	۳/۷۱۷٤	۳/۵۱۲۵	۳/۱۹٤۰
	SS chart	**۳/٦۹۹۰**	**۳/۲۷۳۳**	**۳/۰۵۵۰**	**۳/۰۲۳۷**	**۲/۹۳۸۷**	**۲/۸٤۸۳**

جدول۳: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در انحراف استاندارد از σ به $\gamma\sigma$ و به ازای نقاط تغییرمختلف

γ	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ =۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ = ۵۰
۱/۲	RPCC	۱۵۱/۹٦۷٦	۱۳۷/۸۲۹۸	۱۲۸/۸۰۱۳	۱۲۰/۲۳۰٤	۱۱۳/۱۰۲۷	۹۰/۵۷۹۵
	SS chart	**۷۲/۳۳۸۷**	**٦۸/۸۰٦۷**	**٦۱/۸٤۱۳**	**۵۸/٤۹۵۷**	**۵٦/۹۰۲۷**	**۵۰/۷۸۰۳**
۱/٤	RPCC	۱۰٤/٤۳۲۲	۸۱/۰۵۸٤	٦۵/۱۳۱۰	۵٤/٤۳۳۷	٤٦/۷۷٤۵	۲۷/۹۹۵۵
	SS chart	**۲۷/٦۹۸۰**	**۲۳/۰٦۹۳**	**۲۰/۸۱۰۳**	**۱۸/۵۸۲۷**	**۱۷/۳٤۵۳**	**۱٤/۰۵۳۳**
۱/٦	RPCC	٦٤/٦۳٦۵	٤۱/۱۹۹۳	۲۸/۱۲٤٦	۲۱/۰۲۰٦	۱٦/۲۷٤۹	۱۰/٤۲۰۲
	SS chart	**۱۳/۰۳۸۳**	**۱۰/٤۹۸۷**	**۹/۰٤۱۷**	**۷/۹۳۷۷**	**۷/۵۰۲۷**	**٦/۵٤٦۷**
۱/۸	RPCC	۳۷/۵۰۷٦	۲۰/۲۵٤٤	۱۲/۵۸۵۷	۹/۹۲۰۳	۷/۷۷۰۸	٦/۰۹۹۸
	SS chart	**۷/۲٤٦۳**	**٦/۰۳۰۷**	**۵/۲۳۱۰**	**۵/۰۹٤۰**	**٤/٦۹۷۳**	**٤/۳۳۹۰**
۲	RPCC	۲۲/۳۸۰۰	۹/۸٦۱۷	٦/۹٦۳٦	۵/٦۵۵٦	۵/۰٦۸۰	٤/٤۷۱٤
	SS chart	**٤/۹۹۱۷**	**٤/۰۸۵۳**	**۳/۷۸۳۷**	**۳/۵٦۰۰**	**۳/۳۹۲۳**	**۳/۲۰۰۰**
۲/۲	RPCC	۱۱/۷۹٦٦	۵/۸۳۳۲	٤/۵٦۱۹	٤/۰۸۷٦	۳/۸۷۱۳	۳/۵٦۵۱
	SS chart	**۳/٦۵۲۷**	**۳/۱۵۰۷**	**۲/۹۹۲۷**	**۲/۸۵۳۳**	**۲/۷٦۹۰**	**۲/٦۱٦۰**
۲/٤	RPCC	۷/۰۸۳۸	٤/۲۲۷۰	۳/۵۲۹٤	۳/۳۱٤۰	۳/۱۷٤۲	۳/۰۰٤۹
	SS chart	**۳/۰۳۱۳**	**۲/٦۰۱۰**	**۲/٤٦٤۰**	**۲/۳۱۷۷**	**۲/۲٤٤۷**	**۲/۲۰۲۰**

