

رویکرد جدید آنالیز تخریب سیستم‌های چندجزئی مبتنی بر روابط تابعی با در نظر گرفتن وابستگی تصادفی

کریم آتشگر

(نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات) دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشکده مدیریت و مهندسی صنایع، تهران، ایران. atashgar@iust.ac.ir

مهدی کرباسیان

استاد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشکده مدیریت و مهندسی صنایع، تهران، ایران. mkarbasi@mut-es.ir

مصطفی خزایی

استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشکده هوافضا، تهران، ایران. khazae_m@mut.ac.ir

مجید عباسی

دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشکده مدیریت و مهندسی صنایع، تهران، ایران. ma.abasi68@gmail.com

چکیده: امروزه آنالیز تخریب یکی از رویکردهای بسیار با اهمیت در ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های چندجزئی است. چنانچه مشخص است بهبود عملکرد سیستم‌های واقعی، مستلزم بکارگیری رویکردهای کارآمد و با قابلیت پیش‌بینی به منظور آنالیز تخریب ضمن در نظر گرفتن برهم‌کنش فرآیندهای تخریب سیستم بر یکدیگر است. بررسی ادبیات نشان می‌دهد آنالیز تخریب سیستم‌های چند جزئی در تحقیقات مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است، اما رویکردی که در آن بین فرآیندهای تخریب اجزا سیستم رابطه پروفایلی وجود دارد، تاکنون مورد توجه قرار نگرفته است. هنگامی که بین فرآیندهای تخریب یک یا چند جزء رابطه تابعی وجود داشته باشد، در ادبیات کنترل فرآیند آماری به آن پروفایل گفته می‌شود. هدف از این مطالعه، ارائه رویکردی کارآمد جهت پیش‌بینی و ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در شرایط وجود پروفایل چند متغیره تحت شرایط وابستگی تصادفی است. در واقع رویکرد پیشنهادی امکان پیش‌بینی و ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در سطح اجزاء و سیستم را ارائه می‌نماید. در این مقاله به منظور ارزیابی رویکرد پیشنهادی، از مجموعه داده‌های یک سیستم چندجزئی با ساختار ۲ از ۳ استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده کارآمدی رویکرد پیشنهادی است.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های چند جزئی، آنالیز تخریب، وابستگی تصادفی، روابط تابع.

۱- مقدمه

وینر، فرآیند گاما و فرآیند مارکوف، قرار دارند، توسعه داده شده است [۱-۲].

سیستم‌های مهندسی مدرن از اجزای متعدد با عملکردهای متعدد تشکیل شده‌اند و به طور مشترک برای تحقق بخشیدن به کل عملکرد سیستم کار می‌کنند. برای بسیاری از سیستم‌ها، عملکرد اجزاء به مرور زمان به دلیل سایش، خستگی، کهنگی و خوردگی کاهش می‌یابد و در نتیجه سیستم به خرابی می‌رسد. بنابراین مشاهدات تخریب ویژگی‌های عملکردی سیستم‌ها به طور گسترده به منظور مدل‌سازی فرآیندهای تخریب و ارزیابی قابلیت اطمینان

با توجه به افزایش تقاضا برای عملکرد بالا و پیشرفت فن‌آوری‌های ساخت، سیستم‌های مهندسی مدرن روز به روز پیچیده‌تر می‌شوند. بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات چنین سیستم‌هایی با هدف بهبود قابلیت اطمینان عملیاتی، اطمینان از ایمنی و هزینه نگهداری پایین انجام می‌شود. در طول چند دهه گذشته، سیاست‌های نگهداری و تعمیرات به‌طور گسترده برای سیستم‌هایی که در معرض مدل‌های مختلف تخریب مانند فرآیند

Corresponding Author: atashgar@iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۹/۰۲

دوره ۱۳/ شماره ۱

صفحات ۱-۱۶

است [۶-۷]. در مطالعه‌ای یک سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه پویا مبتنی بر آنالیز تخریب و ارزیابی قابلیت اطمینان برای سیستم‌های چند جزئی با ساختار پیچیده در شرایط وابستگی تصادفی ارائه شده است [۸]. در مطالعاتی دیگر به ارائه سیاست‌های نگهداری و تعمیرات برای سیستم‌های چند جزئی روبه زوال بر اساس آنالیز تخریب در شرایط وجود وابستگی تصادفی بین فرآیندهای خرابی اجزاء پرداخته شده است [۹-۱۰]. فنگ^۷ و همکاران (۲۰۲۱)، به منظور ارزیابی فرآیندهای تخریب سیستم، مدلی با در نظر گرفتن وابستگی ساختاری بین اجزاء سیستم مبتنی بر کاپیولا چند متغیره ارائه داده‌اند [۱۱]. لی^۸ و همکاران (۲۰۱۶)، یک سیاست نگهداری تعمیرات مشروط برای سیستم‌های چند جزئی ارائه داده‌اند که در آن وابستگی تصادفی و ساختاری بین اجزاء از طریق روش کاپیولا مدل شده است [۱۲]. لیو^۹ و همکاران (۲۰۱۶)، یک سیاست نگهداری و تعمیرات برای یک سیستم دو جزئی تحت شرایط وابستگی بین فرآیندهای تخریب دو جزئی ارائه داده‌اند [۱۳]. بیان^{۱۰} و همکاران (۲۰۱۴)، یک مدل تصادفی با قابلیت پیش‌بینی زمان واقعی خرابی و ارزیابی قابلیت اطمینان برای سیستم‌های چند جزئی با در نظر گرفتن اثر متقابل بین نرخ تخریب اجزاء ارائه داده‌اند [۱۴]. وانگ^{۱۱} و همکاران (۲۰۰۴)، مدلی جهت پیش‌بینی قابلیت اطمینان از طریق مدل‌سازی تخریب برای سیستم‌های با اندازه‌های تخریب چندگانه ارائه داده‌اند [۱۵]. خو و همکاران (۲۰۲۱)، سیاست نگهداری و تعمیرات مشروط برای سیستم‌های چند جزئی با در نظر گرفتن وابستگی تصادفی و اقتصادی با تاکید بر دوره‌های بازرسی و شرایط نگهداری ناقص را ارائه داده‌اند [۱۶]. فنگ و همکاران (۲۰۲۰)، یک مدل دو متغیره آنالیز تخریب و ارزیابی قابلیت اطمینان برای سیستم‌های دارای وابستگی تصادفی بین اجزاء با بکارگیری روش کاپیولا را پیشنهاد نموده‌اند [۱۷]. بیان و همکاران (۲۰۱۴)، مدلی جهت ارزیابی فرآیندهای تخریب سیستم‌های چند جزئی شبکه‌ای که بین فرآیندهای تخریب اجزاء وابستگی تصادفی وجود دارد را با استفاده از داده‌های ثبت شده از طریق سیگنال سنسورهای که وضعیت تخریب اجزاء را در طول زمان را نشان می‌دهند، ارائه

سیستم‌ها استفاده شده است [۳-۴]. در بسیاری از مطالعات، محققان بر مدل‌سازی تخریب و تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان بر اساس یک جزء تمرکز داشته‌اند. این در حالی است که اجزاء سیستم‌ها در بسیاری از مواقع، در دنیای واقعی از هم مستقل نیستند. سیستم‌های موجود معمولاً از اجزای متعددی تشکیل شده‌اند، به طوری که وابستگی و اثرات متقابل بین اجزاء عملکرد کل سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین واقعیت آن است که در سیستم‌های موجود در دنیای واقعی اجزاء مرتبط با هر سیستم در سطوح یکسانی عمل نمی‌کنند و به علاوه دارای وابستگی نیز هستند. بنابراین واضح است که عملکرد سیستم به عملکرد اجزاء مختلف مرتبط باهم بستگی دارد و لذا عملکرد و آنالیز تخریب آن‌ها باید به صورت توأم مورد توجه قرار گیرند [۵]. وابستگی بین اجزای سیستم را در سه گروه می‌توان دسته‌بندی کرد: (۱) وابستگی اقتصادی^۱، (۲) وابستگی ساختاری^۲ و (۳) وابستگی تصادفی^۴.

وابستگی اقتصادی زمانی وجود دارد که ترکیبی از اقدامات متنوع نگهداری و تعمیرات بر اجزاء طوری انجام شود، که هزینه‌های نگهداری و تعمیرات سیستم را به حداقل رساند. وابستگی ساختاری مربوط به معماری سیستم است. برخی از اجزا ممکن است به صورت انحصاری عملکرد خاصی^۵ داشته باشند، لذا به دلیل ساختار طراحی سیستم، نگهداری از یک جزء نیازمند متوقف شدن یا خارج نمودن اجزاء دیگر سیستم است. وابستگی تصادفی زمانی وجود دارد که خرابی یک جزء بر شرایط یک جزء یا اجزاء دیگر سیستم اثرگذار باشد. این نوع وابستگی به خرابی، بدون در نظر گرفتن معماری سیستم، یک رابطه بین حالت‌های اجزاء به‌عنوان اصلی ذاتی نشان‌دهنده آن است که خرابی یا فرآیند تخریب^۶ یک جزء، عملکرد اجزای دیگر و در نتیجه عملکرد کل سیستم را تغییر می‌دهد [۵].

