مقاله‌ی پژوهشی

توسعه رویکرد تخمین نقطه تغییر در پروفایل‌های رگرسیون لجستیک فازی در فاز ۲

مونا قره گزلو

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. gharegozloo.mona@gmail.com

رضا کامران راد*

استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. r.kamranrad@semnan.ac.ir

چکیده: امروزه عملکرد یک فرآیند یا کیفیت یک محصول در شرایط عدم اطمینان و تحت توزیع‌هایی از خانواده توزیع نمایی توسط یک مدل ارتباطی فازی با داده‌های دودویی با عنوان پروفایل‌های خطی تعمیم‌یافته فازی ارزیابی می‌شوند. پروفایل‌های خطی تعمیم یافته یکی از انواع پروفایل‌های غیر خطی است که در آن مشاهدات فرآیند از توزیع غیر نرمال برنولی یا دوجمله‌ای پیروی می‌کنند. در این تحقیق رویکردهایی به منظور پایش پروفایل‌های خطی تعمیم‌یافته فازی در فاز ۲ پیشنهاد می‌کنیم. هدف اصلی این نوشتار پایش فرآیند آماری فازی برای کشف زمان وقوع تغییر در فرآیندها تحت عنوان نقطه تغییر فازی می‌باشد و بر اساس اصل حداکثر درستنمایی (MLE) برای مشاهدات فازی استوار است. عملکرد روش پیشنهادی به منظور پایش پروفایل‌های خطی تعمیم‌یافته فازی و بر اساس احتمال یک سیگنال خارج از کنترل با استفاده از نمودار کنترل فازی (FEWMA) و سپس برآورد نقطه تغییر فازی برای داده‌های شبیه‌سازی شده و یک مثال عددی برای کارایی روش پیشنهادی نشان داده می‌شود.

واژگان کلیدی: پروفایل، رگرسیون لجستیک فازی، برآورد کننده حداکثر احتمال، نقطه تخمین فازی، فاز ۲.

۱- مقدمه

برای بدست آوردن رضایت مشتریان از محصول تولیدی و داشتن سازمانی موفق، چرخه فرآیند تولید محصول باید به‌صورت پایدار یا تکرارپذیر باشد. به عبارت دیگر مشخصه‌های بحرانی کیفی محصول تغییپرپذیری کمی داشته باشند. مجموعه‌ای که این ابزارها را برای حل مسأله می‌دهد، کنترل فرآیند آماری است که برای ایجاد ثبات در چرخه‌ی تولید و کم کردن تغییرات نقش مهمی دارد [۱].

در بین ابزارهای کنترل کیفیت آماری[1] نمودارهای کنترل از پیچیدگی و محبوبیت بیشتری برخوردار هستند که وقتی فرآیند تحت تأثیر یک عامل با دلیل قرار می‌گیرد واکنش نشان می‌دهند [۲].

تحقیقاتی در ضمینه روش‌های چندمتغیری برای ایجاد نمودارهای کنترل کیفیت برای کنترل و بهبود در فرآیندهای فازی در تولید توسعه داده شده است [۳].

از نمودارهای کنترل می‌توان برای کنترل مشخصه‌های کیفی محصولات در حین تولید استفاده کرد و همچنین برای تهیه اطلاعات مفید برای بهبود فرآیند نیز کارایی دارند. اما هدف اصلی کنترل فرآیند آماری حذف تغییرپذیری فرآیند تولید است. از آنجایی که بعد از مشاهده هشدار در نمودارهای کنترل تغییرپذیری معمولاً خیلی زودتر رخ داده است. یکی از اهداف اصلی کنترل فرآیند آماری زمان واقعی تغییر و شناسایی سریع این انحرافات با دلیل است تا از تولید زیاد این محصول معیوب و اتلاف در هزینه و زمان جلوگیری کند، به تعیین زمان واقعی تغییر در فرآیند نقطه تغییر می‌گویند.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۳۱

دوره ۱۱/ شماره ۳

صفحات: ۳۰۷-۳۲۲

*(Corresponding author)semnan.ac.ir

[1] Statistical Process Control (spc)

تخمین نقطه تغییر یکی از موضوعات کاربردی و مهم است که توسط پژوهشگران مورد توجه است و آن‌ها برای کاهش تغییرپذیری و تعیین زمان واقعی از روش حداکثر درستنمایی[2] استفاده کردند [۴].

عملکرد نقطه تخمین با استفاده از روش MLE نسبت به نمودارهای کنترل CUSUM و EWMA بهتر گزارش داده شده است.

محققان حوزه جدیدی را در علم کنترل فرآیند آماری معرفی کردند و کاربردهای زیادی از آن را در واحدهای صنعتی و خدماتی با مثال‌هایی معرفی کردند. آن‌ها در مقاله‌شان عنوان می‌کنند که گاهی به جای توصیف یک مشخصه کیفی به وسیله یک یا چند متغیر پاسخ، می‌توان عملکرد یک فرآیند را به وسیله رابطه بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف نمود. به این رابطه پروفایل[3] گفته می‌شود [۵].

از آن زمان تا کنون محققان بسیاری در سراسر دنیا و با سرعت زیادی به مطالعه و ارائه روش‌هایی برای پایش پروفایل‌ها پرداخته‌اند و امروزه این شاخه به‌عنوان یکی از جذاب‌ترین شاخه‌های علم کنترل فرآیند آماری مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است [۶].

پروفایل‌ها بر اساس نوع رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای کنترلی به انواع مختلفی ازجمله پروفایل‌های خطی ساده، پروفایل‌های خطی چندگانه، پروفایل‌های چند جمله‌ای و ... تقسیم می‌شوند. در اکثر مطالعات صورت‌گرفته و روش‌های ارائه‌شده برای پایش پروفایل‌ها فرض بر نرمال بودن توزیع متغیر پاسخ است در حالی‌که این فرض در بسیاری از مسائل معتبر نیست و اگر با توزیع نرمال تقریب زده شود خطای تحلیل بسیار زیاد خواهد شد در این حالت نیاز است تا نوع دیگری از پروفایل‌ها مورد بررسی قرار گیرند که به آن‌ها پروفایل‌های مبتنی بر الگوهای خطی تعمیم‌یافته گفته می‌شود و یکی از انواع این پروفایل‌ها، پروفایل‌های لجستیک[4] است، علاوه بر این اگر ویژگی کیفی یک محصول یا خدمت مبهم، نامطمئن و زبانی باشد به‌طوری‌که نتوان آن را به‌طور دقیق بیان کرد، در این حالت اطلاعات ورودی غیر فازی اما اطلاعات خروجی یا متغیر کنترلی فازی هستند که باید از رگرسیون لجستیک فازی[5] استفاده کرد [۷].

پایش پروفایل می‌تواند در فازهای ۱ و ۲ در نظر گرفته شود، فاز ۲ مربوط به نظارت بر فرآیند با استفاده از داده‌های جدید برای تشخیص سریع تغییرات در فرآیند از اساس تعیین‌شده در فاز I است. به عبارت دیگر در این فاز پارامترهای فرآیند معلوم‌اند و هدف اصلی این فاز آزمون فرض برابری پارامترهای مدل با مقادیر برآورد شده از فاز ۱ می‌باشد [۸]. عملکرد روش‌های نمودار کنترل در فاز ۲ معمولاً از نظر طول اجرا متوسط (ARL)[6] اندازه‌گیری می‌شود که در آن طول اجرا تعداد نمونه‌های گرفته‌شده تا زمانی است که نمودار یک سیگنال خارج از کنترل را نشان دهد [۹].

محققان تخمین نقطه تغییر را برای پروفایل‌های فازی مورد ارزیابی قرار دادند و تغییرات همزمان واریانس و میانگین را در نظر گرفتند این الگوریتم را برای فاز ۱ و ۲ بدون نیاز به دانستن پارامترهای فرآیند در نظر گرفتند و همزمان واریانس و میانگین را تخمین زدند، عملکرد نقطه‌ی تخمین در تغییرات کوچک بسیار مهم و کاربردی است و به مهندسان کمک می‌کند تا علت تغییر را به سرعت تشخیص دهند.

۲-مروری بر ادبیات موضوع

جینگ[7] و همکاران برای مسائل با تغییرات زیاد از روش برنامه‌ریزی درجه دوم که از یک رویکرد تکه‌ای استفاده می‌شود به جای برنامه‌ریزی خطی در داده‌های فازی برای پیدا کردن نقاط تغییر استفاده کردند. روش رگرسیونی آن‌ها برای تشخیص خودکار نقاط تغییر در مدل تخمینی و مدیریت داده‌ها با تغییرات بزرگ استفاده می‌شود. در ضمن در این نوشتار دو مثال برای نشان دادن مزایای روش پیشنهادی ارائه شده است [۱۰].

