تعیین اندازه دسته تولید با استفاده از مدل‌های MIP

سید محمدرضا داودی
استادیار، گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران (نویسنده مسئول)
Smrdavoodi@ut.ac.ir

چکیده یکی از پرکاربردترین زمینه‌ها در برنامه‌ریزی تولید مربوط به تعیین مقدار و توالی تولید محصولات است. توسعه مدل‌های تعیین اندازه دسته تولید به‌عنوان یکی از شاخه‌های علم برنامه‌ریزی تولید همواره جایگاهی خاص در میان پژوهشگران داشته است. تعیین اندازه دسته تولید به‌معنی شکستن یک دسته به تعدادی زیردسته است که هر زیردسته پس از تکمیل برای ادامه عملیات به ماشین بعدی منتقل می‌گردد به‌طوری‌که عملیات بتوانند هم‌پوشانی داشته باشند. هدف پژوهش حاضر، تعیین اندازه دسته تولید با در نظر گرفتن هزینه‌های توزیع و با استفاده از وسایل بارگیری واحد مثل پالت و کانتینر می‌باشد. مسائلی که با تصمیمات مربوط به تعیین اندازه دسته تولید و بارگیری محصولات در دستگاه‌ها همراه است، نیز در این مطالعه مدل‌سازی شدند که در این مدل‌ها، محدودیت‌هایی مثل محدودیت‌های وزنی، محدودیت‌های حجمی یا مقدار بار بارگیری شده در صندوقچه‌ها نیز در نظر گرفته شده‌اند. سرانجام، مدل‌های MIP بر اساس روش "انشعاب و برش" بر یک بسته بهینه‌سازی بررسی شدند و نتایج حاصل از این روش نشان داد که این روش‌ها امکان اجرا بر بسیاری از موقعیت‌های عملی مختلف را دارند.

کلمات کلیدی تعیین اندازه دسته، هزینه‌های حمل و نقل، هزینه‌های توزیع، مدل‌های MIP

۱- مقدمه

یکی از مسائل مهم در برنامه‌ریزی تولید، استفاده بهینه از منابع تولیدی می‌باشد. دسته‌ای از این منابع ماشین‌آلات تولیدی هستند که باید به‌صورت کارا و مؤثر مورد بهره‌برداری قرار گیرند. از سوی دیگر باید همواره حجم اندکی از محصولات و قطعات در داخل سیستم تولیدی وجود داشته باشد[۱]. واژه "تعیین اندازه دسته" در محیط‌های تولیدی گسسته برای تعریف فرآیند تعیین مقدار تولید هر محصول در یک افق برنامه‌ریزی چند دوره‌ای به‌کار می‌رود. تعیین اندازه دسته و برنامه‌ریزی تولید از مهم‌ترین وظایف در سیستم‌های تولیدی است که با اهدافی مانند بهینه‌سازی اندازه دسته، توالی بهینه از محصولات موجود در ماشین‌آلات تولیدی، حداقل‌سازی هزینه کل، متعادل‌سازی میزان استفاده از دستگاه‌ها و کاهش میانگین زمان انتظار برای مشتریان انجام می‌شود. این مسائل تأثیر قابل توجهی بر بهره‌وری سیستم‌های تولیدی دارد [۲].

در صنایع تولید دسته‌ای، کارها دسته‌بندی شده و دسته‌ها جهت پردازش بر روی واحدهای پردازش قرار گرفته و کامل می‌شوند. به پردازش هر دسته یک عملیات گفته می‌شود. دسته‌ها یا عملیات‌ها در یک دوره برنامه‌ریزی پردازش می‌شوند. هدف زمان‌بندی در تولید دسته‌ای، تعیین توالی پردازش مجموعه دسته‌ها است به‌طوری‌که بار کاری و یا حداکثر زمان تکمیل کمینه گرد [۳].

مسئله تعیین اندازه دسته تولید را می‌توان به‌عنوان یک مسئله بهینه‌سازی طرح‌های تولید در نظر گرفت که شامل تعیین کمیت هر محصول یا کالایی است که در یک یا بیش از یک ماشین تولیدی در هر دوره با افق زمانی می‌باشد که با هدف تأمین تقاضا برای هر کالا و بهینه‌سازی اهداف عملکردی، تولید می‌شوند. برنامه‌ریزی مؤثر تولید معمولاً با عوامل مختلفی همراه است؛ مثل هزینه‌های تولید، زمان موجود برای تولید، در دسترس بودن منابع و مواد اولیه، بازه زمانی تعیین شده برای تأمین تقاضای محصولات و نصب و راه‌اندازی ماشین‌های مربوط

به فرآیند تولید. هر یک از این عوامل می‌توانند تأثیرات مهمی بر هزینه‌های کلی و عملکرد کلی طرح تولید داشته باشند.