در ادبیات موضوع آنالیز تخریب، ارزیابی قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات سیستم‌های چند جزئی، چندین روش و مدل مبتنی بر رویکردهای متفاوت ارائه شده است. در مطالعاتی به بررسی و ارائه مدلی جهت ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های k از n جزئی مبتنی بر آنالیز تخریب در شرایط وجود وابستگی تصادفی و اثر خرابی یک جزء بر سایر اجزاء پرداخته شده

⁷ Fang

⁸ Li

⁹ Liu

¹⁰ Bian

¹¹ Wang

¹ Degradation Analysis

² Economic Dependence

³ Structural Dependence

⁴ Stochastic Dependence

⁵ Specific Function

⁶ Degradation

استفاده شده است.

جدول ۱ - خلاصه مطالعات انجام شده در زمینه آنالیز تخریب و قابلیت اطمینان سیستم‌های چند جزئی و وابستگی بین اجزاء سیستم

مرجع	نوع سیستم	نوع وابستگی	رویکرد در نظر گرفتن وابستگی			
			مبتنی بر شاخص‌های قابلیت اطمینان	مبتنی بر حالت	مبتنی بر کاپیولا	پروفایل چندمتغیره
[۲]	چند جزئی k از N	تصادفی - اقتصادی	✓	✓		
[۳]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۴]	چند جزئی k از N	تصادفی	✓			
[۶]	چند جزئی k از N	تصادفی	✓			
[۷]	چند جزئی k از N	تصادفی	✓			
[۸]	چند جزئی k از N	تصادفی - اقتصادی - ساختاری	✓			
[۹]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۱۰]	چند جزئی ساده	تصادفی - ساختاری	✓			
[۱۱]	چند جزئی ساده	ساختاری		✓		
[۱۲]	چند جزئی ساده	تصادفی - ساختاری		✓		
[۱۳]	چند جزئی ساده	تصادفی - اقتصادی	✓			
[۱۴]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۱۵]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۱۶]	چند جزئی k از N	تصادفی - اقتصادی	✓			
[۱۷]	چند جزئی ساده	تصادفی		✓		
[۱۸]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۱۹]	چند جزئی k از N	تصادفی	✓			
[۲۰]	چند جزئی ساده	اقتصادی	✓			
[۲۱]	چند جزئی k از N	اقتصادی	✓			
[۲۲]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۲۳]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۲۴]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۲۵]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
[۲۶]	چند جزئی ساده	ساختاری	✓			
[۲۷]	چند جزئی ساده	تصادفی		✓		
[۲۸]	چند جزئی ساده	تصادفی		✓		
[۲۹]	چند جزئی ساده	تصادفی	✓			
مدل پیشنهادی	چند جزئی k از N	تصادفی			✓	

این مقاله بصورت زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲، نمادها و مفاهیم مورد استفاده در مدل سازی، لیست شده است. در بخش ۳، مدل سازی ساختار فرآیندهای تخریب در دو سطح اجزاء و

نموده‌اند [۱۸]. راسمکومن^{۱۲} و همکاران (۲۰۱۴)، چلبی^{۱۳} و همکاران (۲۰۱۶)، نگوین^{۱۴} و همکاران (۲۰۱۵)، خو و همکاران (۲۰۱۸)، به بررسی و ارائه سیاست‌های نگهداری و تعمیرات برای سسیستم‌های چند جزئی در شرایط وجود وابستگی بین فرآیندهای تخریب اجزاء سیستم پرداخته‌اند [۱۹-۲۲].

رودریگز^{۱۵} و همکاران (۲۰۱۷)، نیو^{۱۶} و همکاران (۲۰۲۳)، سانگ^{۱۷} و همکاران (۲۰۱۴)، دینه^{۱۸} و همکاران (۲۰۲۰)، خو و همکاران (۲۰۱۷)، دانگ^{۱۹} و همکاران (۲۰۱۹)، به بررسی و ارائه مدل‌های آنالیز تخریب و ارزیابی قابلیت اطمینان برای سسیستم‌های چند جزئی در شرایط وجود انواع مختلف وابستگی بین اجزاء سیستم با رویکردهای مختلفی پرداخته‌اند [۲۳-۲۹].

اکثریت تحقیقات انجام شده در حوزه وابستگی / اثرمتقابل بین فرآیندهای تخریب، به آنالیز تخریب سیستم‌های چندجزئی به‌گونه‌ای که وابستگی بین اجزاء از طریق مدل‌های اثرمتقابل شاخص‌های قابلیت اطمینان، مدل‌های اثر متقابل مبتنی بر حالت و مدل‌های اثر متقابل مبتنی کاپیولا مدل شده است، محدود شده‌اند [۲-۳۰]. با این حال در اکثریت کارهای انجام شده عدم قطعیت و خطای اندازه‌گیری داده‌ها و مدل‌ها لحاظ نشده است، در تحقیقات مذکور ضرایب تاثیر متقابل بین اجزاء سیستم به‌صورت ثابت در نظر گرفته شده است که نامنتطبق با شرایط سیستم‌های چند جزئی پیچیده در دنیای واقعی است. بعلاوه علی‌رغم اینکه خرابی یک سیستم تابعی از خرابی اجزاء سیستم است، در پیش‌بینی و ارزیابی خرابی سیستم‌های چند جزئی، رویکرد تابعی مورد توجه قرار نگرفته است. جدول ۱ خلاصه تحقیقات انجام شده در حوزه آنالیز تخریب سیستم‌های چند جزئی را نشان می‌دهد. همانطور که در این جدول نشان داده شده است، این مقاله برای اولین بار درصدد است با یک رویکرد تابعی آنالیز تخریب سیستم‌های چند جزئی را با وجود اثرمتقابل بین اجزاء تجزیه و تحلیل نماید.

در این مقاله هدف ما ارائه رویکردی جدید برای سیستم‌های چند جزئی با ساختار k از n جزئی است به‌گونه‌ای که امکان پیش‌بینی و ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب اجزاء در شرایط وجود وابستگی تابعی بین اجزاء سیستم را فراهم نماید. به این منظور در این مقاله برای اولین بار از رویکرد پایش پروفایل چند متغیره و در شرایط پیچیده وجود رابطه کوواریانس بین متغیرهای پاسخ

¹⁶ Niu

¹⁷ Song

¹⁸ Dinh

¹⁹ Dong

¹² Rasmekomen

¹³ Chalabi

¹⁴ Nguyen

¹⁵ Rodriguez

۳- مدل سازی

هدف از این مقاله ارائه رویکردی کارآمد جهت پیش‌بینی و ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب سیستم‌های چندجزئی تحت شرایط وابستگی تصادفی و روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب، در دو سطح جزء و سیستم می‌باشد. بنابراین در این مقاله یک سیستم چند جزئی با ساختار k از n تحت شرایط وابستگی تصادفی بین فرآیندهای تخریب اجزاء در نظر گرفته شده است. با این فرض که سیستم از اجزاء غیریکسان و رو به زوال (خرابی) تشکیل شده است به گونه‌ای که عملکرد هر جزء به صورت تصادفی تحت تاثیر فرآیندهای تخریب خودش و سایر اجزاء قرار دارد. همچنین سیستم دارای عملکرد است اگر و فقط اگر حداقل k جزء از n جزء دارای عملکرد باشند. در این مقاله برای اولین بار با فرض وجود روابط تابعی و وجود رابطه کوواریانس بین متغیرهای پاسخ، از پروفایل چند متغیره برای مدل‌سازی سیستم استفاده شده است.

۳-۱- ساختار پروفایل چند متغیره

در بسیاری از کاربردهای کنترل فرآیند آماری، عملکرد یک فرآیند بوسیله رابطه تابعی بین یک متغیر مستقل و یک یا چند متغیر پاسخ توصیف می‌شود که در ادبیات کنترل فرآیند آماری به آن پروفایل گفته می‌شود. در موارد مشخصی عملکرد فرآیندها را می‌توان به وسیله چند پروفایل بصورت همزمان توصیف نمود که در آنها، متغیرهای پاسخ وابسته‌اند. در این شرایط چنانچه وابستگی بین متغیرهای پاسخ در نظر گرفته نشود و پروفایل‌ها جداگانه ارزیابی شوند، ممکن است نتایج گمراه کننده‌ای ایجاد شود. لذا برای رفع این مشکل، در نظر گرفتن ساختار چندمتغیره متغیرهای پاسخ غیرقابل اجتناب است [۳۱-۳۲].

بر اساس نورالسنا و همکاران [۳۱]، ساختار پروفایل چندمتغیره شامل مجموعه‌ای از روابط تابعی بین مشاهدات یک متغیر مستقل و چند متغیر پاسخ دارای وابستگی است که به منظور ارزیابی عملکرد یک فرآیند استفاده می‌شود. فرض کنید که برای نمونه تصادفی Z ، مقدار p (اندازه نمونه) برای n تعداد متغیر پاسخ و یک متغیر مستقل داشته باشیم. بنابراین مشاهدات در هر نمونه می‌تواند به صورت $(x_{pj}, y_{p1j}, y_{p2j}, \dots, y_{pnj})$ نشان داده شود. به طوری که $p = 1, 2, \dots, P$ و $j = 1, 2, \dots, J$. روابط تابعی بین مشاهدات زمانی که فرآیند تحت کنترل است می‌تواند مانند معادله (۱) ارائه شود:

سیستم آورده شده است. در بخش ۴، بررسی و ارزیابی عملکرد رویکرد پیشنهادی انجام شده است. در نهایت در بخش ۵، نتیجه‌گیری و پیشنهاد تحقیق‌های آتی بیان شده است.

