

## نمودارهای کنترلی استوار برای داده‌های سری زمانی

اعظم کلهر\*

(نویسنده مسؤل) کارشناسی ارشد، گروه آمار، دانشگاه البرز قزوین، قزوین، ایران. a\_kalhor2016@yahoo.com

محمد بامنی مقدم

استاد تمام گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. bamenimoghada@aut.ac.ir

چکیده هر روش آماری که برای کشف تغییرهای فرایند در طول زمان طراحی می‌شود در حوزه کنترل آماری فرایند قرار دارد. از میان ابزارهای پر کاربرد کنترل آماری فرایند، نمودار کنترلی مهم‌ترین و قدرتمندترین ابزار کنترل آماری فرایند است. در این جا درک این نکته مهم است که نمودارهای کنترل آماری فرایند در رابطه با کنترل فرایند از دو جنبه کامل نیستند یکی این که نمودارهای کنترل آماری فرایند طبق مشخصات طراحی انجام می‌پذیرد یا نه و دیگر این که نمودارهای کنترلی توانایی شناسایی علل غیر تصادفی و حذف آن‌ها را ندارند. در این مقاله نمودارهای کنترلی استوار برای داده‌های سری‌زمانی برای پی بردن به انحراف‌های با دلیل، معرفی می‌کنیم که داده‌های واقعی اجرای عملیات مرکز ساختمان‌های کشاورزی و بیوتکنولوژی کرج می‌باشد که داده‌ها به صورت روزانه جمع‌آوری شده و نمودارهای کنترلی استوار و نمودارهای کنترلی استاندارد را برای داده‌های سری‌زمانی رسم می‌کنیم که انجام تجزیه و تحلیل آماری این طرح با استفاده از نرم‌افزار spss16 صورت پذیرفته است و در نهایت با مقایسه کردن نمودار کنترلی استوار با نمودار کنترلی استاندارد برای داده‌های سری‌زمانی به این نتیجه می‌رسیم که نمودار کنترلی استوار کارایی مطلوبی نسبت به نمودار کنترلی استاندارد دارد.

**واژگان کلیدی:** کنترل آماری فرایند (SPC)، نمودارهای کنترلی، سری‌های زمانی نامانا، هولت وینترز، داده‌های پرت، استواری

### ۱- مقدمه

خود را به عنوان یک اصل اساسی پذیرفته‌اند و تمرکز بیش‌تر خود را بر بهینه‌سازی سامانه‌ها معطوف داشته‌اند [۲]. اغلب این سامانه‌ها تأثیرپذیر از عوامل تصادفی (اغتشاش) هستند و تغییرپذیری، جزء ماهیت عملکردی آن‌ها به شمار می‌آید که برای کنترل آن (تغییرپذیری)، روش‌های آماری تحت عنوان کنترل کیفیت آماری مطرح می‌شوند. برای کنترل تغییرپذیری یک فرایند و دستیابی به یک فرایند پایدار، مدل‌ها و نظریه‌های فراوانی ارائه شده و برای هر کدام از این مدل‌ها ابزارهای کنترلی مختلفی ابداع شده که به وسیله‌ی آن‌ها می‌توان کیفیت فرایند را

کیفیت در جهان رقابتی امروز، به عنوان مهم‌ترین عامل پیش‌برد اهداف سازمان‌ها مطرح است. امروزه کیفیت به عنوان راهبرد تجاری شناخته می‌شود و عنوان غول صنعتی نه به کشورهای با تولید انبوه، بلکه به کشورهای با شاخص‌های رشد صنعتی (امکان ارائه محصول با کیفیت بالاتر، عرضه‌ی محصول به بازارهای بین‌المللی و توان ارائه‌ی محصول با قیمت پایین‌تر) اطلاق می‌شود [۱]. دستیابی به شاخص‌های رشد صنعتی، وابسته به استفاده از دانش نوین بشری و رشد فناوری بوده و کشورهای آگاه از وضعیت رقابت، بهینه‌سازی مستمر سامانه‌های (فرایندها و محصول‌ها)

\* (Corresponding author): a\_kalhor2016@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۱۷

دوره ۱۰/ شماره ۴

صفحات: ۲۶۹-۲۷۸

پایش و یا بهبود بخشید. یکی از روش‌های کنترل فرایند در حین تولید برای جلوگیری از تولید تعداد زیادی محصول معیوب، استفاده از نمودارهای کنترلی<sup>۱</sup> است که نوعی نظارت و کنترل علمی را بر تغییرپذیری فرایند اعمال می‌کنند. چنانچه تغییرپذیری متغیر یا متغیرهای خروجی از حدود مورد انتظاری که در مرحله طراحی نمودار تعیین شده تجاوز نماید و روند یا چرخه‌ی غیرطبیعی از خود نشان دهند، نمودارهای کنترلی، هشدارهای لازم را دال بر عدم پایداری فرایند به مخاطب ارائه می‌دهند. به عبارت دیگر، روش نمودارهای کنترل آماری فرایند (SPC)<sup>۲</sup> به منظور ارائه‌ی اطلاعاتی برای تشخیص این‌که چه وقت پراکنندگی توزیع مشخصه(ها)ی کیفیت بیش از آن چیزی است که به تصادف نسبت داده می‌شود و در نتیجه نشان دادن این‌که آیا فرایند مورد نظر دارای وضعیت پایداری در رابطه با مشخصه(ها)ی کیفیت مورد بررسی هست یا نه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واقع، کنترل آماری فرایند (SPC)، روش مؤثری برای پایش محصول و صرفه جویی در هزینه‌ی تولید در فرایند ساخت است [۳].

اساس نمودارهای کنترلی کیفیت آماری در سال ۱۹۲۴ توسط شوهارت<sup>۳</sup> برای کنترل تغییرهای مهم در فرایند تولید بنیان‌گذاری شد و در سال ۱۹۲۵ به صورت مقاله‌ای انتشار یافت. این نمودار به عنوان ظهور کنترل آماری فرایند در نظر گرفته شده است. این روش یکی از اولین روش‌های تضمین کیفیت در فعالیت‌های حین ساخت بود که در صنعت مدرن معرفی شد. نمودارها و حدود کنترلی طوری طراحی می‌شوند که اگر عملکرد جاری از عملکرد طبیعی خیلی متفاوت نباشد، مقدار آماره‌ی حساب شده از داده‌های جاری، درون حدود کنترلی قرار گیرد. اگر عملکرد جاری تفاوت قابل توجهی با عملکرد طبیعی داشته باشد، آن‌گاه یافته‌ی آماره، خارج از حدود کنترلی قرار می‌گیرد که این وضعیت، به عنوان یک وضعیت خارج از کنترل تلقی می‌شود. در نظریه‌ی کنترل آماری فرایند، وضعیت خارج از کنترل، معمولاً توسط علل قابل تشخیص، یا انحراف با دلیل، مانند تغییر ناگهانی در مواد ورودی، خرابی یا بد عمل کردن دستگاه، تغییر کاربران و غیره ایجاد می‌شود. در این حالت معمولاً، تولید متوقف شده و تحقیق و بررسی برای پیدا کردن و بر طرف کردن علل قابل تشخیص شروع می‌شود [۴].

