

## توسعه نمودار کنترل EWMAR با استفاده از قوانین حساس سازی در پایش پروفایل خطی ساده

علی یگانه

دانشجوی دکتری، مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران. Ali.yeganeh@mail.um.ac.ir

سمیه فدائی

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصادی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران. somayehfadaei@mail.um.ac.ir

علیرضا شادمان\*

(نویسنده مسئول): استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. a.shadman@um.ac.ir

**چکیده:** در روش‌های سنتی کنترل کیفیت، عملکرد فرایند یا کیفیت محصول از طریق پایش یک یا چند مشخصه کیفیت با استفاده از توزیع متناظر یک یا چندمتغیره آن‌ها بررسی می‌شد. امروزه در بسیاری موارد، کیفیت از طریق رابطه بین یک یا چند متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود. در ادبیات کنترل کیفیت آماری، این رابطه را پروفایل می‌نامند. در این پژوهش به منظور پایش پروفایل خطی ساده در فاز دو از نمودار کنترل EWMAR و توزیع نرمال مربوط به آن برای کشف انواع تغییرات در پارامترهای عرض از مبدأ و شیب استفاده می‌شود. به منظور بهبود عملکرد نمودار از قوانین حساس سازی در این نمودار استفاده می‌شود. سپس به منظور اعتبارسنجی نمودار کنترل پیشنهادی، عملکرد نمودار بر اساس متوسط طول دنباله با سایر نمودارها مقایسه می‌شود. نتایج نشان‌دهنده این است که نمودار کنترل در تغییرات افزایشی و کاهشیه به مراتب عملکرد بهتری نسبت به سایر نمودارها دارد. همچنین عملکرد طرح پیشنهادی از سایر قوانین حساس سازی بهتر است.

**واژگان کلیدی:** نمودار کنترل EWMAR، پایش پروفایل، طرح قوانین حساس سازی، پروفایل خطی ساده، فاز II

### ۱- مقدمه

کنترل می‌شود و یا در حالت کلی به وسیله توزیع چند مشخصه کیفی توصیف و به وسیله نمودارهای کنترل چندمتغیره کنترل می‌شود. گاهی اوقات کیفیت محصول یا عملکرد فرایند به وسیله رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود که این رابطه پروفایل نام دارد [۲]. در شرایط و کاربردهای مختلف رابطه فوق‌الذکر می‌تواند به صورت خطی،

کنترل فرآیند آماری (SPC) به طور گسترده برای نظارت بر فرایندهای صنعتی استفاده می‌شود. بیشتر تحقیقات دانشگاهی در مورد SPC بر روی تکنیک‌های نموداری<sup>۱</sup> متمرکز شده است. در بیشتر کاربردهای SPC فرض بر این است که با توزیع یک مشخصه کیفی، می‌توان کیفیت فرآیند یا عملکرد محصول را به طور کافی نشان داد [۱] که به وسیله نمودارهای کنترلی تک‌متغیره

\*corresponding author (mmmovahedi@gmail.com)

چندجمله‌ای، غیر خطی و حتی در مواردی به صورت یک رابطه پیچیده باشد. همانند روش‌های سنتی کنترل کیفیت، پایش پروفایل‌ها نیز در دو فاز ۱ و ۲ صورت می‌گیرد [۱]. بر همین مبنا مطالعات مربوط به پایش پروفایل‌ها نیز به دو طبقه تقسیم می‌شوند؛ یا در فاز اول و یا در فاز دوم انجام شده‌اند. ارزیابی ثبات فرآیند و برآورد مقادیر پارامترهای فرآیند تحت کنترل<sup>۲</sup>، اهداف اصلی مرحله اول هستند. از طرف دیگر، در مرحله دوم نظارت بر روی فرآیند و شناسایی هرچه سریع‌تر وضعیت خارج از کنترل، مهم است. این هدف معمولاً به وسیله پارامترهای توزیع دنباله اندازه‌گیری می‌شود. طول دنباله تعداد نمونه‌هایی است که گرفته می‌شود تا یک هشدار خارج از کنترل مشاهده شود [۱]. علاوه بر این، نظارت بر پروفایل را می‌توان با توجه به نوع پروفایل مدل‌های خطی، چندجمله‌ای، غیرخطی، مدل خطی عمومی (GLM)، تعداد متغیر پاسخ (تک متغیره یا چند متغیره) و تعداد متغیر مستقل (ساده یا چندگانه) طبقه‌بندی کرد. برای اطلاعات بیشتر به مقاله مروری وودال [۳] و ملکی، امیری و کاستاکلیولا [۴] در زمینه پایش پروفایل مراجعه شود.

سیاری از ادبیات مربوط به پایش پروفایل با تجزیه و تحلیل پروفایل‌های خطی در فاز II، یعنی نظارت بر فرآیند یا محصول هنگامی که پارامترهای اصلی مدل تحت کنترل در نظر گرفته شده‌اند، سروکار دارد. با توجه به اینکه هدف پژوهش حاضر نیز پایش پروفایل‌های خطی در فاز II است، لذا در ادامه به مطالعات انجام شده در این زمینه اشاره می‌شود. استور و بریل [۵] از نمودار  $T^2$  هتلینگ و نمودار تک متغیره بر اساس اولین مؤلفه اصلی بردارهای تخمین پارامترهای رگرسیون برای تعیین ثبات پاسخ یک ابزار کالیبراسیون و فرکانس کالیبراسیون بهینه استفاده نمودند. کنگ و آلباین [۶] دو نمودار کنترل را برای نظارت بر فاز دوم پروفایل‌های خطی پیشنهاد کردند. یکی از آنها نمودار  $T2$  چند متغیره و دیگری ترکیبی از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی<sup>۳</sup> (EWMA) و نمودار (R) است. در کیم و همکاران [۷]، روشی مبتنی بر ترکیبی از سه نمودار EWMA برای شناسایی عرض از مبدأ، شیب، یا انحراف استاندارد پیشنهاد شد. مطالعات شبیه‌سازی نشان داد که سه نمودار EWMA در تشخیص تغییرات پایدار در پارامترها نسبت به روش‌های کنگ و آلباین [۶] از نظر میانگین طول اجرا (ARL) عملکرد بهتری دارند. علاوه بر این، به نظر می‌رسد آن‌ها برای تفسیر بسیار ساده‌تر هستند. زو، تسانگ و وانگ [۸] نمودار MEWMA را برای پایش پروفایل‌های خطی در فاز دوم معرفی

[۱۱]، [۳۸] و [۸]. در این روش تطبیقی، هنگامی که نشانه‌ای از تغییر احتمالی در پارامترها وجود داشته باشد، نمونه‌ها با استفاده از فاصله زمانی کوتاه‌تری نسبت به شرایط معمول گرفته می‌شوند. قوانین حساس‌سازی و رویکرد VSI دیدگاه مشابهی در افزایش حساسیت نمودارهای کنترل دارند، بنابراین می‌توان آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد.

در این تحقیق از نمودارهای کنترل EWMA/R برای پایش پروفایل خطی ساده در فاز دو استفاده می‌شود. تاکنون در پایش پروفایل‌ها در فاز ۲ از قوانین حساس‌سازی استفاده نشده است لذا نوآوری این تحقیق بهبود عملکرد نمودار EWMA/R در پایش پروفایل در فاز دوم است. در این تحقیق از یک روش ابتکاری برای بررسی قوانین حساس‌سازی در پروفایل خطی ساده نمودار EWMA/R استفاده می‌شود. همچنین به‌منظور اعتبارسنجی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی، ضمن مقایسه آن با سایر نمودارها در پروفایل خطی ساده بر اساس معیار ARL، روش پیشنهادی نیز با قوانین وسترن الکترونیک و همچنین با نتایج طرح نمونه‌گیری متغیر نیز مقایسه شده است.

## ۲- پایش پروفایل‌های خطی در فاز ۲

بدون از دست دادن کلیت فرض می‌شود فقط یک متغیر مستقل وجود دارد.  $Y_{ij}$   $i$ امین مشاهده از متغیر پاسخ در پروفایل  $j$ ام است و  $X_i$  متغیر مستقل مربوطه که فرض می‌شود در هر پروفایل ثابت است ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots$ ). همچنین فرض می‌شود بهترین مدل برای رابطه (۱) بین متغیر پاسخ و متغیر مستقل، مدل رگرسیون خطی است:

$$Y_{ij} = A_{0j} + A_{1j}X_i + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $A_{0j}$  و  $A_{1j}$  به ترتیب عرض از مبدأ و شیب پروفایل  $j$ ام است و  $\varepsilon_{ij}$  مقدار خطا است که توزیع نرمال و مستقلی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_j^2$  ( $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_j^2)$ ) دارد. برآوردگرهای حداقل مربعات<sup>۱۱</sup> از  $A_{0j}$  و  $A_{1j}$  در پروفایل  $j$ ام و  $a_{1j} = (\sum_{i=1}^n Y_{ij}(X_i - \bar{X})) / (\sum_{i=1}^n ((X_i - \bar{X}))^2)$  و  $\bar{Y}_j = (\sum_{i=1}^n Y_{ij}) / n$  هستند. در این دو  $a_{0j} = \bar{Y}_j - a_{1j}\bar{X}$  است. LSE پارامترهای وابسته را تخمین می‌زند؛ بنابراین کیم و

شده است. بررسی پیشینه نشان داد، برخی از مطالعات نمودار کنترل جدید را طراحی نکرده‌اند، اما نمودارهای کنترل متفاوتی را مقایسه کرده‌اند، یا برخی از نمودارهای کنترل را برای تشخیص سریع‌تر کاهش شیفت‌ها اصلاح کرده‌اند، یا تکنیک‌های مختلف نمونه‌گیری را در نظارت بر پروفایل در نظر گرفته‌اند [۲۵]، [۲۶]، [۱۷] و [۱۶].

در نمودارهای کنترل تغییرات غیر تصادفی بسته به ماهیت دلایل اصلی آن‌ها، ممکن است اشکال مختلفی به خود بگیرند. یک حالت ساده این است که یک یا چند نقطه خارج از کنترل قرار بگیرد. با این وجود انواع دیگر تغییرات غیر تصادفی وجود دارد که ممکن است برای مدت طولانی به آن‌ها توجه نشود. لذا از قوانین حساس‌سازی در نمودارهای کنترل استفاده می‌شود. این قوانین از داده‌های تاریخی استفاده می‌کنند و به دنبال یک الگوی غیر تصادفی هستند که می‌تواند نشان دهد روند کار قبل از رسیدن به حد مجاز ۳ سیگما خارج از کنترل است. معروف‌ترین آن‌ها قوانین الکترونیک وسترن است، همچنین به‌عنوان قوانین شناخته می‌شوند. این دستورالعمل‌های کنترل کیفیت برای اولین بار توسط شرکت وسترن الکترونیک در دهه ۱۹۲۰ اجرا و در دهه ۱۹۵۰ کدگذاری شده و پایه و اساس مجموعه قوانین دیگر را تشکیل می‌دهند.

