

ارایه رویکردهای کنترل نوین پایش مشخصه‌های کیفی با توزیع ویبول تحت سانسورشدگی نوع دو در یک فرآیند دو مرحله‌ای

شروین اسدزاده

استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال*

فاطمه کیادلیری

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

چکیده در این مقاله نمودارهای کنترل به منظور پایش پارامتر مقیاس داده‌های قابلیت اطمینان با توزیع ویبول در حضور سانسورشدگی نوع دو در فرآیندهایی با خاصیت آبشاری پیشنهاد می‌شود. یک نمودار کنترل جمع تجمعی و یک نمودار کنترل با حدود احتمال با هدف کشف شیفت‌های کاهشی در میانگین مشخصه کیفی با ماهیت قابلیت اطمینان در نظر گرفته شده‌اند. رویکردهای کنترل پیشنهادی بر اساس توزیع کوچکترین مقدار حدی تبدیل شده از توزیع ویبول می‌باشند تا خاصیت آبشاری که ویژگی اصلی فرآیندهای چندمرحله‌ای است لحاظ شود. سپس برای ارزیابی نمودارهای کنترل پیشنهادی، شبیه‌سازی انجام شده است که در آن شاخص مقایسه نمودارهای کنترل، متوسط طول دنباله است. همچنین از شاخص زیان درجه دوم اضافی نیز برای مقایسه توانایی کشف نمودارهای کنترل پیشنهادی استفاده شده است. به علاوه آنالیز حساسیت به منظور بررسی اثر تعداد شکست در عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی و استواری رویکردهای پایش در مقابل شیفت در مرحله قبل فرآیند، مورد مطالعه قرار گرفته است. در آخر برای نشان دادن عملکرد نمودارهای کنترل، مطالعه موردی از کارخانه تولید بطری‌های شیشه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نمایانگر برتری نمودار کنترل جمع تجمعی نسبت به نمودار کنترل با حدود احتمال است.

کلمات کلیدی خاصیت آبشاری، فرآیند چندمرحله‌ای، نمودار کنترل جمع تجمعی، نمودار کنترل با حدود احتمال، سانسورشدگی نوع ۲

۱- مقدمه

همراه داشته باشد بنابراین پایش داده‌های قابلیت اطمینان به کمک نمودارهای کنترل به یک موضوع مهم تبدیل شده است. داده‌های قابلیت اطمینان دارای ویژگی‌های منحصر به فردی هستند که نیازمند استفاده از روش‌های آماری خاص هستند. آن‌ها عموماً سانسور می‌شوند زیرا به منظور دستیابی به قابلیت اطمینان محصولات کفایت می‌کند که آن‌ها به مقدار از پیش تعیین شده‌ای برسند [۲]. به علاوه داده‌های قابلیت اطمینان اغلب از توزیع‌های پارامتریک از جمله توزیع‌های مکان-مقیاس و لگاریتم-مکان-مقیاس پیروی می‌کنند. توزیع‌های مقدار حدی، ویبول و لگ نرمال به طور گسترده برای مدل‌سازی این داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. سانسورشدگی نتیجه محدودیت در زمان و هزینه است. در میان انواع مختلف سانسورشدگی، سانسورشدگی از راست بسیار رایج است و دارای

پیشرفت سریع تکنولوژی، رقابت شدید جهانی و افزایش انتظارات مشتری، تولیدکنندگان را تحت فشار قرار داده تا محصولاتی با کیفیت بالا تولید کنند. مشتریان انتظار دارند محصولاتی با قابلیت اطمینان بالا خریداری کنند. قابلیت اطمینان یک سیستم را توان آن سیستم برای انجام عملکرد مورد انتظار تحت شرایط بیان شده و برای مدت زمان خاص تعریف می‌کنند [۱]. اکثر محصولات در معرض شکست قرار دارند. لذا نرخ شکست یکی از روش‌های مرسوم برای توصیف قابلیت اطمینان محصول است. در این شرایط کشف زودهنگام شکست‌ها از طریق پایش مشخصه‌های کیفی قابلیت اطمینان این امکان را مهیا می‌سازد تا اقدامات اصلاحی در برهه‌ای از زمان اعمال شوند که مخارج و دوباره کاری‌های کمتری به

* (Corresponding author) sh_asadzadeh@iau-tnb.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۲/۱۲

تاریخ دریافت: ۹۴/۶/۱۲

وضعیت تحت کنترل بعضی یا همه متغیرهای کیفی خروجی اثر می‌گذارد. ویژگی ذکر شده خاصیت آبخاری نام دارد که ویژگی اصلی فرآیندهای چندمرحله‌ای است. به عبارت دیگر در هرمرحله از این فرآیندها کیفیت به دو پارامتر وابسته است. یکی کیفیت خاص که به کیفیت و عملیات انجام شده در مرحله جاری می‌پردازد و دیگر کیفیت کل که به صورت کیفیت ناشی از مراحل قبل و مرحله جاری تعریف می‌شود. رویکرد موثر در چنین فرآیندهایی، مدل کردن ارتباط میان مشخصه های کیفی و سپس پایش متغیر کیفی خروجی با در نظر گرفتن اثر متغیرهای ورودی است [۲].

به علاوه حضور سانسورشدگی وضعیت را پیچیده تر می‌کند. بنابراین به منظور غلبه بر موانع ذکر شده ارائه رویکردهای جدید پایش در این زمینه مورد نیاز است. مدل‌های رگرسیونی تحلیل بقا شامل مدل زمان شکست تسریع یافته AFT^y و مدل مخاطره متناسب کاکس^۸ (PH) در زمینه داده‌های قابلیت اطمینان به کار گرفته شده اند تا اثر متغیرهای کیفی تاثیرگذار در نظر گرفته شوند. سگو و همکاران [۱۱] نمودار کنترل CUSUM تعدیل ریسک شده با استفاده از مدل رگرسیونی AFT برای پایش مدت زمان بقای بیمار که دارای سانسورشدگی از راست می باشند، ارائه کردند. اسدزاده و آقایی [۲] به منظور پایش مشخصه های کیفی قابلیت اطمینان در فرآیندهای چندمرحله‌ای با تعریف متغیر کیفی خروجی موثر از مراحل قبلی در حضور دو سانسورشدگی ثابت و متغیر (ریسک رقابتی)^۹ نمودار جمع تجمعی مبنی بر رگرسیون و دو نمودار میانگین متحرک موزون نمایی بر اساس مقدار ارزش انتظاری پیشنهاد کردند. آن‌ها از مدل زمان شکست تسریع یافته که به طور گسترده در مدل کردن رگرسیون بقا به کار گرفته می‌شود، استفاده کردند. نمودار کنترل شوهارت تعدیل ریسک شده بر مبنای آماره آزمون نسبت درست‌نمایی برای پایش عملکردهای پزشکی در فاز یک توسط ژنگ و همکاران [۱۲] پیشنهاد شده است. اسدزاده و همکاران [۱۳] نمودارهای کنترل جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی را با استفاده از مدل رگرسیونی مخاطره متناسب کاکس برای مشاهدات خودهمبسته^{۱۰} در دو حالت، در حضور سانسورشدگی و در غیاب آن مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها همچنین مدل نا همگونی را به منظور رفع ناهمگونی متغیرهای مشاهده نشده در نظر گرفتند. در آخر در حضور سانسورشدگی و با استفاده از مدل AFT، اسد ایوبی و نیاکي [۱۴] نمودار کنترل تعدیل ریسک شده مبنی بر زمان شکست تسریع یافته در فاز یک که بر اساس آزمون نسبت درست‌نمایی ناشی از یک مدل نقطه

دو حالت کلی سانسورشدگی نوع یک (بر حسب زمان) و سانسور شدگی نوع دو (بر حسب شکست) است. سانسورشدگی از راست نوع یک زمانی اتفاق می‌افتد که آزمایش قبل از مشاهده رویداد مورد نظر متوقف شود و سانسور شدگی از راست نوع دو زمانی اتفاق می‌افتد که آزمایش پس از مشاهده تعداد مشخصی از رویداد مورد نظر (شکست) متوقف شود.