---

[2] MLE
[3] Profile
[4] Logistic profiles
[5] Fuzzy Logistic Regression Profiles
[6] Average Run Length
[7] Jing

کانگ[8] و همکاران با توجه به اینکه اگر تغییرات در یک فرآیند علت ریشه‌ای و خاص داشته باشد موجب تغییرات همزمان در میانگین و واریانس می‌شود و بسیاری از روش‌های ارائه شده برای تشخیص تغییرات میانگین و واریانس زمانی‌که پارامترهای فرآیند شناخته شده باشند توسعه پیدا کردند به همین منظور در این نوشتار یک مکانیزم جدید به نام الگوریتم نقطه تغییر حداکثر احتمال طبقه‌بندی فازی برای تشخیص تغییرات میانگین و واریانس به‌طور همزمان در صورتی که پارامترهای فرآیند شناخته شده نباشد ارائه شده است. از این رویکرد می‌توان برای فازهای ۱ و ۲ بدون آگاهی از پارامترهای فرآیند استفاده شود. این روش با استفاده از داده‌های واقعی و شبیه‌سازی شده مورد سنجش قرار گرفته است [۱۱].

کاظمیاک[9] وهمکاران یک روش جدید برای برآورد نقطه تغییر فرآیند با استفاده از ماشین‌های بردار پشتیبان (SVM) پیشنهاد دادند. روش پیشنهادی تخمین دقیق‌تری از نقطه تغییر فرآیند ارائه می‌دهد، زیرا جدول‌های کنترل که برای تعیین در حالت کنترل بودن یا نبودن فرآیند هستند زمانی که یک یک تغییر در فرآیند رخ می‌دهد سیگنال خارج از کنترل را با تأخیر قابل توجهی نشان می‌دهند. برای پرداختن به این مشکل این نوشتار یک روش ترکیبی برای تخمین نقطه تغییر در نمودار X نشان می‌دهد، زمانیکه نه نوع تغییر و نه اندازه آن مشخص است. نتایج داده‌های شبیه‌سازی شده تأکید می‌کنند که روش ترکیبی پیشنهادی یک تخمین دقیق از نقطه تغییر فرآیند ارائه می‌دهد [۱۲].

مقدم[10] و همکاران روشی برای تعیین نقطه تغییر و پروفایل داده‌های فازی در فاز ۱ ارائه کردند. روش پیشنهادی یک تکنیک تخمین نقطه تغییر برای داده‌های فازی می‌باشد و بر اساس اصل تخمین حداکثر درستنمایی (MLE) با مشاهدات فازی است. این روش با توانایی ارزیابی پایش پروفایل فازی بر مبنای احتمال یک سیگنال خارج از کنترل و دقت در تخمین نقطه تغییر استوار است. همچنین آن‌ها مطالعات خود را برای پایش پروفایل خطی فازی در فاز ۲ گسترش دادند و برای این منظور در این نوشتار از نمودارهای فازی FEWMA و FT^2 هتلینگ با استفاده از اصل گسترش توسعه داده شد استفاده کردند، مطالعه موردی بر اساس شبیه‌سازی ارزیابی عملکرد روش‌های پیشنهادی از نظر معیار طول متوسط در صنعت کاشی و سرامیک ارائه شده است، در نهایت این محققان نشان دادند که روش FEWMA بهترین عملکرد را دارد [۱۳] و [۱۴].

رضاییفر و همکاران نمودارهای CUSUM و EWMA را برای پایش فرآیندهای جراحی در بیمارستان‌ها و مراکز درمانی ارائه کردند. در این مطالعه فرض شده است که ریسک جراحی بیمار یک عدد مبهم و فازی باشد و بر این اساس نمودار RA-CUSUM و RA-EWMA بر اساس داده‌های فازی معرفی می‌کنند. سپس نتایج بر روی داده‌های حاصل از عمل جراحی بیماران قلبی بررسی می‌شود [۱۵].

هلاوایا[11] و همکاران با استفاده از ضرایب رگرسیون فازی نقطه تغییر را در حالت عدم قطعیت محاسبه کردند و امتیازات تشابه فاصله‌ای بین مدل عددی و واقعی را برای هر نقطه تغییر در رکوردها نشان دادند. کاربرد این روش از طریق مطالعه موردی به روی مجموعه داده‌های دمای گرینلند نشان داده شده است [۱۶].

وانگ[12] و هرینویچ[13] نمودار کنترلی (CUSUM)[14] را برای داده‌های فازی پیشنهاد کردند و روش جدیدی برای محاسبه میانگین طول اجرا (ARL) برای نمودار فازی پیشنهاد کردند[۱۷].

در این نوشتار یک روش جدید برای پیدا کردن زمان واقعی در یک فرآیند تولید در فاز ۲ در حالت رگرسیون لجستیک فازی پیشنهاد می‌کنیم در این روش از نمودار کنترل EWMA برای تشخیص در تغییر پارامترهای پروفایل رگرسیون لجستیک فازی استفاده می‌شود. سپس تخمین نقطه‌ی تغییر به‌وسیله روش MLE و با بسط برای داده‌های فازی برای پارامترهای

[8] Kang
[9] Kazemak
[10] Moghadam
[11] Hollawaya
[12] wang
[13] harinwich
[14] Cumulative sum (CUSUM)

فرآیند ایجاد می‌شود. ساختار این نوشتار به این صورت است، ابتدا مروری بر مقالات و معرفی روش‌های محققان پیشین است و سپس هدف از بیان مسئله و تعاریف اولیه آورده شده است. تابع احتمال و معرفی نمودار کنترل EWMA برای داده‌های فازی بسط داده می‌شود و سپس مدل‌سازی نقطه تغییر محاسبه می‌شود و نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که عملکرد این روش برای داده‌های فازی و تحت شیفت یکتا و پله‌ای عملکرد خوبی دارد.

۳- بیان مسئله

مفهوم کیفیت به تازگی به مفهوم کیفیت مناسب با در نظر گرفتن نظرات کاربران نهایی بر روی محصولات توسعه یافته است. مجموعه‌های فازی به‌عنوان ابزاری برای بیان کیفیت مناسب محصولات به کار گرفته شده‌اند و ویژگی‌های کیفی محصولات نمونه‌برداری شده از خط تولید که با استفاده از برخی مقادیر زبانی مناسب یا با استفاده از برخی امتیازات فاصله‌ای بیان می‌شوند، روشی برای تولید عدد رگرسیون لجستیک فازی است. همانطور که خاطرنشان شد، هدف اصلی کنترل فرآیند آماری کشف زمان دقیق وقوع تغییر در فرآیندها می‌باشد. لذا هدف این تحقیق توسعه و بهبود تکنیک‌های پایش مبتنی بر مدل خطی تعمیم‌یافته برای توزیع رگرسیون لجستیک فازی است. به‌همین منظور توسعه تخمین نقطه تغییر برای شناسایی تغییرات فرآیندهای فازی و تمرکز بر تعیین زمانی که در مدل تولید تغییر ایجاد شده است، برای بهبود قابلیت تشخیص و برای ریشه‌یابی مسائل فرآیند حائز اهمیت است. در این مقاله ابتدا داده‌ها با استفاده از نمودارهای کنترل فازی مورد پایش قرار می‌گیرند سپس اگر سیگنالی خارج از حدود کنترل دریافت شد، زمان واقعی تغییر با استفاده از توسعه روش MLE برای داده‌های فازی بسط داده می‌شود و عملکرد روش با استفاده از مثال عددی و شبیه‌سازی شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۴- تعاریف اولیه

۴-۱ اعداد فازی

اعداد فازی $\tilde{A} = (a, \lambda, \beta)$ یک عدد فازی مثلثی غیر متقارن است که a در مرکز آن، λ از چپ گسترش یافته و β از سمت راست گسترش یافته و تابع عضویت آن به شکل زیر است:

$$\mu_{\tilde{u}(x)} = \begin{cases} \dfrac{x-(a-\lambda)}{\lambda} & a-\lambda < x \leq a \\ \dfrac{(a+b)-x}{\beta} & a \leq x \leq a+\beta \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

اگر راست و چپ اعداد فازی مثلثی مساوی باشند $(\lambda = \beta = s)$ عدد فازی مثلثی متقارن نامیده می‌شود و با (a,s) نمایش داده می‌شود.

اعداد فازی شرایط زیر را برآورده می‌کنند:

- $\mu_{\tilde{x}}: \mathrm{R} \in [0,1]$
- $\exists x_0 \in \mathrm{R}: \mu_{\tilde{x}}(x_0) = 1$ (۱)

اجازه دهید E یک فضای تابع را نشان دهد، مانند $u \in E$ اگر و تنها اگر $u: R \to [0,1]$ تابعی است که الزامات زیر را برآورده می‌کند:

i. نرمال: $u(x_0) = 1\ x_0 -\infty < x_0 < +\infty$

ii. $u(\lambda x + (1-\lambda) \geq \min\{u(x), u(y)\}, x, y \in R\ 0 \leq \lambda \leq 1$ (۲)

iii. $\lim_{x \to t} \sup f(x) = f(t)\ -\infty < t < +\infty$ (۳)

iv. $\{t | t \in R, u(t) > 0\}$ به هم فشرده

فضا E فضای عدد فازی نامیده می‌شود و هر $u \in E$ یک عدد فازی نامیده می‌شود [۱۸] و [۱۹].