بنابراین برای نظارت بهتر پارامترهای فرایند قوانین حساس‌سازی روش مؤثرتری است. محققان مختلفی از جمله عباس و همکاران [۲۷]، ریز و همکاران [۲۸]، کیم و همکاران [۲۹]، خو و همکاران [۳۰]، آدوتی و ماجیکا [۳۱] و ماراولاکیس و همکاران [۳۲] از قوانین حساس‌سازی مختلفی در نمودارهای کنترل شوهارت، EWMA و DEWMA نمودارهای کنترل تجمعی<sup>۱۰</sup> استفاده نمودند. برای اطلاعات بیشتر در مورد تاریخچه قوانین می‌توان به مقالات مروری در این حوزه به کوتراس و همکاران [۳۳] و چاکرابورتی و گراهام [۳۴] مراجعه نمود. لذا همان‌طور که مشاهده می‌شود پژوهش‌های متعددی در حوزه پایش مشخصه‌های کیفی تک متغیره و چند متغیره به‌وسیله قوانین حساس‌سازی، صورت گرفته است اما در حوزه پایش پروفایل‌ها فقط مقالات ریز و تقیر [۳۵] و ژانگ و همکاران [۳۶] به بررسی قوانین حساس‌سازی در پایش پروفایل‌ها، آن هم در فاز یک پرداخته‌اند.

مطالعه پیشینه نشان داد برخی مطالعات دیگر برای افزایش حساسیت نمودارهای کنترل در پروفایل‌های خطی از طرح فاصله متغیر نمونه‌گیری متغیر (VSI) استفاده کرده‌اند [۳۷]،

نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت

که سیگما خطای انحراف استاندارد است که به وسیله  $\sqrt{n^{-1} \sum_{j=1}^n MSE_j}$  تخمین زده می شود.  $MSE_j$  خطای میانگین مربعات  $j$ th امین خط رگرسیون برازش است.  $L(> 0)$  انحراف استاندارد آماری با نمونه چندگانه است که میزان هشدارهای اشتباه را تعیین می کند و  $n$  اندازه نمونه است. معمولاً  $L = 3$  و  $\theta$  اغلب  $0.08, 0.1, 0.15, 0.2$  در نظر می گیرند برای جزییات بیشتر مونتگومری [۳۹] را ببینید.

نمودار کنترل R برای پایش انحراف معیار باقیمانده ها و شناسایی تغییرات در تغییرپذیری فرایند است. نمودار کنترل R به صورت  $R_j = \max_i(e_{ij}) - \min_i(e_{ij})$  است که  $e_{ij}$  باقیمانده رگرسیون در  $i$  امین مشاهده از  $j$  امین نمونه (پروفایل) است. حدود کنترل نمودار R مطابق رابطه ۵ است.

$$LCL = \sigma(d_2 - Ld_3) \quad (5)$$

$$UCL = \sigma(d_2 + Ld_3)$$

$L > 0$  یک مقدار آستانه است که برای به دست آوردن ARL تحت کنترل استفاده می شود.  $d_2$  و  $d_3$  مقادیر ثابتی برای دامنه و انحراف استاندارد هستند که مقدار آن ها به اندازه نمونه بستگی دارد. مقادیر آن ها برای  $n$  های مختلف در مونتگومری [۳۹] آورده شده است.

#### ۴- روش پیشنهادی «ترکیب قوانین حساس سازی با نمودار کنترل EWMAR»

روش اصلی این پژوهش بر اساس ترکیب قوانین حساس سازی با نمودار کنترل EWMAR است. در این نمودار همان طور که گفته شد، دو آماره برای پایش پروفایل ها پیشنهاد شده است. برای طراحی حد کنترل این دو نمودار حالت های مختلفی را می توان به منظور دستیابی به  $ARL_0$  مطلوب در نظر گرفت. کنگ و آلباین [6] مقادیر  $L = 3$  و  $K = 1$  را به منظور رسیدن به  $ARL_0$  برابر با ۲۰۰ پیشنهاد داده اند. البته روش مرسوم در طراحی نمودارهای کنترل با چند آماره، این است که مقادیر  $ARL_0$  را برای هر یک از نمودارها به صورت مساوی در نظر می گیرند. در این صورت بر اساس خطای نوع اول تجمعی مطابق با رابطه ی (۶)، میزان  $ARL_0$  برای هر نمودار مشخص می شود.

همکاران [۷] یک مدل جایگزین (رابطه ۲) را برای تخمین پارامترهای مستقل ایجاد نمودند که (X-values) را به  $X_i^* = (x_i - \bar{x})$  تبدیل می کند.

$$Y_{ij} = B_{0j} + B_{1j}X_i^* + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

در رابطه (۲)  $B_{1j} = A_{1j}$  و  $B_{0j} = A_{0j} + A_{1j}\bar{x}$  است. LSE برای  $B_{0j}$  و  $B_{1j}$  در پروفایل  $j$ ام برابر  $b_{0j} = \bar{Y}_j$  و  $b_{1j} = a_{1j}$  است. همچنین در هر دو مدل تخمین  $\hat{\sigma}_j = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}$  و در آن  $\hat{y}_{ij} = a_{0j} + a_{1j}X_i^*$  است.

در این تحقیق از هر دو مدل اصلی و تبدیلی در روابط ۱ و ۲ برای پایش پروفایل خطی استفاده می شود.  $A_{0(IC)}$ ،  $A_{1(IC)}$  و  $B_{0(IC)}$ ،  $B_{1(IC)}$  مقادیر تحت کنترل پارامترهای مدل اصلی هستند و  $\sigma_{(IC)}^2$  مقادیر تحت کنترل پارامترهای مدل تبدیلی در فاز ۲ هستند.

#### ۳- طراحی نمودارهای کنترل EWMA/R

در تحقیق حاضر برای پایش پروفایل از روش کنگ و الباین [۶] در طراحی EWMA/R استفاده می شود. در این نمودار از دو آماره  $(Z_j)$  و  $(R_j)$  استفاده می شود. در نمودار کنترل EWMA، آماره  $Z_j$  میانگین موزونی از میانگین باقیمانده های پروفایل  $j$ ام  $\bar{e}_j = n^{-1} \sum_{i=1}^n e_{ij}$  و مقدار  $Z_{j-1}$  مطابق رابطه ۳ است.

$$Z_j = (1 - \theta)Z_{j-1} + \theta\bar{e}_j \quad (3)$$

که در آن  $0 < \theta \leq 1$  ثابت وزنی  $\theta$  و  $Z_0 = 0$  است. حدود کنترل بالا و پایین این نمودار به صورت رابطه ۴ است.

$$LCL = -L\sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)n}} \quad (4)$$

$$UCL = +L\sigma \sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)n}}$$

$$\begin{pmatrix} r_1 & p_1 \\ \dots & \dots \\ r_k & p_k \\ \dots & \dots \\ r_s & p_s \end{pmatrix} \quad (7)$$

بر اساس رابطه‌ی (۷) نمودار کنترل در ناحیه‌ی تحت کنترل به S قسمت تقسیم می‌شود ( $s \geq k \geq 1$ ،  $r_s \geq r_k \geq r_1$  و  $p_s \leq p_k \leq p_1$ ) که ستون اول ماتریس نشان‌دهنده‌ی حد پایین هر یک از نواحی (ناحیه‌ی اول از  $r_s$  تا CV، ... و ناحیه‌ی آخر از  $r_1$  تا CV) و ستون دوم نشان‌دهنده‌ی حداکثر نسبت نقاط قرارگرفته در آن ناحیه تا تکرار فعلی به منظور صادر نشدن سیگنال خارج از کنترل است. همچنین تعداد سطرهای ماتریس یا S نشان‌دهنده‌ی تعداد قوانین خواهد بود. به‌عنوان مثال قانون اول (سطر آخر ماتریس) که مربوط به اولین ناحیه‌ی اول است بیان می‌کند که اگر نسبت تعداد نقاط (آماره‌های) قرارگرفته در ناحیه‌ی اول تا حد کنترل) به تکرار فعلی بیش از  $p_s$  باشد، وضعیت فرآیند، خارج از کنترل خواهد بود. دقت شود که فعال‌سازی قوانین برای نقاطی در نظر گرفته می‌شود که پایین‌تر از حد آستانه (CV) باشند و اگر مقدار هر آماره بیش‌تر از CV شود، فرآیند به‌طور طبیعی خارج از کنترل خواهد بود و سیگنال صادر می‌شود. به‌عبارت‌دیگر هر نمودار کنترل یک قانون پیش‌فرض که قرارگیری نقاط خارج از حد کنترل اصلی است را نیز در نظر می‌گیرد.

#### ۱-۴- طراحی قوانین حساس‌سازی

مطابق با سایر نمودارهای کنترل می‌بایست برای رسیدن به  $ARL_0$  مطلوب، تعداد قوانین، نواحی و درصد‌های نقاط در ماتریس قوانین طراحی گردند. در پژوهش‌های پیشین که بر اساس قوانین تعداد نقاط محدود ایجاد شده‌اند، استفاده از ماتریس گذار و زنجیره‌ی مارکوف برای طراحی نمودار کنترل، بسیار مرسوم است؛ اما در این ساختار به دلیل وجود درصد نقاط، این ساختار طراحی مقدور نیست. یکی از روش‌های مرسوم در طراحی قوانین حساس‌سازی، شبیه‌سازی مونت‌کارلو (بر اساس ۱۰۰۰۰ تکرار) است. در این روش حدود قوانین بر اساس تعداد مشخصی از قوانین برای دستیابی به  $ARL_0$  مشخص، تنظیم می‌گردند. در این پژوهش نیز از این روش استفاده می‌شود. برای این منظور قوانین به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که به ازای  $ARL_0$  ثابت، کم‌ترین میزان  $ARL_1$  را برای

$$\alpha_{overall} = 1 - \prod_{i=1}^k \alpha_i \quad (6)$$

در رابطه‌ی فوق k معادل تعداد نمودارهای کنترل است. به‌عنوان مثال، با این رویکرد برای طراحی نمودار EWMAR ( $K=2$ ) با در نظر گرفتن  $\alpha_{overall}$  برابر با ۰/۰۰۵، مقادیر  $ARL_0$  برای هریک از نمودارها، به‌تنهایی حدوداً ۴۰۰ و در مجموع برابر با ۲۰۰ خواهد بود ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{400} \rightarrow \alpha_{overall} = \frac{1}{200}$ ).

در این پژوهش استفاده از قوانین حساس‌سازی برای افزایش سرعت تشخیص وضعیت خارج از کنترل پیشنهاد می‌شود که در این روش از ناحیه‌بندی نمودار کنترل استفاده می‌شود. البته این روش از نظر ساختاری با روش‌های پیشین (مثلاً قرارگیری ۲ نقطه از ۳ نقطه‌ی متوالی در یک ناحیه از نمودار کنترل) متفاوت است. در روش‌های اشاره‌شده، معمولاً m نقطه‌ی آخر در هر قانون در نظر گرفته می‌شود و تعداد دقیق نقاط شمرده می‌شود. این در صورتی است که در روش این پژوهش، نسبت کلیه‌ی نقاط موردتوجه است. ایده‌ی اصلی این الگو، با تحلیل بسیار جامع بر روی خروجی‌های نمودارهای کنترل به دست آمد (نتایج ذکر نشده است). تحلیل نتایج بر روی پروفایل‌های تحت کنترل و خارج از کنترل نشان می‌دهد که آماره‌های روش EWMAR، در پروفایل‌های خارج از کنترل به سمت حد کنترل نمودار متمایل می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر درصد نقاطی که در نزدیک حد کنترل قرار می‌گیرند، در حالت خارج از کنترل افزایش می‌یابد.