۲- نمادها و مفاهیم

نمادها و مفاهیم استفاده شده در مدل پیشنهادی عبارت است از:

n	تعداد اجزاء سیستم
i	اندیس نشان‌دهنده هر جزء سیستم $i = 1, 2, \dots, n$
$x_i(t)$	میزان تخریب جزء i در زمان t
p	اندازه نمونه
y_{pj}	بردار $1 \times n$ متغیرهای پاسخ برای p امین مشاهدات در j امین نمونه
β_0	بردار $1 \times n$ پارامترهای عرض از مبدا
β_1	بردار $1 \times n$ پارامترهای شیب خط
ϵ_{pj}	بردار $1 \times n$ خطاها برای p امین مشاهدات در j امین نمونه
Σ	ماتریس واریانس - کوواریانس
e_{pj}	باقیمانده پروفایل برای p امین مشاهدات در j امین نمونه
\bar{e}_j	میانگین باقیمانده‌های پروفایل در j امین نمونه
θ	پارامتر هموارسازی
UCL	حد بالای کنترل
LCL	حد پایین کنترل
τ_i	اولین زمانی که فرآیند تخریب جزء i ام خارج از کنترل است
τ_s	اولین زمانی که فرآیند تخریب سیستم خارج از کنترل است
Q_j	آماره نمودار کنترلی EWMA در j امین نمونه
U_j	آماره نمودار کنترلی MEWMA در j امین نمونه
$S_{ij}(t)$	متغیر حالت جزء i ام برای j امین نمونه در زمان t
$S_j(t)$	بردار حالت اجزاء سیستم برای j امین نمونه در زمان t
$\psi(S_j(t))$	تابع حالت سیستم برای j امین نمونه در زمان t

$$y_{pj} = \beta_0 + \beta_1 x_j + \varepsilon_{pj}, p = 1, 2, \dots, P \quad (1)$$

به طوریکه y_{pj} یک بردار $1 \times n$ از متغیرهای پاسخ برای مشاهدات نمونه β_0, β_1 و ε_{pj} به ترتیب بردارهای عرض از مبدأ، شیب و خطا در مدل پروفایلی چند متغیره فوق هستند. به گونه‌ای که هر سه بردار دارای ابعاد $1 \times n$ هستند. بردار خطا نیز با پیروی از توزیع نرمال چند متغیره دارای بردار میانگین و ماتریس واریانس به ترتیب $E(\varepsilon) = 0$ و $\text{var}(\varepsilon) = \Sigma$ است.

به این ترتیب، مدل کلی روابط تابعی بین متغیرهای پاسخ و متغیر مستقل به صورت معادله (۲) می‌باشد:

$$Y_j = X\beta + E_j \quad (2)$$

فرم ماتریسی رابطه ۲ عبارت است از:

$$(\lambda) \begin{bmatrix} y_{11j} & \dots & y_{1pj} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1j} & \dots & y_{npj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01j} & \dots & \beta_{0pj} \\ \beta_{11j} & \dots & \beta_{1pj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11j} & \dots & \varepsilon_{1pj} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{n1j} & \dots & \varepsilon_{npj} \end{bmatrix} \quad (3)$$

جهت تخمین ضرایب، در معادله (۲)، از روش حداقل مربعات استفاده می‌گردد. فرض کنید برای λ مین نمونه جمع‌آوری شده در طول زمان، p مقدار ثابت برای متغیر مستقل داشته باشیم که به عنوان اندازه نمونه در نظر گرفته می‌شود و برای هر مقدار از متغیر مستقل، n مقدار پاسخ متناظر داریم، بنابراین تخمین ضرایب در معادله (۲) عبارت است از:

$$\hat{\beta}_j = (\hat{\beta}_{0j}, \hat{\beta}_{1j}) = (X'X)^{-1} X'Y_j \quad (4)$$

که اجزاء ماتریس $\hat{\beta}_j$ عبارت است از:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{0pj} &= \bar{y}_{pj} - \hat{\beta}_{1pj} \bar{x} \\ \hat{\beta}_{1pj} &= \frac{S_{xy}(p)}{S_{xx}(p)}, p = 1, 2, \dots, P \\ \bar{y}_{pj} &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P y_{ipj} \\ S_{xy}(p) &= \sum_{p=1}^P (x_p - \bar{x}) y_{ipj} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P x_p$$

$$S_{xx}(p) = \sum_{p=1}^P (x_p - \bar{x})^2$$

$$\Sigma = \frac{1}{P-2} Y'Y - \hat{\beta}' \hat{X}' Y$$

ماتریس $\hat{\beta}_j$ می‌تواند به عنوان یک بردار $1 \times 2n$ به صورت زیر نشان داده شود:

$$\hat{\beta}_j = (\hat{\beta}_{01j}, \hat{\beta}_{02j}, \dots, \hat{\beta}_{0nj}, \hat{\beta}_{11j}, \hat{\beta}_{12j}, \dots, \hat{\beta}_{1nj}) \quad (6)$$

به طوریکه یک بردار تصادفی نرمال چندمتغیره با میانگین بردار

$$\beta = (\beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n}, \beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n}) \quad (7)$$

و ماتریس $2n \times 2n$ کواریانس Σ_β است که عناصر ماتریس کواریانس Σ_β از روابط زیر پیروی می‌نمایند:

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_{0ej}, \hat{\beta}_{0fj}) = \sigma_{ef} \left(\frac{1}{P} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)$$

$$= \rho_{ef} \sigma_e \sigma_f \left(\frac{1}{P} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right).$$

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_{1ej}, \hat{\beta}_{1fj}) = \frac{\sigma_{ef}}{S_{xx}} = \frac{\rho_{ef} \sigma_e \sigma_f}{S_{xx}}$$

$$\text{Cov}(\hat{\beta}_{0ej}, \hat{\beta}_{0fj}) = -\sigma_{ef} \frac{\bar{x}}{S_{xx}} = -\rho_{ef} \sigma_e \sigma_f \frac{\bar{x}}{S_{xx}}$$

به طوریکه σ_{ef} σ_e σ_f ρ_{ef} میان سطر و λ مین ستون از ماتریس کواریانس Σ است. که با توجه به چندمتغیره بودن تاثیر وابستگی بین متغیرهای پاسخ از طریق ماتریس کواریانس Σ نشان داده می‌شود.

۳-۲- مدل پروفایلی پیشنهادی برای یک سیستم چندجزئی

در این مقاله مدل‌سازی فرآیندهای تخریب یک سیستم چند جزئی با ساختار k از n مبتنی بر رویکرد پایش پروفایل چند متغیره انجام می‌گردد. در رویکرد تابعی این مقاله میزان تخریب اجزاء سیستم به عنوان متغیرهای پاسخ و زمان به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته شده است. در واقع در این ساختار پروفایلی، میزان تخریب اجزاء سیستم به عنوان متغیرهای پاسخ $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ بر حسب تابعی از زمان، یعنی متغیر مستقل t در نظر گرفته می‌شود.

بنابراین ساختار تابعی بین متغیرهای وابسته $x_i(t)$ بر حسب متغیر مستقل t به صورت معادله (۹) توصیف شده است:

(۱۲)

$$e_{pj} = x_{pj} - \hat{x}_{pj} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (۱۲)$$

۲- محاسبه میانگین باقیمانده نمونه ژام از طریق معادله (۱۳):

$$\bar{e}_j = \sum_{p=1}^P \frac{e_{pj}}{P} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (۱۳)$$

۳- محاسبه آماره نمودار کنترلی EWMA از طریق معادله (۱۴):

$$Q_j = \theta \bar{e}_j + (1 - \theta) Q_{j-1} \cdot Q_0 = 0 \quad (۱۴)$$

 $\forall i = 1, 2, \dots, n$ در معادله (۱۴)، θ به عنوان پارامتر هموارسازی به صورتی که $0 < \theta \leq 1$ در نظر گرفته شده است.