محققین زیادی به مطالعه شیوه های پایش داده‌های قابلیت اطمینان در فرآیندهای تک مرحله ای و در حضور سانسورشدگی پرداخته‌اند. التو [۳] یک نمودار کنترل جمع تجمعی (CUSUM^۱) به منظور پایش هر دو پارامتر توزیع و بیبول برای فرآیندهایی با داده‌های سانسور شده از راست ارائه کرده است. یک نمودار کنترل براساس دامنه نمونه با توزیع کوچکترین مقدار حدی توسط پاسکال و لی [۴] برای پایش پارامتر شکل توزیع و بیبول تحت سانسورشدگی نوع دو طراحی شده است. گو و همکاران [۵] نمودار های کنترل یک طرفه و دو طرفه ARL^x نارایب را برای پایش شیفت در پارامتر مقیاس توزیع نمایی تحت سانسورشدگی نوع دو زمانی که پارامتر مقیاس تحت کنترل، مشخص است گسترش دادند. به علاوه نمودارهای کنترل ARL نارایب براساس آماره جدید به منظور پایش پارامتر شکل و بیبول زمانی که نمونه‌ها دارای سانسورشدگی نوع دو هستند توسط گو و ونگ [۶] در نظر گرفته شده‌اند. لی و کونگ [۷] نمودار کنترل تعمیم یافته برای پایش نرخ شکست در فرآیندهایی با داده‌های سانسور شده از راست معرفی کردند. نمودار های کنترل برای چندک‌های توزیع و بیبول تحت سانسورشدگی نوع دو مبنی بر یک کمیت مشروط توسط حقیقی و همکاران [۸] بیان شدند. رازا و همکاران [۹] نمودار کنترل مقدار ارزش انتظاری شرطی^۳ میانگین متحرک- موزون نمایی برای داده‌های دارای سانسورشدگی نوع یک که از توزیع پواسون- نمایی^۴ پیروی می‌کنند پیشنهاد کردند. آن‌ها همچنین دو رویکرد نمونه‌گیری تصادفی ساده^۵ و نمونه گیری مجموعه رتبه دار^۶ را برای این نمودار در نظر گرفتند. اسدزاده و همکاران [۱۰]، یک نمودار کنترل جمع تجمعی به همراه یک نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی مبتنی بر مقادیر ارزش انتظاری شرطی در جهت پایش قابلیت اطمینان محصولات در فرآیندهای تولیدی در حضور سانسورشدگی ثابت و متغیر پیشنهاد کردند. نتایج شبیه سازی دلالت بر عملکرد برتر رویکرد پایش مبتنی بر نمودار کنترل جمع تجمعی به منظور کشف حالات خارج از کنترل داشت. بیشتر فرآیندهای تولید محصولات، شامل چندین مرحله است که از هم مستقل نیستند به این معنی که تغییر در مشخصه کیفی ورودی بر

مدلهای زمان شکست تسریع یافته (AFT) و مخاطره متناسب کاکس (PH) مورد نیاز است. مدل AFT، یک یا چند عنصر از پارامترهای توزیع مورد نظر را به صورت تابعی از متغیرهای تاثیرگذار بیان می‌کند. در این پژوهش، مدل AFT برای تابع چگالی احتمال (pdf) و تابع توزیع تجمعی (cdf) متغیر پاسخ، به منظور اعمال اثر متغیر ورودی به کار گرفته شده است. بنابراین ω_k برداری است شامل پارامترهای α و x_k که α بردار ضرایب رگرسیونی و x_k برداری است از متغیرهای کیفی تاثیرگذار که بر k امین مشخصه کیفی خروجی اثر می‌گذارد. ω_k به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_k = q(\alpha, x_k) \quad (1)$$

فرض کنید مشخصه کیفی ورودی x از توزیع نرمال با میانگین و انحراف استاندارد که به ترتیب با μ_x و σ_x نشان داده شده‌اند، پیروی می‌کند $x \sim N(\mu_x, \sigma_x)$ و مشخصه کیفی خروجی y از توزیع ویبول با پارامترهای مقیاس و شکل که به ترتیب با η و β نمایش داده شده‌اند، پیروی می‌کند. $y \sim WEI(\eta, \beta)$. نمونه تصادفی ساده با اندازه n از داده‌های قابلیت اطمینان با توزیع ویبول^{۱۱} داریم: $y_{k1} < \dots < y_{kn}$ را نمونه تصادفی مرتب شده از این توزیع در نظر بگیرید. به سادگی با گرفتن لگاریتم طبیعی از این داده‌ها که از توزیع ویبول پیروی می‌کنند، توزیع کوچکترین مقدار حدی بدست می‌آید. $\log(y_{k1}) < \dots < \log(y_{kn})$ نمونه تصادفی مرتب شده از توزیع کوچکترین مقدار حدی^{۱۲} با پارامترهای مکان و مقیاس است که به ترتیب به صورت $u = \log(\eta)$ و $b = 1/\beta$ تعریف شده‌اند. $\log(y) \sim SEV(u, b)$ بنابراین $z_{k1} < \dots < z_{kn}$ نمونه تصادفی مرتب شده از توزیع کوچکترین مقدار حدی استاندارد (SSEV) است که z به صورت زیر به دست می‌آید:

$$z_{kj} = \frac{\log(y_{kj}) - u}{b} \quad (2)$$

تابع چگالی احتمال ϕ_{SEV} و تابع توزیع تجمعی Φ_{SEV} توزیع کوچکترین مقدار حدی استاندارد به صورت زیر است:

$$\phi_{SEV}(z) = \exp[z - \exp(z)] \quad (3)$$

$$\Phi_{SEV}(z) = 1 - \exp[-\exp(z)] \quad (4)$$

همان‌طور که ذکر شد، داده‌های در نظر گرفته شده دارای سانسورشدگی نوع دو هستند. سانسورشدگی نوع دو وضعیتی

تغییر توسعه داده شده است را به منظور پایش فرآیندهای پزشکی پیشنهاد کردند. همچنین به منظور پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای بدون حضور سانسورشدگی محققین تحقیقاتی را ارائه کرده‌اند. نیایک و همکاران [۱۵] به منظور بررسی اثر خاصیت آشناری بر عملکرد پایش پروفایل‌های خطی ساده در فرآیندهای دو مرحله‌ای، نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره و T^2 را پیشنهاد کردند. امیری و همکاران [۱۶] با به کارگیری الگوهای خطی تعمیم یافته و روش معکوس نورتا، به توسعه نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف در فرآیند دو مرحله‌ای در شرایطی که مشخصه کیفی مرحله دوم توزیع گاما دارد پرداختند آشگر و همکاران [۱۷] برای ارزیابی توان شناسایی تغییر در فرآیندهای چندمرحله‌ای برای فاز یک پایش پروفایل خطی ساده سه روش T^2 کنگ و آلباین، استور و بریل و روش ویلیامز را با یکدیگر مقایسه کردند. نتایج نشان داد که روش T^2 عملکرد بهتری نسبت به روش‌های دیگر دارد. باتوجه به مرور ادبیات، پایش داده‌های قابلیت اطمینان در حضور سانسورشدگی نوع دو در فرآیندهای چند مرحله‌ای تا کنون انجام نگرفته است. هدف این مقاله ارائه رویکرد پایش برای این فرآیندها است.