پژوهش‌های مختلفی در ارتباط با تعیین اندازه دسته تولید انجام شده است. مصلحی و مهردوست [۱]، از یک روش ابتکاری برای شکستن اندازه دسته تولید استفاده کرده‌اند و نتایج محاسبتی نشان داد که این روش در بیش از ۸۹٪ مسائل تولید شده به جواب‌های بهینه مسائل دست می‌یابد و نیز از لحاظ وضعیت مقدار جواب نیز اختلاف جواب‌های غیربهینه به‌دست آمده با جواب‌های بهینه مسائل کمتر از ۰/۳۱۰ درصد بوده است. حیدری و شمسایی [۴]، برای تعیین اندازه دسته‌ها از یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده کردند که با توجه به NP-Hard مدل، یک روش هیوریستیک برای حل آن ارائه داده‌اند. سرشتی و بیجاری [۵]، بیشینه‌سازی سود در مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید با فرض انعطاف در انتخاب تقاضا (PGLSP) را مورد بررسی قرار دادند. این مسئله توسعه‌ای بر مدل عمومی تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید GLSP است. علی‌محمدی [۶]، در مطالعه خود ارائه یک مدل ریاضی جهت تعیین اندازه بهینه دسته تولید با در نظر گرفتن خرابی ماشین، کمبود و موجودی در جریان ساخت را بررسی کرد. در این پژوهش با در نظر گرفتن فرضیاتی از قبیل امکان تولید محصولات معیوب با قابلیت دوباره‌کاری و بدون قابلیت دوباره‌کاری، مجاز بودن کمبود به‌صورت سفارشات عقب‌افتاده و در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت، مدل EPQ در حالت اعمال دو سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اضطراری توسعه داده شده است و با محاسبه تابع هزینه کل طی یک دوره در واحد زمان و کمینه‌سازی آن، در هر حالت یک متد جهت دستیابی به مقدار بهینه دسته تولید ارائه شده است. بیجاری و واعظ [۷]، مسئله عمومی تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید با جریمه دیرکرد را مورد بررسی قرار دادند. برای مسئله مذکور یک مدل ریاضی توسعه داده شده است که هدف آن کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های آماده‌سازی نگهداری و دیرکرد بود. همچنین یک الگوریتم ابتکاری ارائه و کارایی آن در دسته مسائل مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

شیرنشان و همکاران [۸]، به حل مدل تعیین اندازه دسته تولید در حالت چند دوره‌ای و چند محصولی و وجود محدودیت ظرفیت با تقاضای احتمالی و محدودیت سطح خدمت در حالت پس‌اُفت پرداخته‌اند. با توجه به اینکه این مدل از نوع NP-Hard است از روش فراابتکاری سرد کردن تدریجی برای حل این مدل استفاده کرده‌اند. کرم و ملاوردی اصفهانی [۹]، با در نظر گرفتن هزینه‌های آماده‌سازی، تنوع محصول، فرضیات تکنولوژی گروهی و امکان انتقال آماده‌سازی بین دوره‌ها، تولید دسته‌ای بر روی مجموعه‌ای از ماشین‌های موازی غیریکسان و نیز وجود دوره‌های تولیدی برای انجام فرآیند ساخت جهت برآوردن تقاضا در هر دوره با لحاظ کردن انبار و هزینه‌های انبارداری، تلاش برای هر چه نزدیکتر کردن مدل به شرایط واقعی صورت گرفته است و بر این اساس یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مختلط ارائه داده‌اند. کبیری زمانی و بیجاری [۱۰]، معیاری برای ایجاد یک مدل بهینه‌سازی استوار با رویکرد سناریوسازی در مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید همزمان با تقاضای غیرقطعی ارائه داده‌اند که در این راستا از یک مدل استوار غیرخطی بر اساس انحراف عملکرد مدل از مقادیر بهینه استفاده شده است که در مرحله بعد تبدیل به فرم خطی گردیده است. همچنین به‌عنوان یک معیار کمکی، متغیر کمبود به مدل اضافه شده است تا هزینه سطح سرویس در مدل قابل مشاهده باشد. حسینی و نصیری [۱۱]، تعیین اندازه دسته تولید را در حالت چندمحصولی با در نظر گرفتن قطعه معیوب در یک مدل کنترل موجودی با قابلیت کمبود مجاز و قابل جبران با تأثیر تورم و ارزش زمانی پول را مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از دو الگوریتم جستجوی شتاب‌دار و دیکو توماس به تعیین نقطه بهینه پرداختند. مقدسی و همکاران [۱۲]، به طراحی مدلی برای مسائل تولید دسته‌ای در صنایع فرآیندی پرداختند. مدل پیشنهادی بر پایه مدل‌های زمان‌بندی پروژه چند حالته با منابع محدود و مدل‌های برش و چیدمان می‌باشد. جهت حل مدل ارائه شده، یک ساختار تلفیقی برای پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است. مقایسه نتایج نشان داد که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی توانایی دستیابی به جواب‌هایی با کیفیت بالاتر نسبت به الگوریتم ژنتیک کلاسیک دارد و زمان اجرای الگوریتم ژنتیک کلاسیک کمتر از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی می‌باشد.