۴-۲ پروفایل رگرسیون لجستیک

رگرسیون لجستیک یک روش مدل‌سازی ریاضی است که برای توصیف رابطه بین متغیر پاسخ دودویی و یک یا چند متغیر توضیحی استفاده می‌شود. متغیرهای توضیحی ممکن است پیوسته، گسسته، دوتایی یا ترکیبی از هر کدام از این‌ها باشند، بنابراین از توزیع خاصی پیروی نمی‌کنند [۲۰].

اما متغیر پاسخ دودویی باید از توزیع احتمال برنولی پیروی کند. مقدار ۱ می‌تواند با احتمال موفقیت πبه‌دست آید و مقدار ۰ با احتمال شکست $\pi -$ ۱.

رابطه بین متغیرهای پیش‌بینی‌کننده و پاسخ در رگرسیون لجستیک خطی نیست. در عوض از تبدیل لاجیت π استفاده می‌شود.

$$\pi = \frac{1}{1 + e^{b_0 + b_1 x_1 + \cdots + b_n x_n}} \quad (۴)$$

بنابراین،

$$\ln\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = b_0 + b_1 x_{1k} + \cdots + b_n x_{ik}$$

که در آن $\frac{\pi}{1-\pi} = b_0 + b_1 x_{1k} + \cdots + b_n x_{ik}$ احتمالات شرطی نامیده می‌شود و b_j، n, . . .,j=0,1 پارامترهای مدل هستند.

۴-۳ . تکنیک نقطه تخمین

در این نوشتار از تکنیک نقطه تغییر که توسط امیری [۲۱] پیشنهاد شده استفاده می‌شود و برای پایش پروفایل‌های فازی بسط داده می‌شود. آن‌ها یک روش جدید برای پیدا کردن نقطه تغییرات در مانیتورینگ[15] فاز دوم رگرسیون لجستیک پیشنهاد کردند. در ابتدا از نمودار EWMA برای تشخیص تغییرات در پارامترهای پروفایل رگرسیون لجستیک استفاده می‌شود و در نهایت نقطه تغییر بر اساس پارامترهای پروفایل رگرسیون لجستیک محاسبه می‌شود.

آلبرت و اندرسون برای تخمین پارامترهای مدل از تابع احتمال MLE زیر استفاده کردند: [۲۲]

$$l(\pi, y) = \prod_{i=1}^{n} \binom{m_i}{y_i} [\pi_i]^{y_i} [1 - \pi_i]^{m_i - y_i} \quad (۵)$$

که $\pi = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)^T$ و $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)^T$ با می‌توان لگاریتم درستنمایی را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$l(\beta, y) = \sum_{i=1}^{n} log \binom{m_i}{y_i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} y_i \beta_k x_{ik} - \sum_{i=1}^{n} m_i \log[1 + \exp(\sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ik})] \quad (۶)$$

τ پارامتر نامعلوم است و برای تخمین آن با استفاده از یک روشMLE تابع احتمال به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\tau = \arg\max\{\sum_{j=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{n} y_{ij} x_i \beta_0 - m_i \sum_{j=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{n} \ln[1 + \exp(x_i \beta_0)] + \sum_{j=\tau+1}^{l} \sum_{i=1}^{n} y_{ij} x_i \beta_1 - m_i \sum_{j=\tau+1}^{l} \sum_{i=1}^{n} \ln[1 + \exp(x_i \beta_1)] \quad (۷)$$

و با استفاده از نمودار EWMA هشدار خارج از کنترل دریافت می‌کنند و با معادله τ زمان تغییرات را محاسبه می‌کنند.

۴-۴ تابع احتمال و داده‌های فازی

در مدل رگرسیون لجستیک فازی n مجموعه مستقل با p گروه به‌صورت $x_i\ (x_{i1}, \ldots, x_{ip})$ وهمچنین متغیرهای پاسخ دودویی $g(i)$ برای داده‌های مستقل که تعداد موفقیت‌ها را نشان می‌دهد.

برای تخمین پارامترهای مدل رگرسیون لجستیک فازی به بسط تابع MLE برای داده‌های فازی با استفاده از تعریف زاده استفاده می‌کنیم [۲۳].

زاده در مورد سیستم‌های فازی و بسط تابع MLE تحقیق کرد و نشان داد که ویژگی‌های اصلی این تابع در حالت فازی به‌صورت کلی حفظ می‌شود. رویکرد حداکثر احتمال درستنمایی FMLE به‌طور گسترده مورد استفاده قرار نگرفته است و دلیل آن در نظر گرفتن بسط فازی حداکثر درستنمایی در کاربردها و مثال‌های آماری واقعی دشوار است.

مقادیر x_i به‌صورت مقادیر تصادفی از x در نظر گرفته می‌شود که به‌صورت یک عدد فازی مثلثی به‌صورت $\tilde{x}_i = (a_i, \lambda_i, \beta_i)$ با هسته a_i نشان داده می‌شوند. اطلاعات درباره x گاهاً به‌صورت توزیع احتمال مشترک تعریف می‌شود:

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \mu_{\tilde{x}_1}(x_1) \times \ldots \times \mu_{\tilde{x}_n}(x_n) \quad (۸)$$

هر وقت $\tilde{x}$ را داشته باشیم، تابع عضویت آن اگر فرض شود قابل اندازه‌گیری است می‌توان تابع احتمال آن را با توجه به تعریف زاده محاسبه کنیم.

$$L(\Psi; \tilde{x}) = P(\tilde{x}; \Psi) = \int_x \mu_{\tilde{x}}(x) g(X; \Psi) dx \quad (۹)$$

برای درک بهتر رابطه بالا می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$P(\tilde{x}; \Psi) = \int_0^1 P(\bar{x}_\alpha; \Psi) d\alpha \quad (۱۰)$$

[15] Monitoring

که $\bar{x}_\alpha$ برشی از $\tilde{x}$ است واگر $X\in \bar{x}_\alpha$ این جمله را برای تابع احتمال می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$L(\Psi;\ \bar{x}_\alpha) = P(\bar{x}_\alpha; \Psi) \tag{۱۱}$$

با توجه به اینکه α نامشخص است و می‌توان آن را با توزیع احتمال یکنواخت در [0,1] بیان کرد. احتمال آن به‌طور متوسط به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_0^1 L(\Psi; \bar{x}_\alpha) d\alpha = L(\Psi; \tilde{x}) \tag{۱۲}$$

زمانی که $\tilde{x}$ را داشته باشیم و همچنین فرض می‌کنیم که تابع عضویت آن قابل محاسبه باشد، احتمال یک رویداد فازی با استفاده از از مقاله زاده قابل محاسبه است و احتمال داده‌های مشاهده شده را به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$l_0(\tilde{x}; \pi, y) = p(\tilde{x}; \pi, y) = \int l_0(\tilde{x}; \pi, y)\mu_{\tilde{x}}(x)dx \tag{۱۳}$$

$$log\, l_0(\tilde{x}; \pi, y) = log\ p(\tilde{x}; \pi, y) = \sum_{i=1}^{n} log \int l_0(\tilde{x}; \pi, y)\mu_{\tilde{x}}(x)dx \tag{۱۴}$$

۴-۵ نمودار کنترل FEWMA

معمولاً از نمودار $EWMA$ برای شناسایی تغییرات مداوم در یک فرآیند استفاده می‌شود. برای یک توالی داده شده از مشاهدات قطعی $\{x_n, n = 1,2, \dots\}$ در حالت نرمال پارامتر مورد پایش معمولاً میانگین فرآیند است، $\mu_n = E(x_n)$ و از نمودار $EWMA$ زمانی که هدف شناسایی یک تغییر کوچک در میانگین فرآیند است استفاده می‌شود. اگر $\mu_1 > \mu_0$ یا $\mu_1 < \mu_0$ تحت شرایط μ_1 تغییر کند، نامطلوبی باید شناسایی شود. X_n میانگین نمونه در نظر می‌گیریم.