ساختار مقاله بدین صورت سازماندهی شده است: در بخش ۲، فرآیند دو مرحله‌ای، توزیع متغیرها و تابع درست‌نمایی سانسورشدگی نوع دو معرفی شده‌اند. رویکردهای پایش شامل نمودار کنترل CUSUM و نمودار کنترل با حدود احتمال در بخش ۳ شرح داده شده‌اند. در بخش ۴ نتایج حاصل از شبیه سازی به منظور ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل مورد بحث قرار گرفته است. به علاوه آنالیز حساسیت در بخش ۵ ارائه شده است. همچنین کاربرد نمودارهای کنترل پیشنهادی توسط مطالعه موردی در بخش ۶ نشان داده شده است. و در آخر، نتایج در بخش ۷ آمده است.

۲- بیان مسئله و مفروضات فرآیند

یک فرآیند دو مرحله‌ای را در نظر بگیرید که در آن مشخصه کیفی ورودی مربوط به مرحله اول (با x مشخص شده است) بر مشخصه کیفی خروجی مربوط به مرحله دوم (با y مشخص شده است) اثر می‌گذارد. به منظور پایش چنین فرآیندهایی، اثر متغیرهای ورودی می‌بایست بر متغیر خروجی در نظر گرفته شود و ارتباط میان دو متغیر مدل شود. همچنین مقادیر مربوط به مشخصه کیفی مرحله دوم دارای سانسورشدگی نوع دو است. بنابراین، به کارگیری مدل‌های رگرسیونی تحلیل بقا شامل

میانگین توزیع SEV ایجاد می‌شود. شایان ذکر است که $\gamma = 0.5772$ به عنوان ثابت اولر^{۱۳} شناخته شده است. به منظور طراحی نمودار کنترل جمع تجمعی، تابع درستنمایی عبارت- است:

$$L = \prod_{j=1}^r \exp[z_{kj} - \exp(z_{kj})] \times (\exp[-\exp(z_{kr})])^{n-r} \quad (8)$$

و آماره CUSUM به صورت زیر است:

$$s_k = \min(0, s_{k-1} - w_k) \quad (9)$$

$$s_0 = 0$$

که در آن w_k به صورت زیر تعریف شده است:

$$w_k = \log\left(\frac{L(z_k | \omega_{k1})}{L(z_k | \omega_{k0})}\right) \quad (10)$$

که ω_{k0} و ω_{k1} به ترتیب مقادیر تحت کنترل و خارج از کنترل پارامتر مربوط به متغیر کیفی پاسخ هستند. بنابراین واضح است که نمودار کنترل CUSUM پیشنهادی برای کشف شیفت از ω_{k0} (وضعیت تحت کنترل) به ω_{k1} (وضعیت خارج از کنترل) طراحی شده است. نمودار CUSUM به محض اینکه آماره خارج از حد کنترل پایین بیرون افتد هشدار می‌دهد. حد کنترل پایین lcl_1 طوری انتخاب می‌شود تا به متوسط طول دنباله (ARL) تحت کنترل مطلوب رسید. همچنین زمانی که خطای نوع یک مقداری دلخواه باشد و به عبارتی حدود کنترل اهمیت یکسانی نداشته باشند از این نمودار کنترل می‌توان استفاده کرد و حدود کنترل را بدست آورد. مقدار متوسط طول دنباله تحت کنترل از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \quad (11)$$

اساس فرمول ۱۲، به منظور دستیابی به ARL تحت کنترل مورد نظر، مقدار α تعیین می‌شود. با توجه به اینکه در پیش داده های قابلیت اطمینان، بررسی شیفت های کاهش مد نظر می باشد لذا محاسبه مقدار حد کنترل پایین و طراحی نمودار کنترل یک طرفه کفایت می کند با توجه به تابع درستنمایی رابطه ۸، لگاریتم نسبت درستنمایی (رابطه ۱۰) برای توزیع SSEV به صورت رابطه ۱۱ تعریف می شود

است که در آن کوچکترین مقدار r مقدار $(z_{k1} < \dots < z_{kr})$ در یک نمونه تصادفی مرتب شده n تایی مشاهده می‌شود در حالی که بقیه مقادیر $z_{k,r+1}, \dots, z_{kn}$ دارای سانسورشدهگی از راست در z_{kr} هستند و دارای مقدار ثبت شده برای z_{kr} هستند. بنابراین تابع درستنمایی به صورت زیر است:

$$L = \prod_{j=1}^r \phi_{SEV}(z_{kj}) \times (1 - \Phi_{SEV}(z_{kr}))^{n-r} \quad (5)$$

تابع درستنمایی به منظور ساختن نمودار کنترل جمع تجمعی (CUSUM) پیشنهادی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳- رویکردهای پایش فرآیند

در این بخش یک نمودار کنترل CUSUM و یک نمودار کنترل با حدود احتمال به منظور کشف شیفت‌های کاهش در میانگین داده‌های قابلیت اطمینان دارای توزیع ویبول در حضور سانسورشدهگی نوع دو پیشنهاد می‌شوند. توزیع‌های مختلفی به منظور مدل‌سازی داده های قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرند. در پژوهش حاضر، توزیع ویبول که توزیع محبوب و مشهوری در حوزه مدل‌سازی داده‌های قابلیت اطمینان است، مورد استفاده قرار گرفته است که به علت در نظر گرفتن خاصیت آبخاری در فرآیندهای چندمرحله‌ای به توزیع کوچکترین مقدار حدی استاندارد (SSEV) تبدیل شده است. پارامتر مقیاس (η) توزیع ویبول به مقادیر متغیر کیفی مرحله اول وابسته است و به صورت زیر تعریف شده است:

$$\eta = \exp(\alpha + \alpha_1 x) \quad (6)$$

که α و α_1 ضرایب مدل رگرسیونی هستند. بنابراین پارامترهای مورد استفاده در تابع درستنمایی تحت کنترل $\omega_{k0} = (\eta, \beta)$ و پارامترهای مورد استفاده در تابع درستنمایی خارج از کنترل (طراحی شده برای کشف شیفت‌های خاص)، $\omega_{k1} = (\theta\eta, \beta)$ می‌باشند. θ ضریب استفاده شده برای شیفت مقدار تحت کنترل پارامتر مقیاس η است. میانگین توزیع SEV برابرست با:

$$u - \gamma b = \log(\eta) - \gamma \left(\frac{1}{\beta}\right) \quad (7)$$

بنابراین با ثابت در نظر گرفتن پارامتر شکل β توزیع ویبول، با تغییر در پارامتر مقیاس توزیع ویبول، تغییری مشابه در

$$w_k = \log \left(\frac{\exp \left[\frac{\log(y_{k1}) - \log(\theta\eta)}{\beta} \right] - \exp \left(\frac{\log(y_{k1}) - \log(\theta\eta)}{\beta} \right)}{\exp \left[\frac{\log(y_{k1}) - \log(\eta)}{\beta} \right] - \exp \left(\frac{\log(y_{k1}) - \log(\eta)}{\beta} \right)} \right) \times \dots \times \exp \left[\frac{\log(y_{kr}) - \log(\theta\eta)}{\beta} \right] - \exp \left(\frac{\log(y_{kr}) - \log(\theta\eta)}{\beta} \right) \times \left(\exp \left[- \exp \left(\frac{\log(y_{kr}) - \log(\theta\eta)}{\beta} \right) \right] \right)^{n-r} \quad (11)$$