نمودارهای کنترلی خاص را الوان<sup>۴</sup> و رابرتز<sup>۵</sup> [۵] در سال ۱۹۸۸ پیش‌نهاد کردند که از خطاهای پیش‌بینی استفاده می‌کردند. انواع مختلفی از نمودارهای کنترلی برای داده‌های سری زمانی در آمار

ارائه شده است. برای سری‌های زمانی نایستا یا ناماننا، نمبهارد<sup>۶</sup> در سال ۲۰۰۷ [۶] و واندرول<sup>۷</sup> [۷] در سال ۱۹۹۶ نمودار کنترلی برای فرایندها پیش‌نهاد کردند که فرایند بر اساس یک مدل ثابت بررسی می‌شود. روش هولت-وینترز یک مثال مهم این روش است. مقاله‌های رک<sup>۸</sup> (۱۹۹۲، ۱۹۸۹) [۸] و تاتوم<sup>۹</sup> (۱۹۹۷) [۹] که در آن میانگین و واریانس با یک روند استوار برای برآورد حدود کنترلی استفاده شده است، در نمودارهای کنترلی پیش‌نهاد می‌شوند. اخیراً نمودار کنترلی استوار برای فرایندهای چندمتغیره توسط وارگاس<sup>۱۰</sup> [۱۰]، آلفارو<sup>۱۱</sup> و ارتگا<sup>۱۲</sup> [۱۱] در سال ۲۰۰۹ پیش‌نهاد شدند، که با این نمودار کنترلی استوار برای سری زمانی که حاوی روندهای تصادفی و نقاط دورافتاده می‌باشند در محیط کسب و کار مواجه می‌شویم. اولین کار در سری زمانی بررسی مانایی یا ایستایی فرایند است. یک سری زمانی مانا است که تغییر منظمی در میانگین و واریانس آن موجود نباشد و در واقع سری زمانی ایستا فاقد تغییرات دوره‌ای (قوانین احتمالی فرایند با تغییر زمان تغییر نکند) است، در غیر این صورت، اگر میانگین و واریانس سری نسبت به زمان تغییر کند سری زمانی نایستا است [۱۲].

تحلیل سری‌های زمانی به طور نظری و عملی از زمان شروع کار اصلی باکس و جیکننز [۱۳] در سال ۱۹۷۰ (تحت عنوان تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، پیش‌بینی و کنترل) به سرعت توسعه پیدا نمود. طراحی نمودارهای کنترل سنتی بر پایه‌ی فرضیات نرمال بودن توابع توزیع مشخصه‌های کیفی مورد نظر و استقلال داده‌های فرایند پایدار می‌باشند. از آنجایی که در عمل یکی یا هردو این فرض‌ها مکرراً نقض می‌شود، این امر منجر به جایگزینی‌های اشتباه در حدود کنترل و در نتیجه کاهش کارایی آن خواهد شد. لذا هدف این تحقیق، ارائه‌ی نمودار کنترلی است که با حضور انواع داده‌های پرت در فرایندهای خودهمبسته و ناماننا، توانایی کنترل فرایند با کارایی مطلوب را داشته باشد. پس برای طراحی نمودارهای کنترلی، نیاز به پارامترهایی داریم که هم با وجود داده‌های پرت و هم با حذف داده‌های پرت در فرایند، دارای عملکرد مطلوب در برآورد پارامترها باشد. این برآورد کننده‌ها، برآورد کننده‌های استوار نامیده می‌شوند. نمودار کنترل بر اساس تخمین پارامترهای مدل‌های سری زمانی به روش استوار IRFFFT<sup>۱۳</sup> که توسط شریعتی و همکاران [۱۴] ارائه شده است، برای فرایندهای خودهمبسته طراحی شد تا از آثار نامطلوب جلوگیری شود. روش IRFFFT، روش برآورد  $\tau$  سریع فیلتر شده‌ی استوار تکراری برای تخمین پارامترهای مدل‌های AR می‌باشد که روشی جدید با معیارهای بسیار مطلوب کارایی و استواری

هولت-وینترز که همه داده‌ها را در پیش‌بینی لحاظ کرده و به داده‌های اخیر وزن بیش‌تری می‌دهد استفاده کرده و نمودار کنترلی استوار را برای خطاهای پیش‌بینی یک قدم جلوتر با پارامترهای هموار رسم می‌کنیم و با نمودار کنترلی استاندارد مقایسه می‌کنیم. این مقایسه با داده‌های واقعی مربوط به طراحی پروژه‌های ساختمانی تمامی حالات ممکن سری‌زمانی با معیارهای مذکور صورت پذیرفته است.

## ۲- روش پژوهش

در این بخش یک نمودار کنترلی استاندارد برای داده‌های سری زمانی با استفاده از روش خطاهای پیش‌بینی یک قدم جلوتر از روش هولت-وینترز ارائه می‌شود، در این ارتباط خطای پیش‌بینی را به عنوان ورودی و یک نمودار کنترلی برای نظارت بر فرایندهای ناماننا یا نالیستا در نظر می‌گیرد، روش هولت-وینترز اغلب برای سری‌های تک‌صفتی با یک روند تصادفی و یک الگوی فصلی استفاده می‌شود [۲۰]. برای سری‌زمانی  $\{y_t\}$  یک نمودار کنترلی ارائه می‌شود. پس برای رسم نمودار کنترلی باید خطاهای پیش-بینی یک قدم جلوتر (باقی‌مانده‌های مدل) را به دست آورد و از طریق آن نمودار کنترلی را رسم کرد و حدود کنترلی نیز برای  $\pi$  نمونه ایجاد می‌شوند. الگوریتم پیش‌بینی به این صورت است که یک سری‌زمانی تا زمان  $t-1$  با مشاهده  $\pi$  نمونه که دنباله‌ای از توزیع نرمال است در نظر گرفته می‌شود. روش هولت-وینترز باعث می‌شود که پیش‌بینی از این سری در زمان  $t$  به وسیله  $\hat{y}_{t|t-1}$  مشخص شود. هنگامی که  $y_t$  مقدار واقعی مشاهده باشد توالی خطای پیش‌بینی یک قدم جلوتر به صورت زیر خواهد بود.