۴- محاسبه حدود کنترل از طریق معادله (۱۵):

$$UCL_i = L_i \sigma_i \sqrt{\frac{\theta}{(1-\theta)^P}} \quad (۱۵)$$

$$LCL_i = -L_i \sigma_i \sqrt{\frac{\theta}{(1-\theta)^P}}$$

در معادله (۱۵)، مقدار L_i طوری تعیین می‌گردد که ARL در شرایط تحت کنترل مورد نظر بدست آید.۵- بردار صفر و یک $S_j(t) = (S_{1j}(t), S_{2j}(t), \dots, S_{nj}(t))$ که نشان‌دهنده حالت اجزاء سیستم در نمونه ژام است تشکیل می‌گردد. به طوری که هر $S_{ij}(t)$ نشان‌دهنده حالت جزء i ام در زمان t است به گونه‌ای که اگر جزء i در زمان t دارای حالت عملکرد باشد مقدار ۱ و اگر دارای حالت خرابی باشد برابر صفر است.

$$S_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } Q_j < UCL_i \text{ and } Q_j > LCL_i \text{ at time } t \\ 0 & \text{if } Q_j > UCL_i \text{ and } Q_j < LCL_i \text{ at time } t \end{cases} \quad (۱۶)$$

به منظور تعیین حالت عملکردی کل سیستم، تابع ۰ و ۱، ψ تعریف می‌گردد. به طوریکه:

$$\psi(S_j(t)) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_{i=1}^n S_{ij}(t) \geq k \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \text{ at time } t \\ 0 & \text{if } \sum_{i=1}^n S_{ij}(t) < k \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \text{ at time } t \end{cases} \quad (۱۷)$$

با توجه به اینکه سیستم مبنا در رویکرد پیشنهادی دارای ساختار k از n جزء می‌باشد. بنابراین اگر به ازای نمونه ژام $\psi(S_j(t)) = 0$ به این معناست که سیستم دچار خرابی شده است. در غیر این صورت سیستم دارای عملکرد است.

$$x_1(t) = \beta_{01} + \beta_{11}t + \varepsilon_1 \quad (۹)$$

$$x_2(t) = \beta_{02} + \beta_{12}t + \varepsilon_2$$

$$\dots x_n(t) = \beta_{0n} + \beta_{1n}t + \varepsilon_n$$

در معادله (۹) $\beta_0 = (\beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n})'$ و $\beta_1 = (\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n})'$ و $E = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)'$ به ترتیب بردارهای عرض از مبدا، شیب و خطا در مدل پروفایلی چند متغیره فوق هستند. به گونه‌ای که هر سه بردار دارای ابعاد $n \times 1$ هستند.در مدل فوق با فرض اینکه بین میزان تخریب اجزاء سیستم به عنوان متغیرهای پاسخ $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ با یکدیگر وابستگی تصادفی وجود دارد. میزان وابستگی تصادفی مذکور از طریق تخمین ضرایب ماتریس واریانس-کوواریانس Σ برآورد می‌شود. بردار خطا نیز از توزیع نرمال چند متغیره دارای میانگین و واریانس به ترتیب $E(\varepsilon) = 0$ و $\text{var}(\varepsilon) = \Sigma$ پیروی می‌کند.

با توجه به توضیحات بالا، مدل تابعی بین متغیرهای پاسخ و متغیر مستقل به صورت معادله (۱۰) می‌باشد:

$$X_{p \times n} = T_{p \times 2} \beta_{p \times 2} + \varepsilon_{p \times n} \quad (۱۰)$$

معادله (۱۰) را بصورت معادله (۱۱) نیز می‌توان نشان داد:

$$\begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & \dots & X_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} & \dots & \beta_{0p} \\ \beta_{11} & \dots & \beta_{1p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \dots & \varepsilon_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{n1} & \dots & \varepsilon_{np} \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

جهت تخمین بردار ضرایب، در معادله (۱۰)، از معادله‌های (۴) و (۵) و (۶) و (۷) و (۸) استفاده می‌شود.

۳-۳- مدل پیشنهادی ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در سطح جزء

در این رویکرد که شرایط پروفایل وجود دارد از نمودار کنترلی EWMA پیشنهادی مرجع [۳۸] استفاده می‌گردد. مراحل مدل-پیشنهادی به منظور پایش و ارزیابی تغییرپذیری فرآیند تخریب هر جزء از سیستم تحت شرایط وابستگی بین اجزاء، به صورت زیر می‌باشد:

۱- محاسبه باقیمانده هر پروفایل برای نمونه ژام از طریق معادله

۵- هر زمان که $U_j > UCL$ باشد، به این معنی است که نمودار سیگنال خارج از کنترل صادر کرده است. مقدار UCL به میزانی تعیین می‌گردد که مقدار ARL تحت کنترل مورد نظر را تامین نماید.

۴. ارزیابی عملکرد و تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش، عملکرد و کاربرد رویکرد پیشنهادی در تجزیه و تحلیل روند تغییرات تخریب سیستم‌های چندجزئی با ساختار k از n در دو سطح اجزا و سطح سیستم نشان داده می‌شود. به منظور آزمایش عددی از داده‌های شبیه‌سازی شده مرجع وانگ و همکاران [۲] با اصلاحات جزئی برای یک سیستم ۲ از ۳ جزئی استفاده شده است. مطابق با رویکرد پیشنهادی، ساختار روابط تابعی بین متغیرهای پاسخ که نشان‌دهنده میزان تخریب اجزاء سیستم به‌عنوان تابعی از زمان با در نظر گرفتن وابستگی تصادفی بین متغیرهای پاسخ از طریق پروفایل چند متغیره مطابق با معادله (۲۳) فرمول‌بندی شده است.

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.15 + 0.21t + \varepsilon_1 \\x_2 &= 0.2 + 0.32t + \varepsilon_2 \\x_3 &= 0.38 + 0.41t + \varepsilon_3\end{aligned}\quad (23)$$

به‌طوریکه $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ بردار تصادفی خطاها با پیروی از توزیع نرمال چند متغیره با بردار میانگین صفر و ماتریس کوواریانس Σ است:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.34 & 0.39 & 0.64 \\ 0.39 & 0.42 & 0.73 \\ 0.64 & 0.73 & 0.51 \end{bmatrix}$$

۴-۱- ارزیابی عملکرد در سطح اجزاء

براساس مراحل ارائه شده در بخش (۳-۳)، آماره نمودار کنترلی با استفاده از $\theta = 0.2$ جهت ارزیابی فرآیند تخریب سه جزء سیستم محاسبه شده است. جدول ۲، نتایج حاصل از مقادیر محاسبه شده آماره به ازای هر جزء سیستم را نشان می‌دهد.

شکل ۱، تغییرات فرآیند تخریب جزء ۱ سیستم را نشان می‌دهد. چنانچه مشخص است نمودار در نمونه ۳۹ ام هشدار خارج از کنترل صادر کرده است.

۳-۴- مدل پیشنهادی ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در سطح سیستم

چنانچه بیان گردید، این مقاله سیستمی با اجزاء مختلف و مرتبط را در نظر می‌گیرد که توسط یک پروفایل چند متغیره به خوبی مدل می‌شوند. در این مورد پیچیده، مشابه نمودار کنترل $MEWMA$ که توسط منابع [۳۱] و [۳۵] ارائه شده است. از نمودار کنترلی $MEWMA$ به منظور پایش و ارزیابی تغییرپذیری فرآیند تخریب استفاده می‌گردد. مراحل مدل پیشنهادی به منظور ارزیابی تغییرپذیری فرآیند تخریب سیستم چند جزئی تحت شرایط وابستگی بین اجزاء سیستم، به‌صورت زیر می‌باشد:

۱- در این روش ابتدا از طریق معادله (۱۸) و (۱۹)، Z_j برای هر نمونه j ام محاسبه شده است:

$$Z_j(\beta) = \frac{(\hat{\beta}_j - \beta)}{\sigma} \quad (18)$$

$$\text{as } \beta = (\beta_0 \ \beta_1)$$

$$Z_j(\sigma) = \Phi^{-1} \left\{ F \left(\frac{(P-n)\hat{\sigma}_j^2}{\sigma^2} \right), P-n \right\} \quad (19)$$

به‌طوریکه $\Phi^{-1}(0)$ معکوس توزیع تجمعی نرمال استاندارد و $F(0, \nu)$ تابع توزیع تجمعی مربع کای با ν درجه آزادی χ^2_ν است و:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{P-n-1} (X_j - T\hat{\beta}_j)(X_j - T\hat{\beta}_j)$$

۲- بردار Z_j را برای نمونه‌های مختلف به صورت رابطه (۲۲)، می‌توان استفاده کرد:

$$Z_j = (Z_j(\beta) \ Z_j(\sigma))' \quad (20)$$

Z_j یک بردار تصادفی $(n+1)$ متغیره است و زمانی که فرآیند مورد نظر تحت کنترل است از توزیع نرمال چند متغیره با بردار میانگین صفر و ماتریس واریانس-کوواریانس پیروی می‌نماید.

۳- آماره W_j با استفاده از معادله (۲۱)، محاسبه می‌شود:

$$W_j = \lambda Z_j + (1-\lambda)W_{j-1} \quad j = 1, 2, \dots \quad (21)$$

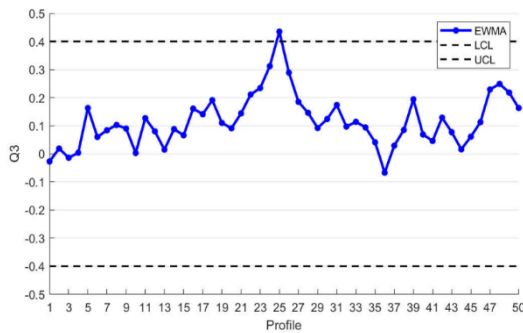
در معادله فوق W_0 بردار اولیه است و دارای بعد $(n+1)$ است. همچنین λ عامل هموارسازی با مقدار $0 < \lambda \leq 1$ است.