طرفه و نمودار کنترل با حدود احتمال یک طرفه با حد پایین شبیه سازی انجام گرفته است. به علاوه اندازه نمونه ۵، (n=5) و تعداد شکست‌های ۲، ۳، ۴، ۵ در نظر گرفته شده است. ARL به عنوان شاخص ارزیابی در نظر گرفته شده است. در طول شبیه سازی، حد کنترل پایین نمودارهای کنترل پیشنهادی به گونه‌ای تعیین شده است که به ARL تحت کنترل تقریباً ۲۰۰ برسیم. به منظور حداقل سازی مقدار خطا شبیه سازی ۱۰،۰۰۰ بار تکرار شده و مقادیر خطای استاندارد (SE) در کنار مقادیر ARL ثبت شده‌اند. همچنین شیفت‌های کاهش در میانگین با اندازه‌های ۰.۵٪، ۱.۰٪، ۲.۰٪ و ۳.۰٪ در نظر گرفته شده‌اند. نتایج شبیه سازی نمودار کنترل جمع تجمعی و نمودار کنترل با حدود احتمال برای تعداد شکست ۳ و ۴ و I=2 به ترتیب در جداول ۱ و ۲ نشان داده شده‌اند. طبق نتایج شبیه سازی، مشخص است که نمودار کنترل CUSUM عملکرد بهتری در کشف حالت‌های خارج از کنترل دارد زیرا دارای مقادیر ARL کمتر نسبت به نمودار کنترل با حدود احتمال به ازای تمام مقادیر r است. همچنین برای نشان دادن این مهم که نمودار کنترل CUSUM باز هم عملکرد بهتری نسبت به نمودار کنترل بر اساس حدود احتمال را دارد، این بار شبیه سازی و محاسبات ARL برای یک نمودار کنترل CUSUM طراحی شده برای کشف بهینه شیفت ۰.۹ صورت پذیرفته است. در این حالت و در مقایسه با شرایطی که نمودار CUSUM به ازای هر شیفت به طور بهینه طراحی شود، واضح است که مقادیر ARL تا حدی بزرگتر شده و لذا عملکرد کاهش پیدا کرده است ولیکن همچنان عملکرد نمودار کنترل CUSUM بهتر از نمودار کنترل با حدود احتمال است. جدول ۳ مقادیر ARL برای شیفت‌های مختلف نمودار CUSUM طراحی شده بهینه برای شیفت ۰.۹ را با مقادیر ARL نمودار کنترل CUSUM طراحی شده برای کشف بهینه هر شیفت در حالتی که تعداد شکست ۳ (r=3) است نشان می‌دهد به علاوه، شاخص ARL عملکرد نمودار کنترل را به ازای یک شیفت خاص محاسبه می‌کند. به منظور ارزیابی کلی نمودارهای کنترل به ازای تمام شیفت‌های مورد نظر، شاخص زبان درجه دوم اضافی (EQL)^{xi v} بکار می‌رود [۹]. فرمول محاسبه شاخص EQL در رابطه‌ی ۱۸ آمده است.

$$EQL = \frac{1}{\delta_{\max} - \delta_{\min}} \int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \delta^r ARL(\delta) d\delta \quad (18)$$

به منظور محاسبه حد کنترل پایین (lcl_r) در این نمودار مشخص بودن تابع چگالی احتمال و مقدار خطای نوع یک (α) می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\alpha = \int_{-\infty}^{lcl} f(z) dz \quad (13)$$

برای داده‌هایی با توزیع کوچکترین مقدار حدی استاندارد (رابطه ۲) که تابع چگالی احتمال آن‌ها در رابطه ۳ بیان شده است با استفاده از رابطه ۱۳، lcl محاسبه شده و به صورت زیر است:

$$lcl = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{1 - \alpha} \right) \right) \quad (14)$$

با توجه به اینکه آماره مورد نظر ما میانگین نمونه‌های n تایی می‌باشد و دارای توزیع مشخصی نیست بنابراین با استفاده از شبیه سازی حد کنترل پایین برای نمودار کنترل با حدود احتمال محاسبه خواهد شد. حد کنترل پایین lcl_r به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا به متوسط طول دنباله ARL تحت کنترل مطلوب برسیم. به ازای مقادیر سانسور شده از مقدار انتظاری شرطی (CEV) استفاده می‌کنیم که به صورت زیر است:

$$CEV(z_k) = E(Z_k | Z_k > z_{kr}) \quad (15)$$

با به کار گیری فرمول ۱۵، مقدار CEV برای توزیع کوچکترین مقدار حدی استاندارد به صورت زیر محاسبه شده است.

$$CEV_k = z_{kr} + \frac{\text{expint}(\exp(z_{kr}))}{\exp(-\exp(z_{kr}))} \quad (16)$$

که "expint" تابع انتگرال نمایی است و برابر است با:

$$\text{expint}(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (17)$$

۴- ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل

پس از طراحی نمودارهای کنترل به منظور پایش داده‌های قابلیت اطمینان در حضور سانسورشدگی نوع دو در فرآیند دو مرحله‌ای، عملکرد رویکردهای پایش مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. با هدف بررسی عملکرد نمودار کنترل CUSUM یک

جدول ۱- مقادیر ARL و خطای استاندارد برای نمودار کنترل CUSUM به ازای مقادیر مختلف r

δ	$r=5$		$r=4$		$r=3$		$r=2$	
	SE	ARL	SE	ARL	SE	ARL	SE	ARL
۱	۱/۶۷	۲۰۰/۲	۱/۶۹	۲۰۰/۳	۱/۶۷	۲۰۰/۶	۱/۷۰	۲۰۰/۵
۰/۹۷۵	۰/۷۸	۱۰۴/۱	۰/۸۳	۱۱۲/۲	۰/۸۸	۱۱۹/۱	۰/۹۷	۱۲۹/۹
۰/۹۵	۰/۴۵	۶۴/۲	۰/۵۱	۷۱/۱	۰/۵۵	۷۹/۳	۰/۶۵	۹۱/۱
۰/۹	۰/۱۹	۳۱/۳	۰/۲۲	۳۶/۰	۰/۲۷	۴۲/۳	۰/۳۴	۵۱/۹
۰/۸	۰/۰۷	۱۲/۶	۰/۰۸	۱۴/۷	۰/۱۰	۱۸/۱	۰/۱۳	۲۳/۵
۰/۷	۰/۰۳	۶/۷	۰/۰۴	۷/۸	۰/۰۵	۹/۹	۰/۰۷	۱۳/۱
EQL	۳۵/۶۲۰		۳۹/۴۹۴		۴۴/۱۱۳		۵۱/۰۶۲	