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1} \quad (1)$$

که پارامترهای مکانی سری‌ها به وسیله  $\{\alpha_t\}$  و  $\{\beta_t\}$  به دست می‌آید. این الگوریتم مقدارهای نامعلوم پارامترها را توسط مقادیر زیر برآورد می‌کند:

$$\hat{\alpha}_t = \lambda_1 y_t + (1 - \lambda_1)(\hat{\alpha}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1}) \quad (2)$$

$$\hat{\beta}_t = \lambda_2 + (\hat{\alpha}_t - \hat{\alpha}_{t-1}) + (1 - \lambda_2)\hat{\beta}_{t-1}$$

و در نتیجه، مقدار این پیش‌بینی به این صورت نوشته می‌شود:

$$\hat{y}_{t|t-1} = \hat{\alpha}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1} \quad (3)$$

همزمان، مانند میانگین مربعات خطا، تابع تأثیر و نقطه شکست برای داده‌های خودهمبسته می‌باشد. به طور کلی در صورت نامعلوم بودن پارامترها، تمامی انواع نمودارهای کنترل برای داده‌های خود همبسته به نوعی به تخمین بردار پارامترهای  $(\mu, \lambda)$  و نیز تخمین پراکندگی باقیمانده‌ها  $\sigma_u^2$  (در اینجا مدل  $AR(1)$  را مد نظر قرار داده‌ایم) ارتباط دارند، عدم دقت در تخمین هرچه بهتر این پارامترها، منجر به کاهش حساسیت و کارایی نمودارهای کنترل مربوطه در کشف حالات خارج کنترل خواهد شد [۱۵].

برای کاهش اثر داده‌های پرت امر  $[16]$  بر پایه میانه قدرمطلق انحراف از میانه نمونه‌ای (MAD)<sup>۱۵</sup>، نمودار کنترل  $R$  را ارائه کرده است. خو<sup>۱۶</sup>  $[17]$  نمودارهای کنترل  $MAR_Q$ ،  $EWMAR_Q$  که دارای حساسیت بیشتری در مقابل کشف حالات خارج از کنترل بود را برای این نوع از داده‌ها ارائه کرده است. نمودارهای کنترل استوار برای فرایندهای چند متغیره توسط استفاتوس و همزه<sup>۱۷</sup> [۱۸] ارائه شده است. در سری‌های زمانی برخلاف داده‌های مستقل، انواع مختلفی از داده‌های پرت وجود دارند که شامل داده‌های پرت افزایشی<sup>۱۸</sup>، داده‌های پرت جانشینی<sup>۱۹</sup>، و داده‌های پرت ابداعی<sup>۲۰</sup> می‌باشند [۱۹]. بر این اساس کروکس<sup>۲۱</sup> و همکاران [۲۰] نمودار کنترل استوار را برای داده‌های سری زمانی بر اساس پیش‌بینی به روش هولت وینترز<sup>۲۲</sup> ارائه داده‌اند که دارای حساسیت کمی بوده و منطق آن براساس کاهش اثر داده‌های پرت به دلیل آشکار شدن اختلاف زیاد آن داده‌ها با مقادیر پیش‌بینی شده بنا شده است. در این نمودار، حدود کنترل برای پایش خطای یک قدم جلوتر<sup>۲۳</sup> طراحی شده است که بر تخمین استوار پارامتر مقیاس<sup>۲۴</sup> یا پراکندگی براساس برآوردگر  $\tau$  که در آن از مقادیر پیش‌بینی به روش هولت-وینترز استفاده می‌شود تکیه دارد. این روش صرفاً برای کاهش اثر داده‌های پرت بدون توجه به نوع آن در مدل‌های وابستگی مشاهدات از خصوصیات سری زمانی است، بنابراین برای پیدا کردن این وابستگی و توصیف آن و پیش-بینی مقادیر آینده بسیار اهمیت دارد. در این پژوهش با در نظر گرفتن ویژگی‌های خاص سری زمانی مانند نامانایی و رفتار فصلی از نمودارهای کنترلی استوار برای پیش‌بینی مقادیر آینده سری زمانی، به گونه‌ای که خطای پیش‌بینی حداقل شود استفاده می‌کنیم. همان‌طور که کلاکر<sup>۲۵</sup> [۲۱] بیان می‌کند سری‌های زمانی بسیاری از صنایع، رفتاری ناماننا و فصلی را از خود نشان می‌دهند. بنابراین برای پیش‌بینی مقادیر آینده سری‌های زمانی باید رفتار خاص آن‌ها را در مدل‌سازی لحاظ کرد به همین دلیل از روش

استاندارد توسط گپلر<sup>۲۶</sup>، فراید<sup>۲۷</sup> و کروکس<sup>۲۸</sup> [۲۲] در سال (۲۰۱۰) مطرح شده است. آن‌ها در حال حاضر روش استوار هولت-وینترز و کاربرد روش استاندارد در یک نسخه مشاهده سری‌ها را تکرار کردند. علاوه بر این، آن‌ها تأکید بر انتخاب از پارامترهای هموار استوار و برآورد استوار از شروع مقادیرهای الگوریتم دادند. ما به‌طور خلاصه روش هولت-وینترز استاندارد را بررسی کردیم یک متن تمیز  $y_t^*$  برای سری زمانی  $y_t$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y_t^* = \varphi_k \frac{(y_t - \hat{\alpha}_{t-1} - \hat{\beta}_{t-1})}{\hat{\sigma}_t} \hat{\sigma}_t + \hat{\alpha}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1} \quad (6)$$

مقدار  $\varphi_k(y) = \max(-\kappa, \min(y, \kappa))$  تابع  $\varphi$  با مقدار کران  $k$  و  $\hat{\sigma}_t$  یک برآورد واریانس مکانی در خطاهای پیش‌بینی یک قدم جلوتر است.

برآورد واریانس مکانی در زمان رسیدن  $k$  به بی‌نهایت به این صورت است:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \lambda_\sigma \rho_k \frac{(y_t - \hat{\alpha}_{t-1} - \hat{\beta}_{t-1})}{\hat{\sigma}_{t-1}} \hat{\sigma}_{t-1}^2 + (1 - \lambda_\sigma) \hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (7)$$

که در آن  $\rho_k(0)$  یک تابع با کران پایین که مقدار کران  $k = 2$  است (گپلر، ۲۰۱۰) [۲۲]. وقتی واریانس تغییر زیادی نداشته باشد  $\lambda_\sigma$  پارامتر مکانی به جایی نزدیک صفر اطلاق می‌شود. برای تغییر کم در مقیاس، برگرداندن یک انتخاب  $\lambda_\sigma$  به جایی نزدیک صفر است برای مثال  $\lambda_\sigma = 0/3$ ، طرح بازگشتی الگوریتم هولت-وینترز استوار پارامترهای هموارساز استوار به صورت زیر است:

$$\hat{\beta}_t = \hat{\alpha}_t = \lambda_1 y_t^* + (1 - \lambda_1)(\hat{\alpha}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1}) \quad (8)$$

$$\lambda_2(\hat{\alpha}_t - \hat{\alpha}_{t-1}) + (1 - \lambda_2)\hat{\beta}_{t-1}$$