$$EWMA_i = \theta(\bar{x}_n) + (1-\theta)EWMA_{i-1} \tag{۱۵}$$

که مقدار اولیه‌ی آماره‌ی $EWMA_i$ وقتی فرآیند تحت کنترل آماری است برابر با $EWMA_0 = 0$ می‌باشد. θ ثابت هموارساز است و همواره مقدار ثابت هموارساز بین صفر و یک می‌باشد $(1 \le \theta < 0)$ مقدار کوچک θ حساسیت نمودار را نسبت به تغییرهای کوچک افزایش می‌دهد و مقدار بزرگ θ حساسیت نمودار را نسبت به تغییرهای بزرگ افزایش می‌دهد. وقتی که $i \to \infty$ عبارت $[1-(1-\theta)^{2i}]$ برابر مقدار یک می‌باشد. متغیرهای کیفی فازی می‌تواند به سختی با توزیع احتمالی مناسب تجهیز شود. فرض کنید که در مرحله اول یک فرآیند پایش شده , می‌توانیم "در کنترل" مقدار متوسط پردازش فازی را بدست آوریم و مقدار اندازه‌گیری تغییرات فرآیند فازی بر اساس یک گروه k مستقل از تعداد m بدست می‌آید: [۲۴]
ما فرض می‌کنیم که تمام نمونه‌ها در ادامه شامل مشاهدات توصیف شده توسط اعداد رگرسیون لجستیک فازی است که می‌توانند "استاندارد" باشند.

$$\tilde{Y}_i = (y_i, l_{y_i}, l_{y_i})_{ll} = \frac{1}{s_{d0}} \odot (\bar{\tilde{x}} \ominus \mu_0) = (\frac{\bar{\mu}_i - \mu_0}{s_{d_0}}, \frac{\bar{l}_i - l_0}{s_{d_0}}, \frac{\bar{l}_i - l_0}{s_{d_0}})_{LL}$$

توجه داشته باشید که این روش "استاندارد" تنها یک کپی رسمی از استانداردسازی یک متغیر تصادفی است، و از نتیجه "استاندارد"$(y_i, l_{y_i}, l_{y_i})_{ll}$ متغیر مرکزی y_iیک استاندارد سازی تقریبی متغیر مرکزی اصلی m است. با این حال متغیر انتشارl_{y_i} ممکن است استانداردسازی تقریبی متغیر انتشار اصلی l نباشد.

$$EWMA^a_{Ei}(\alpha)^+ = \theta(\left(y_i + l_\alpha^{(-1)} l_{y_i}\right) - k) + (1-\theta)EWMA^a_{E_{i-1}}(\alpha) \tag{۱۶}$$

$$EWMA^a_{Ei}(\alpha)^- = \theta\left(\left(y_i - l_\alpha^{(-1)} l_{y_i}\right) - k\right) + (1-\theta)EWMA^a_{E_{i-1}}(\alpha) \tag{۱۷}$$

(k) مقدار مرجع است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود: $k = \frac{\delta}{2}\ s_{d_0}$، (δ) یک مدل چندگانه است که به ما این امکان را می‌دهد تا اندازه شیفت را از لحاظ انحراف معیار اندازه‌گیری کنیم و $\tilde{Y}_i \ominus K = (y_i - k, l_{y_i}, l_{y_i})_{LL}$. تعریف توزیع احتمال متغیرهای تصادفی فازی بسیار مشکل است. با این حال، می‌توانیم فرض کنیم که اعداد فازی استاندار شده نمونه $\tilde{Y}_i\ i = 1, \dots, m$ که در طی فاز *1* بدست آمده می‌تواند جمیعت بوت‌استرپ (نرم‌افزار *spss*) ما را تشکیل دهد. بنابراین ما می‌توانیم از روش نمونه‌گیری بوت‌استرپ استفاده کنیم، یک نمونه‌گیری مکرر را با جایگزینی B بار انجام شده و

نمونـــــه را بدســــت آوریـــــم $\tilde{Y}^{*B} = (y^{*B}, l_y^{*B}, l_y^{*B})_{LL}$ کــــه $B = 1,2,\dots,B_{max}$ و B_{max} تعداد زیادی داده است و بزرگتـر از تعـداد نمونـه‌هـای اصـلی اسـت. فـرض کنیـد کـه نمـودار هیستوگرام بدست آمده از متغیرها l_y^* و y^* بـه ترتیـب نشـان دهنده این است که متغیر تصادفی y^* تقریباً اسـتاندارد توزیـع نرمـال اسـت و متغیـر تصـادفی l_y^* تقریبـاً بـا توزیـع x^2 بـا $e = [\overline{l_y^{*B}}] + 1$ درجـه آزادی کـه $[\overline{l_y^{*B}}]$ نشـان دهنـده بزرگترین عدد صحیح کـوچکتر از میـانگین نمونـه $\bar{l}$ از l بـوت استرپ است. می‌توان از توزیع بوت‌استرپ بدسـت آمـده بـرای مدلسـازی متغیـر فـازی اسـتاندارد شـده اسـتفاده کـرد. $\tilde{Y} = (y, l_y, l_y)_{LL}$ با مقدار هدف $\tilde{\mu}_0$ و مقدار واریانس s_{d_0} از فرآیند فازی است [۲۵].

$$var\left(y_i + l_\alpha^{(-1)} l_{y_i}\right) = 1 + 2el_\alpha^{(-1)^2} + 2l_\alpha^{(-1)} E(y_i l y_i) \qquad (۱۸)$$

که $EWMA_{E\,0}^{a}=0$ و θ ضریب هموارسازی $0 < \theta \le 1$:

$$h_1^+ = k\sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)} 1 + 2el_\alpha^{(-1)^2} + 2l_\alpha^{(-1)} E(y_i l y_i)} \qquad (۱۹)$$

$$h_1^- = -k\sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)} 1 + 2el_\alpha^{(-1)^2} - 2l_\alpha^{(-1)} E(y_i l y_i)} \qquad (۲۰)$$

از فاصله $D_{p,q}$ که توسط گیلده و جین [۲۶] پیشنهاد شده با چند تفاوت استفاده می‌کنیم.

خصوصیات تحلیلی $D_{p,q}$ به پارامتر p بستگی دارد، در حالی که پارامتر q وزن ذهنی منسوب به اضلاع اعداد فازی را مشخص می کند. در تعریف فاصله $D_{p,q}$، ما نیاز داریم که تمام مقادیر $\alpha \in [0,1]$ ادغام کنیم. اما از آنجا که نمودار برای یک مقدار خاص α رسم شده است، ما فاصله را براساس آن محاسبه می‌کنیم. بنابراین فاصله بین *EWMA* و h با یک فاصله ثابت، برای مثال $c_1 = [c_1^-, c_1^+]$ با استفاده از :

$$d_{E_n} = D_{p,q}\left(E_{n,t}, c_2\right) = [(1-q)|E_n^-(\alpha) - c_2^-|^p + q|E_n^+(\alpha) - c_2^+|^p]^2 \qquad (۲۱)$$

$$d_{H_1} = D_{p,q}(H_2, c_2) = [(1-q)|h_1^-(\alpha) - c_2^-|^p + q|h_1^+(\alpha) - c_2^+|^p]^2 \qquad (۲۲)$$

۴-۶ . نمودار کنترل FCUSUM

از نمودار کنترل جمع تجمی برای شناسایی تغییرات کوچک در فرآیند استفاده می‌شود. این نمودار با رسم جمع‌های تجمعی انحرافات مقادیر نمونه از مقدار هدف مسقیماً از کلیه اطلاعات موجود در توالی مقادیر نمونه‌ها استفاده می کند [۱۷].
حدود کنترل آن به‌صورت زیر است:

$$s_i^-(\alpha) = max\left\{0, s_{i-1}^- + y_i - l_\alpha^{(-1)} l_{y_i}\right\} \qquad (۲۳)$$

$$s_i^+(\alpha) = max\left\{0, s_{i-1}^+ + y_i + l_\alpha^{(-1)} l_{y_i}\right\} \qquad (۲۴)$$

۵- تخمین نقطه تغییراعداد فازی به‌وسیله MLE

برای تخمین نقطه تغییر فرض بر این است که در ابتدا فرآیند در حالت تحت کنترل آماری قرار دارد و یک مدل رگرسیون لجستیک با مشاهدات باینری فازی به‌صورت زیر تعریف می-شود:

$$\tilde{w}_i = ln\frac{\tilde{\pi}_i}{1-\tilde{\pi}_i} = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_n x_{in} \quad i = 1,\dots,m \qquad (۲۵)$$

که $\beta_0,\dots,\beta_n$ اعداد فازی مثلثی هستند و احتمـال موفقیـت بـه صـورت $\tilde{\pi}_i \in \{very\ low, low, medium, high, very\ high\}$ تعریف می‌شود. تابع احتمال جـرم رگرسـیون لجسـتیک فـازی به‌صورت زیر است:

$$f = \binom{m_i}{y_{ij}} \pi_i^{y_{ij}} (1-\pi_i)^{m_i - y_{ij}} \qquad (۲۶)$$

با جایگزین کردن π_i تابع لجستیک فازی به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$f = \binom{m_i}{y_{ij}} \exp(x_i\beta)^{y_{ij}} \left(\frac{1}{1+\exp(x_i\beta)}\right)^{m_i} \qquad (۲۷)$$

بردار پارامتر رگرسیون لجستیک فازی (β) است و از داده‌های موجود در فاز ۱ بدست می‌آید و ARL_0 را ۲۰۰ فرض می‌کنیم. در فرآیند تولیدی بعد از یک مدت نامشخص بردار پارامتر تغییر می‌کند و از حالتی که فرآیند تحت کنترل است