جدول ۲- مقادیر ARL و خطای استاندارد برای نمودار کنترل با حدود احتمال به ازای مقادیر مختلف r

δ	$r=5$		$r=4$		$r=3$		$r=2$	
	SE	ARL	SE	ARL	SE	ARL	SE	ARL
۱	۲/۰۰	۲۰۰/۳	۲/۰۱	۲۰۰/۳	۱/۹۹	۲۰۰/۰	۲/۰۰	۲۰۰/۸
۰/۹۷۵	۱/۷۷	۱۷۷/۹	۱/۸۰	۱۷۹/۵	۱/۷۹	۱۸۰/۴	۱/۸۹	۱۸۷/۵
۰/۹۵	۱/۵۶	۱۵۶/۶	۱/۶۱	۱۶۰/۱	۱/۶۳	۱۶۴/۳	۱/۷۵	۱۷۴/۰
۰/۹	۱/۱۷	۱۱۷/۹	۱/۲۵	۱۲۵/۳	۱/۳۵	۱۳۶/۰	۱/۴۸	۱۵۰/۰
۰/۸	۰/۶۸	۶۸/۳	۰/۷۵	۷۶/۱	۰/۸۴	۸۷/۴	۱/۱۲	۱۱۰/۴
۰/۷	۰/۳۶	۳۶/۸	۰/۴۳	۴۳/۶	۰/۵۶	۵۵/۶	۰/۷۶	۷۶/۶
EQL	۹۳/۵۲۴		۹۷/۶۷۴		۱۰۳/۴۱۵		۱۱۴/۲۷۸	

جدول ۳- مقایسه مقادیر ARL دو نمودار کنترل CUSUM

δ	طراحی شده برای کشف بهینه شیفت ۰/۹		طراحی شده برای کشف بهینه هر شیفت	
	SE	ARL	SE	ARL
۱	۱/۶۶	۲۰۰/۱	۱/۶۷	۲۰۰/۶
۰/۹۷۵	۱/۰۷	۱۲۴/۱	۰/۸۸	۱۱۹/۱
۰/۹۵	۰/۶۵	۸۰/۹	۰/۵۵	۷۹/۳
۰/۹	۰/۲۷	۴۱/۹	۰/۲۷	۴۲/۳
۰/۸	۰/۰۸	۱۹/۶	۰/۱۰	۱۸/۱
۰/۷	۰/۰۳	۱۲/۷	۰/۰۵	۹/۹

که بهترین نمودار کنترل به منظور کشف شیفت در میانگین فرآیند، نموداری است که دارای کمترین مقدار EQL است بنابراین نمودار کنترل CUSUM کاراترین نمودار میان دو نمودار کنترل پیشنهادی است.

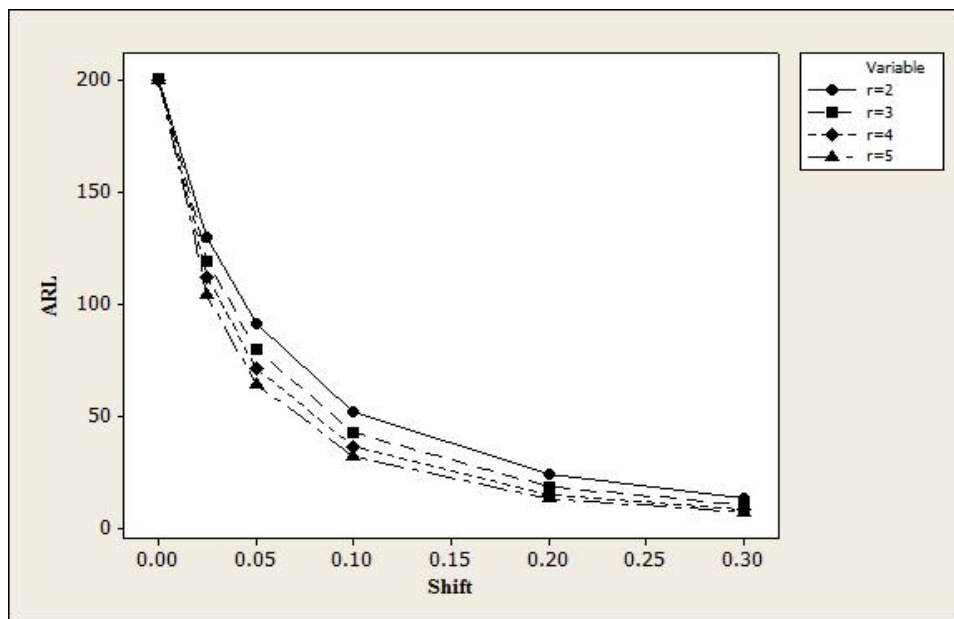
شاخص EQL را می‌توان به صورت میانگین وزنی ARL روی دامنه شیفت‌های فرآیند تعریف کرد [۱۸]. این شاخص برای نمودارهای کنترل پیشنهادی با تعداد شکست‌های متفاوت محاسبه شده است و در جداول ۱ و ۲ ثبت شده است. از آنجایی

۵- آنالیز حساسیت

پیشنهادی تحت شیفت‌های افزایشی v در میانگین x مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج در جدول ۴ نشان داده شده است.

قابل ذکر است که نمودار کنترل CUSUM برای کشف شیفت‌های کاهشی ۲.۵٪، ۵٪، ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ در میانگین فرآیند طراحی شده است. همان طور که انتظار می‌رود، شیفت در متغیر کیفی مرحله قبل اثر ناچیزی بر رویکرد کنترل پیشنهادی دارد که به دلیل در نظر گرفتن اثر متغیر مرحله قبل بر متغیر خروجی توسط مدل‌سازی ارتباط میان دو متغیر و تبدیل توزیع ویبول به توزیع کوچکترین مقدار حدی به منظور حذف اثر متغیر مرحله قبل است. به علاوه شیفت‌های کاهشی در x نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است و نتایج آن مشابه شیفت‌های افزایشی است که به دلیل تشابه گزارش نشده است.

همان طور که انتظار داریم با افزایش مقدار r (کاهش سانسورشدهی)، مقادیر ARL های خارج از کنترل نمودارهای کنترل پیشنهادی کاهش می‌یابد. در واقع با کاهش سانسورشدهی عملکرد نمودارهای کنترل بهتر می‌شود. شکل ۱ مقادیر ARL را به ازای تعداد شکست (نرخ سانسورشدهی) مختلف برای نمودار کنترل CUSUM نشان می‌دهد. به علاوه رویکرد پایش مبنی بر مدل رگرسیونی به منظور تمایز میان کیفیت خاص و کیفیت کل در نظر گرفته شده است. بنابراین کشف شیفت‌های ایجاد شده در مشخصه کیفی مرحله قبل مدنظر نیست زیرا این شیفت‌ها مربوط به مرحله جاری تحت بررسی نیستند. بدین منظور، عملکرد نمودار کنترل CUSUM



شکل ۱- مقادیر متوسط طول دنباله ARL برای نمودار کنترل CUSUM با $n=5$ و $r=5, 4, 3, 2$ به ازای شیفت‌های مختلف