در مطالعه ریزک و مورتل[۱] [۱۳]، یک مدل تعیین اندازه دسته تولید را با خطوط متعددی از تولید و تحویل تقاضا برای مشتریان در زنجیره تأمین ارائه می‌دهند. لی و همکاران[۲] [۱۴]، به تجزیه و تحلیل ظرفیت حاملی می‌پردازند که به تعداد کانتینرها یا پالت‌های مورد نیاز برای بارگیری تمامی محصولات اشاره دارد. هدف از این مطالعه، تعیین همزمان اندازه دسته و سیاست حمل و نقل برای به حداقل رساندن هزینه کل؛ شامل هزینه تولید، هزینه نگهداری موجودی و هزینه حمل و نقل بود که برای حل آن از یک الگوریتم ابتکاری استفاده شده است. نوردن و ولد[۳] [۱۵]، در پژوهش خود، تعیین اندازه دسته تولید چندمحصولی با قرارداد رزرو ظرفیت حمل و نقل، فرض شده

است نرخ باربری به‌عنوان وزن حمل و نقل کاهش می‌یابد و یا حجم را افزایش می‌دهد. آنها نشان دادند مسئله تعیین اندازه دسته حمل و نقل برای پاسخگویی به تقاضای انبار با اجازه هیچ‌گونه انبار شدن و برای به حداقل رساندن هزینه کل است که از مجموع حمل موجودی، سفارش و هزینه‌های حمل و نقل به‌طور قوی از نوع NP-Hard است. آنیلی و تزور[۴] [۱۶]، در پژوهش خود، الگوریتم‌هایی برای مسائل اندازه دسته احتمالی چند آیتمی چند ماشینه، تقاضای خرده‌فروشانی را در نظر گرفتند که مستقیماً از کارخانه یا انبار تأمین می‌شدند و هزینه‌های حمل و نقل را در این بین در نظر گرفتند و از یک الگوریتم جستجو برای حل مسئله بهینگی استفاده کردند. استک و ژائو[۵] [۱۷]، مسئله‌ای را در رابطه با سیستم تولید برای سفارش مطالعه کردند. هدف اصلی از این سیستم برای طرح‌ریزی تعیین اندازه دسته تولید با هزینه‌های حمل و نقل بود. حمل و نقل این موارد به صورت برون‌سپاری بود و گزینه‌های مختلفی در رابطه با زمان تحویل ارائه شد. در این مطالعه آنها، از یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و مدل جریان حداقل هزینه استفاده کردند. ملو و وولسی[۶] [۱۸]، یک مدل تعیین اندازه دسته برای تولید دو سطحی با دوره T با هزینه‌های حمل و نقل ارائه دادند. در این مدل آنها از یک برنامه احتمالی با زمان اجرای O (T2logT) و فرمول توسعه یافته O (T3) و متغیرها و محدودیت‌های برابری O (T2) استفاده کردند.