برای سادگی طراحی، نمودارهای کنترل دوطرفه متقارن، یک‌طرفه فرض می‌شود و قدر مطلق آماره در نظر گرفته می‌شود و برای نمودارهای یک‌طرفه (مانند نمودار پراکندگی یا R که حد پایین آن غیرمتقارن است) حالت عادی در نظر گرفته می‌شود. به همین سبب از این‌پس حد پایین کنترل معمولاً صفر است و حد بالای کنترل که با اضافه شدن قوانین تغییر می‌کند حد آستانه (CV) نام‌گذاری می‌شود. ساختار قوانین پیشنهادی این پژوهش، به‌وسیله‌ی ماتریس قوانین مطابق با رابطه‌ی (۷) بیان می‌شود.

نواحی تغییر نمی‌کنند و فقط از بین ۲۰ ناحیه انتخابی، بهترین ناحیه انتخاب می‌شود. تغییر درصد قوانین و حد بالای نمودار کنترل R، به صورتی است که  $ARL_{0R}$  به تنهایی، برابر با ۴۰۰ گردد (با فرض  $S = 1$  و  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰). می‌بایست دقت شود که حد آستانه‌ی نمودار EWMA بر مبنای  $ARL_{0EWMA}$  برابر با ۴۰۰، تغییری نخواهد کرد (در تمامی مراحل افزودن قوانین به نمودار R، این حد ثابت می‌ماند) و حد کنترل نمودار R و درصد نقاط قوانین بر اساس این که هر کدام به صورت مجزا به  $ARL_{0rule1}$  برابر با ۸۰۰ برسند، تعیین می‌شود ( $ARL_R = 400 \rightarrow ARL_{main} = ARL_{1rule} = 800$ ) برای این منظور ابتدا حد اصلی نمودار R برای رسیدن به  $ARL_{0CV}$  برابر با ۸۰۰ تعیین می‌شود (منظور از  $ARL_{0CV}$  این است که اگر فقط حد اصلی نمودار R وجود داشت،  $ARL_{0R}$  برابر با چه عددی خواهد شد). در مرحله‌ی بعد دو روش را می‌توان به کار برد. روش اول این است که حد قانون را به صورت مجزا و تنها به گونه‌ای تعیین کنیم که فقط  $ARL_0$  برای همان قانون (بدون در نظر گرفتن حد اصلی نمودار R) برابر با ۸۰۰ گردد ولی روش سریع‌تر و دقیق‌تر این است که حد قانون را به گونه‌ای تعیین کنیم که حد نمودار و قانون به طور هم‌زمان برابر با ۴۰۰ شود. در سایر مراحل ( $S > 1$ ) نیز به همین صورت عمل خواهد شد با این تفاوت که میزان  $ARL_{0CV}$  با توجه به تعداد قوانین افزایش خواهد یافت و با افزایش تعداد قوانین،  $ARL$  هر یک از قانون‌ها مطابق رابطه‌ی (۶)، محاسبه خواهند شد تا  $ARL_{0R}$  در نهایت برابر با ۴۰۰ باشد.

سپس با توجه به حدود تعیین شده بر مبنای  $ARL_0$  نهایی،  $ARL_1$  برای تغییرات مشخص از پیش تعیین شده، محاسبه می‌شود. بر این اساس ناحیه‌ای که به ازای متوسط طول دنباله ثابت، کم‌ترین  $ARL_1$  را ایجاد نماید انتخاب می‌شود. با این رویکرد نواحی و درصد نقاطی انتخاب خواهند شد که کم‌ترین میزان  $ARL_1$  را ایجاد نمایند.

### گام ۳: اصلاح مقدار حد آستانه و تقسیم‌بندی دوباره نمودار کنترل و تعیین درصدهای مربوطه

با افزودن قوانین برای رسیدن  $ARL_0$  مشخص، می‌بایست حد آستانه‌ی نمودار کنترل نیز افزایش یابد. برای این منظور در هر مرحله حد آستانه نمودار به تنهایی به ازای  $ARL_0$  مطلوب می‌بایست تعیین گردد (برای  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰، این مقادیر در جدول (۱) تعیین شده است). بر این اساس نواحی بر

چندین شیفت دلخواه ایجاد نمایند. از آنجایی که در روش EWMAR دو نمودار کنترل مجزا (در این پژوهش به این دو نمودار، نمودار R (برای آماره‌ی  $Z_t$ ) و نمودار EWMA یا  $Z$  (برای آماره‌ی  $Z_t$ ) گفته می‌شود) وجود دارد در دو مرحله می‌بایست ماتریس قوانین مطابق با گام‌های زیر طراحی گردد. این ساختار ابتدا برای نمودار R و سپس برای نمودار EWMA بررسی می‌شود.

### گام ۱: فرض تعداد قوانین و تعیین حدود اصلی نمودار کنترل بر مبنای تعداد قوانین

تعداد قوانین ابتدا برابر با یک قانون در نظر گرفته می‌شود و در هر مرحله یک قانون اضافه می‌شود. اضافه نمودن قوانین تا هنگامی که بهبودی در فرآیند حاصل گردد، ادامه پیدا خواهد نمود. منظور از بهبود در فرآیند این است که به ازای متوسط طول دنباله ثابت در حالت تحت کنترل، طول دنباله‌ی خارج از کنترل کمتری به ازای شیفت‌های از پیش تعیین شده، حاصل گردد. لازم به ذکر است در کلیه‌ی مراحل طراحی، متوسط طول دنباله بر اساس ۱۰۰۰۰ تکرار محاسبه می‌شود.

بر مبنای تعیین تعداد قوانین، می‌بایست حد اصلی نمودار کنترل را ابتدا تعیین نمود. سپس روند اضافه شدن قوانین تا رسیدن به  $ARL_0$  مورد نظر نهایی ادامه پیدا خواهد کرد. البته می‌توان هر قانون را نیز به صورت جداگانه تنظیم نمود ولی با اضافه نمودن یک به یک قوانین فرآیند شبیه‌سازی سریع‌تر صورت می‌پذیرد.

### گام ۲: تقسیم‌بندی نمودار کنترل و تعیین درصدهای مربوطه

در هر مرحله، نمودار کنترل از حد پایین (معمولاً صفر) تا حد آستانه به تعداد مشخصی ناحیه تقسیم می‌شود (به عنوان مثال ۲۰ ناحیه). در مرحله‌ی اول ( $S = 1$ ) هر یک از نواحی انتخاب می‌شود و درصد نقاط ناحیه مربوطه، با توجه به این که  $ARL_0$  مجموع، برابر عدد مشخصی گردد، تعیین می‌شود به عنوان مثال در صورت فرض  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰، بر اساس رابطه‌ی (۶) داریم:

$ARL_{overall} = 200 \rightarrow ARL_R = ARL_{EWMA} = 400$   
دقت شود که از این پس  $ARL_{overall}$  معادل با  $ARL_0$  نهایی خواهد بود.

برای طراحی، ابتدا نمودار EWMA ثابت فرض می‌شود و فقط نمودار R با افزودن قوانین تغییر می‌کند. برای افزودن قوانین،

پایان می‌رسد (به‌عنوان مثال با فرض  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰،  $ARL_0$  برای نمودار R به همراه قوانین ۴۰۰ خواهد شد) و در هر مرحله‌ی بعد، مراحل قبلی برای نمودار EWMA تکرار می‌شود و در تمام مراحل نمودار R به همراه قوانین آن ثابت خواهد ماند.

#### ۲-۴- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بر اساس متوسط طول دنباله در مثال کنگ و آلباین

برای ارزیابی روش پیشنهادی، مثال ارائه‌شده توسط کنگ و آلباین [6] با پارامترهای تحت کنترل  $A_0 = 3$ ،  $A_1 = 2$  و  $\sigma^2 = 1$  و متغیر مستقل در چهار سطح با مقادیر ۲، ۴، ۶، ۸ ( $n = 4$ ) بررسی می‌شود. ابتدا طراحی ماتریس قوانین بیان می‌شود. همان‌طور که گفته شد در صورتی که بخواهیم نمودار EWMA را با شرط برابر بودن  $ARL_0$  در هر یک نمودارها طراحی نمائیم ( $ARL_{OR} = ARL_{0EWMA}$ )، می‌بایست هر یک از نمودارها به‌صورت جداگانه طراحی گردد. دقت شود که مقادیر دامنه نمی‌تواند منفی باشد و برای همین  $LCLR$  برای  $n = 4$  صفر در نظر گرفته شده‌است. مراحل طراحی ماتریس قوانین برای هر یک از نمودارها در شکل ۱ نشان داده شده‌است.

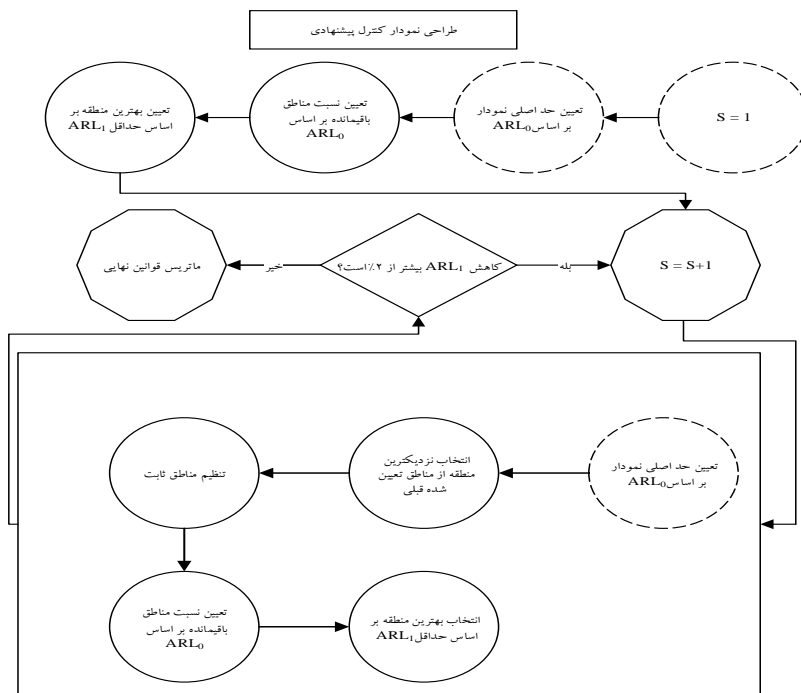
مبنای حد جدید محاسبه خواهند شد زیرا نواحی پیشین بر اساس حد آستانه‌ی قبلی نمودار ایجاد شده‌اند. در هر مرحله با افزایش S، ناحیه‌ی انتخابی در مرحله‌ی قبل ثابت فرض می‌شود و از بین سایر نواحی، ناحیه‌ی جدید انتخاب می‌شود. به‌عنوان مثال در مرحله‌ی دوم از بین باقی‌مانده‌ی نواحی (به‌عنوان مثال با در نظر گرفتن ۲۰ ناحیه، در مرحله‌ی دوم فرآیند، از بین ۱۹ ناحیه باقی‌مانده)، ناحیه‌ی مورد نظر را می‌بایست انتخاب نمود. می‌بایست دقت شود که با اصلاح حد آستانه و بازتر شدن نمودار کنترل در هر مرحله، نواحی نیز تا حدودی تغییر می‌کنند و می‌بایست نزدیک‌ترین ناحیه، به ناحیه‌ی قبلی را پس از اصلاح حد آستانه در نظر گرفت.