حال با انتخاب پارامترهای هموارساز استوار به‌جای به حداقل رساندن مجموع توان‌های دوم خطاهای پیش‌بینی یک مرحله جلوتر دنباله نمونه، عمل کرد را به حداقل می‌رساند:

$$(\lambda_1^{opt}, \lambda_2^{opt}) = \arg \min_{(\lambda_1, \lambda_2)} -\theta^2 \sum_{t=m+1}^n \rho_k \frac{(y_t - \hat{y}_{t|t-1})}{s_0} \quad (9)$$

برآورد انحراف معیار  $s_0$  که میانگین انحراف از خطاهای پیش‌بینی است، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$s_0 = \text{med}_m + 1 \leq t \leq n | y_t - \hat{y}_t | t - 1 |$$

که پارامترهای  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  در رابطه‌ی (۲) پارامترهای هموارساز هستند که مقادیرهای بین ۰ و ۱ را اختیار می‌کنند. پارامترهای بزرگ‌تر و کوچک‌تر از پارامترهای مکانی و یا پراکندگی توزیع مشخصه‌ی کیفیت و وزن داده شده به مشاهدات فعلی  $y_t$ ، یک پیش‌بینی از مقدار بعدی است. خط روند خطی رسم شده نسبت به داده‌ها در شروع دوره برای برآورد سطح مکانی و روند در دوره به مدت  $T=M$  است. پارامترهای  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  با به حداقل رساندن مجموع توان دوم خطاهای پیش‌بینی در مدت تسلسل از  $N$  که پارامترهای  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  در رابطه‌ی (۲) پارامترهای هموارساز هستند که مقادیرهای بین ۰ و ۱ را اختیار می‌کنند. پارامترهای بزرگ‌تر و کوچک‌تر از پارامترهای مکانی و یا پراکندگی توزیع مشخصه‌ی کیفیت و وزن داده شده به مشاهدات فعلی  $y_t$ ، یک پیش‌بینی از مقدار بعدی است. خط روند خطی رسم‌شده خطاهای انتخاب می‌شوند.

$$(\lambda_1^{opt}, \lambda_2^{opt}) = \arg \min_{(\lambda_1, \lambda_2)} \sum_{t=m+1}^n (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2 \quad (4)$$

توجه داشته باشید که مشاهده‌های اولیه در تعیین پارامترهای هموارساز حذف شده و استفاده نمی‌شوند. در نمودار کنترلی استاندارد، خطاهای پیش‌بینی نرمال در نظر گرفته می‌شوند و برای محاسبه‌ی حدود کنترلی، از خطای پیش‌بینی  $e_t$  در دنباله نقاط  $t = m + 1, \dots, n$  استفاده می‌کند.  $s^2$  که مجموع توان‌ای دوم خطاها در دنباله نقاط بدون در نظر گرفتن مشاهده اولیه است را به صورت زیر در نظر می‌گیرد:

$$s^2 = \frac{\sum_{t=m+1}^n e_t^2}{n - m}$$

از آن‌جا که مقدار هدف برای خطاهای پیش‌بینی صفر است پس حدود کنترل به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$UCL = Z\alpha/2 \times S \quad (5)$$

$$LCL = -Z\alpha/2 \times S$$

برای هر  $y_t$  در دنباله نقاط که در آن  $t > n$  است از توزیع نرمال استاندارد استفاده شده است. پس می‌توان مقدار  $e_t$  را در نمودار کنترلی رسم کرد. در صورتی که  $e_t$  خارج از حدود کنترل قرار بگیرد نشان‌گر این خواهد بود که مقدار مشاهده شده، انحراف قابل ملاحظه‌ای از مقدار پیش‌بینی دارد که علت تغییر غیر منتظره در فرایند است. کاستی (نقص) روش هولت-وینترز

پس تابع زیان در رابطه‌ی (۹) به صورت زیر است:

$$\rho_k(y) = \min(k^2, y^2) = \varphi_k(y)^2 \quad (10)$$

نمودار کنترلی استوار با رسم خطاهای پیش‌بینی به‌دست آوردن حدود کنترلی با استفاده از برآورد واریانس استوار در تعیین خطاهای پیش‌بینی یک مرحله جلوتر در دنباله نقاط با برآوردگر واریانس  $\tau$  می‌توان نوشت:

$$\tau^2 = C_k \frac{S_0^2}{n-m} \sum_{t=m+1}^n \rho_k \left( \frac{e_t}{S_T} \right) \quad (11)$$

که در آن  $S_0$  به شکل زیر است:

$$S_0 = \text{med}_{m+1} \leq t \leq n |e_t|$$

عامل ثابت  $C_k$  در معادله فوق تضمین می‌کند که  $\tau^2$  برآوردگر سازگار واریانس جمعیت از یک توزیع نرمال است و برای  $k = 2$  و  $C_k = 1/404$ ، پس برآوردگر واریانس استوار بوده  $\tau$  نزدیک به صفر است، در نتیجه حدود کنترلی  $(1 - \alpha)$  به این صورت در نظر گرفته می‌شود:

$$UCL = Z\alpha/2 \times \tau \quad (12)$$

$$LCL = -Z\alpha/2 \times \tau$$

### ۳- یافته‌های پژوهش

در این بخش با آزمودن عددی، نمودار کنترلی استوار برای داده‌های سری زمانی را با در نظر گرفتن پیش‌بینی خطاها رسم می‌کنیم و آن را با نمودار کنترلی استاندارد برای داده‌های سری زمانی مقایسه می‌کنیم. این کار از طریق کاربرد این نمودارها در داده‌های واقعی مربوط به مدیریت پروژه‌های ساختمانی انجام می‌شود. به منظور اعمال مدیریت در پروژه‌های اجرایی به خصوص ساختمانی، لازم است که برنامه ریزی انجام کارها که مشخص-کننده‌ی تمام فعالیت‌ها، مدت انجام هر یک، ارتباط و وابستگی بین فعالیت‌ها، زمان شروع و زمان پایان هر فعالیت و ... می‌باشد. به منظور برقراری رابطه زمانی بین کارهای مختلف یک پروژه، برنامه‌ریزی پیشرفت کار تهیه می‌شود. به طوری که شروع مدت انجام هر فعالیت و پایان هر قسمت از کار بر حسب زمان تعیین شده باشد و در هر مقطع از زمان به توان کارهای مختلفی را که