به حالت خارج از کنترل می‌رسیم و بعد از این تغییر در پارامتر که β_0 به $\beta_1 = \beta_0 + \varepsilon$ می‌رسد این پارامترها ثابت می‌شوند تا مهندسین متوجه علت این تغییر شوند و آن را حذف کنند.[۲۷] در زمانی که بردار پارامتر رگرسیون لجستیک فازی β_0 است و فرآیند تحت کنترل آماری است$j = 1,2, \dots, \tau$ ما بردار β_0 به‌وسیله فاز ۱ می‌دانیم. زمانیکه فرآیند خارج از کنترل می‌شود بردار پارامتر تغییر می‌کند و β_1 را نمی‌دانیم لحظه‌ی T زمانی است که فرآیند خارج از کنترل است و بعد از آن علت شناسایی و حذف می‌شود و فرآیند به حالت کنترل برمی‌گردد. τ پارامتری ناشناخته است و لحظه‌ای را نشان می‌دهد که فرآیند از حالت کنترل به حالت خارج از کنترل تغییر می‌کند. برای تخمین این زمان می‌توان از روش ناشناخته است و لحظه‌ای را نشان می‌دهدکه فرآیند از حالت کنترل به حالت خارج از کنترل تغییر می‌کند[۲۸]. برای تخمین این زمان می‌توان از روش MLE استفاده کرد و تابع فازی آن به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$l(\tau,\beta_1|y) = \Big(\prod_{j=1}^{\tau}\prod_{i=1}^{n}\binom{m_i}{y_{ij}} \times \prod_{j=1}^{\tau}\prod_{i=1}^{n}(\exp(x_i\beta_0))^{y_{ij}}\,[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_0)}]^{m_i} \times \prod_{j=\tau+1}^{l}\prod_{i=1}^{n}(\exp(x_i\beta_1))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_1}]^{m_i}\Big)\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx \qquad (۲۸)$$

و لگاریتم درستنمایی متناظر

$$l^*(\tau,\beta_1|y) = \log\{l_0(\tau,\beta_1|y)\} = \prod_{j=1}^{\tau}\prod_{i=1}^{n}\binom{m_i}{y_{ij}} + \sum_{j=1}^{\tau}\sum_{i=1}^{n} log \int [\exp(x_i\beta_0)]^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_0)}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx \times \sum_{j=\tau+1}^{l}\sum_{i=1}^{n} log \int [\exp(x_i\beta_1)]^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_1)}]^{m_i}\,\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx \qquad (۲۹)$$

در معادله (30) دو پارامتر β_1 و τ مجهول هستند برای بدست آوردن، τ نقطه تغییر از معادله بالا برحسب β_1 مشتق نسبی گرفته می‌شود و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial \ln l(\tau,\beta_1|y)}{\partial\beta_1} = \sum_{j=1}^{\tau}\sum_{i=1}^{n}\frac{\int (m_i \exp(x_i\beta_0)^{y_{ij}}(\exp(x_i\beta_0)+1)^{m-1}}{\int (\exp(x_i\beta_0))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_0}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx} + \frac{y_{ij}\exp(x_i b_0)^{y-1}(\exp(x_i\beta_0)+1)^{m})x_i exp(x_i\beta_0)\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx}{\int (\exp(x_i\beta_0))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_0}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx} =. \qquad (۳۰)$$

با محاسبه بردار $x_i\hat{\beta}_1$ نقطه تغییر را محاسبه کنیم و معادله آن به شرح زیر است:

$$\tau = \arg\Big\{\sum_{j=1}^{\tau}\sum_{i=1}^{n}[\frac{\int (m_i \exp(x_i\beta_0)^{y_{ij}}(\exp(x_i\beta_0)+1)^{m-1}}{\int (\exp(x_i\beta_0))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_0)}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx} + \frac{y_{ij}\exp(x_i\beta_0)^{y-1}(\exp(x_i\beta_0)+1)^{m})x_i\exp(x_i\beta_0)\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx}{\int (\exp(x_i\beta_0))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_0)}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx}] + \sum_{j=\tau+1}^{l}\sum_{i=1}^{n}[\frac{\int (m_i \exp(x_i\beta_1)^{y_{ij}}(\exp(x_i\beta_1)+1)^{m-1}}{\int (\exp(x_i\beta_1))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_1)}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx} + \frac{y_{ij}\exp(x_i\beta_1)^{y-1}(\exp(x_i\beta_1)+1)^{m})x_i\exp(x_i\beta_1)\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx}{\int (\exp(x_i\beta_1))^{y_{ij}}[\frac{1}{1+\exp(x_i\beta_1)}]^{m_i}\mu_{\tilde{x}_i}(x)dx}]\Big\} \qquad (۳۱)$$

زمان تغییر وقتی که نمودار کنترل $FEWMA$هشدار خارج از کنترل را می‌دهد با استفاده از معادله (۳۱) محاسبه می‌شود. با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو عملکرد معادله بالا مورد سنجش قرار گرفته است. به منظور بررسی و مقایسه کارایی نمودارهای کنترل پیشنهادی، عملکرد نمودارهای کنترل با استفاده از نرم افزار MATLAB شبیه‌سازی شده است.

هنگامی که فرآیند به دلیل تغییر در پارامترهای مدل خارج از کنترل است، برای هر شبیه‌سازی در ابتدا سه مقدار از متغیر X به‌صورت تصادفی $0 < X < 1$ تولید می‌شود. سپس پارامترهای مدل درحالت تحت کنترل به‌وسیله روش حداقل مربعات با $m_i = 50$ محاسبه می‌شود و سپس آماره $FEWMA$ و مقادیر حدود هریک از نمودار کنترل برای رسیدن به ARL تحت کنترل مطلوب در اینجا ۲۰ تنظیم می‌شوند.

۶-مطالات شبیه‌سازی و ارزیابی عملکرد

در این بخش از مطالعات با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و در زمانی که یک تغییر پله‌ای یکتا وجود داشته باشد صورت می‌گیرد. همانطور که قبلاً نیز اشاره شد علت وجود این تغییر در پارامترها وجود یک علت خاص است که باید شناسایی و حذف شود و تا وقتی این علت شناسایی نشود فرآیند در حالت خارج از کنترل ثابت باقی می‌ماند. برای بررسی عملکرد برآورد کننده انجام شده است نقطه تغییر در پروفایل $(\tau = 50)$ در نظر گرفته می‌شود. برای پروفایل‌های رگرسیون

لجستیک فازی در حالت تحت کنترل β_0 محاسبه شده است. با شروع فرآیند $(\tau + 1 = 51)$ نمونه پارامترهای فرآیند تغییر کرده و نمودار کنترل حالت خارج از کنترل را نشان می‌دهد. با توجه به این هشدار توسط نمودار FEWMA نقطه تغییر با استفاده از معادله (۳۱) قابل محاسبه است.

جدول ۱. تعداد مورد انتظار نمونه‌ها تا زمانی که سیگنال با تغییر $A_0 = (a_0, s_0)$

(a_0, s_0)	$E(T)$	$\bar{\hat{\tau}}$	$se(\bar{\hat{\tau}})$
(0. 1 - 0. 0. 01)	۱۲۳.۷۸	۵۰.۷۳	۲.۸۸
(0. 2 – 0. 02)	۸۹.۹۸	۵۰.۳۴	۱.۰۴
(0. 3 – 0. 03)	۶۱.۱۱	۴۹.۵۲	۰.۸۵
(0. 4 – 0. 04)	۵۶.۹۲	۵۰.۰۳	۰.۹۵
(0. 5 – 0. 05)	۵۴.۸۸	۴۹.۹۸	۰.۷۴
(0. 6 – 0. 06)	۵۳.۹۱	۵۰.۰۲	۰.۵۳
(0. 7 – 0. 07)	۵۲.۹۸	۴۹.۹۸	۰.۳۸

در جدول ۱ با تغییر A_0 و اندازه شیفت‌های بزرگ مقدار نقطه تخمین اندازه گیری شده است و مشاهدات تا دوره زمانی ۵۰ ام دارای پارامتر β_0 هستند و فرآیند تحت کنترل است و برای $i \geq 51$ تا زمانی که نمودار کنترل $FEWMA$ هشدار خارج از کنترل را اعلام نماید، مقدار پارامتر β_1 تغییر می‌کند. شبیه‌سازی‌های عددی به ازای $N = 10000$ آزمایش مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و برآورد امید ریاضی به‌صورت $(E(T) = ARL + 50)$و خطای استاندارد $se(\bar{\hat{\tau}})$ می‌شود.