#### گام ۴: محاسبه‌ی بهبود حاصل‌شده

در این گام میانگین  $ARL_1$  برای تغییرات در نظر گرفته‌شده محاسبه و نسبت به حالت قبلی درصد تغییرات محاسبه می‌شود. در صورتی که این بهبود بیش از ۲ درصد باشد، به گام ۱ برگشت می‌شود و به تعداد قوانین یکی اضافه می‌شود. در صورتی که بهبودی حاصل نشود، ماتریس نهایی قوانین به دست می‌آید.

#### گام ۵: تثبیت ماتریس قوانین برای نمودار R و تعیین ماتریس قوانین نمودار EWMA

پس از طراحی ماتریس قوانین نمودار R بر مبنای رسیدن به  $ARL_0$  مشخص، این ماتریس ثابت است و طراحی نمودار R به



شکل ۱- چارچوب طراحی نمودار کنترل پیشنهادی

مقادیر حد اصلی هر یک از نمودارها با افزودن تعداد قوانین برای رسیدن به  $ARL_0$  برابر با ۴۰۰ در حالت کلی نشان داده شده است. به عنوان مثال، مطابق با رویه‌ی پیشنهادی در صورتی که بخواهیم از یک قانون در نمودار R استفاده کنیم (۲ قانون به همراه حد اصلی)، حد اصلی به‌تنهایی می‌بایست  $ARL_{0CV}$  برابر با ۸۰۰ داشته باشد که این حد برابر با ۵/۲۴ خواهد بود و می‌بایست درصد قانون نیز به‌گونه‌ای تنظیم گردد که این قانون نیز باید  $ARL_{0rule1}$  برابر با ۸۰۰ داشته باشد که  $ARL_0$  نهایی نمودار R یا  $(ARL_{0R})$  برابر با ۴۰۰ گردد.

مقادیر حدود اصلی نمودار کنترل با توجه به  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰ در نظر گرفتن قوانین مختلف در جدول ۱ آورده شده است. به عنوان مثال در صورتی که هیچ قانونی در نمودار استفاده نگردد، مقادیر  $UCL_R$  برابر با ۴/۹۹۷ و  $UCL_{EWMA} = -LCL_{EWMA}$  برابر با ۰/۴۷۸ منجر به  $ARL_0$  برابر با ۴۰۰ در هر یک از نمودارها و  $ARL_0$  برابر با ۲۰۰ در حالت کلی می‌شود. یا در صورتی که بخواهیم از یک قانون (علاوه بر حد کنترل اصلی) در نمودار R استفاده نمائیم می‌بایست  $ARL_0$  به صورت مجزا برای حد اصلی  $(ARL_{0CV})$  و آن قانون  $(ARL_{0rule1})$  برابر با ۸۰۰ شود که در این صورت حد اصلی برابر با ۵/۲۴ خواهد بود و حد قانون پس از آن، باید تعیین گردد.

جدول ۱- مقادیر حدود اصلی نمودار کنترل با  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰ در نظر گرفتن قوانین مختلف

نمودار R					
S	۰	۱	۲	۳	۴
$ARL_{0R}$	۴۰۰	۸۰۰	۱۲۰۰	۱۶۰۰	۲۰۰۰
$UCL_R$	۴.۹۹۷	۵.۲۴	۵.۳۹	۵.۴۸	۵.۵۹
نمودار EWMA					
S	۰	۱	۲	۳	۴
$ARL_{0EWMA}$	۴۰۰	۸۰۰	۱۲۰۰	۱۶۰۰	۲۰۰۰
$UCL_{EWMA} = LCL_{EWMA}$	۰.۴۷۸	۰.۵۱۵	۰.۵۴	۰.۵۵۶	۰.۵۶۷



جدول ۲- نحوه تعیین قانون در نمودار R

S													
0		1			2			3			4		
UCL <sub>R</sub>	UCL <sub>R</sub>	ناحیه ثابت	درصد قوانین	میانگین	UCL <sub>R</sub>	ناحیه ثابت	درصد قوانین	UCL <sub>R</sub>	ناحیه ثابت	درصد قوانین	UCL <sub>R</sub>	ناحیه ثابت	درصد قوانین
		۴.۹۸	۰.۰۱۴	۴۹.۶۴		۵.۱۲	۰.۰۰۵		۵.۲۰	۰.۰۰۳		۵.۳۱	۰.۰۰۷
		۴.۷۲	۰.۰۲۵	۴۸.۸۶		۴.۸۵	۰.۰۰۶		۴.۹۲	۰.۰۰۴		۵.۰۳	۰.۰۱۱
		۴.۴۵	۰.۰۳۹	۴۷.۱۱		۴.۵۸	۰.۰۰۴		۴.۶۵	۰.۰۰۵		۴.۷۵	۰.۰۳۲
		۴.۱۹	۰.۰۰۶	۴۴.۵۴		۴.۳۱	۰.۰۰۸		۴.۳۸	۰.۱۳۴		۴.۴۷	۰.۰۷۴
		۳.۹۳	۰.۱۱	۴۱.۲۴		۴.۰۴	۰.۱۲		۴.۱۰	۰.۱۸۵		۴.۱۹	۰.۱۴۵
		۳.۶۷	۰.۲۱۸	۴۳.۰۶		۳.۷۷	۰.۱۲۹		۳.۸۳	۰.۲۰۸		۳.۹۱	۰.۲۵۸
		۳.۴۱	۰.۳۶۵	۴۴.۰۴		۳.۵۰	۰.۴۰۱		۳.۵۶	۰.۲۷۱		۳.۶۳	۰.۴۷۵
		۳.۱۴	۰.۹۷۵	۴۵.۸		۳.۲۳	۰.۴۹۷		۳.۲۸	۰.۳۶۱		۳.۳۵	۰.۷۵۴
		۲.۸۸	۰.۹۹۹	۴۶.۸۷		۲.۹۶	۰.۵۴۹		۳.۰۱	۰.۵		۳.۰۷	۰.۹۵۵
۴.۹۹۷	۵.۲۴	۲.۶۲	-	-	۵.۳۹	۲.۷۰	۰.۶۳۹	۵.۴۷	۲.۷۴	۰.۹۵	۵.۵۹	۲.۸۰	-
		۲.۳۶	-	-		۲.۴۳	۰.۹۹۹		۲.۴۶	۰.۹۹۹		۲.۵۲	-
		۲.۱۰	-	-		۲.۱۶	-		۲.۱۹	-		۲.۲۴	-
		۱.۸۳	-	-		۱.۸۹	-		۱.۹۱	-		۱.۹۶	-
		۱.۵۷	-	-		۱.۶۲	-		۱.۶۴	-		۱.۶۸	-
		۱.۳۱	-	-		۱.۳۵	-		۱.۳۷	-		۱.۴۰	-
		۱.۰۵	-	-		۱.۰۸	-		۱.۰۹	-		۱.۱۲	-
		۰.۷۹	-	-		۰.۸۱	-		۰.۸۲	-		۰.۸۴	-
		۰.۵۲	-	-		۰.۵۴	-		۰.۵۵	-		۰.۵۶	-
		۰.۲۶	-	-		۰.۲۷	-		۰.۲۷	-		۰.۲۸	-
		۰.۰۰	-	-		۰.۰۰	-		۰.۰۰	-		۰.۰۰	-

جدول (۲) آورده شده است و ناحیه بهینه در هر مرحله با رنگ سبز مشخص شده است. این ناحیه در مراحل بعدی اضافه شدن قوانین ثابت می‌ماند (نزدیک‌ترین ناحیه به ناحیه‌ی انتخاب‌شده در مرحله‌ی قبل) و با رنگ زرد نشان داده شده است. برای اختصار نمودار، میانگین  $ARL_1$  فقط برای اضافه کردن اولین قانون نشان داده شده است.

در اضافه کردن قانون اول، بهترین ناحیه (کمترین  $ARL_1$  در میانگین سه شیفت موردنظر) مربوط به ناحیه‌ی پانزدهم (۳/۹۳ تا ۵/۲۴) می‌باشد. در این حالت  $ARL_0$  کلی نمودار R (حد اصلی به همراه قانون اضافه‌شده با درصد نقاط ۰/۱۱) برابر با ۴۰۰ خواهد بود دقت شود که در تمامی حالت‌های ۱۲ تا ۱۹ این مقدار برابر با ۴۰۰ است ولی کمترین میانگین  $ARL_1$  در ناحیه‌ی پانزدهم رخ می‌دهد. دقت شود که برای نواحی پایین‌تر

برای محاسبه‌ی عملکرد قوانین، سه تغییر ۰/۲ برابر انحراف معیار در عرض از مبدأ، ۰/۵ برابر انحراف معیار در شیب و ۱/۱ برابر انحراف معیار در انحراف معیار در نظر گرفته می‌شود. ابتدا یک قانون به نمودار کنترل R اضافه می‌شود. فرآیند طراحی از یک قانون شروع می‌شود و ناحیه‌ی تحت کنترل (از ۰ تا ۵/۲۴) به ۲۰ قسمت تقسیم می‌شود. به ازای هر یک از ۲۰ ناحیه، درصد مربوط هر ناحیه به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که  $ARL_0$  نهایی برای نمودار R برابر ۴۰۰ شود. به‌عبارت‌دیگر درصد قوانین برای هر ناحیه به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که اگر فقط آن قانون در نمودار کنترل باشد یا فقط حد آستانه به‌تنهایی در نمودار باشد مقدار  $ARL_{OCV}$  یا  $ARL_{ORU1}$  برابر با ۸۰۰ شود (برای  $S = 1$ ). بعد از تعیین حد آستانه برای هر حالت، مقدار  $ARL_1$  برای سه تغییر پیش‌بینی‌شده محاسبه می‌شود و میانگین آن‌ها ثبت می‌شود. نتایج شبیه‌سازی برای اضافه نمودن قوانین در

همان طور که از جدول ۲ مشخص است، روند افزایش تعداد قوانین با ۳ قانون در نمودار R متوقف می شود. سپس همین رویه برای نمودار EWMA نیز می بایست تکرار شود. در تمامی مراحل طراحی نمودار EWMA، ماتریس قوانین نمودار R بر مبنای ۳ قانون و حد اصلی برابر با ۵/۴۷ خواهد بود و تغییر نمی کند. به دلیل اختصار جدول محاسبات نمودار EWMA گزارش نشده است.

در جدول (۳) روند افزایش قوانین بر مبنای  $ARL_0$  برابر با ۲۰۰ نشان داده شده است. در ستون دوم این جدول حالت های بهینه ی مختلف افزایش تعداد قوانین نشان داده شده است. در ستون سوم تغییرات حد اصلی دو نمودار کنترل با توجه به افزایش قوانین نشان داده می شود. همان طور که مشخص است در طراحی نمودار R حد اصلی نمودار EWMA ثابت است و در طراحی نمودار EWMA، حد اصلی و ماتریس به دست آمده برای نمودار R تغییر نمی کنند. ستون چهارم جدول ۳ ماتریس قوانین نهایی به دست آمده در هر مرحله را نشان می دهد. ستون پنجم مقدار  $ARL_1$  به ازای سه شیفت تعیین شده، با توجه به ماتریس قوانین در نظر گرفته شده برای هر حالت نشان داده شده است و میانگین این مقادیر در ستون ششم نشان داده شده است. اختلاف نسبی میانگین ها نسبت به حالت قبلی در ستون هفتم گزارش شده است. سطر اول جدول ۳ نمودار EWMAR بدون در نظر گرفتن قوانین (حالت عادی) و مقادیر  $ARL_1$  به ازای شیفت های مورد نظر را نشان می دهد.