۴- به منظور پایش پروفایل چند متغیره میزان تخریب سیستم، مقدار آماره U_j از معادله (۲۲)، محاسبه می‌شود:

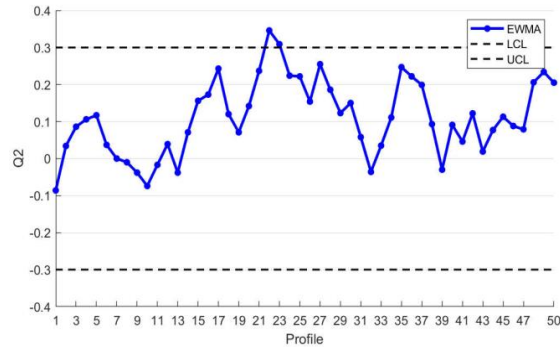
$$U_j = W_j \Sigma^{-1} W_j \quad (22)$$



شکل ۱- نمودار کنترلی فرآیند تخریب جزء ۱



شکل ۳- نمودار کنترلی فرآیند تخریب جزء ۳



شکل ۲- نمودار کنترلی فرآیند تخریب جزء ۲

بررسی سیگنال خارج از کنترل فرآیند تخریب هر جزء، این امکان را به کارشناسان فنی در حوزه نگهداری و تعمیرات می‌دهد تا با بررسی و تجزیه و تحلیل علت ریشه‌ای، عوامل تغییر را شناسایی نموده و با حذف عوامل مذکور از طریق اقدامات پیش‌گیرانه و اصلاحی به موقع، از خرابی اجزاء سیستم پیش‌گیری نمایند.

شکل ۲، تغییرات فرآیند تخریب جزء ۲ سیستم را نشان می‌دهد. چنانچه مشخص است نمودار در نمونه ۲۲ ام هشدار خارج از کنترل صادر کرده است.

شکل ۳، تغییرات فرآیند تخریب جزء ۳ سیستم را نشان می‌دهد. چنانچه مشخص است نمودار در نمونه ۲۵ ام هشدار خارج از کنترل صادر کرده است.

با توجه به اینکه فرآیند تخریب جزء ۱، در نمونه ۳۹ خارج از کنترل شده است و در نتیجه $S_{39} = (0.1.1)$ و همچنین فرآیند تخریب جزء ۲، در نمونه ۲۲ خارج از کنترل شده است و در نتیجه $S_{22} = (1.0.1)$ و اینکه فرآیند تخریب جزء ۳، در نمونه ۲۵ خارج از کنترل شده است و در نتیجه $S_{25} = (1.1.0)$ می‌توان نتیجه گرفت با توجه به اینکه به ازای نمونه‌های ۲۲ و ۲۵ و ۳۹، $\psi(S(t)) = 1$ در نتیجه سیستم دارای عملکرد است. از طرفی چنانچه مشخص است

جدول ۲- مقادیر محاسبه شده آماره نمودار کنترل به ازای هر جزء

Profile No	Q_1	Q_2	Q_3
۱	-۰.۰۳۷	-۰.۰۸۶	-۰.۰۲۷
۲	۰.۰۲۳	۰.۰۲۴	۰.۰۱۹
۳	۰.۰۰۴	۰.۰۸۶	-۰.۰۱۴
۴	-۰.۱۵۴	۰.۱۰۶	۰.۰۰۴
۵	-۰.۱۸۵	۰.۱۱۷	۰.۱۶۳
۶	-۰.۱۲۰	۰.۰۳۷	۰.۰۶۰
۷	-۰.۱۳۱	۰.۰۰۰	۰.۰۸۴
۸	۰.۰۱۳	-۰.۰۱۰	۰.۱۰۳
۹	۰.۰۸۲	-۰.۰۳۸	۰.۰۹۰
۱۰	۰.۰۸۴	-۰.۰۷۴	۰.۰۰۳
۱۱	۰.۰۵۸	-۰.۰۱۷	۰.۱۲۷
۱۲	۰.۱۷۳	۰.۰۳۹	۰.۰۸۰
۱۳	۰.۲۴۷	-۰.۰۳۸	۰.۰۱۵
۱۴	۰.۱۹۲	۰.۰۷۱	۰.۰۸۸
۱۵	۰.۱۱۹	۰.۱۵۶	۰.۰۶۶
۱۶	۰.۲۱۲	۰.۱۷۳	۰.۱۶۱
۱۷	۰.۰۷۴	۰.۲۴۳	۰.۱۴۱
۱۸	۰.۰۶۳	۰.۱۲۰	۰.۱۹۱
۱۹	۰.۱۲۷	۰.۰۷۱	۰.۱۱۰
۲۰	۰.۱۱۳	۰.۱۴۲	۰.۰۹۱
۲۱	۰.۰۲۴	۰.۲۳۷	۰.۱۴۴
۲۲	-۰.۰۶۷	۰.۲۴۶	۰.۲۱۱
۲۳	۰.۰۵۱	۰.۳۰۹	۰.۲۳۴
۲۴	-۰.۰۶۴	۰.۲۲۴	۰.۳۱۲
۲۵	۰.۰۰۶	۰.۲۲۲	۰.۴۳۵
۲۶	-۰.۰۹۹	۰.۱۵۴	۰.۲۸۹
۲۷	-۰.۰۱۶	۰.۲۵۵	۰.۱۸۵
۲۸	۰.۰۱۷	۰.۱۸۶	۰.۱۴۶
۲۹	۰.۰۱۰	۰.۱۲۳	۰.۰۹۲
۳۰	۰.۰۸۶	۰.۱۵۰	۰.۱۲۴
۳۱	۰.۰۵۵	۰.۰۵۸	۰.۱۷۴
۳۲	۰.۱۳۹	-۰.۰۳۶	۰.۰۹۷
۳۳	۰.۰۱۳	۰.۰۳۵	۰.۱۱۴
۳۴	۰.۰۳۴	۰.۱۱۱	۰.۰۹۴
۳۵	۰.۰۶۱	۰.۲۴۷	۰.۰۴۱
۳۶	۰.۰۸۵	۰.۲۲۲	-۰.۰۶۷
۳۷	۰.۲۱۹	۰.۱۹۹	۰.۰۲۹
۳۸	۰.۲۳۲	۰.۰۹۳	۰.۰۸۵
۳۹	۰.۳۴۹	-۰.۰۳۰	۰.۱۹۴
۴۰	۰.۲۱۶	۰.۰۹۱	۰.۰۶۹
۴۱	۰.۱۴۱	۰.۰۴۶	۰.۰۴۶
۴۲	۰.۰۳۸	۰.۱۲۲	۰.۱۲۹
۴۳	۰.۰۱۵	۰.۰۱۹	۰.۰۷۷

۴۴	۰.۰۳۸	۰.۰۷۷	۰.۰۱۶
۴۵	-۰.۰۲۵	۰.۱۱۳	۰.۰۶۱
۴۶	-۰.۰۸۹	۰.۰۸۸	۰.۱۱۳
۴۷	-۰.۰۷۰	۰.۰۷۹	۰.۲۲۹
۴۸	۰.۰۱۶	۰.۲۰۶	۰.۲۴۹
۴۹	-۰.۰۳۶	۰.۲۳۴	۰.۲۱۸
۵۰	-۰.۰۰۶	۰.۲۰۵	۰.۱۶۳

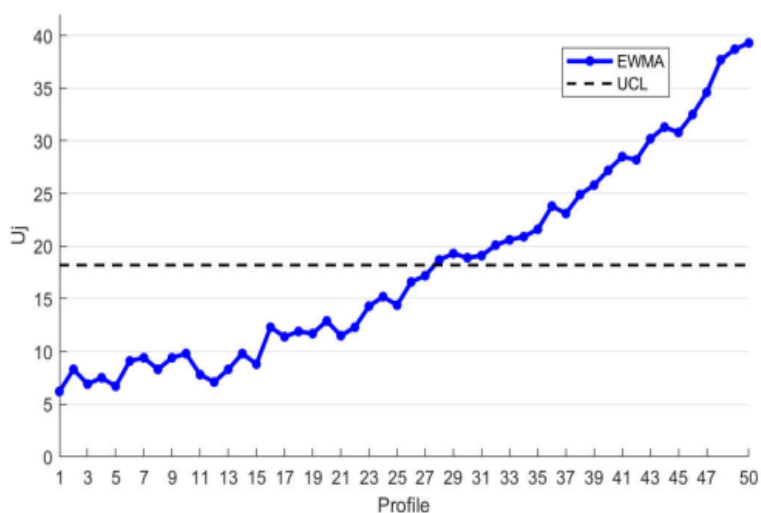
۱۰	۹.۸	۳۵	۲۱.۶
۱۱	۷.۸	۳۶	۲۳.۸
۱۲	۷.۱	۳۷	۲۳.۱
۱۳	۸.۳	۳۸	۲۴.۹
۱۴	۹.۸	۳۹	۲۵.۸
۱۵	۸.۸	۴۰	۲۷.۲
۱۶	۱۲.۳	۴۱	۲۸.۵
۱۷	۱۱.۴	۴۲	۲۸.۲
۱۸	۱۱.۹	۴۳	۳۰.۲
۱۹	۱۱.۷	۴۴	۳۱.۳
۲۰	۱۲.۹	۴۵	۳۰.۸
۲۱	۱۱.۵	۴۶	۳۲.۵
۲۲	۱۲.۳	۴۷	۳۴.۶
۲۳	۱۴.۳	۴۸	۳۷.۷
۲۴	۱۵.۲	۴۹	۳۸.۷
۲۵	۱۴.۴	۵۰	۳۹.۳

۲-۴- ارزیابی عملکرد در سطح سیستم

بر اساس مراحل ارائه شده در بخش (۳-۴) مدل پیشنهادی، آماره کنترلی جهت ارزیابی فرآیند تخریب سیستم محاسبه شده است. جدول ۳، نتایج حاصل از مقادیر محاسبه شده آماره را نشان می‌دهد.