جدول ۲. تعداد مورد انتظار نمونه‌ها تا زمانی که سیگنال با تغییر $A_1 = (a_1, s_1)$

(a_1, s_1)	$E(T)$	$\bar{\hat{\tau}}$	$se(\bar{\hat{\tau}})$
(0. 001 – 0)	۸۰.۹	۵۰.۴۴	۱.۲۷
(0. 002 – 0)	۷۹.۱۱	۵۰.۲۳	۱.۱۴
(0. 003 – 0)	۶۱.۲۳	۴۹.۸۲	۱.۰۲
(0. 004 – 0)	۵۹.۲۱	۵۰.۰۴	۰.۸۴
(0. 005 – 0)	۵۵.۱۱	۵۰.۱۱	۰.۷۹
(0. 006 – 0)	۵۲.۱۲	۵۰.۰۱	۰.۵۳
(0. 007 – 0)	۵۱.۷۱	۴۹.۹۸	۰.۲۱

در جدول ۲ زمانیکه A_1 با اندازه شیفت کوچک تغییر می‌کند مشاهدات تا دوره زمانی ۵۰ ام دارای پارامتر β_0 هستند و فرآیند تحت کنترل است و برای $i \geq 51$ تا زمانی که نمودار کنترل FEWMA هشدار خارج از کنترل را اعلام نماید، مقدار پارامتر β_1 تغییر می‌کند. شبیه‌سازی‌های عددی به ازای $N = 10000$ آزمایش مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و برآورد امید ریاضی به‌صورت $(E(T) = ARL + 50)$ و خطای استاندارد $se(\bar{\hat{\tau}})$ می‌شود.

جدول ۳. ضریب اطمینان محاسبه شده برای تغییرات $A_0 = (a_0, s_0)$

6	۰.۲	۰.۴	۰.۶	۰.۸	۱	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸	۲	۲.۲	۲.۴	۲.۶	۲.۸	۳
$\hat{p}(\hat{\tau} = \tau)$	۰.۱۳۲	۰.۳۷۱	۰.۵۴۹	۰.۷۱۹	۰.۸۴۵	۰.۹۲۰	۰.۹۶۱	۰.۹۸۲	۰.۹۹۲	۰.۹۹۷	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 1)$	۰.۳۱۷	۰.۶۲۰	۰.۷۸۹	۰.۸۹۹	۰.۹۶۱	۰.۹۹۰	۰.۹۹۷	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 2)$	۰.۴۴۰	۰.۷۶۰	۰.۸۵۳	۰.۹۴۳	۰.۹۸۳	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 3)$	۰.۵۳۳	۰.۷۹۸	۰.۹۰۹	۰.۹۷۰	۰.۹۹۴	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 4)$	۰.۶۰۹	۰.۸۶۱	۰.۹۵۱	۰.۹۸۴	۰.۹۹۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 5)$	۰.۶۴۹	۰.۸۶۷	۰.۹۶۴	۰.۹۸۸	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 6)$	۰.۶۸۹	۰.۸۸۹	۰.۹۶۴	۰.۹۹۱	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 7)$	۰.۷۰۱	۰.۹۰۸	۰.۹۶۴	۰.۹۹۲	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 8)$	۰.۷۳۱	۰.۹۱۴	۰.۹۷۸	۰.۹۹۴	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 9)$	۰.۵۹۰	۰.۹۲۵	۰.۹۷۷	۰.۹۹۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 10)$	۰.۷۸۷	۰.۹۲۹	۰.۹۸۷	۰.۹۹۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۳ نتایج مربوط به شبیه‌سازی مونت‌کارلو با ۱۰۰۰۰ بار انجام شده را نشان می‌دهد و مقدار برآوردکننده از یک تحمل خاص از مقدار تغییرات را نشان می‌دهد زمانی که در داده‌های فازی مقدار A_0 تغییر می‌کند. برای نشان دادن عملکرد برآوردگر تخمین نقطه‌های تغییر برای ضرایب اطمینان با فواصل مختلف محاسبه شده که نتایج آن در جدول بالا نشان داده شده است، هر مقدار در این جدول نشان دهنده نسبت تخمین نقطه تغییر در k واحد فاصله از تغییر واقعی است که به‌صورت $\hat{p}(|\hat{\tau}-\tau| \leq k)\ k=0,\dots,10$ تعریف شده است. طبق جدول بالا روش پیشنهادی دارای عملکرد خوبی در شناسایی نقاط تغییر واقعی دارد.

جدول ۴. ضریب اطمینان محاسبه شده برای تغییرات $A_1=(a_1,s_1)$

6	۰.۲	۰.۴	۰.۶	۰.۸	۱	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸	۲	۲.۲	۲.۴	۲.۶	۲.۸	۳
$\hat{p}(\hat{\tau}=\tau)$	۰.۱۳۲	۰.۳۸۱	۰.۵۹۹	۰.۷۵۴	۰.۸۷۴	۰.۹۴۵	۰.۹۷۴	۰.۹۹۲	۰.۹۹۷	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 1)$	۰.۳۱۴	۰.۶۳۴	۰.۸۱۴	۰.۹۲۴	۰.۹۷۴	۰.۹۹۴	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 2)$	۰.۴۲۴	۰.۷۵۱	۰.۸۷۴	۰.۹۶۷	۰.۹۹۳	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 3)$	۰.۵۲۱	۰.۸۲۴	۰.۹۲۷	۰.۹۸۴	۰.۹۹۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 4)$	۰.۶۱۴	۰.۸۶۷	۰.۹۴۸	۰.۹۸۸	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 5)$	۰.۶۵۱	۰.۸۸۷	۰.۹۶۱	۰.۹۹۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 6)$	۰.۶۸۰	۰.۹۰۴	۰.۹۶۷	۰.۹۹۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 7)$	۰.۷۱۲	۰.۹۱۵	۰.۹۷۵	۰.۹۹۴	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 8)$	۰.۷۴۷	۰.۹۲۸	۰.۹۷۹	۰.۹۹۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 9)$	۰.۷۶۵	۰.۹۳۶	۰.۹۸۲	۰.۹۹۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau}-\tau\rvert \leq 10)$	۰.۷۹۸	۰.۹۴۵	۰.۹۸۵	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۴ نتایج مربوط به شبیه‌سازی مونت‌کارلو با ۱۰۰۰۰ بار انجام شده را نشان می‌دهد و مقدار برآوردکننده از یک تحمل خاص از مقدار تغییرات و مقدار نقطه تخمین واقعی قرار دارد را نشان می‌دهد زمانی که در داده‌های فازی مقدار A_1 تغییر می‌کند. در این جدول برآوردگر تخمین نقطه‌های تغییر برای ضرایب با فواصل مختلف محاسبه شده که نتایج آن در جدول بالا نشان داده شده است و عملکرد خوب روش پیشنهادی را نشان می‌دهد که عددهای این جدول نشان‌دهنده نسبت تخمین نقطه تغییر در k واحد از فاصله تغییر واقعی است که به‌صورت $\hat{p}(|\hat{\tau}-\tau| \leq k)\ k=0,\dots,10$ تعریف می‌شود.

۷-مثال عددی

در این قسمت برای نشان دادن کاربرد روش پیشنهادی در مسائل واقعی در علوم پزشکی از ادبیات تحقیق است.[۲۹]طبق یک مطالعه عملی از بیماران لوپوس در بیمارستان حافظ شیراز ایران در سال ۲۰۰۹ در مورد این بیماری جمع‌آوری شده است. لوپوس به علت خودایمنی بدن ایجاد می‌شود و در نتیجه باعث حمله سیستم ایمنی به بافت‌ها و اندام‌های بدن بیمار می‌شود. از عوارض این بیماری التهاب، ورم و ارگان‌های مختلف بدن از جمله پوست، خون، کلیه، قلب، مفاصل دچار آسیب می‌شوند. درمان کاملی برای این بیماری هنوز وجود ندارد اما تشخیص زود بیماری لوپوس و شروع سریع درمان باعث کنترل بیماری و کاهش شدت آن می‌شود، در این مطالعه ۵ متغیر کنترلی مطرح شد مدل بهینه بر اساس داده‌های واقعی برای به‌صورت زیر تعریف می‌شود که X_1 سابقه فامیلی، X_2 قرارگیری مقابل نور خورشید، X_3 تست ANA، X_4 تست $Anti-DNA$ و X_5 تست ESR است:

$$\begin{aligned}\widetilde{W}=\ln\left(\frac{\tilde{\mu}}{1-\tilde{\mu}}\right)=&(-3.8591,1.1617)_T+(0.4248,0.3832)_T X_1\\&+(-0.1309,0.0366)_T X_2\\&+(0.0431,-0.0043)_T X_3\\&+(0.0091,-0.0019)_T X_4\\&+(-0.6083,0.1451)_T X_5\end{aligned}$$

جدول ۵. ضریب اطمینان محاسبه شده برای تغییرات مثال عددی با نمودار پیشنهادی FEWMA $A_0 = (a_0, s_0)$