باید در آن مقطع انجام گیرد تشخیص داده و وضعیت پیشرفت کار را تعیین نمود. برای تهیه‌ی برنامه پیشرفت کار به روش خطی، در ابتدا باید پروژه‌ی ساختمانی را به اجزای کاری آن تجزیه کرد. میزان این تقسیم‌بندی بستگی به نوع و ویژگی‌های طرح آن ساختمان بخصوص دارد که در پروژه‌های مختلف حد و عمق آن متفاوت می‌باشد. هم‌چنین در نظر گرفتن مانع‌ها و مشکل‌ها، نحوه‌ی تدارکات، پیش‌بینی‌های لازم برای حمل و حتی پیش‌بینی تأمین اعتبار و بودجه از مواردی است که می‌توان برای برخی از پروژه‌ها در نظر گرفت. معمولاً این کار بر اساس فهرست مقادارهای کار (متره اولیه) که عموماً قبل از شروع عملیات ساختمانی تهیه شده است و پیوست نقشه‌ها می‌باشد و یا بر مبنای حرفه و تخصص گروه‌های کاری انجام می‌گیرد. هر قسمت از کار را که در نتیجه تجزیه و تقسیم‌بندی کل کار تعیین و مشخص می‌شود، یک کنش (فعالیت) می‌نامیم. بدیهی است که هر کنش دارای یک زمان شروع و یک زمان پایان می‌باشد که هر کدام را یک مرحله می‌نامند. پس از تجزیه کل کار به اجزای آن باید رابطه تسلسلی بین کنش‌های مختلف را تعیین نمود. بسیاری از کنش‌ها ممکن است هم‌زمان انجام گیرند ولی برخی از آن‌ها از نظر زمانی به شکل یک زنجیره به دنبال یکدیگر قرار می‌گیرند به طوری که پایان یک کنش، لازمه شروع کنش بعدی می‌باشد. داده‌ها مربوط به اجرای عملیات مرکز ساختمان‌های کشاورزی و بیوتکنولوژی کرج است که از تاریخ ۱۳۸۶/۲/۱ شروع و در تاریخ ۱۳۸۸/۷/۹ به مرحله نازک‌کاری رسیده است که جدول ۱ داده‌های مربوط را نشان می‌دهد.

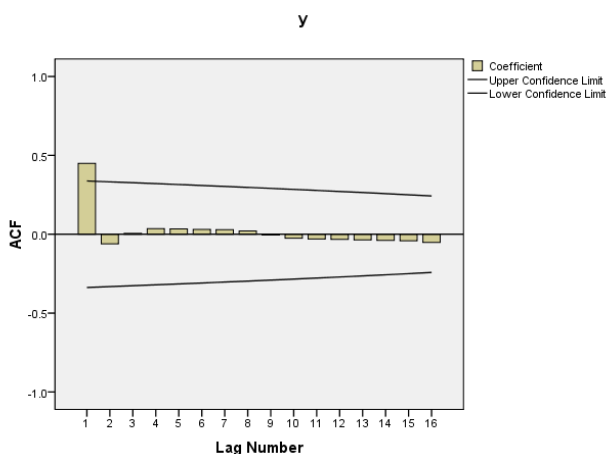
جدول ۱- داده‌های مربوط به زمان پروژه‌ی اجرای عملیات ساختمان

مقدار خطا	مدت زمان انجام پروژه (برحسب روز) $\gamma$	طرح زمان‌بندی اجرای عملیات ساختمان‌های کشاورزی و بیوتکنولوژی کرج متغیر $X$
	۳۰	تجهیز کارگاه
۰	۳۰	خاک برداری اولیه
۸۸۶	۹۱۶	ساختمان آزمایشگاه
-۹۱	۸۲۵	اسکلت و سفت‌کاری آزمایشگاه
-۸۰۵	۲۰	خاک برداری آزمایشگاه
۵۰	۷۰	فونداسیون آزمایشگاه
۰	۷۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه همکف آزمایشگاه
۰	۷۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه اول آزمایشگاه
۰	۷۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه دوم آزمایشگاه
۰	۷۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه سوم آزمایشگاه
۰	۷۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه چهارم آزمایشگاه
-۱۰	۶۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه پنجم آزمایشگاه
-۳۰	۳۰	اجرای ستون‌ها و سقف طبقه خرپشته آزمایشگاه
۰	۳۰	تیغه‌بندی طبقه همکف آزمایشگاه
-۵	۲۵	تیغه‌بندی طبقه اول آزمایشگاه

برای هر  $y_t$  در دنباله نقاط که در آن  $t > n$  است از توزیع نرمال استاندارد استفاده شده است. پس می‌توان مقدار  $e_t$  را در نمودار کنترلی با استفاده از نرم‌افزار رسم کرد. زمان را با متغیر  $y$  و اجرای عملیات را با متغیر  $X$  نمایش می‌دهیم پس محاسبه‌ها و نمودارهای کنترلی استاندارد برای دو متغیر به صورت زیر به دست آمده است:

جدول ۲: محاسبه‌ی توان دوم خطاهای متغیر  $y$  با استفاده از نرم‌افزار

Lag	Autocorrelation	Std. Error <sup>a</sup>	Box-Ljung Statistic		
			Value	Df	Sig. <sup>b</sup>
۱	۰,۴۴۹	۰,۱۶۹	۷,۰۸۰	۱	۰,۰۰۸
۲	-۰,۰۶۱	۰,۱۶۶	۷,۲۱۴	۲	۰,۰۲۷
۳	۰,۰۰۵	۰,۱۶۳	۷,۲۱۵	۳	۰,۰۶۵
۴	۰,۰۳۵	۰,۱۶۰	۷,۲۶۳	۴	۰,۱۲۳
۵	۰,۰۳۴	۰,۱۵۸	۷,۳۱۰	۵	۰,۱۹۹
۶	۰,۰۳۱	۰,۱۵۵	۷,۳۵۰	۶	۰,۲۹۰
۷	۰,۰۲۹	۰,۱۵۲	۷,۳۸۵	۷	۰,۳۹۰
۸	۰,۰۲۱	۰,۱۴۹	۷,۴۰۶	۸	۰,۴۹۴
۹	-۰,۰۰۵	۰,۱۴۵	۷,۴۰۶	۹	۰,۵۹۵
۱۰	-۰,۰۲۶	۰,۱۴۲	۷,۴۳۹	۱۰	۰,۶۸۳
۱۱	-۰,۰۳۰	۰,۱۳۹	۷,۴۸۷	۱۱	۰,۷۵۸
۱۲	-۰,۰۳۲	۰,۱۳۶	۷,۵۴۴	۱۲	۰,۸۲۰
۱۳	-۰,۰۳۶	۰,۱۳۲	۷,۶۱۸	۱۳	۰,۸۶۸
۱۴	-۰,۰۳۹	۰,۱۲۹	۷,۷۰۸	۱۴	۰,۹۰۴
۱۵	-۰,۰۴۱	۰,۱۲۵	۷,۸۱۷	۱۵	۰,۹۳۱
۱۶	-۰,۰۵۲	۰,۱۲۱	۷,۹۹۸	۱۶	۰,۹۴۹