اکسایو و تافه[۷] [۱۹]، در مطالعه خود، تقاضای بازار رضایت‌بخش با تعهدات تحویل یا هزینه‌های تحویل، مدل‌هایی برای مسئله‌ی تعیین اندازه دسته تولید با در نظر گرفتن هزینه‌های تولید و تحویل به مشتری نهایی ارائه دادند. وو و همکاران[۸] [۲۰]، دو مدل جدید برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای مسائل تعیین اندازه دسته ظرفیت‌دار چند سطحی با انبار شدن ارائه دادند و نشان دادند چهارچوب بهینه‌سازی پیشنهاد شده در مقایسه با روش‌های شناخته شده دیگر در ابعاد مختلف دارای عملکرد بهتری است. رمضانیان و همکاران [۲]، مسئله تعیین اندازه دسته و برنامه‌ریزی را برای انواع محصولات مختلف با ظرفیت و محدودیت در دسترس با افق برنامه‌ریزی برای چند دوره در نظر گرفتند و برای آن از یک مدل جدید برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط استفاده کردند و نتایج نشان داد روش پیشنهادی برای آزمون مسائل عملکرد خوبی دارد. مرابیتو و همکاران[۹] [۲۱]، مسائل مربوط به ظرفیت تعیین اندازه دسته تولید را با در نظر گرفتن هزینه‌های حمل و نقل محصولات تولید شده مورد مطالعه قرار دادند. این هزینه‌ها مربوط به تعداد پالت‌های مورد نیاز و یا کامیون‌های مربوط به بسته‌بندی و یا حمل محصولات از کارخانه به انبار بود. فضل‌بکی و همکاران[۱۰] [۲۲]، در مطالعه خود، یک روش حل ابتکاری برای مسائل تعیین اندازه دسته احتمالی با بازسازی و بهبود محصول در نظر گرفتند و از آنجا که این مسئله از نوع NP-Hard بود، یک مدل جایگزین عدد صحیح مختلط برای حل آن توسعه و ارائه دادند. تمپلمیر و هیلگر[۱۱] [۲۳]، مدل‌های برنامه‌ریزی خطی برای مسئله تعیین اندازه دسته احتمالی و تصادفی را با آیتم‌های متعدد و ظرفیت محدود تحت دو نوع درجه محدودیت در نظر گرفتند. ماسدو و همکاران[۱۲] [۲۴]، مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را در تولید و بازسازی ترکیبی برای مسئله تعیین اندازه دسته با تقاضای تصادفی، بازگشت و هزینه‌های راه‌اندازی ارائه دادند. نتایج اصلی مطالعه آنها نشان داد که هزینه‌های راه‌اندازی برای بازسازی می‌تواند در انتخاب بین تولید یا بازسازی، عامل تعیین‌کننده باشد.

با بررسی مطالعات پیشین، درمی‌یابیم مطالعات و پژوهش‌های معدودی وجود دارند که مستقیماً با موضوع این پژوهش مرتبط باشند، به‌عبارتی این پژوهش‌ها ارتباط نسبی با این مطالعه دارند. بعضی مطالعات به بررسی مسائل برنامه‌ریزی تولید و توزیع و بعضی دیگر به بررسی مسئله تعیین اندازه دسته تولید در کنار تصمیماتی برای حمل و نقل محصولات نهایی پرداخته‌اند. بااین وجود، تمرکز در این مقالات بر مسئله بارگیری موارد تولید شده نبوده است. بلکه بر دیگر هزینه‌های مربوط به فرآیند توزیع مثل هزینه‌های مسیریابی وسایل نقلیه‌ای متمرکز بوده است که این اقلام را توزیع می‌کنند. همچنین مطالعاتی نیز انجام شده است که طراحی مسائل تصمیات حمل و نقل و تعیین اندازه دسته تولید را بین کارخانجات مختلف در یک شرکت بررسی کرده‌اند، یعنی تصمیمات حمل و نقل برای مشتریان را در نظر نگرفته‌اند. در این پژوهش، مدل‌های MIP ارائه می‌شوند که به مسائل تعیین اندازه دسته محصول با در نظر گرفتن هزینه‌های توزیع با استفاده از وسایل تعیین واحد بار مثل پالت و کانتینر اشاره دارند، به همراه مدلی که مسائل تعیین اندازه و بارگیری را با محدودیت‌های وزن، حجم یا ارزش بار بارگیری شده در وسایل در نظر می‌گیرد.

ساختار مقاله حاضر به‌صورتی سازماندهی شده است که در بخش دوم مدل‌های MIP ارائه می‌شوند که شامل چهار مدل؛ بارگیری بر پالت‌ها بدون مخلوط کردن اقلام، انتقال پالت‌ها بر ناوگان مشابه، انتقال پالت‌ها بر ناوگان غیرمشابه، مدل یکپارچه برای مسئله تعیین اندازه دسته تولید و بسته‌بندی می‌باشد. در بخش سوم تحلیل محاسباتی مدل‌ها یعنی نتایج مسأله تعیین اندازه دسته با در نظر داشتن هزینه‌های توزیع (حمل اقلام)، نتایج مدل‌های ۱، ۲ و ۳، نتایج مسأله ترکیبی تعیین اندازه دسته و مسأله بسته‌بندی صندوق بیان شده است. سرانجام، در بخش آخر نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی ارائه شده است.