δ	۰.۲	۰.۴	۰.۶	۰.۸	۱	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸	۲	۲.۲	۲.۴	۲.۶	۲.۸	۳
$\hat{p}(\hat{\tau} = \tau)$	۰.۱۴۱	۰.۳۸۹	۰.۵۶۱	۰.۵۹۸	۰.۷۵۷	۰.۸۷۸	۰.۹۴۸	۰.۹۹۲	۰.۹۹۷	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 1)$	۰.۳۵۰	۰.۶۴۷	۰.۸۱۵	۰.۸۱۵	۰.۹۷۵	۰.۹۹۴	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 2)$	۰.۴۶۱	۰.۷۵۹	۰.۸۲۹	۰.۸۹۷	۰.۹۹۳	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 3)$	۰.۵۲۲	۰.۸۲۲	۰.۹۲۲	۰.۹۲۹	۰.۹۹۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 4)$	۰.۶۲۵	۰.۸۷۱	۰۹۵۱	۰.۹۵۱	۰.۹۹۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 5)$	۰.۶۵۷	۰.۸۸۷	۰.۹۶۲	۰.۹۶۰	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 6)$	۰.۶۸۷	۰.۹۰۵	۰.۹۶۹	۰.۹۶۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 7)$	۰.۷۳۳	۰.۹۱۹	۰.۹۷۵	۰.۹۹۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 8)$	۰.۷۴۷	۰.۹۲۸	۰.۹۸۲	۰.۹۹۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 9)$	۰.۷۶۹	۰.۹۳۷	۰.۹۸۴	۰.۹۹۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 10)$	۰.۷۸۲	۰.۹۴۶	.۰۹۸۶	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۵ نتایج مربوط به شبیه‌سازی مونت‌کارلو با ۱۰۰۰۰ بار انجام شده را نشان می‌دهد و مقدار برآورد کننده از یک تحمل خاص از مقدار تغییرات در مثال عددی را نشان می‌دهد، زمانی که در داده‌های فازی مقدار A_0 تغییر می‌کند. در جدول بالا که بر اساس نمودار FEWMA است، تخمین نقطه‌های تغییر برای ضرایب با فواصل مختلف محاسبه می‌شود و نتایج نشان دهنده عملکرد خوب روش پیشنهادی برای داده‌های فازی است.

جدول ۶. ضریب اطمینان محاسبه شده برای تغییرات مثال عددی با نمودار موجود FCUSUM $A_0 = (a_0, s_0)$

δ	۰.۲	۰.۴	۰.۶	۰.۸	۱	۱.۲	۱.۴	۱.۶	۱.۸	۲	۲.۲	۲.۴	۲.۶	۲.۸	۳
$\hat{p}(\hat{\tau} = \tau)$	۰.۱۵۴	۰.۳۹۰	۰.۵۶۴	۰.۵۹۹	۰.۷۶۰	۰.۸۷۹	۰.۹۴۸	۰.۹۹۱	۰.۹۹۷	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 1)$	۰.۳۵۷	۰.۶۴۹	۰.۸۱۷	۰.۸۱۶	۰.۹۷۵	۰.۹۹۴	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 2)$	۰.۴۷۹	۰.۷۶۱	۰.۸۳۸	۰.۸۹۹	۰.۹۹۶	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 3)$	۰.۵۳۷	۰.۸۲۹	۰.۹۲۳	۰.۹۳۰	۰.۹۹۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 4)$	۰.۶۲۹	۰.۸۸۲	۰.۹۵۵	۰.۹۵۴	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 5)$	۰.۶۵۹	۰.۸۸۹	۰.۹۶۴	۰.۹۶۲	۰.۹۹۹	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 6)$	۰.۶۹۱	۰.۹۰۷	۰.۹۷۱	۰.۹۶۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 7)$	۰.۷۴۱	۰.۹۲۰	۰.۹۷۶	۰.۹۹۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 8)$	۰.۷۴۹	۰.۹۲۸	۰.۹۸۳	۰.۹۹۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 9)$	۰.۷۷۲	۰.۹۳۷	۰.۹۸۵	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\hat{p}(\lvert\hat{\tau} - \tau\rvert \leq 10)$	۰.۷۸۳	۰.۹۴۸	۰.۹۸۷	۰.۹۹۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۶ نتایج مربوط به شبیه‌سازی مونت‌کارلو با ۱۰۰۰۰ بار انجام شده را نشان می‌دهد و مقدار برآورد کننده از یک تحمل خاص از مقدار تغییرات در مثال عددی را نشان می‌دهد، زمانی که در داده‌های فازی مقدار A_0 تغییر می‌کند. در جدول بالا که بر اساس نمودار FCUSUM موجود در ادبیات متن است. تخمین نقطه‌های تغییر برای ضرایب با فواصل مختلف محاسبه می‌شود و نتایج نشان دهنده عملکرد خوب روش پیشنهادی برای داده‌های فازی است.

۸- نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای مطالعات آتی

اگر نقطه تغییر در هر فرآیند تولیدی دیر شناسایی شود و علت خاص این تغییر حذف نشود باعث افزایش تولید محصولات معیوب و در نتیجه افزایش هزینه می‌شود و همچنین چون بیشتر کاربرد رگرسیون لجستیک فازی مراقبت‌های پزشکی این تغییر باعث خطرات زیادی برای انسان‌ها است، پس با شناسایی سریع این تغییرات و علت مشکل برطرف شود. در این مطالعه با استفاده از روش برآورد کننده حداکثر درستنمایی و توسعه آن برای

داده‌های رگرسیون لجستیک فازی که کاربرد زیادی هم در صنعت و هم پزشکی دارد پرداخته می‌شود. برای ارزیابی عملکرد روش را با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو مورد سنجش قرار داریم. نتایج شبیه‌سازی نشان دادکه معادله تخمین زننده پیشنهادی تحت شیفت یکتا پله‌ای عملکرد خوبی دارد. برای پیشنهادات آتی را می‌توان به برآورد نقطه تغییر روند خطی و غیرخطی اشاره کرد و همچنین به کارگیری تکنیک‌های دیگری مثل شبکه عصبی، خوشه‌بندی و درخت تصمیم در برآورد نقطه انواع تغییر در نمودارهای فازی می‌تواند توسعه‌های این کار باشد.

۹- منابع

[1] Akram, M. A., Saif, A. W. A., & Rahim, M. A. (2012). Quality monitoring and process adjustment by integrating SPC and APC: a review. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, *11*(4), 375-405.

[2] Jarrett, J. E., & Pan, X. (2009). Multivariate process control charts and their use in monitoring output quality: a perspective. International Journal of Industrial and Systems Engineering, 4(5), 471-482.

[3] Moghadam, G., RAISSI, A. G., & Amirzadeh, V. (2015). Developing new methods to monitor phase II fuzzy linear profiles.

[4] Pignatiello Jr, J. J., & Samuel, T. R. (2001). Estimation of the change point of a normal process mean in SPC applications. Journal of Quality technology, 33(1), 82-95.

[5] Denœux, T. (2011). Maximum likelihood estimation from fuzzy data using the EM algorithm. Fuzzy sets and systems, 183(1), 72-91.

[6] Chen, J., & Gupta, A. K. (2012). Multivariate Normal Model. In Parametric Statistical Change Point Analysis (pp. 89-138). Birkhäuser Boston.

[7] Amiri, A., Eyvazian, M., Zou, C., & Noorossana, R. (2012). A parameters reduction method for monitoring multiple linear regression profiles. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 58(5), 621-629.

[8] Sharafi, A., Aminnayeri, M., & Amiri, A. (2013). An MLE approach for estimating the time of step changes in Poisson regression profiles. Scientia Iranica, 20(3), 855-860.

[9] Yu, J. R., Tzeng, G. H., & Li, H. L. (2001). General fuzzy piecewise regression analysis with automatic change-point detection. Fuzzy sets and systems, 119(2), 247-257.

[10] Yu, J. R., & Lee, C. W. (2010). Piecewise regression for fuzzy input–output data with automatic change-point detection by quadratic programming. Applied Soft Computing, 10(1), 111-118.

[11] Lu, K. P., & Chang, S. T. (2016). Detecting change-points for shifts in mean and variance using fuzzy classification maximum likelihood change-point algorithms. Journal of Computational and Applied Mathematics, 308, 447-463.

[12] Kazemi, M. S., Kazemi, K., Yaghoobi, M. A., & Bazargan, H. (2016). A hybrid method for estimating the process change point using support vector machine and fuzzy statistical clustering. Applied Soft Computing, 40, 507-516.

[13] Moghadam, G., Ardali, G. A. R., & Amirzadeh, V. (2018). A novel phase I fuzzy profile monitoring approach based on fuzzy change point analysis. *Applied Soft Computing*, *71*, 488-504.

[14] Moghadam, G., RAISSI, A. G., & Amirzadeh, V. (2015). Developing new methods to monitor phase II fuzzy linear profiles.

[15] Rezaeifar, A., Sadeghpour Gildeh, B., & Mohtashami Borzadaran, G. R. (2020). Risk-adjusted control charts based on LR-fuzzy data. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 17(5), 69-80.