از ۲/۸۸۲ در این حالت نمودار R نمی تواند به  $ARL_0$  برابر با ۴۰۰ دست یابد.

در مرحله ی بعد می بایست در مورد افزایش تعداد قوانین تصمیم گرفت. از آنجایی که میانگین متوسط طول دنباله در شیفت های مورد نظر نسبت به حالت اولیه بیش از ۲ درصد کاهش یافته است

می بایست فرآیند افزایش قوانین را ادامه داد  $(\frac{60.78-41.24}{41.24} \times 100)$  میانگین  $ARL_1$  برای سه تغییر انتخاب شده بدون در نظر گرفتن قوانین است. این مقدار در جدول ۳ هم گزارش شده است. برای اضافه نمودن قانون جدید، در حالت در نظر گرفتن ۲ قانون، ناحیه ی اول ثابت باقی می ماند (نزدیک ترین ناحیه به ناحیه ی مورد نظر ۴/۰۴۲۵ است) و بین ۱۹ ناحیه باقی مانده، حالتی را که کمترین میانگین درصد نقاط را ایجاد نماید، در نظر می گیریم.

در مرحله ی اضافه کردن قانون دوم ( $S = 2$ )، ابتدا می بایست درصد نقاط قوانین ناحیه ی ثابت (زرد رنگ) تعیین گردد. اگرچه هر قانون به تنهایی باید  $ARL_0$  برابر با ۱۲۰۰ داشته باشد (مطابق با سومین ستون جدول ۱، چون ۲ قانون و ۱ حد اصلی داریم، این مقدار به دست می آید)، اما برای محاسبه ی درصد قوانین ثابت (نواحی زرد رنگ) پیشنهاد می شود بر اساس  $ARL_0$  نهایی نمودار R یا همان ۴۰۰،  $ARL_0$  نمودار کنترل بدون اضافه شدن قانون جدید محاسبه شود و بر مبنای آن درصد قوانین تعیین شود. پس حد اصلی نمودار کنترل (۵/۳۹) و قانون تثبیت شده ی مرحله ی قبلی (۴/۰۴۲۵) که به ۳/۹۳ نزدیک ترین عدد است) می بایست  $ARL_0$  برابر با ۶۰۰ داشته باشند زیرا ۲ قانون خواهیم داشت که هر یک  $ARL_0$  برابر با ۱۲۰۰ دارند.  $(ARL_{OCV} = ARL_{OR} = 1200 \rightarrow ARL_{OR} = 600)$  و بر این اساس درصد ناحیه ی ۴/۰۴۲۵ برابر با ۰/۱۲ به دست می آید. به عبارت دیگر با وجود قانون (۴/۰۴۲۵) و حد اصلی ۵/۳۹،  $ARL_{OR}$  برابر با ۶۰۰ خواهد بود. سپس برای سایر نواحی (۱۹ ناحیه ی باقی مانده) به صورت مجزا، درصد نقاط به گونه ای تعیین می شود که  $ARL_{OR}$  برابر با ۴۰۰ شود و از بین این نواحی، ناحیه ی بهینه انتخاب می شود. در این حالت نیز نواحی پایین تر از ۲/۴۲۵۵ نمی توانند  $ARL_{OR}$  برابر با ۴۰۰ را ایجاد کنند. در بین ۱۹ ناحیه ی موجود، ناحیه ی بهینه در این حالت ۲/۹۶۴۵ خواهد بود. سایر حالات افزایش تعداد قوانین برای نمودار R در جدول (۲) گزارش شده است.

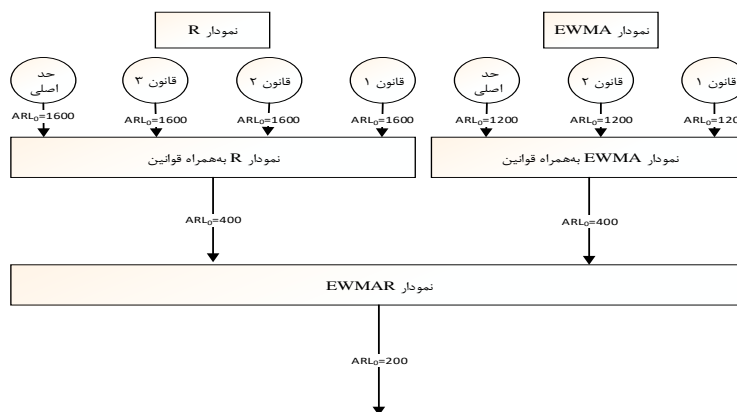
جدول ۳- روند افزایش قوانین بر مبنای  $ARL_0$  برابر ۲۰۰

نمودار کنترل	S	$(UCL_R, UCL_Z)$	ماتریس قوانین	نوع تغییر			میانگین	اختلاف
				I-۰.۲	۰.۰۵ S	sigma ۱.۱		
	0	(۰.۴۸۷, ۴.۹۹۷)	-	۶۶.۵	۴۳.۹	۷۲.۲۱	۶۰.۸۷	
R	قانون ۱	(۰.۴۸۷, ۵.۲۹)	$\begin{bmatrix} ۳.۹۳ & ۰.۱۱ \end{bmatrix}$	۳۹.۴	۲۴.۷	۵۰.۷۳	۴۱.۲۴	۰.۳۷۱
	قانون ۲	(۰.۴۸۷, ۵.۳۹)	$\begin{bmatrix} ۴.۰۴ & ۰.۱۲ \\ ۲.۹۶ & ۰.۵۴۹ \end{bmatrix}$	۲۷.۵۴	۱۷.۳۲	۴۷.۹۸	۳۰.۹۵	۰.۱۹۲
	قانون ۳	(۰.۴۸۷, ۵.۴۷)	$\begin{bmatrix} ۴.۶۵ & ۰.۰۵ \\ ۴.۱ & ۰.۱۸۵ \\ ۳.۰۱ & ۰.۵ \end{bmatrix}$	۲۵.۷	۱۵.۱۱	۴۶.۷۶	۲۹.۱۹	۰.۰۵۷
	قانون ۴	(۰.۴۸۷, ۵.۵۹)	$\begin{bmatrix} ۵.۰۳ & ۰.۰۱۱ \\ ۴.۷۵ & ۰.۰۳۲ \\ ۴.۱۹ & ۰.۱۴۵ \\ ۳.۰۷ & ۰.۹۵۵ \end{bmatrix}$	۲۵.۱۱	۱۴.۹۸	۴۵.۸۸	۲۸.۶۶	۰.۰۱۸
EWMA	قانون ۱+۳	(۰.۵۱۵, ۵.۴۷)	$\begin{bmatrix} ۴.۶۵ & ۰.۰۵ \\ ۴.۱ & ۰.۱۸۵ \\ ۳.۰۱ & ۰.۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰.۳۰۹ & ۰.۱۱۸ \end{bmatrix}$	۱۷.۸۷	۸.۹۸	۴۷.۸۷	۲۴.۹۱	۰.۱۳۱
	قانون ۲+۳	(۰.۵۵۶, ۵.۴۷)	$\begin{bmatrix} ۴.۶۵ & ۰.۰۵ \\ ۴.۱ & ۰.۱۸۵ \\ ۳.۰۱ & ۰.۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰.۳۲۹ & ۰.۱۲۴ \\ ۰.۱۶۲ & ۰.۵۰۸ \end{bmatrix}$	۱۴.۷۶	۸.۷۶	۴۳.۷۹	۲۳.۴۴	۰.۰۹۹
	قانون ۳+۳	(۰.۵۶۷, ۵.۴۷)	$\begin{bmatrix} ۴.۶۵ & ۰.۰۵ \\ ۴.۱ & ۰.۱۸۵ \\ ۳.۰۱ & ۰.۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰.۳۳ & ۰.۶۸ \\ ۰.۲۵ & ۰.۳۰۱ \\ ۰.۱۶ & ۰.۶۲۷ \end{bmatrix}$	۱۴.۶۵	۸.۱۲	۴۳.۸۳	۲۲.۲۰	۰.۰۱۱

نمودار R برای نمودار EWMA نیز تکرار می شود که برای آن حالت، وجود ۲ قانون حالت بهینه است (این حالت با رنگ زرد مشخص شده است). در شکل (۲) روند تعیین  $ARL_0$  برای هر یک از قوانین به منظور رسیدن به  $ARL_0$  نهایی برابر با ۲۰۰ در حالت کلی نشان داده شده است.

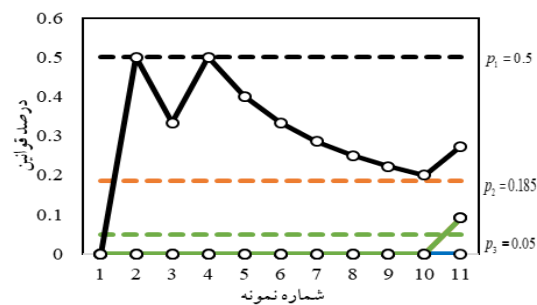
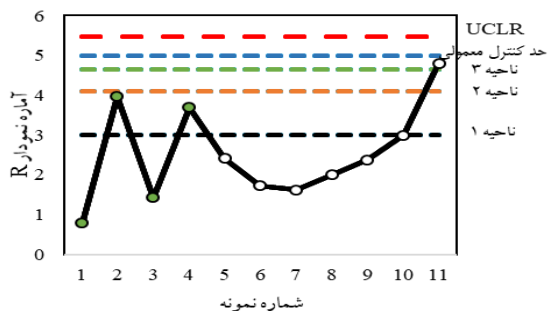
همان طور که از جدول ۳ مشخص است برای نمودار R در افزایش از ۳ قانون به ۴ قانون بهبود محسوسی ایجاد نمی شود و ۳ قانون، حالت نهایی در نظر گرفته می شود و ماتریس قوانین برای نمودار کنترل R و  $UCL_R$  تثبیت می شود

( $\begin{bmatrix} ۴.۶۴۹ & ۰.۰۵ \\ ۴.۱۰ & ۰.۱۸۵ \\ ۳.۰۰۹ & ۰.۵ \end{bmatrix}$ ). همین مراحل با فرض وجود سه قانون در



شکل ۲- روند تعیین قانون در نمودار EWMAR و رسیدن به  $ARL_0$  در مثال بالا

انتهای این بخش عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی با نتایج حاصل از طرح نمونه گیری متغیر مقایسه شده است.