جدول ۳- مقادیر محاسبه شده آماره نمودار کنترل فرآیند تخریب سیستم

Profile No	U_j	Profile No	U_j
۱	۶.۲	۲۶	۱۶.۶
۲	۸.۳	۲۷	۱۷.۲
۳	۶.۹	۲۸	۱۸.۷
۴	۷.۵	۲۹	۱۹.۳
۵	۶.۷	۳۰	۱۸.۹
۶	۹.۱	۳۱	۱۹.۱
۷	۹.۴	۳۲	۲۰.۱
۸	۸.۳	۳۳	۲۰.۶
۹	۹.۴	۳۴	۲۰.۹



شکل ۴- نمودار کنترلی فرآیند تخریب سیستم

از نمونه ۲۸ به بعد دچار خرابی خواهد شد. بنابراین کارشناسان فنی با دریافت سیگنال خارج از کنترل، می‌توانند به بررسی و تجزیه و تحلیل علت ریشه‌ای پرداخته و از طریق اقدامات

شکل ۴، تغییرات فرآیند تخریب سیستم را نشان می‌دهد. چنانچه مشخص است نمودار در نمونه ۲۸ هشدار خارج از کنترل صادر کرده است. لذا می‌توان استنباط نمود که سیستم

پیش‌گیرانه و اصلاحی به موقع، از خرابی سیستم پیش‌گیری نمایند.

۴-۲- آنالیز حساسیت

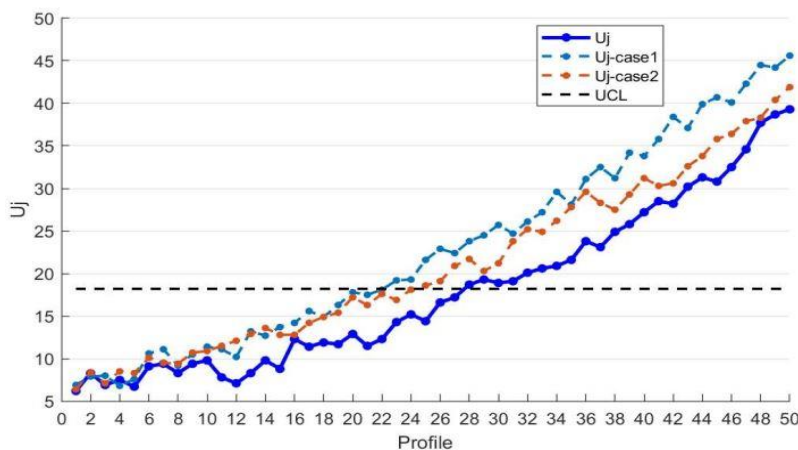
در این بخش به منظور بررسی و شناسایی اثر پارامترهای موثر در ارزیابی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب سیستم، تحلیل حساسیت روی پارامترهای مختلف انجام می‌گردد. در اکثر مطالعات انجام شده مانند مرجع [۲] به بررسی اثر پارامترهای مانند μ_j و σ_j و آستانه خرابی پرداخته شده است. در حالی که کاملاً واضح است که با تغییر μ_j و σ_j فرآیندهای تخریب نیز تغییر خواهد کرد. به هر حال، در این مقاله علاوه بر پارامترهای μ_j و σ_j به بررسی و تجزیه و تحلیل اثر وابستگی و کوواریانس بین فرآیندهای

تخریب نیز پرداخته می‌شود. جدول ۴، تغییرات در پارامترهای مختلف را نشان می‌دهد.

شکل ۵، تغییرات فرآیندهای تخریب سیستم براساس شیفت‌های نمودار U_j در نمونه ۲۸ م سیگنال خارج از کنترل فرآیند تخریب سیستم را صادر می‌کند به‌عنوان یک نتیجه می‌توان استنباط کرد که سیستم در نمونه ۲۸ دچار خرابی شده است. در حالی که نمودارهای U_j -case 1 و U_j -case 2 در نمونه‌های ۲۳ و ۲۵ سیگنال خارج از کنترل صادر کرده‌اند. بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب بر اساس نمودارهای U_j case 1 و U_j -case 2 نشان می‌دهد که تغییرات در پارامتر σ_{23} نسبت به تغییرات در σ_{12} ، تاثیر بیشتری در خرابی سیستم دارد که این موضوع نیز بیانگر شدت تاثیر وابستگی بین فرآیندهای تخریب جزء ۲ و ۳ بر خرابی سیستم است.

جدول ۴. تنظیمات پارامترها برای آنالیز حساسیت روی پارامترهای مرتبط

Parameter	μ_1	μ_2	μ_3	σ_1	σ_2	σ_3	σ_{12}	σ_{13}	σ_{23}
Base	۰.۲	۰.۳	۰.۴	۰.۳	۰.۴	۰.۵	۰.۳۹	۰.۶۴	۰.۷۳
Case 1	۰.۲۳	۰.۳۳	۰.۴۳	۰.۳۳	۰.۴۳	۰.۵۳	۰.۳۹	۰.۶۴	۰.۸
Case 2	۰.۲۳	۰.۳۳	۰.۴۳	۰.۳۳	۰.۴۳	۰.۵۳	۰.۵	۰.۶۴	۰.۷۳



شکل ۵ - نمودار فرآیند تخریب سیستم تحت تاثیر تغییرات پارامترهای مختلف

در ادبیات را در مقایسه با رویکرد پیشنهادی در این مقاله را نشان می‌دهد. چنانچه مشخص است، هر مدل با توجه به نوع سیستم، نوع وابستگی و ... محدودیت و مزایایی دارد.

با این حال، در این مقاله، رویکردی کارآمد ارائه شده است که نه تنها محدودیت‌های سایر مدل‌های موجود در ادبیات را ندارد بلکه

۴-۴- مقایسه محدودیت‌ها و مزایای رویکرد پیشنهادی با سایر مدل‌های موجود در ادبیات

جدول ۶ خلاصه محدودیت‌ها و مزایای مدل‌های جدید ارائه شده

مزایای قابل توجهی نیز دارد. به‌طوریکه طراحان و کارشناسان فنی با بکارگیری رویکرد پیشنهادی می‌توانند علاوه بر بررسی و تجزیه و تحلیل تغییرپذیری فرآیندهای تخریب سیستم، از طریق

برنامه‌ریزی اقدامات پیش‌گیرانه و اصلاحی به موقع، از خرابی سیستم پیش‌گیری نمایند.

جدول ۲- مقایسه محدودیت‌ها و مزایای رویکرد پیشنهادی با سایر مدل‌های موجود در ادبیات

مدل	محدودیت‌ها	مزایا
نیو و همکاران (۲۰۲۳)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ عدم بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن خطای مدل 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ قابلیت پیش‌بینی مدل ➤ در نظر گرفتن وابستگی
وانگ و همکاران (۲۰۲۲)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ استفاده از مقادیر ثابت برای ضرایب وابستگی ➤ استفاده از مقادیر ثابت برای حدود آستانه تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها و خطای مدل ➤ عدم بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ قابلیت پیش‌بینی مدل ➤ در نظر گرفتن وابستگی
کانگ و همکاران (۲۰۲۱)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ عدم در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها و خطای مدل ➤ عدم بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ ارائه مدل عمومی برای سیستم‌های مختلف ➤ در نظر گرفتن وابستگی
فنگ و همکاران (۲۰۲۱)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ عدم کاربرد مدل ارائه شده برای سیستم‌های با ساختار پیچیده ➤ عدم بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ چند متغیره بودن مدل ارائه شده ➤ در نظر گرفتن وابستگی
دانگ و همکاران (۲۰۲۱)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ عدم بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ بررسی اثر خرابی‌های سخت منجر به شوک‌های خارجی و اثر خرابی‌های نرم منجر به تخریب داخلی ➤ در نظر گرفتن وابستگی
زنگ و همکاران (۲۰۲۰)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ عدم در نظر گرفتن میزان اثر متقابل بین فرآیندهای تخریب ➤ عدم بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب ➤ عدم در نظر گرفتن روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ در نظر گرفتن دسته‌بندی خرابی‌ها و چندحالتی بودن فرآیندهای تخریب ➤ در نظر گرفتن وابستگی
مدل پیشنهادی	<ul style="list-style-type: none"> ➤ عدم در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های ترکیبی مرتبط با ساختار پیچیده سیستم‌ها در دنیای واقعی 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ بررسی تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در دو سطح اجزاء و سیستم ➤ مدل‌سازی روابط تابعی چندمتغیره بین فرآیندهای تخریب ➤ در نظر گرفتن خطای مدل ➤ تخمین میزان وابستگی از طریق کوواریانس بین فرآیندهای تخریب