γ	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ =۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ = ۵۰
۲/۶	RPCC	۵/۱۴۵۲	۳/۳۷۶۱	۲/۹۹۴۳	۲/۸۵۹۱	۲/۷۳۳۹	۲/۵۹۰۳
	SS chart	**۲/۵۲۹۷**	**۲/۲۸۴۷**	**۲/۰۹۷۰**	**۲/۰۵۶۰**	**۲/۰۱۲۷**	**۱/۹۱۵۳**
۲/۸	RPCC	۳/۷۸۸۴	۲/۷۸۲۲	۲/۶۱۰۰	۲/۵۱۳۰	۲/۴۱۳۱	۲/۳۳۹۰
	SS chart	**۲/۲۳۲۳**	**۱/۹۶۵۰**	**۱/۸۷۷۳**	**۱/۸۳۶۰**	**۱/۷۹۶۰**	**۱/۷۲۶۳**
۳	RPCC	۳/۰۴۹۰	۲/۴۳۷۳	۲/۳۴۱۱	۲/۲۶۵۱	۲/۱۹۴۵	۲/۰۹۰۸
	SS chart	**۱/۹۸۳۷**	**۱/۷۹۴۰**	**۱/۷۱۶۳**	**۱/۶۶۶۳**	**۱/۶۲۳۳**	**۱/۵۹۰۳**

جدول۴ : مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در پارامتر شیب مدل تغییریافته از B_1 به $B_1 + \delta_1\sigma$ و به ازای نقاط تغییرمختلف

δ_1	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ =۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ =۵۰
۰/۲	RPCC	**۱۵۹/۲۲۰۰**	**۱۳۲/۹۷۱۶**	**۱۱۲/۰۴۶۴**	**۹۶/۴۰۷۰**	**۸۰/۸۳۰۸**	**۴۲/۹۸۹۵**
	SS chart	۲۲۰/۹۱۹۳	۲۱۹/۰۸۵۰	۲۱۲/۱۹۳۰	۲۰۴/۳۳۳۵	۲۰۹/۲۵۳۵	۱۹۵/۷۹۷۰
۰/۳	RPCC	**۱۲۴/۷۳۵۴**	**۸۱/۲۷۰۸**	**۵۲/۸۱۰۷**	**۳۴/۴۲۶۹**	**۲۳/۴۸۱۲**	**۱۰/۱۲۹۷**
	SS chart	۲۱۸/۲۰۴۰	۲۱۵/۷۳۶۰	۲۰۰/۴۵۶۰	۱۹۵/۴۲۳۰	۱۸۶/۹۵۶۰	۱۶۴/۴۹۶۰
۰/۴	RPCC	**۹۱/۷۱۷۶**	**۴۳/۰۸۸۸**	**۱۹/۱۴۳۲**	**۱۰/۲۶۶۲**	**۷/۵۷۹۱**	**۵/۲۱۰۱**
	SS chart	۲۱۶/۵۰۳۰	۲۰۰/۵۸۲۰	۱۸۲/۵۴۳۰	۱۶۱/۱۹۲۰	۱۵۱/۱۴۲۵	۸۵/۱۴۵۸
۰/۵	RPCC	**۶۷/۲۲۷۴**	**۱۸/۴۹۵۹**	**۷/۶۴۲۰**	**۴/۸۵۵۵**	**۴/۳۲۳۸**	**۳/۷۹۶۰**
	SS chart	۲۱۰/۴۲۸۰	۱۵۸/۱۸۰۵	۱۲۱/۰۴۳۵	۹۶/۳۳۳۵	۶۵/۲۱۵۵	۲۲/۱۵۰۸
۰/۶	RPCC	**۴۸/۴۰۴۲**	**۸/۰۶۳۴**	**۴/۱۹۷۹**	**۳/۵۲۱۱**	**۳/۳۱۵۳**	**۳/۰۴۴۷**
	SS chart	۱۶۵/۲۵۱۱	۹۰/۹۱۹۵	۵۸/۴۲۹۵	۲۸/۳۹۹۰	۱۷/۹۰۵۰	۵/۹۲۳۲
۰/۷	RPCC	**۳۲/۴۱۰۴**	**۵/۰۳۷۳**	**۳/۲۰۵۴**	**۲/۹۴۷۵**	**۲/۷۹۵۳**	**۲/۵۷۸۴**
	SSchart	۱۰۴/۹۸۴۲	۳۵/۶۲۳۰	۱۲/۹۵۰۸	۵/۵۱۴۴	۴/۹۱۴۵	۲/۹۸۱۸
۰/۸	RPCC	**۲۱/۳۶۸۰**	**۳/۶۳۳۵**	**۲/۷۵۰۵**	**۲/۵۵۶۵**	۲/۴۴۳۳	۲/۲۴۸۵
	SS chart	۴۸/۴۹۴۴	۱۰/۵۲۹۸	۳/۲۴۱۶	۲/۶۱۳۶	**۲/۴۱۲۵**	**۲/۲۱۴۶**