شکل ۳- نتایج شبیه سازی نمودار کنترل  $R_z$  برای تولید پروفایل با  $0.2$  برابر انحراف معیار تغییر در عرض از مبدأ

برای توضیح بیش تر روش پیشنهادی، عملکرد نمودارها در یکی از تکرارهای شبیه سازی برای تولید پروفایل با  $0.2$  برابر انحراف معیار تغییر در عرض از مبدأ در شکل ۳ نشان داده شده است. نواحی هر یک از نمودارها با خطچین نشان داده شده است. همان طور که مشخص است نمودار کنترل پیشنهادی در پروفایل یازدهم سیگنال خارج از کنترل صادر کرده است در صورتی که هیچ یک از آماره های تولید شده بالاتر از حد آستانه نمودار  $R$  ( $5.47$ ) قرار ندارد (خطچین قرمز نشان دهنده حد کنترل نمودار پیشنهادی این پژوهش در حالت وجود قوانین است). علت صدور سیگنال این است که قانون سوم نمودار EWMA در این حالت فعال شده است (تعداد نمونه در ناحیه سه برابر با ۱ است و  $\frac{1}{11} > 0.05$ ) می بایست دقت شود که اگر از نمودار کنترل معمولی EWMAR نیز استفاده می کردیم در این ۱۱ نقطه، نمودار نمی توانست فرآیند خارج از کنترل را شناسایی کند (خطچین آبی نشان دهنده حد کنترل نمودار EWMAR در حالت عادی است). دقت شود که نمودار EWMA در این حالت سیگنالی صادر نمی کرد و برای اختصار در این قسمت گزارش نشده است.

۵- اعتبارسنجی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی

۵-۱- اعتبارسنجی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی در مقابل سایر نمودارها

در این بخش برای اعتبارسنجی روش پیشنهادی، عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی بر اساس متوسط طول دنباله در حالت خارج

در این بخش برای اعتبارسنجی روش پیشنهادی، ابتدا عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی بر اساس متوسط طول دنباله در حالت خارج کنترل با عملکرد سایر نمودارها مقایسه شده است. سپس عملکرد آن با سایر قوانین اجرای معمول مقایسه شده است. در

شیب و انحراف معیار مقایسه و بررسی شده است. همان طور که مشاهده می شود در بخش اول جدول ۴ با تغییرات افزایشی در عرض از مبدأ نمودار کنترل پیشنهادی نسبت به سایر نمودارها عملکرد بهتری بر اساس متوسط طول دنباله نشان داده است. همچنین در بخش دوم و سوم جدول ۴ هم مشاهده می شود با تغییر افزایشی در شیب و تغییر افزایشی در انحراف معیار باز هم عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی به مراتب بهتر بوده است.

کنترل برای تغییرات افزایشی و کاهشی و همزمان در عرض از مبدأ، شیب بررسی می شود. لازم به ذکر است تغییرات افزایشی برای انحراف معیار نیز محاسبه شده است.

در جدول ۴ عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی - EWMAR-RULE با سایر متدهای EWMAR [۶]، متد EWMA3 [۷]، متد MEWMA [۸]، متد CUSUM3 [۱۰]، متد VSCS [۱۵]، متد GLR [۱۴]، متد PM-3 [۲۰] و متد EWMA-AREA [۱۹] در سه حالت تغییرات افزایشی در عرض از مبدأ،

جدول ۴- مقایسه  $ARL_1$  برای پروفایل های خطی با تغییرات افزایشی در عرض از مبدأ، شیب و انحراف معیار

روش	$\lambda$									
	۰.۲	۰.۴	۰.۶	۰.۸	۱	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸	۲
EWMAR	۶۶.۵	۱۷.۷	۸.۴	۵.۴	۳.۹	۳.۲	۲.۷	۲.۳	۲.۱	۱.۹
MEWMA	۵۹.۹	۱۷.۲	۸.۵	۵.۸	۴.۱	-	-	-	-	۲
CUSUM3	۷۲.۱	۲۰.۳	۸.۲	۴.۶	۳.۱	۲.۴	۱.۹	۱.۶	۱.۴	۱.۳
VSCS	۵۳.۳	۱۴.۷	۶.۹	۴.۲	۳	-	-	-	-	۱.۲
GLR	۴۷.۲	۱۶.۳	۸.۳	۵.۲	۳.۶	-	-	-	-	۱.۳
PM-3	۳۰.۳۴	۱۲.۵۳	۷.۳۶	۵.۰۹	۳.۸۶	۳.۰۹	۲.۵۸	۲.۲۲	۱.۹۵	۱.۷۵
EWMA-AREA	۴۹.۹	۱۴.۳	۷.۲	۴.۷	۳.۵	۲.۸	۲.۴	۲.۱	۱.۹	۱.۷
EWMAR-RULE	۱۴.۷۶	۴.۳۸	۲.۵۷	۱.۷۸	۱.۵۳	۱.۲۳	۱.۰۹	۱.۰۲	۱.۰۲	۱.۰۱
روش	$\eta$									
	۰.۰۲۵	۰.۰۵	۰.۰۷۵	۰.۱	۰.۱۲۵	۰.۱۵	۰.۱۷۵	۰.۲	۰.۲۲۵	۰.۲۵
EWMAR	۱۱۹	۴۳.۹	۱۹.۸	۱۱.۳	۷.۷	۵.۸	۴.۷	۳.۹	۳.۴	۳
MEWMA	۹۹	۳۵	۱۶.۴	۹.۸	۶.۹	۵.۳	-	۳.۷	-	۲.۹
CUSUM3	۸۵.۷	۳۷.۸	۱۹	۱۱.۱	۷.۲	۵	۳.۹	۳.۱	۲.۶	۲.۳
VSCS	۹۳.۸	۳۱.۳	۱۴.۱	۸.۱	۵.۵	۴	-	۲.۶	-	۱.۹
T <sup>2</sup>	۷۸.۴	۲۹.۴	۱۵.۳	۹.۶	۶.۷	۵	-	۳.۱	-	۲.۳
EWMA-3	۴۸.۲	۲۱.۴۳	۱۲.۹۴	۹.۰۷	۶.۸۳	۵.۴۳	۴.۴۹	۳.۸۲	۳.۳	۲.۹۲
EWMA-AREA	۹۳.۸	۳۳.۶	۱۵.۸	۹.۵	۶.۷	۵.۲	۴.۲	۳.۵	۳.۱	۲.۷
EWMAR-RULE	۴۶.۷	۹.۷۴	۴.۶۸	۲.۹۴	۲.۲۶	۱.۸۹	۱.۵۳	۱.۳۳	۱.۲۵	۱.۱۷
روش	$\gamma$									
	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸	۲	۲.۲	۲.۴	۲.۶	۲.۸	۳
EWMAR	-	۳۴.۳	۱۲	۶.۱	۳.۹	۲.۹	۲.۳	۱.۹	۱.۷	۱.۴
MEWMA	۷۶.۲	۳۳.۲	۱۲.۱	۷	۴.۹	-	۳.۱	-	۲.۳	۱.۹
CUSUM3	-	۳۱.۲	۹.۴	۴.۸	۳.۲	۲.۴	۲	۱.۷	۱.۵	۱.۳
VSCS	۷۷.۳	۳۳	۱۰.۷	۵.۵	۳.۶	-	۲.۱	-	۱.۵	۱.۳
GLR	۵۷.۸	۲۴.۲	۹	۵.۱	۳.۵	-	۲.۲	-	۱.۷	۱.۴
EWMA-3	-	۳۳.۵	۱۲.۷	۷.۲	۵.۱	۳.۹	۳.۲	۲.۸	۲.۵	۲.۱
PM-3	-	۲۴.۸	۹.۸۲	۵.۶۱	۳.۹	۲.۹۹	۲.۴۲	۲.۰۶	۱.۸۱	۱.۵
EWMAR-RULE	۱۰.۵۴	۲.۸۶	۱.۴۷	۱.۲۴	۱.۱۴	۱.۱	۱.۰۹	۱.۰۵	۱.۰۵	۱.۰۲

عرض از مبدأ و شیب به مراتب بهتر از نمودارهای EWMAR، MEWMA، EWMA-3 و VSCS، EWMA-AREA داشته است.

جدول ۵ نتایج شبیه سازی برای حالت تغییرات کاهششی عرض از مبدأ و شیب را نشان می دهد. مطابق با نتایج به دست آمده مشاهده می شود که عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی بر اساس متوسط طول دنباله در حالت خارج کنترل با تغییرات کاهششی

جدول ۵- مقایسه  $ARL_1$  برای پروفایل های خطی با تغییرات کاهششی در عرض از مبدأ، شیب

روش	$\lambda$									
	-۰.۱	-۰.۲	-۰.۳	-۰.۴	-۰.۵	-۰.۶	-۰.۸	-۱	-۱.۵	-۲
EWMAR	-	۶۸.۷۰	-	۱۷۶.۰	-	۸.۳۰	۵.۳۰	۳.۹۰	-	۱.۹۰
MEWMA	۱۳۱.۰۰	۵۸.۶۰	۲۹.۵۰	۱۷.۲۰	۱۱.۵۰	۸.۵۰	۵.۵۰	۴.۱۰	۲.۶۰	۲.۰۰
EWMA-3	۱۳۲.۲۰	۵۹.۵۰	۲۸.۵۰	۱۶.۴۰	۱۰.۸۰	۷.۹۰	۵.۱۰	۳.۸۰	۲.۴۰	۱.۹۰
VSCS	۱۲۶.۲۰	۵۳.۲۰	۲۶.۱۰	۱۴.۷۰	۹.۷۰	۶.۹۰	۴.۲۰	۳.۰۰	۱.۶۰	۱.۲۰
EWMA-AREA	-	۴۹.۹۰	-	۱۴.۴۰	-	۷.۲۰	۷.۲۰	۳.۶۰	-	۱.۷۰
EWMAR-RULE	۸۸	۱۷.۳۶	۶۶۱	۴.۳۱	۳.۳۹	۲.۴۹	۱.۷۵	۱.۵۳	۱.۰۷	۱.۰۱

روش	$\eta$									
	-۰.۰۲۵	-۰.۰۳۷۵	-۰.۰۵	-۰.۰۶۲۵	-۰.۰۷۵	-۰.۱۰	-۰.۱۲۵	-۰.۱۵	-۰.۲	-۰.۲۵
EWMAR	۱۱۸.۷	-	۴۴.۲	-	۲۰	۱۱.۴	۷.۸	۵.۹	۳.۹	۳.۳
MEWMA	۹۹.۶	۵۶.۸	۳۵.۲	۲۲.۸	۱۶.۵	۹.۸	۶.۹	۵.۳	۳.۷	۲.۹
EWMA-3	۱۰۲.۹	۵۹.۱	۳۶.۵	۲۴	۱۷	۱۰.۳	۷.۲	۵.۵	۳.۸	۲.۹
VSCS	۹۴.۱	۵۲.۵	۳۱.۵	۲۰.۲	۱۴.۲	۸.۲	۵.۵	۴	۲.۶	۱.۹
EWMA-AREA	۹۷.۱	-	۳۳.۳	-	۱۶.۲	۹.۶	۶.۸	۵.۳	۳.۶	۲.۸
EWMAR-RULE	۶۳.۴۷	۱۷.۷۷	۹.۵	۶.۵	۴.۲۹	۲.۹۹	۲.۱۳	۱.۸	۱.۳۹	۱.۲۸