جدول ۴- مقادیر ARL نمودار کنترل CUSUM تحت شیفت در متغیر کیفی x

$v=3$	$v=2$	$v=1$	$v=0$	θ
۲۰۱/۱	۲۰۱/۷	۲۰۱/۸	۲۰۰/۳	۰/۹۷۵
۲۰۰/۷	۲۰۰/۳	۲۰۱/۴	۲۰۰/۲	۰/۹۵
۱۹۹/۷	۲۰۱/۴	۲۰۰/۶	۲۰۰/۸	۰/۹
۲۰۱/۱	۱۹۹/۸	۱۹۹/۹	۲۰۰/۱	۰/۸
۲۰۱/۵	۱۹۹/۱	۲۰۱/۰	۲۰۰/۷	۰/۷

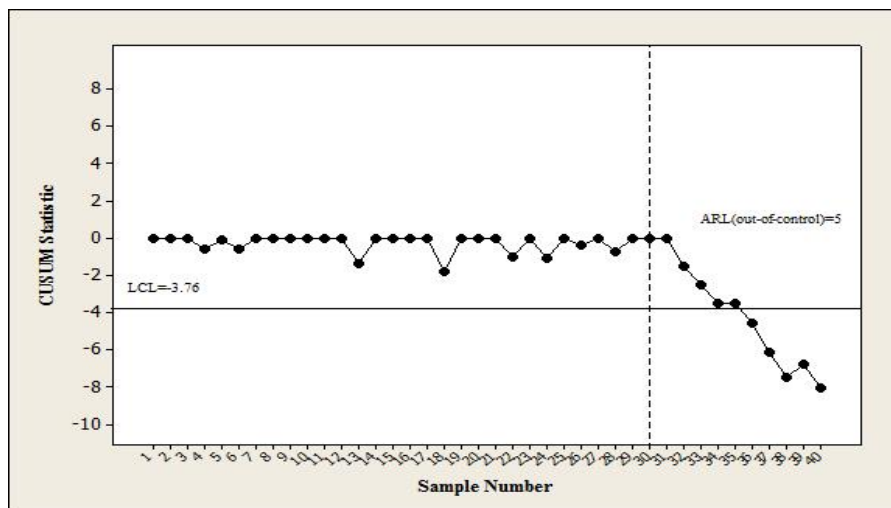
۶- مطالعه موردی

استحکام فشار با واحد کیلوگرم بر سانتیمتر مربع (kg/cm^2) است و اندازه نمونه ۵ است. ۳۰ نمونه اول تحت کنترل در نظر گرفته شده‌اند و با استفاده از آن‌ها در فاز ۱ طراحی نمودارهای کنترل، پارامترها تخمین زده شده‌اند و نمودارهای کنترل ساخته شده‌اند. تخمین پارامترها با استفاده از روش درست‌نمایی ماکزیم (MLE)^{۱۵} انجام شده است و مقادیر برابر $\hat{\alpha}_1 = 3/48$ ، $\hat{\alpha}_2 = -0/395$ و $\hat{\beta} = 2.97$ است. به علاوه ضخامت بطری‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین ۱.۵ و انحراف استاندارد ۰.۷ است. ۱۰ نمونه بعدی خارج از کنترل هستند زیرا کاهش ۲۰ درصدی در میانگین آن‌ها مشاهده شده است. داده‌ها در جدول ۵ ارائه شده‌اند و سانسورشدگی نوع دو با تعداد شکست $I=3$ برای داده‌های استحکام فشار در نظر گرفته شده است.

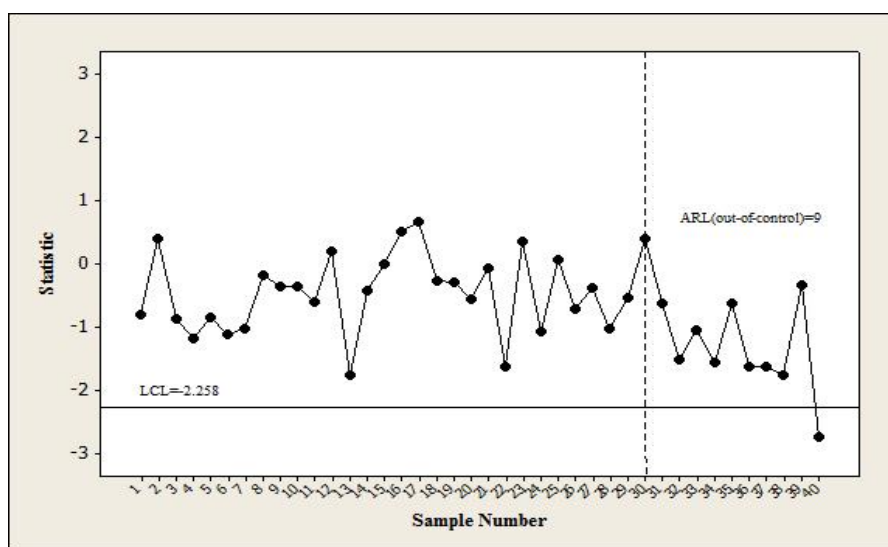
به منظور ارائه عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی در شرایط واقعی، این دو نمودار کنترل را به منظور پایش کیفی بطری‌های شیشه‌ای به کار می‌بریم. در این مطالعه، فشار تحمل شده (استحکام فشار) توسط بطری‌های شیشه‌ای تحت تاثیر ضخامت آن‌ها است. لازم به ذکر است که بطری‌های شیشه‌ای طی یک فرآیند چند مرحله‌ای در یک کارخانه تولید می‌شوند که ضخامت مشخصه کیفی یکی از مراحل ابتدایی تولید و استحکام فشاری، مشخصه کیفی مرتبط با مرحله‌ای دیگر از فرآیند است که تحت تاثیر عملکرد مراحل ابتدایی قرار دارد. داده‌های جمع‌آوری شده از فرآیند تولید به منظور کنترل کیفی، شامل ۴۰ نمونه از