δ_1	Methods	τ =۱۰	τ =۱۵	τ =۲۰	τ =۲۵	τ =۳۰	τ =۵۰
۰/۹	RPCC	**۱۳/۳۸۵۶**	۲/۸۹۹۱	۲/٤٤۹۰	۲/۲۸۸۳	۲/۱۹۵٦	۲/۰۲٤۰
	SSchart	۱۵/۱۸٤۲	**۲/۷۷٦۲**	**۲/۱۱۲۰**	**۱/۹٤۱۰**	**۱/۸۹۷۵**	**۱/۷۵۵۰**
۱/۰۰	RPCC	۱۰/۱۵٦٦	۲/۵۷٦٦	۲/۲۳۵۰	۲/۰۹۸۵	۲/۰۱٤٦	۱/۸۵٤۱
	SS chart	**٤/۰۱۲۸**	**۱/۷۷۵٤**	**۱/٦۳۲۸**	**۱/۵٦۰٦**	**۱/۵۱٦۰**	**۱/٤۷۰۲**

مراجع

[1]Kang,L. & Albin, S.L. (2000). On-line monitoring when the process yields a linear profile. *Journal of Quality Technology*, 32(4), 418-426.

[2] Kim, K., Mahmoud,M.A. &Woodall,W.H. (2003). On the monitoring of linear profiles. *Journal of Quality Technology*, 35(3), 317-347.

[3]Khedmati,M.&Niaki,S.T.A.(2016).Monitoring simple linear profiles in multistage processes by a MaxEWMA control chart.*Computers & Industrial Engineering*, 98, 125-143.

[4]Saghaei,A.,Mehrjoo,M.,&Amiri,A.(2010).Monitoring simple linear profiles using cumulative sum control charts. *Amirkabir Journal of Science & Research- Mechanical Engineering*,41(2),73-82 (In Persian).

[5]Soleimani,P.,Noorossana,R.&Amiri,A.(2009). Simple linear profiles monitoring in the presence of within profile autocorrelation. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3), 1015-1021.

[6] Kazemzadeh,R.B., Amiri,A.,& Kouhestani,B. (2016). Monitoring simple linear profiles using variable sample size schemes. *Journal of Statistical Computation and Simulation*,86(15), 2923-2945.

[7] Niaki, S.T.A., Abbasi, B., & Arkat, J. (2007).A generalized linear statistical model approach to monitorprofiles. *International Journal of Engineering Transactions A Basics*, 20(3), 233-242.

[8]Noorossana,R.,Fatemi,S.A.,&Zerehsaz,Y. (2015). Phase II monitoring of simple linear profiles with random explanatory variables.*The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 779-787.

[9]Zhang, J., Li, Z. &Wang, Z. (2009). Control chart based on likelihood ratio for monitoring linear profiles.*Computational Statistics & Data Analysis*,53(4), 1440-1448.

[10]Kazemzadeh,R.B.,Noorossana,R.& Amiri,A.(2010).PhaseIImonitoring ofautocorrelated polynomial profiles in AR(1) processes,*ScientiaIranica*, Transactions E: Industrial Engineering,17(1),12-24.

[11]Amiri A., Eyvazian, M., Zou, C. & Noorossana R. (2012). A parameters reduction method for monitoring multiple linear regression profiles. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 58(5-8), 621-629.

[12]Amiri A., Saghaei A., Mohseni, M. & Zerehsaz, Y. (2014). Diagnosis aids in multivariate multiple linear regression profiles monitoring .*Communications in Statistics-Theory and Methods*,43(14), 3057-3079.

[13] Ghashghaei, R., & Amiri. A.(2017). Sum of squares control charts for monitoring of multivariate multiple linear regression profiles in phase II. *Quality and Reliability Engineering International*,33, 767-784.

[14]AhmadiYazdi,A.,Hamadani,A.Z.&Amiri,A.(2019).Phase II monitoring of multivariate simple linear profiles with estimated parameters. *Journal of Industrial Engineering International*, 5(4), 557-570

[15] Ahmadi Yazdi,A.,Hamadani,A.Z.,Amiri,A.& Grzegorczyk,M.(2019). A new Bayesian multivariate exponentially weighted moving average control chart for phase II monitoring of multivariate multiple linear profiles. *Quality and Reliability Engineering International*, 35(7), 2152-*2177*.

[16] Hillier F.S.(1969).X-bar and R-chart control limits based on a small number of subgroups. *Journal of Quality Technology,*1(1),17-26.