۵- نتیجه‌گیری

با فرآیندهای تخریب سایر اجزاء را فراهم آورده است. به‌گونه‌ای که این امکان را به کارشناسان فنی در حوزه نگهداری و تعمیرات می‌دهد تا با رویکردی پیش‌بینانه و پیش‌گیرانه ضمن ارزیابی عملکرد و اولویت‌بندی اجزاء مختلف از حیث انجام اقدامات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه به نحوی اثربخش عمل نمایند، به‌طوریکه باعث پیش‌گیری از خرابی اجزاء سیستم گردد. در سطح سیستم، رویکرد پیشنهادی به صورتی کاربردی امکان ارزیابی روند تغییرپذیری تخریب سیستم را بدون نیاز به ارزیابی مستقیم تغییرپذیری فرآیندهای تخریب اجزاء را ارائه می‌دهد. در مقایسه با ادبیات موضوع نوآوری‌های اصلی این مقاله عبارت

در این مقاله، ما یک رویکرد جدید به منظور پیش‌بینی و ارزیابی روند تغییرپذیری فرآیندهای تخریب سیستم‌های چند جزئی با ساختار k از n ، تحت شرایط وابستگی تصادفی و روابط تابعی بین فرآیندهای تخریب، در دو سطح اجزاء و سیستم پیشنهاد نموده‌ایم. مدل‌سازی فرآیندهای تخریب اجزاء سیستم با لحاظ نمودن وابستگی تصادفی، از طریق روابط تابعی مبتنی بر ساختار پروفایل چندمتغیره، برای اولین بار در ادبیات پیشنهاد گردید. در سطح اجزاء، روش پیشنهادی امکان پیش‌بینی و ارزیابی روند تغییرپذیری فرآیند تخریب هر جزء تحت تاثیر وابستگی تصادفی

است از:

منظور بررسی اثر پارامترهای موثر بر ارزیابی تغییرپذیری فرآیند تخریب سیستم، تحلیل حساسیت انجام گردید. نتایج حاصله نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی در پیش‌بینی و ارزیابی روند تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در دو سطح اجزاء و سیستم، از اثربخشی بالایی برخوردار است. به منظور تحقیق‌های آتی پیشنهاد می‌گردد از رویکرد پیشنهادی در این مقاله به‌عنوان پایه‌ای جهت ارائه روش‌ها و سیاست‌های نگهداری و تعمیرات مشروط برای سیستم‌های چند جزئی استفاده گردد. همچنین رویکرد پیشنهادی را با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های ترکیبی و اثرگذار بر وضعیت خرابی و فرایندهای تخریب سیستم و اجزاء آن، می‌توان توسعه داد.

➤ ارائه ساختار تابعی چند متغیره بین فرآیندهای تخریب اجزاء سیستم با در نظر گرفتن وابستگی تصادفی.
 ➤ ارائه یک رویکرد جدید مبتنی بر پایش پروفایل چندمتغیره جهت پیش‌بینی و ارزیابی روند تغییرپذیری فرآیندهای تخریب در دو سطح اجزاء و سیستم.
 ➤ تخمین میزان وابستگی از طریق کوواریانس بین فرآیندهای تخریب اجزاء سیستم به‌صورت متغیر و منطبق با روند تغییرات واقعی فرآیندهای مذکور.
 در نهایت به منظور ارزیابی عملکرد رویکرد پیشنهادی، مثالی عددی از یک سیستم با ساختار ۲ از ۳ حل و بررسی گردید. به

۶- مراجع

- complex multi-component systems. Reliability engineering & system safety, 120, 39-50.
- [9] Feng, Q., Jiang, L., & Coit, D. W. (2016). Reliability analysis and condition-based maintenance of systems with dependent degrading components based on thermodynamic physics-of-failure. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 86, 913-923.
- [10] Song, S., Coit, D. W., & Feng, Q. (2016). Reliability analysis of multiple-component series systems subject to hard and soft failures with dependent shock effects. IIE Transactions, 48(8), 720-735.
- [11] Fang, G., & Pan, R. (2021). On multivariate copula modeling of dependent degradation processes. Computers & Industrial Engineering, 159, 107450.
- [12] Fang, G., & Pan, R. (2021). On multivariate copula modeling of dependent degradation processes. Computers & Industrial Engineering, 159, 107450.
- [13] Liu, B., Pandey, M. D., Wang, X., & Zhao, X. (2021). A finite-horizon condition-based maintenance policy for a two-unit system with dependent degradation processes. European Journal of Operational Research, 295(2), 705-717.
- [14] Bian, L., & Gebraeel, N. (2014). Stochastic modeling and real-time prognostics for multi-component systems with degradation rate interactions. Iie Transactions, 46(5), 470-482.
- [15] Wang, P., & Coit, D. W. (2004, January). Reliability prediction based on degradation modeling for systems with multiple degradation measures. In Annual Symposium Reliability and Maintainability, 2004-RAMS (pp. 302-307). IEEE.
- [1] Alaswad, S., & Xiang, Y. (2017). A review on condition-based maintenance optimization models for stochastically deteriorating system. Reliability engineering & system safety, 157, 54-63.
- [2] Wang, Y., Li, X., Chen, J., & Liu, Y. (2022). A condition-based maintenance policy for multi-component systems subject to stochastic and economic dependencies. Reliability Engineering & System Safety, 219, 108174.
- [3] Kong, X., Yang, J., & Li, L. (2022). Reliability analysis for multi-component systems considering stochastic dependency based on factor analysis. Mechanical Systems and Signal Processing, 169, 108754.
- [4] Shen, J., Elwany, A., & Cui, L. (2018). Reliability analysis for multi-component systems with degradation interaction and categorized shocks. Applied Mathematical Modelling, 56, 487-500.
- [5] Keizer, M. C. O., Flapper, S. D. P., & Teunter, R. H. (2017). Condition-based maintenance policies for systems with multiple dependent components: A review. European Journal of Operational Research, 261(2), 405-420.
- [6] Zhang, N., Fouladirad, M., & Barros, A. (2019). Reliability-based measures and prognostic analysis of a K-out-of-N system in a random environment. European Journal of Operational Research, 272(3), 1120-1131.
- [7] Zhang, N., Fouladirad, M., Barros, A., & Zhang, J. (2020). Condition-based maintenance for a K-out-of-N deteriorating system under periodic inspection with failure dependence. European Journal of Operational Research, 287(1), 159-167.
- [8] Van Horenbeek, A., & Pintelon, L. (2013). A dynamic predictive maintenance policy for

- and availability analysis of stochastic degradation systems based on bivariate Wiener processes. *Applied Mathematical Modelling*, 79, 414-433.
- [29] Dong, W., Liu, S., Bae, S. J., & Cao, Y. (2021). Reliability modelling for multi-component systems subject to stochastic deterioration and generalized cumulative shock damages. *Reliability Engineering & System Safety*, 205, 107260.
- [30] Meango, T. J. M., & Ouali, M. S. (2019). Failure interaction models for multicomponent systems: a comparative study. *SN Applied Sciences*, 1, 1-25.
- [31] Noorossana, R., Eyvazian, M., & Vaghefi, A. (2010). Phase II monitoring of multivariate simple linear profiles. *Computers & Industrial Engineering*, 58(4), 563-570.
- [32] Eyvazian, M., Noorossana, R., Saghaei, A., & Amiri, A. (2011). Phase II monitoring of multivariate multiple linear regression profiles. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(3), 281-296.
- [33] Atashgar, K., & Zargarabadi, O. A. (2017). Monitoring multivariate profile data in plastic parts manufacturing industries: An intelligently data processing. *Journal of Industrial Information Integration*, 8, 38-48.
- [34] Atashgar, K., Amiri, A., & Nejad, M. K. (2015). Monitoring Allan variance nonlinear profile using artificial neural network approach. *International Journal of Quality Engineering and Technology*, 5(2), 162-177.
- [35] Chiang, J. Y., Lio, Y. L., & Tsai, T. R. (2017). MEWMA control chart and process capability indices for simple linear profiles with within-profile autocorrelation. *Quality and Reliability Engineering International*, 33(5), 1083-1094.
- [36] Noor-ul-Amin, M., Arshad, A., & Hanif, M. (2022). A function based adaptive EWMA mean monitoring control chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 38(1), 248-263.
- [37] Tang, A., Castagliola, P., Sun, J., & Hu, X. (2018). The effect of measurement errors on the adaptive EWMA chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 34(4), 609-630.
- [38] Noor-ul-Amin, M., & Noor, S. (2021). An adaptive EWMA control chart for monitoring the process mean in Bayesian theory under different loss functions. *Quality and Reliability Engineering International*, 37(2), 804-819.
- [16] Xu, J., Liang, Z., Li, Y. F., & Wang, K. (2021). Generalized condition-based maintenance optimization for multi-component systems considering stochastic dependency and imperfect maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 211, 107592.
- [17] Fang, G., Pan, R., & Hong, Y. (2020). Copula-based reliability analysis of degrading systems with dependent failures. *Reliability Engineering & System Safety*, 193, 106618.
- [18] Bian, L., & Gebraeel, N. (2014). Stochastic framework for partially degradation systems with continuous component degradation-rate-interactions. *Naval Research Logistics (NRL)*, 61(4), 286-303.
- [19] Rasmekomen, N., & Parlikad, A. K. (2014). Optimising maintenance of multi-component systems with degradation interactions. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 7098-7103.
- [20] Chalabi, N., Dahane, M., Beldjilali, B., & Neki, A. (2016). Optimisation of preventive maintenance grouping strategy for multi-component series systems: Particle swarm based approach. *Computers & Industrial Engineering*, 102, 440-451.
- [21] Nguyen, K. A., Do, P., & Grall, A. (2015). Multi-level predictive maintenance for multi-component systems. *Reliability engineering & system safety*, 144, 83-94.
- [22] Xu, M., Jin, X., Kamarthi, S., & Noor-E-Alam, M. (2018). A failure-dependency modeling and state discretization approach for condition-based maintenance optimization of multi-component systems. *Journal of manufacturing systems*, 47, 141-152.
- [23] Rodriguez-Picon, L. A. (2017). Reliability assessment for systems with two performance characteristics based on gamma processes with marginal heterogeneous random effects. *Eksploracja i Niezawodność*, 19(1), 8-18.
- [24] Niu, H., Zeng, J., Shi, H., Zhang, X., & Liang, J. (2023). Degradation modeling and remaining useful life prediction for a multi-component system with stochastic dependence. *Computers & Industrial Engineering*, 175, 108889.
- [25] Song, S., Coit, D. W., Feng, Q., & Peng, H. (2014). Reliability analysis for multi-component systems subject to multiple dependent competing failure processes. *IEEE Transactions on Reliability*, 63(1), 331-345.
- [26] Dinh, D. H., Do, P., & Iung, B. (2020). Degradation modeling and reliability assessment for a multi-component system with structural dependence. *Computers & Industrial Engineering*, 144, 106443.
- [27] Xu, L., Chen, Y., Briand, F., Zhou, F., & Givanni, M. (2017). Reliability measurement for multistate manufacturing systems with failure interaction. *Procedia CIRP*, 63, 242-247.
- [28] Dong, Q., Cui, L., & Si, S. (2020). Reliability