۲- بیان مسئله و مدل‌های MIP

این بخش به ارائه سه مدل برای مسائل تعیین اندازه دسته محصول با هزینه‌های حمل و نقل می‌پردازد که کالا در این مدل‌ها توسط وسایل تعیین بار واحد مثل پالت یا کانتینر منتقل می‌شوند، همین‌طور مدلی برای یک مسئله MIP یکپارچه با ترکیب تعیین اندازه دسته تولید و تصمیمات بارگیری کامیون‌ها. مدل اول موردی را در نظر می‌گیرد که بارها در آن باید بدون قاطی شدن موارد، درون پالت‌ها قرار بگیرند، یعنی هر پالت تنها با یک نوع کالا بارگیری می‌شود که در اغلب فرآیندهای تولید امری طبیعی است، به‌ویژه در محیط‌های تولیدی مثل شرکت‌های تولیدکننده نوشیدنی، انبارهای غذاهای آماده و کنسروی، صنایع ریسندگی. هزینه‌های حمل و نقل مستقیماً با تعداد پالت‌های مورد نیاز برای حمل هر مورد مرتبط است.

مدل دوم و سوم درحقیقت ادامه مدل اول هستند با در نظر گرفتن این نکته که پس از تخصیص موارد بر پالت‌ها، موارد آخری بر کامیون‌هایی با ناوگان مشابه (مدل دوم) و ناوگان نامشابه (مدل سوم) بارگیری می‌شوند و کامیون‌ها به یک مقصد می‌روند (مثلاً یک انبار). در عمل، مدل‌های دوم و سوم بیشتر در شرکت‌هایی ظاهر می‌شوند که تولید بالاتری دارند، برخلاف مورد اول که تولید در آن معمولاً آنقدر زیاد نیست که نیازی به تقاضا برای تخصیص یک کامیون باشد. میبینیم که در این موارد، هزینه‌های حمل و نقل مستقیماً با تعداد کامیون‌های مورد نیاز برای حمل پالت‌ها مرتبط است. مدل چهارم نشان‌دهنده موقعیت عملی است که اقلام تولید شده مستقیماً بر کامیون‌ها بارگیری می‌شوند (بدون وجود وسایل واسطه برای تعیین واحد بار). این مورد به‌طور مثال زمانی اتفاق می‌افتد که اقلام به اندازه کافی بزرگ باشند تا بر پالت‌ها یا دیگر وسایل تعیین واحد بارگیری شوند (مثل شرکت‌های مبلمان).

۲-۱- مدل ۱: بارگیری بر پالت‌ها بدون مخلوط کردن اقلام

برخلاف مدل‌هایی که در پیشینه مطالعاتی پژوهش مرور شدند، به‌طور مثال در مطالعه نوردن و ولد [۱۵]، اولین مدل MIP درواقع تولید اقلامی را در نظر می‌گیرد که اندازه‌های متفاوتی دارند و نمی‌توان آنها را بر یک پالت مخلوط کرد. بنابراین، باید ظرفیت پالت را برای هر نوع کالا تعیین کرد. این داده‌ها را می‌توان به‌عنوان یک مرحله آغازین با حل مسئله بارگیری پالت تولیدکننده که پیش از این ذکر شد، برای هر نوع کالا به‌دست آورد. این مسئله بارگیری در نظر می‌گیرد که اقلام در لایه‌های افقی بر سطح پالت مرتب می‌شوند که یک روش رایج برای تولیدکنندگان به‌منظور تسهیل ثبات چیدمان و بارگیری است. پارامترها و متغیرهای مدل به صورت زیر است:

پارامترها

n ،...، ۲،۱=i: تعداد انواع اقلام

T ،...، ۲،۱=t: تعداد دوره‌های زمانی در افق برنامه‌ریزی

S_{it}: هزینه راه‌اندازی برای تولید مورد i در دوره زمانی t

h_{it}^{+}: هزینه واحد موجودی کالا برای مورد i در دوره زمانی t

h_{it}^{-}: جریمه برای تأخیر یک واحد کالای i در دوره زمانی t

d_{it}: تقاضا برای مورد i در دوره زمانی t

b_i: زمان مورد نیاز برای تولید یک واحد کالای i

q_i: زمان راه‌اندازی برای تولید کالای i

Cap_t: ظرفیت تولید در دوره زمانی t

M: یک مقدار مثبت بزرگ

P_i: تعداد اقلام نوع i که می‌توان آنها را بر یک پالت بارگیری کرد (این داده بر اساس روش حل مسئله که پیش از این بیان شد، بدست آمد)