جدول ۶- مقایسه  $ARL_1$  در پروفایل خطی ساده با تغییرات همزمان

$\lambda$	$\eta$										روش
	-۰.۰۲۵	-۰.۰۵	-۰.۰۷۵	-۰.۱	-۰.۱۲۵	-۰.۱۵	-۰.۱۷۵	-۰.۲	-۰.۲۲۵	-۰.۲۵	
۰.۲	۸۳.۹	۴۹.۶	۲۸.۲	۱۶.۹	۱۰.۴	۶.۸	۴.۷	۳.۳	۲.۵	۲	$T^2$
	۲۶.۶	۱۴	۸.۹	۶.۴	۵.۱	۴.۲	۳.۶	۳.۱	۲.۸	۲.۵	EWMR
	۲۴.۲	۱۲.۹	۸.۳	۶.۲	۴.۸	۴	۳.۵	۳	۲.۷	۲.۵	EWMA3
	۲۰.۷	۱۱.۳	۷.۶	۵.۷	۴.۵	۳.۸	۳.۲	۲.۸	۲.۶	۲.۳	EWMA-AREA
	۶.۵۸	۳.۹۸	۲.۶۸	۲.۳۲	۱.۹۴	۱.۵۹	۱.۳۷	۱.۲۵	۱.۴۵	۱.۱۲	EWMAR-RULE
۰.۴	۳۷.۲	۲۲.۳	۱۳.۶	۸.۵	۵.۷	۴	۳	۲.۳	۱.۸	۱.۵	$T^2$
	۱۰.۴	۷.۳	۵.۵	۴.۵	۳.۸	۳.۳	۲.۹	۲.۶	۲.۴	۲.۲	EWMR
	۱۰	۷	۵.۴	۴.۴	۳.۷	۳.۲	۲.۹	۲.۶	۲.۲	۲.۲	EWMA3
	۸.۹	۶.۳	۴.۹	۴	۳.۴	۳	۲.۷	۲.۴	۲.۲	۲.۱	EWMA-AREA
	۳.۵۴	۲.۵۵	۲.۰۸	۱.۸۷	۱.۵۱	۱.۳۶	۱.۲۱	۱.۱۵	۱.۱	۱.۰۴	EWMAR-RULE

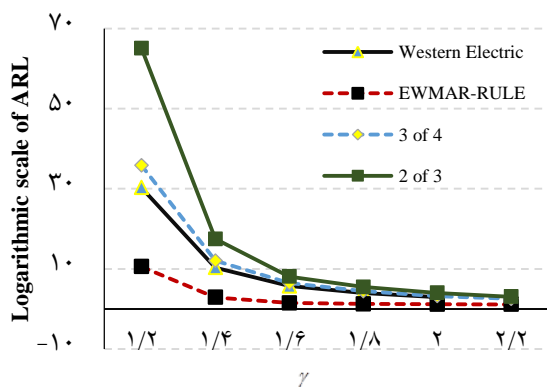
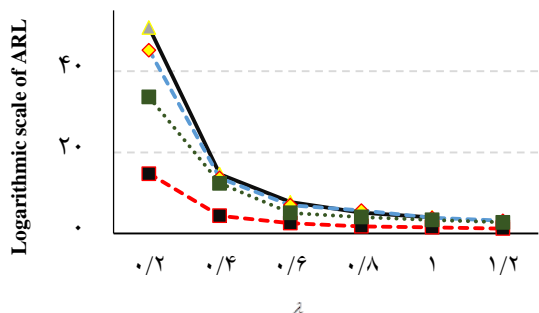
  

$\lambda$	$\gamma$				$\eta$	$\gamma$				روش	
	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸		۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸		
۰.۲	۳۲.۷	۱۳.۳	۷.۴	۴.۹	۰.۰۲۵	۳۵.۸	۱۴.۱	۷.۷	۵	۳.۷	$T^2$
	۳۳.۹	۱۰.۷	۵.۸	۳.۹		۲۹	۱۱.۴	۶	۳.۹	۲.۸	EWMR
	۲۲.۹	۱۱.۲	۶.۹	۴.۹		۲۸	۱۲	۷.۱	۵	۴	EWMA3
	۱۷.۶	۸.۵	۵.۶	۴.۱		۲۰.۵	۹.۱	۵.۷	۴.۲	۳.۳	EWMA-AREA

	۵.۸۷	۲.۷۸	۱.۸۹	۱.۵۱		۷.۹۸	۳.۰۸	۱.۸۴	۱.۵۳	۱.۳۲	EWMAR-RULE
	۲۰.۷	۱۰.۲	۶.۳	۴.۵		۲۰.۴	۱۰.۲	۶.۲	۴.۴	۳.۴	$T^2$
	۱۲.۳	۷.۸	۵	۳.۶		۱۲.۸	۷.۸	۵.۱	۳.۵	۲.۷	EWMR
۰.۴	۱۲	۸.۴	۶	۴.۵	۰.۰۷۵	۱۲.۳	۸.۳	۵.۹	۴.۶	۳.۷	EWMA3
	۱۰.۶	۷.۱	۵	۳.۸		۱۱.۱	۷.۲	۵	۳.۹	۳.۱	EWMA-AREA
	۳.۳۱	۲.۳۴	۱.۷۵	۱.۳۹		۳.۳۳	۲.۷	۱.۵۶	۱.۴۴	۱.۳	EWMAR-RULE

در این زیر بخش، ترکیب و شبیه‌سازی این قوانین و EWMAR (هر نمودار را دو قانون پوشش می‌دهد) بر اساس  $ARL_0 = 200$  انجام شده است. حدود نمودار در نمودار کنترل R و EWMA بر اساس تعداد سیگنال‌های مشابه برای قانون ۲ تا از ۳ (۳.۰۷ ۵.۱۸) و (۰.۴۵ ۰.۵۳) و برای قانون ۳ از ۴ (۰.۳۸ ۰.۵۲) است.

مقادیر ARL برای تغییرات عرض از مبدأ و انحراف استاندارد در پروفایل خطی ساده با استفاده از این قوانین در شکل ۴ نشان داده شده است. توجه داشته باشید که نتایج حاصل از ترکیب دیگر قوانین اجرا نیز یکسان است که در این مقاله آورده نشده است. شکل ۴ نشان می‌دهد که روش اجرای قانون پیشنهادی در نمودار کنترل EWMAR از طرح‌های اجرای وسترن الکتریک و سایر قوانین اجرا بهتر است.



در جدول ۶ عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی بر اساس متوسط طول دنباله در حالت خارج کنترل برای تغییرات همزمان بررسی شده است. در بخش اول جدول ۵ تغییرات همزمان  $\eta$  و  $\lambda$  در بخش دوم تغییرات همزمان  $\gamma$  و  $\lambda$  در بخش سوم تغییرات همزمان  $\gamma$  و  $\eta$  آورده شده است.

مطابق جدول ۶ مشاهده می‌شود EWMAR-RULE بهترین عملکرد را در مقایسه با نمودارهای دیگر در کلیه تغییرات دارد.

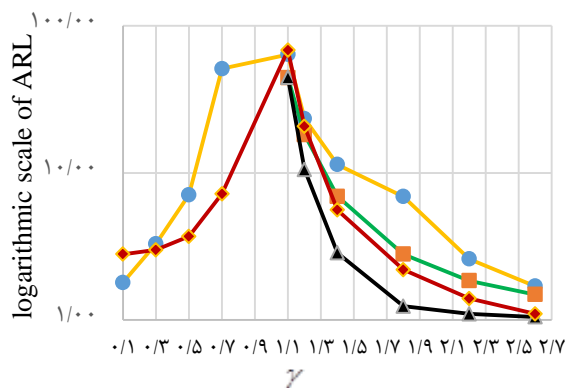
### ۵-۲- مقایسه عملکرد با سایر قوانین اجرای معمول

طرح پیشنهادی با قوانین وسترن الکتریک در نمودارهای کنترل کیفیت که بسیار محبوب هستند؛ مقایسه شد. ما این قوانین را به نمودار کنترل EWMAR اضافه کردیم. طراحی قوانین وسترن الکتریک بر اساس نمودارهای معمولی دوطرفه مطابق رابطه ۸ نشان داده شده است. چون این مجموعه قوانین بر اساس نمودارهای معمولی دوطرفه طراحی شده‌اند، لذا آخرین قانون وسترن الکتریک در شبیه‌سازی ما در نظر گرفته نشده است؛ بنابراین در این مطالعه سه قانون از قوانین وسترن الکتریک به ترتیب سه نقطه خارج از حدود کنترل سه سیگما باشد، دو نقطه از سه نقطه متوالی فراتر از حد دوسیگما در یک طرف خط وسط قرار دارند، چهار نقطه از پنج نقطه متوالی فراتر از حد یک سیگما، در یک طرف خط وسط قرار دارند، بررسی شد.

ما حدود قوانین را بر اساس خطای نوع اول مشابه با نمودار شوهارت تنظیم نمودیم و  $ARL_0$  را برابر ۲۰۰ قرار دادیم. حدود اصلاح شده  $(3\sigma, 2\sigma, \sigma)$  برای نمودار R و Z به ترتیب برابر با  $(5.24, 3.99, 3.09)$  و  $(0.55, 0.46, 0.36)$  است. قوانین وسترن الکتریک به شرح ذیل است.

- قرارگیری هر داده‌ای بالای حد کنترل یا  $3\sigma$
- قرارگیری ۲ نقطه از ۳ نقطه متوالی فراتر از  $2\sigma$
- قرارگیری ۴ نقطه از ۵ نقطه متوالی فراتر از  $\sigma$
- قرارگیری ۸ نقطه متوالی در یک سمت نمودار

نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت

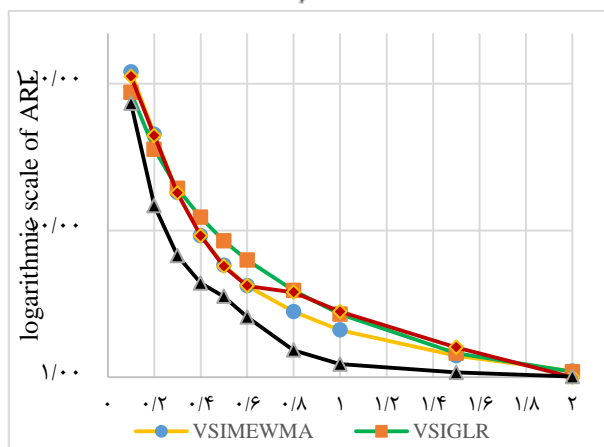


شکل ۴- مقایسه مقادیر ARL برای مدل ساده با تغییرات افزایشی بر اساس طرح قوانین اجرا مختلف

### ۵-۳- مقایسه طرح پیشنهادی با طرح نمونه‌گیری متغیر

روش پیشنهادی ابزاری برای کاهش  $ARL_1$  در نمودار کنترل EWMAR است. می‌توان جهت سنجش اعتبار روش آن را با طرح نمونه‌گیری متغیر مقایسه نمود. هر دو رویکرد می‌توانند کارایی در تشخیص تغییرات پارامترهای فرایند را افزایش دهند. برای انجام مقایسه با طرح نمونه‌گیری متغیر با روش پیشنهادی، از نتایج ترکیب طرح نمونه‌گیری متغیر با MEWMA [۸] و روش LRT [۳۹] و روش GLR [۳۷] برای مقایسه با نتایج روش پیشنهادی استفاده شد.