A New Degradation Analysis Approach for Multi-Component Systems Based on Functional Relationships Considering Stochastic Dependency

*Karim Atashgar*²⁰

(Corresponding Author) Associate Prof., Faculty of Industrial Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran. atashgar@iust.ac.ir

Mehdi Karbasian

Prof., Faculty of Industrial Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran. mkarbasi@mut-es.ir

Mostafa Khazaei

Assistant Prof., Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran. khazaei_m@mut.ac.ir

Majid Abbasi

Ph.D. Student Faculty of Industrial Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran. ma.abasi68@gmail.com

Abstract: Degradation analysis is one of the most important approaches in evaluating the reliability of multi-component systems. Improving the performance of real systems requires the use of an efficient approach to analyze the degradation considering the interaction of system degradation processes. Literature shows that the degradation analysis of multi-component systems has been investigated by researchers, but based on the best knowledge of the authors, this approach has not been contributed for analyzing degradation processes of a system components. In the case that there is a functional structure between the degradation of one or more components, it refers to as the profile based on the statistical process control literature. The aim of this study is to provide an efficient approach to predict and Assessment the variability of degradation processes under the conditions of stochastic dependence. The proposed approach proposes the possibility of predicting and assessment the variability of degradation processes at the component and system level. In this paper, in order to Assessment the proposed approach, the data set of a multi-component system is used. The analysis of the results shows the proper performance of the proposed approach.

Keywords: Degradation Analysis, Stochastic Dependency, Multi-Component Systems

Aim and Introduction

engineering systems are composed of components with multiple functions to provide the entire system function. When the performance of components of a system decreases over time due to wear, fatigue and corrosion, and as a result, the system fails. Therefore, traditionally observations of the degradation of characteristics of systems have been widely used to model the degradation processes and to Assessment the reliability of the systems [2-3].

In many studies, researchers focused on degradation modeling and reliability analysis based on one component. Whereas the components of the systems are often not independent from each other in the real world. The existing systems usually consist of several components, so that one can find easily the dependence and mutual effects between the components that affect the performance of the entire system. Therefore, it is

²⁰ Corresponding Author: atashgar@iust.ac.ir

clear that the performance of the system depends on the performance of various related components and the degradation analysis should be taken based on the consideration [1]. In this paper, we attempt to present a new approach for multi-component systems with a structure of k-out-of-n components in a way that provides the possibility of predicting and evaluating the variability of the component degradation under dependency between the system components. For this purpose, in this paper, for the first time, the multivariate profile monitoring approach is used in a complex condition of existence of covariance relationship between the response variables.

Methodology

The purpose of this paper is to provide an efficient approach to predict and Assessment the variability of the degradation processes of multi-component systems under the conditions of stochastic dependency between the degradation processes, at both component and system levels. Therefore, in this paper, a multi-component system with a structure k-of-n is considered under the condition of random dependence between the degradation processes of the components

Findings

In order to numerically test, the simulated data of a 2-out-of-3 component system has been used. Some of the results are as follows:



Figure 1- Control chart of the degradation process of component 1

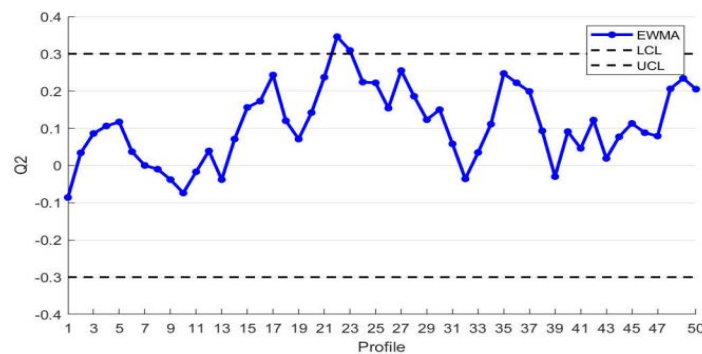


Figure 2- Control chart of the degradation process of component 2

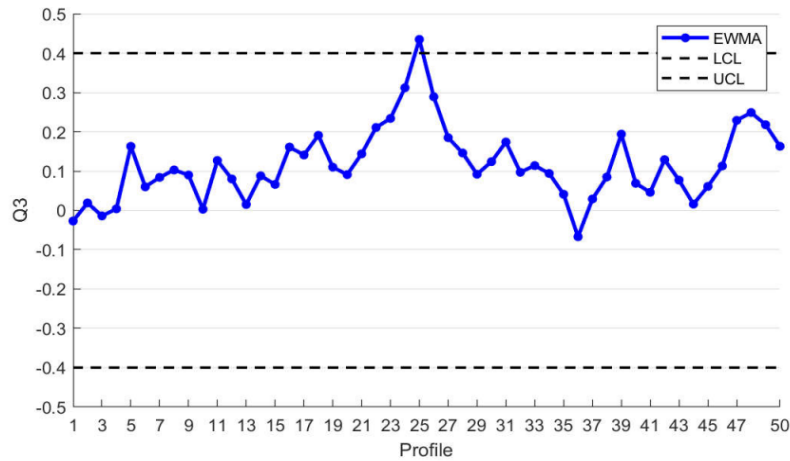


Figure 3- Control chart of the degradation process of component 3

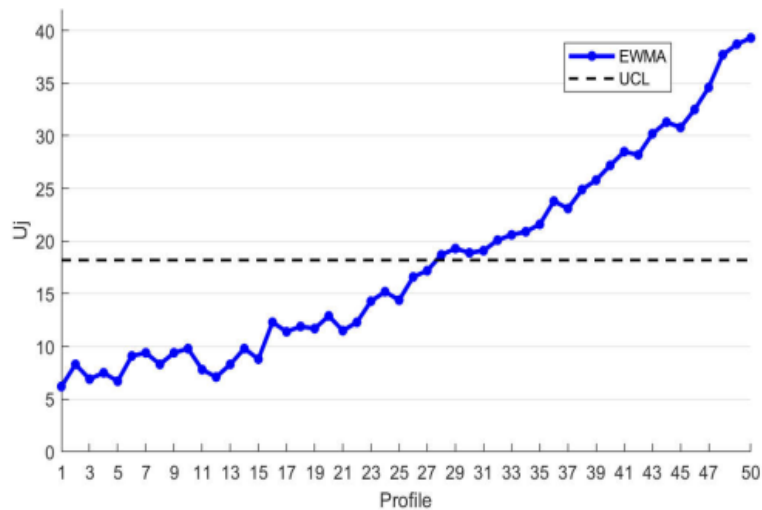


Figure 4- Control chart of the system degradation process

Figure 1 shows the changes in the degradation process of component 1 of the system. Figure 2 shows the changes in the degradation process of component 2 of the system. Figure 3 shows the changes in the degradation process of component 3 of the system. Figure 4 shows the changes in the system degradation process.

Discussion and Conclusion

proposed a new approach to assess the process of variability of degradation processes of multi-component systems under the conditions of stochastic dependency between the degradation processes for the first time in the literature. In a way that gives the possibility to technical experts in the field of maintenance and repairs, with a predictive and preventive approach, while evaluating the performance and prioritizing different components in terms of carrying out preventive maintenance and repairs in an effective way. act in such a way as to prevent system components from breaking down.

Reference

1. Keizer, M. C. O., Flapper, S. D. P., & Teunter, R. H. (2017). Condition-based maintenance policies for systems with multiple dependent components: A review. *European Journal of Operational Research*, 261(2), 405-420
2. Kong, X., Yang, J., & Li, L. (2022). Reliability analysis for multi-component systems considering stochastic dependency based on factor analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 169, 108754.
3. Shen, J., Elwany, A., & Cui, L. (2018). Reliability analysis for multi-component systems with degradation interaction and categorized shocks. *Applied Mathematical Modelling*, 56, 487-500.