[16] Hollaway, M. J., Henrys, P. A., Killick, R., Leeson, A., & Watkins, J. (2021). Evaluating the ability of numerical models to capture important shifts in environmental time series: A fuzzy change point approach. *Environmental Modelling & Software*, *139*, 104993.

[17] Wang, D., & Hryniewicz, O. (2015). A fuzzy nonparametric Shewhart chart based on the bootstrap approach. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 25(2).

[18] Ming, M., Friedman, M., & Kandel, A. (1997). General fuzzy least squares. Fuzzy sets and systems, 88(1), 107-118.

[19] Von Altrock, C., Krause, B., & Zimmerman, H. J. (1992). Advanced fuzzy logic control of a model car in extreme situations. *Fuzzy Sets and Systems*, *48*(1), 41-52.

[20] Asai, H. T. S. U. K., Tanaka, S., & Uegima, K. (1982). Linear regression analysis with fuzzy model. IEEE Trans. Systems Man Cybern, 12, 903-907.

[21] Amiri, A., & Allahyari, S. (2012). Change point estimation methods for control chart postsignal diagnostics: a literature review. Quality and Reliability Engineering International, 28(7), 673-685.

[22] Albert, A., & Anderson, J. A. (1984). On the existence of maximum likelihood estimates in logistic regression models. Biometrika, 71(1), 1-10.

[23] Zadeh, L. A. (1968). Probability measures of fuzzy events. Journal of mathematical analysis and applications, 23(2), 421-427.

[24] Cheng, C. B. (2005). Fuzzy process control: construction of control charts with fuzzy numbers. Fuzzy sets and systems, 154(2), 287-303. [۲۵] Denis Gien. (2001, November). La distance-Dp, q et le coefficient de correlation entre deux variables aleatoires floues. In encontres francophones sur la logique floue et ses applications LFA'0 1.

[25] McNeese, W. (2006). Over-controlling a Process: The Funnel Experiment. The Quality Toolbox. Milwaukee, Wisconsin: American Society for Quality. BPIConsulting, LLC.

[26] Phibanchon, S., Kareem, S. A., Zain, R., Abidin, B., & Dom, R. M. (2007, August). An adaptive fuzzy regression model for the prediction of dichotomous response variables. In 2007 International Conference on Computational Science and its Applications (ICCSA 2007) (pp. 14-19). IEEE.

[27] Shao, Y. E., & Hou, C. D. (2011). A combined MLE and EWMA chart approach to estimate the change point of a gamma process with individual observations. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 7(5), 2109-2122.

[28] Pourahmad, S., Ayatollahi, S. M. T., Taheri, S. M., & Agahi, Z. H. (2011). Fuzzy logistic regression based on the least squares approach with application in clinical studies. Computers & Mathematics with Applications, 62(9), 3353-3365.

Development of the change - point estimation approach in fuzzy logistic regression profiles in Phase 2

Mona Gharegozloo
Postgraduate Student, Semnan University, Department of Industrial Engineering, Semnan, Iran

Reza Kamran Rad *
Professor, Semnan University, Department of Industrial Engineering,Semnan, Iran

Abstract: Today , The performance of a process or quality of a product under uncertainty and under uncertainty from the exponential distribution family is evaluated by a fuzzy relational model with binary data as fuzzy generalized linear profiles. The generalized linear profiles are one of the types of non - linear profiles where the process observations are followed by a Bernoulli or binomial distribution. In this study , we propose approaches to monitoring the extended linear profiles of fuzzy in Phase 2. The main purpose of this paper is to monitor the fuzzy statistical process for detecting the occurrence of change in processes as a fuzzy change point and is based on the maximum likelihood (MLE) for fuzzy observations. The performance of the proposed method is represented in order to monitor the generalized linear profiles based on the probability of a remote control signal using fuzzy control diagram (FEWMA) and then estimating the fuzzy change point for the simulated data and a numerical example is presented for the effectiveness of the proposed method.

To obtain the satisfaction of customers from the production product and having a successful organization , the product development process cycle must be sustainable or repeatable. In other words , the qualitative critical characteristics of product are quantitative and quantitative. The set that provides these tools for solving the problem is the control of the statistical process that plays an important role to stabilize the production cycle and reduce the change. [1] Among the statistical quality control tools , control diagrams are more complex and more popular when the process is affected by an agent by the cause. [2]

Research has been developed in the context of multivariate techniques for creating quality control diagrams for control and improvement in fuzzy processes in production. [3]

control charts can be used to control the quality characteristics of the products during manufacturing and also have efficiency to provide useful information to improve the process. however , the main objective of statistical process control is to remove the variability of the manufacturing process. since the warning signs in variability control diagrams are usually very early. one of the main goals of real - time statistical process control is the real time change and identification of these deviations from the reason to prevent the large production of this faulty product and waste in cost and time. the estimation of the change point is one of the most important and important subjects which has been considered by researchers and they used maximum likelihood method to reduce variability and determine the real time. [4]

The estimation of the estimation point is reported using the MLE 's method of CUSUM control and EWMA control diagrams. Researchers introduced a new field in the field of statistical process control and introduced many applications in industrial and service units with examples. They argue that sometimes instead of describing a qualitative characteristic by one or more answering variables , they can be described by the relationship between the response variable and one or more independent variables. This is called the profile. [5]

*(Corresponding author)semnan.ac.ir

since then , many researchers have studied extensively around the world and have studied methods for monitoring profiles , and nowadays it is regarded as one of the most attractive branches of scientific process control. [6]

profiles based on the type of relationship between response variable and control variables are divided into different types , including simple linear profiles , multiple linear profiles , polynomial profiles , and etc. In most studies , the proposed methods for monitoring the profiles are assumed to be the normal distribution of the response variable , while the assumption that a different type of profiles is valid and one of the types of these profiles is required to be considered accurate , in this case the input data are generalized , but the output data is either fuzzy input data or fuzzy control variables that must be used by fuzzy logistic regression. [7]

profile monitoring can be considered in phases 1 and 2 , phase 2 corresponds to the process monitoring using new data to quickly identify changes in the process from the determined base in phase i. in other words , in this phase , the process parameters are considered and the main objective of this phase is to test the equality assumption of model parameters with estimated values from phase 1. [8]

The performance of the control graph methods in Phase 2 is usually measured in terms of average Run length (ARL) , during which the execution length is the number of samples taken until the diagram represents a non - control signal. [9]

Researchers estimate the change point estimate for fuzzy profiles and considering the simultaneous variation of variance and mean , it takes into account the process parameters for Phase 1 and 2 without the need to know the process parameters , and at the same time estimate the variance and mean , the performance of the estimation in small changes is very important and it helps the engineers recognize the cause of change. If the change point in any manufacturing process is detected , and the specific cause of this change is not eliminated , it will increase the production of defective products and consequently increase the cost , and as most of the application of the phase logistic regression regression , the change will cause great risks for humans , so quickly identify these changes and cause problems. In this study , the maximum likelihood and development of it is discussed with the maximum likelihood and development of it for the fuzzy logistic regression data , which has a large application in both industry and medicine. in order to evaluate the performance of the method by using the monte - carlo simulation , a simulation showed that the proposed estimator has a good performance under the one – shift.

Keywords: profile, Fuzzy logistic regression, Maximum likelihood estimator, Fuzzy estimation point, Phase 2.

Refrence

[1] Akram, M. A., Saif, A. W. A., & Rahim, M. A. (2012). Quality monitoring and process adjustment by integrating SPC and APC: a review. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, *11*(4), 375-405.

[2] Jarrett, J. E., & Pan, X. (2009). Multivariate process control charts and their use in monitoring output quality: a perspective. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, *4*(5), 471-482.

[3] Moghadam, G., RAISSI, A. G., & Amirzadeh, V. (2015). Developing new methods to monitor phase II fuzzy linear profiles.

[4] Pignatiello Jr, J. J., & Samuel, T. R. (2001). Estimation of the change point of a normal process mean in SPC applications. *Journal of Quality technology*, *33*(1), 82-95.

[5] Denœux, T. (2011). Maximum likelihood estimation from fuzzy data using the EM algorithm. Fuzzy sets and systems, 183(1), 72-91.

[6] Chen, J., & Gupta, A. K. (2012). Multivariate Normal Model. In Parametric Statistical Change Point Analysis (pp. 89-138). Birkhäuser Boston.

[7] Amiri, A., Eyvazian, M., Zou, C., & Noorossana, R. (2012). A parameters reduction method for monitoring multiple linear regression profiles. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 58(5), 621-629.

[8] Sharafi, A., Aminnayeri, M., & Amiri, A. (2013). An MLE approach for estimating the time of step changes in Poisson regression profiles. Scientia Iranica, 20(3), 855-860.

[9] Yu, J. R., Tzeng, G. H., & Li, H. L. (2001). General fuzzy piecewise regression analysis with automatic change-point detection. Fuzzy sets and systems, 119(2), 247-257.