شکل ۵  $ARL_1$  برای تغییرات عرض از مبدأ و انحراف استاندارد در پایش پروفایل‌های خطی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش پیشنهادی تقریباً به‌طور یکنواخت بهتر از طرح نمونه‌گیری متغیر است. می‌بایست دقت شود که نمودارهای EWMAR و GLR کاهش در انحراف واریانس را تشخیص نمی‌دهند.



شکل ۵- مقایسه مقادیر ARL بر اساس تغییر در عرض از مبدأ و انحراف

### ۶- نتیجه‌گیری

به‌طور کلی هدف از این پژوهش ارائه نمودارهای کنترل مؤثر و کارا برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز دو است. همان‌طور که اشاره شد در این تحقیق برای پایش پروفایل خطی از نمودار کنترل EWMAR استفاده شد. سپس به‌منظور بهبود عملکرد نمودار در تشخیص تغییرات غیرتصادفی از قوانین حساس‌سازی استفاده شد. این قوانین با استفاده از یک روش ابتکاری با نمودار EWMAR ترکیب شده‌است. به‌منظور تعیین عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی در مقایسه با نمودار معمولی EWMAR ابتدا از مثال کنگ و الباین استفاده شد. نتایج نشان‌دهنده عملکرد بهتر نمودار کنترل پیشنهادی در شناسایی تغییرات نسبت به نمودار کنترل معمولی EWMAR است. سپس به‌منظور اعتبارسنجی بیشتر، مطالعات شبیه‌سازی و ارزیابی عملکرد نمودار بر اساس متوسط طول دنباله در مقایسه با سایر نمودارها، از جمله نمودارهای T2 هتلینگ، EWMAR.



- conceptual classification scheme. *Computers & Industrial Engineering*, 126, 705-728.
- [5] Stover, F. S., & Brill, R. V. (1998). Statistical quality control applied to ion chromatography calibrations. *Journal of Chromatography A*, 804(1-2), 37-43.
- [6] Kang, L., & Albin, S. L. (2000). On-line monitoring when the process yields a linear profile. *Journal of Quality Technology*, 32(4), 418-426.
- [7] Kim, K., Mahmoud, M. A., & Woodall, W. H. (2003). On the monitoring of linear profiles. *Journal of Quality Technology*, 35(3), 317-328.
- [8] Zou, C., Tsung, F., & Wang, Z. (2007). Monitoring general linear profiles using multivariate exponentially weighted moving average schemes. *Technometrics*, 49(4), 395-408.
- [9] Noorossana, R., Amiri, A., Vaghefi, S. A., & Roghanian, E. (2004). Monitoring quality characteristics using linear profile. In *Proceedings of the 3rd International Industrial Engineering Conference* (pp. 246-255).
- [10] Saghaei, A., Mehrjoo, M., & Amiri, A. (2009). A CUSUM-based method for monitoring simple linear profiles. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 45(11-12), 1252.
- [11] Li, Z., & Wang, Z. (2010). An exponentially weighted moving average scheme with variable sampling intervals for monitoring linear profiles. *Computers & Industrial Engineering*, 59(4), 630-637.
- [12] Gani, W., & Limam, M. (2013). On the use of the K-chart for phase II monitoring of simple linear profiles. *Journal of Quality and Reliability Engineering*, 2013.
- [13] Adibi, A., Montgomery, D. C., & Borrór, C. M. (2014). Phase II monitoring of linear profiles using a P-value approach. *International Journal of Quality Engineering and Technology*, 4(2), 97-106.
- EWMA- و EWMA-3، VSCS، CUSUM3، MEWMA در تغییرات افزایشی و کاهششی و همزمان انجام شد. نتایج نشان می‌دهد که عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی در تغییرات افزایشی و کاهششی به مراتب بسیار بهتر از سایر نمودارها است.
- جهت اعتبارسنجی بیشتر روش پیشنهادی دو مقایسه دیگر نیز در این مطالعه استفاده شده است. اول مقایسه با قوانین معمول وسترن الکتریک که با توجه به نتایج شکل ۴، مشاهده می‌شود که روش پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به قوانین وسترن الکتریک دارد. دوم مقایسه و ارزیابی عملکرد رویکرد پیشنهادی با طرح متغیرهای نمونه‌گیری متغیر است. برخی مطالعات از طرح VSI برای افزایش حساسیت نمودار کنترل در پروفایل‌های خطی استفاده کرده‌اند. مطابق شکل ۵، عملکرد طرح پیشنهادی تقریباً بر عملکرد سایر نمودارها بر اساس طرح VSI برتری است. در تحقیقات آینده، طرح VSI می‌تواند با رویکرد پیشنهادی برای افزایش عملکرد ترکیب شود. با توجه به کلیه مقایسه‌ها و ارزیابی‌های انجام‌شده و با توجه به بهبود چشمگیر نمودار کنترل EWMA در ترکیب با قوانین حساس‌سازی پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آتی از قوانین حساس‌سازی در سایر نمودارهای کنترل استفاده نمایند. همچنین برای پایش پروفایل‌های خطی در فاز یک نیز می‌توان از ترکیب نمودارهای کنترل با قوانین حساس‌سازی استفاده کرد.

#### ۷- منابع

- [1] Zou, C., Zhang, Y., & Wang, Z. (2006). A control chart based on a change-point model for monitoring linear profiles. *IIE transactions*, 38(12), 1093-1103.
- [2] Woodall, W.H., Spitzner, D.J., Montgomery, D.C. and Gupta, S. (2004). Using control charts to monitor process and product quality profiles. *Journal of Quality Technology*, 36, 309-320.
- [3] Woodall, W. H. (2007). Current research on profile monitoring. *Production*, 17(3), 420-425.
- [4] Maleki, M. R., Amiri, A., & Castagliola, P. (2018). An overview on recent profile monitoring papers (2008-2018) based on

- Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 48(1), 126-149.
- [23] Abbas, T., Qian, Z., Ahmad, S., & Riaz, M. (2016). On monitoring of linear profiles using Bayesian methods. *Computers & Industrial Engineering*, 94, 245-268.
- [24] Abbas, T., Qian, Z., Ahmad, S., & Riaz, M. (2017). Bayesian monitoring of linear profile monitoring using DEWMA charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 33(8), 1783-1812.
- [25] Amiri, A., Mehrjoo, M., & Pasek, Z. J. (2013). Modifying simple linear profiles monitoring schemes in phase II to detect decreasing step shifts and drifts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 64(9-12), 1323-1332.
- [26] Gupta, S., Montgomery, D. C., & Woodall, W. H. (2006). Performance evaluation of two methods for online monitoring of linear calibration profiles. *International Journal of Production Research*, 44(10), 1927-1942.
- [27] Abbas, N., Riaz, M., & Does, R. J. M. M. (2011). Enhancing the performance of EWMA charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 27, 821-833.
- [28] Riaz, M., Abbas, N., & Does, R. J. M. M. (2011). Improving the performance of CUSUM charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 27, 415-424.
- [29] Kim, J., Al-Khalifa, K. N., Park, M., Jeong, M. K., Hamouda, A. M. S., & Elsayed, E. A. (2013). Adaptive cumulative sum charts with the adaptive runs rule. *International Journal of Production Research*, 51(15), 4556-4569.
- [30] Khoo, M. B. C., Castagliola, P., Liew, J. Y., Teoh, W. L., & Maravelakis, P. E. (2016). A Study on EWMA charts with runs rules—the Markov chain approach. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 45, 4156-4180.
- [31] Adeoti, O. A., & Malela-Majika, J. C. (2020). Double exponentially weighted moving average control chart with supplementary runs-rules. *Quality*
- [14] Xu, L., Wang, S., Peng, Y., Morgan, J. P., Reynolds Jr, M. R., & Woodall, W. H. (2012). The monitoring of linear profiles with a GLR control chart. *Journal of Quality Technology*, 44(4), 348-362.
- [15] Huwang, L., Wang, Y. H. T., Xue, S., & Zou, C. (2014). Monitoring general linear profiles using simultaneous confidence sets schemes. *Computers & Industrial Engineering*, 68, 1-12.
- [16] Riaz, M., Mahmood, T., Abbasi, S. A., Abbas, N., & Ahmad, S. (2017). Linear profile monitoring using EWMA structure under ranked set schemes. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 91(5), 2751-2775.
- [17] Mahmood, T., Riaz, M., Omar, M. H., & Xie, M. (2018). Alternative methods for the simultaneous monitoring of simple linear profile parameters. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 97(5), 2851-2871.
- [18] Riaz, M., Mahmood, T., Abbas, N., & Abbasi, S. A. (2019). On improved monitoring of linear profiles under modified successive sampling. *Quality and Reliability Engineering International*, 35(7), 2202-2227.
- [19] Motasemi, A., Alaeddini, A., & Zou, C. (2017). An Area-based Methodology for the Monitoring of General Linear Profiles. *Quality and Reliability Engineering International*, 33(1), 159-181.
- [20] Saeed, U., Mahmood, T., Riaz, M., & Abbas, N. (2018). Simultaneous monitoring of linear profile parameters under progressive setup. *Computers & Industrial Engineering*, 125, 434-450.
- [21] Khalili, S. B., Amiri, A., & Khosravi, P. (2020). Designing Control Charts Based on Residuals for Monitoring Simple Linear Profiles in Short Run Processes. *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 36(1.1), 19-28. (In Persian).
- [22] Abbas, T., Ahmad, S., Riaz, M., & Qian, Z. (2019). A Bayesian way of monitoring the linear profiles using cusum control charts.

- [36] Zhang, Y., Shang, Y., Gao, N., & Wang, Q. (2017). Monitoring prespecified changes in linear profiles using control charts with supplementary runs rules. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 46, 7249-7263.
- [37] Hafez Darbani, F., & Shadman, A. (2018). Monitoring of linear profiles using generalized likelihood ratio control chart with variable sampling interval. *Quality and Reliability Engineering International*, 34(8), 1828-1835.
- [38] Zhang, J., Li, Z., & Wang, Z. (2009). Control chart based on likelihood ratio for monitoring linear profiles. *Computational statistics & data analysis*, 53(4), 1440-1448.
- [39] Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons.
- Technology & Quantitative Management*, 17(2), 149-172.
- [32] Maravelakis, P. E., Castagliola, P., & Khoo, M. B. C. (2019). Run length properties of run rules EWMA chart using integral equations. *Quality Technology & Quantitative Management*, 16, 129-139.
- [33] Koutras, M. V., Bersimis, S., & Maravelakis, P. E. (2007). Statistical process control using Shewhart control charts with supplementary runs rules. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 9(2), 207-224.
- [34] Chakraborti, S., & Graham, M. (2019). *Nonparametric Statistical Process Control*: Wiley.
- [35] Riaz, M., & Touqeer, F. (2015). On the performance of linear profile methodologies under runs rules schemes. *Quality and Reliability Engineering International*, 31(8), 1473-1482.

---

<sup>1</sup> Charting Techniques

<sup>2</sup> In-Control (IC)

<sup>3</sup> Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

<sup>4</sup> Error variance

<sup>5</sup> Generalized likelihood ratio (GLR) control chart

<sup>6</sup> Simultaneous confidence set's

<sup>7</sup> Memory type

<sup>8</sup> Progressive mean

<sup>9</sup> Posterior distributions

<sup>10</sup> Cumulative sum

<sup>11</sup> The Least square estimates (LSE)

<sup>12</sup> Weighting constant

<sup>13</sup> Mean squared error