شکل ۱ نمودار کنترلی استاندارد با تأخیر ۱-۱۶

۵	۳۰	تیغ‌بندی طبقه دوم آزمایشگاه
-۵	۲۵	تیغ‌بندی طبقه سوم آزمایشگاه
۵	۳۰	تیغ‌بندی طبقه چهارم آزمایشگاه
-۵	۲۵	تیغ‌بندی طبقه پنجم آزمایشگاه
-۱۰	۱۵	تیغ‌بندی طبقه خریشته آزمایشگاه
۵	۲۰	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه همکف آزمایشگاه
۰	۲۰	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه اول آزمایشگاه
۰	۲۰	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه دوم آزمایشگاه
۰	۲۰	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه سوم آزمایشگاه
۰	۲۰	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه چهارم آزمایشگاه
۰	۲۰	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه پنجم آزمایشگاه
-۱۳	۷	نصب چهارچوب و کادر کاذب طبقه خریشته آزمایشگاه
۸۴	۹۱	بام‌سازی آزمایشگاه
-۸۱	۱۰	دور چینی بام آزمایشگاه
۰	۱۰	شیب‌بندی بام آزمایشگاه
-۴	۶	ایزولاسیون آزمایشگاه
-۱۴	۲۰	کف سازی نهایی آزمایشگاه

در این مطالعه دوره‌ی شروع به مدت ۳۰ روز بوده و داده‌ها در مدت زمان ۲۷۷۵ روز جمع اوری شده است، که شامل ۳۲ مشاهده می‌باشد. مقدار پارامترهای  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  در رابطه (۲) را که پارامترهای هموار ساز نام دارند در روش استاندارد (۰/۳ و ۰/۲) در نظر می‌گیریم. حال در فرمول‌های (۱)، (۲)، (۳) جای‌گذاری کرده و خطاها را به دست آورده و در جدول بالا جای‌گذاری می‌کنیم. در نمودار کنترلی، خطاهای پیش‌بینی نرمال در نظر گرفته می‌شوند و برای محاسبه‌ی حدود کنترلی، از خطای پیش‌بینی  $e_t$  از دنباله نقاط  $t = m + 1, \dots, n$  استفاده می‌کنیم.  $S^2$  که مجموع توان‌های دوم خطاها در دنباله نقاط بدون در نظر گرفتن مشاهده اولیه است را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$S^2 = \frac{\sum_{t=m+1}^n e_t^2}{n - m} = \frac{1459050}{27750 - 30} = 531/53$$

و با توجه به این فرمول‌ها حدود کنترلی را به صورت زیر به دست می‌آوریم و همان‌طور که در بخش قبلی گفته شد برای توزیع نرمال استاندارد مقدار را ۳ در نظر می‌گیریم. از آن‌جا که مقدار هدف برای خطاهای پیش‌بینی صفر است پس حدود کنترل به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$UCL = 3 \times 23/054 = 69/162$$

$$LCL = -3 \times 23/054 = -69/162$$

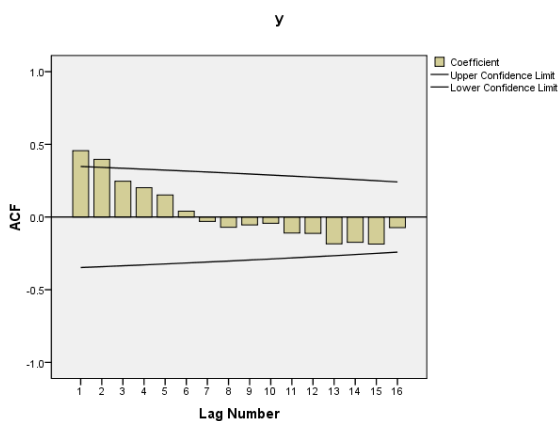
استوار نشان می‌دهد که با مجذور خطاها تغییر پذیری فرایند نیز کاهش می‌یابد.

جدول ۴- محاسبه توان دوم خطاها برای متغیر  $y$  با استفاده از پارامترهای هموار استوار

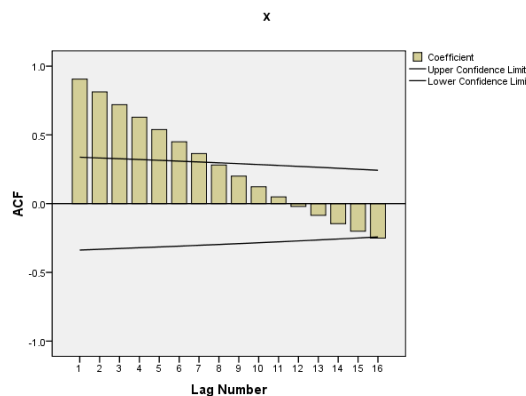
Lag	Autocorrelation	Std. Error <sup>a</sup>	Box-Ljung Statistic		
			Value	Df	Sig. <sup>b</sup>
۱	۰,۴۵۶	۰,۱۷۴	۶,۸۹۶	۱	۰,۰۰۹
۲	۰,۳۹۷	۰,۱۷۱	۱۲,۲۹۷	۲	۰,۰۰۲
۳	۰,۲۴۶	۰,۱۶۸	۱۴,۴۵۵	۳	۰,۰۰۲
۴	۰,۲۰۲	۰,۱۶۵	۱۵,۹۶۵	۴	۰,۰۰۳
۵	۰,۱۵۲	۰,۱۶۱	۱۶,۸۴۸	۵	۰,۰۰۵
۶	۰,۰۴۰	۰,۱۵۸	۱۶,۹۱۳	۶	۰,۰۱۰
۷	-۰,۰۳۰	۰,۱۵۵	۱۶,۹۵۱	۷	۰,۰۱۸
۸	-۰,۰۷۰	۰,۱۵۱	۱۷,۱۶۷	۸	۰,۰۲۸
۹	-۰,۰۵۵	۰,۱۴۸	۱۷,۳۰۴	۹	۰,۰۴۴
۱۰	۰,۰۴۳	۰,۱۴۴	۱۷,۳۹۴	۱۰	۰,۰۶۶
۱۱	-۰,۱۱۰	۰,۱۴۱	۱۸,۰۱۰	۱۱	۰,۰۸۱
۱۲	-۰,۱۱۲	۰,۱۳۷	۱۸,۶۸۵	۱۲	۰,۰۹۶
۱۳	-۰,۱۸۵	۰,۱۳۳	۲۰,۶۱۰	۱۳	۰,۰۸۱
۱۴	-۰,۱۷۴	۰,۱۲۹	۲۲,۴۱۹	۱۴	۰,۰۷۰
۱۵	-۰,۱۸۶	۰,۱۲۵	۲۴,۶۲۸	۱۵	۰,۰۵۵
۱۶	-۰,۰۷۳	۰,۱۲۱	۲۴,۹۹۲	۱۶	۰,۰۷۰