جدول ۵- استحکام فشاری (مشخصه کیفی خروجی) بطری‌های شیشه‌ای

نمونه	استحکام فشار (kg/cm^2)					نمونه	استحکام فشار (kg/cm^2)				
۱	۵/۶۹	۱۷/۹۷	۲۵/۴۱	۲۳/۰۸	۱۸/۱۳	۲۱	۱۱/۲۳	۱۵/۱۸	۱۸/۱۷	۱۷/۸۵	۱۹/۱۶
۲	۲۹/۰۹	۲۲/۶۵	۱۸/۰۲	۲۲/۷۶	۲۴/۲۹	۲۲	۶/۰۱	۱۳/۳۰	۳۱/۶۹	۷/۲۰	۱۶/۶۲
۳	۱۰/۳۰	۲۰/۱۳	۲۴/۸۸	۴/۴۷	۱۵/۵۶	۲۳	۲۱/۰۶	۱۷/۱۲	۱۴/۴۸	۲۰/۰۳	۱۱/۷۲
۴	۵/۸۳	۱۸/۱۷	۱۶/۶۹	۱۳/۴۰	۹/۵۴	۲۴	۱۸/۸۴	۸/۵۲	۹/۷۲	۱۷/۱۵	۲۵/۲۷
۵	۸/۳۱	۱۸/۶۳	۸/۱۹	۲۴/۲۳	۱۵/۰۴	۲۵	۲۷/۰۹	۱۴/۲۷	۲۸/۶۸	۱۳/۶۲	۲۳/۴۹
۶	۲۳/۳۶	۱۱/۶۸	۲۱/۸۰	۱۴/۸۹	۷/۱۶	۲۶	۱۴/۸۷	۱۶/۵۰	۲۱/۶۶	۱۳/۸۷	۲۴/۷۳
۷	۳/۴۲	۱۲/۴۵	۱۵/۲۶	۱۸/۶۴	۱۴/۱۶	۲۷	۳۴/۲۰	۱۴/۶۰	۲۸/۷۳	۱۳/۹۶	۱۴/۹۰
۸	۱۵/۶۷	۲۰/۴۰	۱۳/۷۸	۲۸/۳۲	۲۶/۱۵	۲۸	۲۲/۴۱	۱۲/۷۹	۲۶/۳۹	۲۲/۱۴	۵/۳۸
۹	۱۳/۶۲	۱۱/۹۰	۲۱/۸۲	۳۰/۳۱	۲۳/۸۷	۲۹	۱۱/۲۵	۲۱/۸۸	۱۶/۹۹	۲۹/۳۱	۱۹/۲۲
۱۰	۲۴/۵۲	۲۷/۴۰	۱۲/۷۴	۳۱/۳۳	۱۷/۲۹	۳۰	۲۳/۸۸	۲۹/۲۷	۲۶/۹۴	۲۵/۷۴	۱۱/۴۷
۱۱	۲۵/۶۲	۱۶/۰۵	۲۲/۵۳	۲۷/۳۱	۷/۲۳	۳۱	۱۹/۷۷	۹/۱۳	۲۲/۲۸	۲۶/۰۰	۱۲/۷۷
۱۲	۱۹/۱۴	۱۹/۸۵	۱۹/۴۸	۱۱/۶۵	۲۳/۱۲	۳۲	۱۱/۲۰	۱۰/۵۱	۱۰/۶۷	۱۱/۶۲	۱۱/۷۰
۱۳	۴/۸۶	۵/۱۷	۱۹/۴۴	۱۵/۳۱	۱۷/۱۶	۳۳	۲۶/۶۸	۱۴/۲۷	۳۱/۱۰	۶/۰۲	۹/۹۹
۱۴	۱۷/۰۵	۲۴/۲۷	۹/۴۵	۹/۱۲	۱۸/۶۱	۳۴	۱۰/۸۱	۱۴/۷۹	۴/۳۰۳	۲۱/۷۸	۲۱/۴۵
۱۵	۱۹/۵۰	۱۶/۱۵	۲۵/۱۸	۲۶/۸۰	۷/۹۸	۳۵	۲۱/۹۱	۱۹/۱۲	۱۶/۳۷	۱۲/۳۵	۱۱/۸۸
۱۶	۱۸/۳۷	۲۰/۹۰	۱۶/۴۳	۱۷/۵۱	۱۸/۷۸	۳۶	۱۳/۵۳	۸/۵۰۷	۱۷/۱۲	۱۶/۲۳	۳/۳۶۴
۱۷	۲۳/۷۷	۲۹/۶۵	۱۶/۴۶	۲۶/۵۴	۲۴/۷۸	۳۷	۸/۰۵۸	۵/۹۴۳	۲۳/۶۲	۶/۲۰۱	۵/۱۴۷
۱۸	۹/۴۱	۶/۴۱	۳۶/۹۵	۲/۶۶	۲۴/۰۳	۳۸	۱۱/۳۱	۳/۹۳۲	۱۲/۴۳	۱۰/۶۹	۶/۸۷
۱۹	۳۸/۲۳	۲۴/۳۸	۱۷/۰۴	۲۴/۶۴	۱۰/۱۴	۳۹	۱۰/۴۱	۱۶/۷۴	۲۳/۵۳	۱۵/۸۳	۱۹/۲۳
۲۰	۵/۸۵	۳۱/۳۸	۱۸/۳۴	۱۰/۰۶	۲۰/۳۷	۴۰	۱۸/۹۷	۸/۰۴۸	۲۳/۲۳	۱۲/۲۷	۹/۴۸۹



شکل ۲- عملکرد نمودار CUSUM در مطالعه موردی



شکل ۳- عملکرد نمودار کنترل با حدوداحتمال در مطالعه موردی

کیفی خروجی تحت تاثیر متغیرهای کیفی ورودی است، ارائه شد. برای در نظرگرفتن خاصیت آبخاری در این فرآیندها، مدل رگرسیونی زمان شکست تسریع یافته (AFT) با هدف مدل سازی ارتباط میان مرحله‌های فرآیند استفاده شد و تبدیل داده‌های واقعی با توزیع ویبول به توزیع کوچکترین مقدار حدی استاندارد (SSEV) به منظور حذف اثرات متغیرهای مراحل قبل مورد استفاده قرار گرفت. سپس تشکیل تابع درستنمایی برای داده‌های دارای سانسورشدهی نوع دو مربوط به مشخصه کیفی خروجی به منظور ارائه رویکردهای پایش پیشنهادی در نظر گرفته شد. به منظور ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی، شبیه سازی‌های گسترده‌ای صورت پذیرفت. نتایج حاصل از شبیه سازی بیانگر این مهم بود که عملکرد نمودار CUSUM بسیار بهتر از عملکرد نمودار کنترل با حدود

شکل های ۲ و ۳ به ترتیب عملکرد نمودارکنترل CUSUM و نمودار کنترل با حدود احتمال را نشان می‌دهند. بدیهی است که نمودار CUUM پس از ۵ و نمودار کنترل با حدود احتمال بعد از ۹ نمونه هشدار می‌دهند. در نتیجه نمودار کنترل CUSUM عملکرد بهتری در کشف حالت خارج از کنترل دارد که نتایج حاصل از شبیه سازی را تایید می‌کند

۷- نتیجه گیری

یک نمودار کنترل جمع تجمعی و یک نمودار کنترل با حدود احتمال به منظور پایش داده‌های قابلیت اطمینان تحت سانسورشدهی نوع دو در فرآیندهای دو مرحله‌ای که متغیر

samples. *Journal of Statistical Computation and Simulation*.84,2734-2747.

[6] Guo B, Wang B.(2014).Control Charts For Monitoring The Weibull Shape Parameter Based On Type-II Censored Sample. *Quality and Reliability Engineering International*.30,13-24.

[7] Li ZH , Kong ZH.(2015).A Generalized Procedure for Monitoring Right-censored Failure Time Data. *Quality and Reliability Engineering International* .31,695-705.

[8] Haghghi F, Pascual F, Castagliola PH.(2015).Conditional Control Charts for Weibull Quantiles Under Type II Censoring. *Quality and Reliability Engineering International* .31,1649-1664.

[9] Raza SMM, Riaz M, Ali S.(2015).EWMA Control Chart for Poisson-Exponential Lifetime Distribution Under Type I Censoring. *Quality and Reliability Engineering International*.32,995-1005.

[۱۰] اسدزاده، شروین، طبایی خالدي، سيد محمد، کیادلیری ، فاطمه (۱۳۹۳) پایش داده‌های قابلیت اطمینان در حضور سانسورشدگی‌های ثابت و متغیر، نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، ۴(۴)، ۸۰-۷۱.

[11] Sego LH, Reynolds MR, Woodall WH.(2009).Risk-Adjusted monitoring of survival times. *Statistics in Medicine*.28,1386-1401.

[12] Zhang L, Gan FF, Loke CK.(2012). Phase I study of surgical performances with risk-adjusted Shewhart control charts. *Quality Technology and Quantitative Management*.9,375-382.

[13] Asadzadeh Sh, Aghaie A, Shahriari H, Niaki STA.(2015).Improving Reliability in Multistage Processes with Autocorrelated Observations. *Quality Technology & Quantitative Management*.12,143-157.