[17] Yang,C.H. & Hillier,F.S.(1970).Mean and variance control chart limits based on a small number of subgroups. *Journal of Quality Technology,*2(1),9-16.

[18]Quesenberry, C.P. (1991). SPC Q charts forstart-up processes and short or long

runs. *Journal of Quality Technology*, 23(3), 213-224.

[19] Quesenberry, C.P.(1991).SPC Q charts for a binomial parameter p: short or long runs. *Journal of Quality Technology*,23(3),239-246.

[20] Quesenberry, C.P.(1991).SPC Q charts for a poisson parameterλ: short or long runs. *Journal of Quality Technology*,23(4),296-303.

[21] Li,Z.,Luo,Y.,&Wang,Z.(2010).CUSUM of Q chart with variable sampling intervals for monitoring the process mean. *International Journal of Production Research*,48(16),4861-4876.

[22] Li,Z., & Wang,Z.(2010). Adaptive CUSUM of Q chart. *International Journal of Production Research*,48(5),1287-1301.

[23]Kawamura,H.,Nishina,K.,Higashide,M.& Suzuki T.(2013).Application of Q charts for short run autocorrelated data. *International Journal of Innovative Computing Information and Control*,9(6),3667-3676.

[24]Hawkins, D. M. (1987).Self-starting CUSUM charts for location and scale, *The Statistician,36(4),299-316.*

[25]Quesenberry, C. P. (1995). On properties of Q charts for variables. *Journal of Quality Technology*, 27(3), 184-203.

[26]Sullivan, J. H., & Jones, L. A.. (2002). A self-starting control chart for multivariate individual observations, *Technometrics*, 44(1), 24-33.

[27]Zantek, P.F. (2006). Design of cumulative sum schemes for start-up processes and short runs. *Journalof QualityTechnology*, 38(4),365-375.

[28]Zou, C., Zhou, C., Wang, Z. &Tsung, F. (2007). A self-starting control chartfor linear profiles. *Journal of Quality Technology*, 39(4), 364-*375*.

[29]Amiri, A., Khosravi, P. & Ghashghaei, R. (2016). A self-starting control chart for simultaneous monitoring of mean and variance of simple linear profiles, *International Journal of Engineering, Transactions C: Aspects*, 29(9), 1257-1266.

[30]Tsung, F. & Xia,Z. (2019). A computationally efficient self-starting scheme to monitor general linear profiles with abrupt changes. *Quality Technology&QuantitativeManagement*, 16(3), *278-296.*

[31]Khosravi, P. & Amiri,A. (2019). Self-Starting control charts for monitoring logistic regression profiles. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 48(6), 1860-1871.

[32] Ravichandran,J.(2019). Self-starting X-bar control chart based on Six Sigma quality and sometimes pooling procedure. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 89(2), 362-377

[33] Sogandi,F.,Mousavi,S.M.&Amiri,A.(2018). Self-starting control chart and post signal diagnostics for monitoring project earned value management indices. *Journal of International and Systems Engineering*, 11(2), 85-100.

[34] Zhang,G., Chen,G.& Castagliola,P.(2009).On t and EWMA t charts for monitoring changes in the process mean. *Quality and Reliability Engineering International*,25(8), 933-945

[35]Celano,P.,Castagliola,P.,Trovato,E.&Fichera,S. (2011).Shewhart and EWMA t control charts for short production runs.*Quality and Reliability Engineering International*,27(3),313-326.

[36]Hawkins,D.M.,Qiu,P.&Kang,C.W.(2003).The change point model for statistical process control. *Journal of Quality Technology*,35(4),355-366.

[37]Hawkins,D. M.& Zamba,K.D.(2005).A change point model for a shift in variance.*Journal of Quality Technology*,37(1),21-31.

[38]Hawkins,D.M. &Zamba,K.D.(2005).Statistical process control for shifts in mean or variance using a change point formulation. *Technometrics*,47(2),164-172.

[39]Zamba,K.D.& Hawkins,D.M.(2006).A multivariate change point model for statistical process control. *Technometrics*,48(4),539-549.

[40]Zhou,C.,Zou,C.,Zhang,Y.&Wang,Z.(2009).No nparametric control chart based on change-point model. *Statistical Papers*,50(1),13-28.

[41]Zou,C.,Tsung,F.&Wang,Z.(2007).Monitoring general linear profiles using multivariate EWMA schemes.*Technometrics*,49(4),395-408.