جدول ۳ مربوط به محاسبه‌ی توان دوم خطاها برای متغیر  $x$

Autocorrelation	Std. Error <sup>a</sup>	Box-Ljung Statistic		
		Value	Df	Sig. <sup>b</sup>
۰,۹۰۶	۰,۱۶۹	۲۸,۸۲۵	۱	۰,۰۰۰
۰,۸۱۳	۰,۱۶۶	۵۲,۷۸۸	۲	۰,۰۰۰
۰,۷۲۰	۰,۱۶۲	۷۲,۲۴۸	۳	۰,۰۰۰
۰,۶۲۹	۰,۱۶۰	۸۷,۶۰۶	۴	۰,۰۰۰
۰,۵۳۹	۰,۱۵۸	۹۹,۲۹۴	۵	۰,۰۰۰
۰,۴۵۰	۰,۱۵۵	۱۰۷,۷۸۱	۶	۰,۰۰۰
۰,۳۶۴	۰,۱۵۲	۱۱۳,۵۵۶	۷	۰,۰۰۰
۰,۲۸۱	۰,۱۴۹	۱۱۷,۱۳۰	۸	۰,۰۰۰
۰,۲۰۰	۰,۱۴۵	۱۱۹,۰۲۷	۹	۰,۰۰۰
۰,۱۲۳	۰,۱۴۲	۱۱۹,۷۷۵	۱۰	۰,۰۰۰
۰,۰۴۹	۰,۱۳۹	۱۱۹,۹۰۱	۱۱	۰,۰۰۰
-۰,۰۲۰	۰,۱۳۶	۱۱۹,۹۲۳	۱۲	۰,۰۰۰
-۰,۰۸۵	۰,۱۳۲	۱۲۰,۳۴۰	۱۳	۰,۰۰۰
-۰,۱۴۶	۰,۱۲۹	۱۲۱,۶۲۳	۱۴	۰,۰۰۰
-۰,۲۰۱	۰,۱۲۵	۱۲۴,۲۰۸	۱۵	۰,۰۰۰
-۰,۲۵۱	۰,۱۲۱	۱۲۸,۴۸۳	۱۶	۰,۰۰۰



شکل ۳ نمودار کنترلی استوار با تأخیر ۱-۱۶



شکل ۲- نمودار کنترلی استاندارد برای متغیر  $x$

با توجه به نمودارهای کنترلی استاندارد می‌بینیم که از تأخیرهای ۱ تا ۶ خارج از حدود کنترلی قرار می‌گیرند. حال با محاسبه توان دوم خطاها نمودار کنترلی استوار را رسم می‌کنیم که در شکل ۳ نشان می‌دهد که نمودار کنترلی

**جدول ۵-** محاسبه توان دوم خطاها برای متغیر X با استفاده از پارامترهای هموار استوار

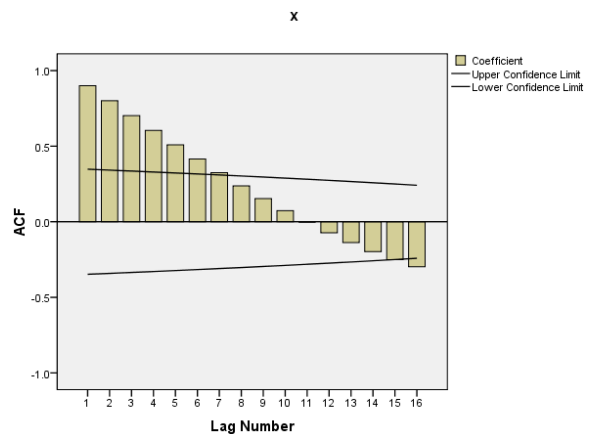
Lag	Autocorrelation	Std. Error <sup>a</sup>	Box-Ljung Statistic		
			Value	Df	Sig. <sup>b</sup>
۱	۰,۹۰۰	۰,۱۷۴	۲۶,۸۱۴	۱	۰,۰۰۰
۲	۰,۸۰۰	۰,۱۷۱	۴۸,۷۸۱	۲	۰,۰۰۰
۳	۰,۷۰۲	۰,۱۶۸	۶۶,۲۹۲	۳	۰,۰۰۰
۴	۰,۶۰۴	۰,۱۶۵	۷۹,۷۸۲	۴	۰,۰۰۰
۵	۰,۵۰۹	۰,۱۶۱	۸۹,۷۲۷	۵	۰,۰۰۰
۶	۰,۴۱۶	۰,۱۵۸	۹۶,۶۳۵	۶	۰,۰۰۰
۷	۰,۳۲۵	۰,۱۵۵	۱۰۱,۰۴۱	۷	۰,۰۰۰
۸	۰,۲۳۷	۰,۱۵۱	۱۰۳,۵۰۰	۸	۰,۰۰۰
۹	۰,۱۵۳	۰,۱۴۸	۱۰۴,۵۷۶	۹	۰,۰۰۰
۱۰	۰,۰۷۳	۰,۱۴۴	۱۰۴,۸۳۴	۱۰	۰,۰۰۰
۱۱	-۰,۰۰۲	۰,۱۴۱	۱۰۴,۸۳۵	۱۱	۰,۰۰۰
۱۲	-۰,۰۷۳	۰,۱۳۷	۱۰۵,۱۱۷	۱۲	۰,۰۰۰
۱۳	-۰,۱۳۸	۰,۱۳۳	۱۰۶,۱۹۳	۱۳	۰,۰۰۰
۱۴	-۰,۱۹۸	۰,۱۲۹	۱۰۸,۵۳۵	۱۴	۰,۰۰۰
۱۵	-۰,۲۵۱	۰,۱۲۵	۱۱۲,۵۶۱	۱۵	۰,۰۰۰
۱۶	-۰,۲۹۷	۰,۱۲۱	۱۱۸,۶۲۸	۱۶	۰,۰۰۰

#### ۴- بحث و نتیجه‌گیری

در برخی از موارد هم‌چون اجرای پروژه‌های ساختمانی که دارای فعالیت‌های مشابه می‌باشد مانند ساختمان‌های چند طبقه و یا مواقعی که حجم و وسعت و مترای کارها زیاد است، به دلایل مختلفی از قبیل سعی در کاهش زمان انجام عملیات اجرایی کار، کم کردن هزینه‌ها، محدودیت‌های فیزیکی، لزوم رعایت موارد ایمنی، به‌کارگیری تعداد مناسب نیروی انسانی متخصص یا کارگران ساده و ... که بخشی از تدابیر لازم برای مدیریت پروژه می‌باشند استفاده از مدل پیش‌بینی مناسب و کارا در پیش‌بینی زمان و هزینه‌ها نقش اساسی دارد. در این پژوهش، داده‌های سری‌زمانی که رفتار نامان از خود نشان می‌دهند را از روش هولت-وینترز برای پیش‌بینی یک قدم جلوتر سری‌ها استفاده کرده و نمودار کنترلی استوار و نمودار کنترلی استاندارد برای این داده‌ها رسم می‌شود. برای بررسی این رویکرد داده‌های مربوط به پروژه ساختمانی که روزانه و در مدت زمان ۲۷۷۵ روز جمع‌آوری شده است را برای محاسبات و رسم نمودارهای کنترلی استوار و نمودار کنترلی استاندارد استفاده کرده و نمودار کنترلی استوار به ما اطمینان می‌دهد با رسم خط‌های پیش‌بینی یک قدم جلوتر از روش هولت-وینترز نمودار همچنان پایدار باقی می‌ماند. هدف طرح کاهش زیان است که در اثر انحرافها صورت می‌گیرد و نمودار کنترلی استوار بیان‌گر آن است که اگر آماره تحت تأثیر چند داده غیر طبیعی و نادرست قرار گیرد و یا در صورت عدم تحقق چند پذیره، نمودار کنترلی استوار کماکان معتبر می‌ماند. مزایای اصلی این است که این روش در مقایسه با روش‌های پیش‌بینی پیچیده‌تر دیگر به آسانی اجرا می‌شود.