[14] Asadayoobi N, Niaki STA.(2016). patient survival times in surgical systems using a risk-adjusted AFT regression chart. *Quality*

احتمال است. همچنین علاوه بر ARL شاخص EQL نیز برای نمودارها محاسبه شد که برتری نمودار CUSUM را تایید می‌کرد. شایان ذکر است که افزایش تعداد شکست (کاهش نرخ سانسورشدگی) توانایی کشف نمودارهای کنترل را بهبود می‌بخشد. در آخر یک کاربرد واقعی از کارخانه تولید بطری‌های شیشه‌ای ارائه شد که برتری روش CUSUM پیشنهادی در کشف شرایط خارج از کنترل را نشان می‌داد.

لازم به ذکر است که در فرآیندهای چند مرحله‌ای با بیش از دو مرحله، متغیر کیفی خروجی می‌تواند به راحتی برای تمام متغیرهای تاثیر گذار مراحل قبل توسط مدل رگرسیونی بقا، مدل‌سازی شود و سپس متغیر خروجی پایش شود.

تشکر و قدردانی

نویسنده اول مقاله عضو بنیاد ملی نخبگان است و مراتب تقدیر و تشکر خود را از حمایت‌های بنیاد در قالب اعطای اعتبار پژوهشی اعلام می‌دارد. همچنین، نویسندگان مراتب قدردانی خود را از داوران مقاله به جهت نظرات مفید و موثرشان اعلام می‌دارند که مسلماً اعمال این نظرات به غنای مقاله حاضر انجامید.

مراجع

[1] Meeker WQ, Escobar LA.(1998). *Statistical Methods for Reliability Data*.Wiley:New York

[2] Asadzadeh Sh, Aghaie A.(2012). Improving the Product Reliability in Multistage Manufacturing and Service Operations. *Quality and Reliability Engineering International*.28,397-407.

[3] Olteanu D.A.(2010). *Cumulative Sum Control Charts for Censored Reliability Data*, PhD Thesis

[4] Pascual F, Li S.(2012). Monitoring the Weibull shape parameter by control charts for the sample range of type II censored data. *Quality and Reliability Engineering International*.28,233-246.

[5] Guo B, Wang B, Xie M.(2014). ARL-unbiased control charts for the monitoring of exponentially distributed characteristics based on type-II censored

Technology & Quantitative Management. DOI: 10.1080/16843703.2016.1208932

[۱۵] اخوان نیاکی، سیدتقی، سلیمانی، پریا، اقبالی قهیزی، معصومه. (۱۳۹۰). بررسی عملکرد روش های پایش پروفایل های خطی ساده در فرآیندهای دو مرحله ای ، نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، (۱)، ۶۰-۱.

[۱۶] امیری، امیرحسین، عسگری، علی، دورودیان، محمدهادی. (۱۳۹۱) پایش فرآیندهای دو مرحله ای با متغیر خروجی گاما با به کارگیری الگوهای خطی تعمیم یافته و روش معکوس نورتا. نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، (۱)۲، ۷۰-۱.

[۱۷] آتشگر، کریم، اخوان نیاکی ، سیدتقی، کلایی، مهدیه، سلیمانی، پریا. (۱۳۹۳). ارزیابی توان شناسایی تغییر در فرآیندهای چندمرحله ای برای فاز I پایش پروفایل خطی ساده. نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، (۴)۴، ۱۶-۱.

[18] Saddam AA, Riaz M, Miller A, Shabbir A, Nasir HZ. (2015). EWMA dispersion control charts for normal and non-normal processes. *Quality and Reliability Engineering International* .31.1691-1704

پیوست

اثبات فرمول CEV

$$\begin{aligned}
 &= z. (-\exp(-\exp(z))) \Big|_{z_{kr}}^{\infty} \\
 &\quad - \int_{z_{kr}}^{\infty} -\exp(-\exp(z)) dz \\
 &= z_{kr}. \exp(-\exp(z_{kr})) - \int_{z_{kr}}^{\infty} -\exp(-\exp(z)) dz \\
 &= z_{kr}. \exp(-\exp(z_{kr})) + \text{expint}(\exp(z_{kr})) \\
 &\quad \int_{z_{kr}}^{\infty} -\exp(-\exp(z)) dz \xrightarrow{u=\exp(z) \quad du=udz} = \\
 &\quad - \int_{z_{kr}}^{\infty} \frac{\exp(-u)}{u} du \xrightarrow{\text{expint}(x)=\int_x^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t} dt} = \\
 &\quad = -\text{expint}(u) \\
 &\quad = -\text{expint}(\exp(z_{kr}))
 \end{aligned}$$

در نتیجه داریم

$$\begin{aligned}
 CEV_k &= E(Z_k | Z_k > z_{kr}) \\
 &= \frac{\int_{z_{kr}}^{\infty} z. \exp[z - \exp(z)] dz}{\int_{z_{kr}}^{\infty} \exp[z - \exp(z)] dz} \\
 &= \frac{z_{kr}. \exp(-\exp(z_{kr})) + \text{expint}(\exp(z_{kr}))}{\exp(-\exp(z_{kr}))} \\
 &= z_{kr} + \frac{\text{expint}(\exp(z_{kr}))}{\exp(-\exp(z_{kr}))}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CEV_k &= E(Z_k | Z_k > z_{kr}) = \frac{E(Z_k > z_{kr})}{p(Z_k > z_{kr})} \\
 &= \frac{\int_{z_{kr}}^{\infty} z f(z) dz}{\int_{z_{kr}}^{\infty} f(z) dz} = \frac{\int_{z_{kr}}^{\infty} z. \exp[z - \exp(z)] dz}{\int_{z_{kr}}^{\infty} \exp[z - \exp(z)] dz}
 \end{aligned}$$

مخرج کسر برابر است با

$$\begin{aligned}
 &\int_{z_{kr}}^{\infty} \exp[z - \exp(z)] dz \xrightarrow{u=\exp(z) \quad du=udz} = \\
 &\int_{z_{kr}}^{\infty} \frac{\exp(\ln(u) - u)}{u} du \\
 &= \int \exp(-u) du \xrightarrow{v=-u \quad dv=-du}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int -\exp(v) dv = -\int \exp(v) dv = -\exp(v) \\
 &\xrightarrow{v=-u=-\exp(z)} = -\exp(-\exp(z)) \Big|_{z_{kr}}^{\infty} \\
 &= \exp(-\exp(z_{kr}))
 \end{aligned}$$

صورت کسر برابر است با

$$\begin{aligned}
 &\int_{z_{kr}}^{\infty} z. \exp[z - \exp(z)] dz \\
 &\xrightarrow{\substack{u=z \quad du=dz \\ dv=\exp[z-\exp(z)] \quad v=-\exp(-\exp(z))}} = uv - \int v du
 \end{aligned}$$

¹ Cumulative Sum
² Average Run Length
³ Conditional Expected Value
⁴ Poisson-Exponential
⁵ Simple Random Sampling
⁶ Ranked Set Sampling
⁷ Accelerated Failure Time
⁸ Proportional Hazard
⁹ Competing Risk
¹⁰ Autocorrelated observation
¹¹ Weibull distribution
¹² Smallest Extreme Value
¹³ Euler's Constant
^{xiv} Extra Quadratic loss (EQL)
¹⁵ Maximum Likelihood Estimate