#### ۵- سپاس‌گزاری

این پژوهش با حمایت معنوی و مالی معاونت محترم پژوهشی دانشگاه علامه طباطبایی از هسته پژوهشی کیفیت انجام پذیرفته است.



شکل ۴- نمودار کنترلی استوار با تأخیر ۱-۱۶ برای متغیر X.

با توجه به نمودارهای کنترلی برای دو متغیر می‌بینیم که نمودار کنترلی استوار با وجود داده‌های پرت همچنان پایدار باقی می‌ماند و داده‌های پرت تأثیری بر نمودار کنترلی استوار ندارد و تأخیرهای ۱-۱۶ برای پیش‌بینی خطاها نشان می‌دهد پراکندگی داده‌ها بین صفر و یک است که نمودار کنترلی استوار پایدارتر از نمودار



## ۶- منابع

- [۱۲] بزرگنیا و نیرومند، ابوالقاسم و حسین علی، (۱۳۷۴). سری-های زمانی، تهران، دانشگاه پیام نور، ص ۳-۶
- [۱۳] باکس و جنکینز، جی.ای پی و جی.ام، (۱۹۷۰). تحلیل سری‌های زمانی، پیش‌بینی و کنترل.
- [14] Shariati, N., Shahriari, H., Shafaei, R. "Parameter Estimation of Autoregressive Models Using Iteratively
- [15] Robust Filtered Fast- $\tau$  Method." *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 2012. DOI: 10.1080/03610926.2012.72505.
- [16] Omar, M. "A Simple Robust Control Chart Based on MAD." *Journal of Mathematics and Statistics*, Vol. 4, 2008, pp. 102-107.
- [17] Khoo, B. C. "Robust Time Weighted Control Charts for the Process Variance" *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, Vol. 12, No. 5, 2005, pp. 439-458.
- [18] Stefatos, G., Hamza, A.B., "Fault Detetion Using Robust Multivariate Control Cahrt." *Expert System with Applications*, Vol. 36, No. 3, 2009, pp. 5888-5894.
- [19] Shahriari, H., Ahmadi, O., Shokouhi, A. H., "A Robust R Control Chart Based on a Two-Step Estimator of the Process Dispersion." *Journal of Applied Statistic. Journal of Quality Engineering*, Vol. 36, 2011, pp. 118-143.
- [20] Croux, C., Gelper, S., Mahieu, K., "Robust Control Charts for Time Series Data." *Expert System with Applications*, Vol. 38, 2011, pp. 13810-13815
- [21] Kalaker, P. S. (2004). *Time series forecasting using holt-winters exponential smoothing*. Kanwal Rekhi Scool of Information Technology.
- [22] Gepler, S. Fried, & Croux, C. (2010). Robust Forecasting with Exponential and Hoit-Winters Smoothing. *Journal of Forecasting*, 29(3), 285-300
- [۱] سیف، اصغر، (۱۳۸۹). طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $T^2$  هتلینگ با اندازه‌ی نمونه و حدود کنترل متغیر. پایان-نامه‌ی دکتری، تهران، واحد علوم و تحقیقات.
- [۲] بامنی‌مقدم، محمد، (۱۳۸۴). کنترل کیفیت آماری. چاپ اول، تهران، انتشارات دانشگاه پیام نور.
- [۳] بامنی‌مقدم، محمد، (۱۳۸۴). کنترل کیفیت آماری. چاپ اول، تهران، انتشارات دانشگاه پیام نور.
- [۴] نجمی ساروقی، نسیمه، (۱۳۹۰). طراحی آماری- اقتصادی نمودار کنترلی چندمتغیره‌ی  $T^2$  هتلینگ با اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، تهران، دانشکده‌ی اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی.
- [5] Alwan, L. C., & Roberts, H. V. "Time-series modeling for statistical process Control". *Journal of Business & Economic Statisticst t (1988)*. 6(1), 87-95.
- [6] Nembhard, H. B., & Changpetch, P. (2007). *Directed monitoring using cuscore charts for seasonal time series*. *Quality and Reliability Engineering International*, 23,219-232.
- [7] Vander Wiel, S. (1996). *Monitoring processes that wander using integrated moving everage models*. *Technometrics*, 38(2).
- [8] Rocke, D. M. (1989). *Robust control charts*. *Technometrics*, 31(2), 173-184. Rocke, D. M. (1992). *Xq and rq charts: Robust control charts*. *The Statistician*, 41(1), 97-104.
- [9] Tatum, L. G. (1997). *Robust estimation of the process standard deviation for control charts*. *Technometrics*, 39(2), 127-141.
- [10] Vargas, J. A. (2003). *Robust estimation in multivariate control charts for individual observations*. *Journal of Quality Technology*, 35(4).
- [11] Alfaro, J., & Ortega, J. (2009). *A comparison of robust alternatives to Hotelling's T2 control chart*. *Journal of Applied Statistics*, 36(12), 1385-1396.

پانویس‌ها:

- 
- <sup>15</sup> Median Absolute Deviation  
<sup>16</sup> Khoo  
<sup>17</sup> Stefatos & Hamza  
<sup>18</sup> Additive Outliers  
<sup>19</sup> Replacement Outliers  
<sup>20</sup> Innovation Outliers  
<sup>21</sup> Croux  
<sup>22</sup> Robust Holt-Winters  
<sup>۲۳</sup> One-step-ahead forecast error  
<sup>۲۴</sup> Robust scale Estimate  
<sup>۲۵</sup> Kaleker  
<sup>26</sup> Gepler  
<sup>27</sup> Feriad  
<sup>28</sup> Courex
- <sup>۱</sup> Control charts  
<sup>2</sup> Statistical Process Control (SPC)  
<sup>۳</sup> Shewhart  
<sup>4</sup> Aiwan  
<sup>5</sup> Raberts  
<sup>6</sup> Nembhard  
<sup>7</sup> Vander Wiel  
<sup>8</sup> Rocke  
<sup>9</sup> Tatum  
<sup>10</sup> Vargas  
<sup>11</sup> Alfaro  
<sup>12</sup> Ortega  
<sup>13</sup> Iteratively Robust Filtered Fast Tau  
<sup>۱۴</sup> Omar