$c_.$: هزینه ثابت ماهیانه قرارداد

c_1: هزینه واحد حمل و نقل برای اولین پالت‌های R مورد استفاده

$c_۲$: هزینه واحد حمل و نقل برای دیگر پالت‌های مورد استفاده $(c_۲ > c_۱)$

R: تعداد مورد قرارداد پالت‌های اجاره شده با هزینه کمتر

متغیرهای تصمیم

X_{it}: مقداری که باید از مورد i در زمان t تولید شود

I_{it}^{+}: صورت موجودی مورد i در دوره زمانی t

I_{it}^{-}: انبار شدن مورد i در دوره زمانی t

Y_{it}: متغیر دوتائی نشان‌دهنده تولید مورد i در دوره زمانی t

$(Y_{it} = ۰$ درغیراین‌صورت $;\ X_{it} > ۰$ اگر $Y_{it} = ۱)$

A_{it}: تعداد پالت‌های منتقل شده حاوی مورد i در دوره زمانی t

B_{it}: تعداد پالت‌های منتقل شده حاوی مورد i در دوره زمانی t با هزینه واحد $c_۲$

هزینه‌های حمل و نقل در رابطه با تعداد پالت‌های مورد استفاده به صورت خطی جزء به جزء و محدب است. باید دقت داشت که هزینه حمل و نقل برای هر واحد از کمیت R، از مقدار $C_۱$ به $C_۲$ تغییر می‌کند. مدل ۱ به صورت روابط ۱ تا ۹ تعیین می‌شود:

مدل ۱:

$$z = min \sum_{i=۱}^{n} \sum_{t=۱}^{T} (h_{it}^{+} I_{it}^{+} + h_{it}^{-} I_{it}^{-} + s_{it} Y_{it}) + \sum_{t=۱}^{T} \left(c_{.} + c_{۱} \sum_{i=۱}^{n} A_{it} + c_{۲} \sum_{i=۱}^{n} B_{it}) \right) \quad (۱)$$

منوط به:

$$I_{i,t-۱}^{+} - I_{i,t-۱}^{-} + X_{it} - I_{i,t}^{+} + I_{i,t}^{-} = d_{it} \quad i = ۱, \dots, n; t = ۱, \dots, T \quad (۲)$$

$$X_{it} - M Y_{it} \leq ۰ \quad i = ۱, \dots, n; t = ۱, \dots, T \quad (۳)$$

$$\sum_{i=۱}^{n} (b_i X_{it} + q_i Y_{it}) \leq Cap_t \quad t = ۱, \dots, T \quad (۴)$$

$$B_{it} + A_{it} \geq \frac{X_{it}}{P_i} \quad i = ۱, \dots, n; t = ۱, \dots, T \quad (۵)$$

$$۰ \leq \sum_{i=۱}^{n} A_{it} \leq R \quad t = ۱, \dots, T \quad (۶)$$

$$I_{i.}^{+} = I_{i.}^{-} = I_{iT}^{-} = I_{iT}^{-} = ۰, \quad i = ۱, \dots, n \quad (۷)$$

$$X_{it} \geq ۰,\ I_{it}^{+} \geq ۰,\ I_{it}^{-} \geq ۰ \quad i = ۱, \dots, n; t = ۱, \dots, T \quad (۸)$$

$$A_{it}, B_{it} \in Z^{+}, Y_{it} \in \{۰,۱\} \quad (۹)$$

تابع هدف ۱، موجب به حداقل رساندن هزینه کلی می‌شود که بر اساس مجموع هزینه‌های تولید (فهرست موجودی، انبار شدن و راه‌اندازی ماشین‌آلات) و هزینه‌های حمل و نقل (هزینه قرارداد، هزینه پالت‌های ارزان‌تر و هزینه پالت‌های گران‌تر) به‌دست می‌آید. محدودیت ۲، به محدودیت‌های توازن تولید، تقاضا، فهرست موجودی و انبار کردن کالا اشاره دارد. محدودیت ۳، این اطمینان را به‌وجود می‌آورد که تنها زمانی تولید انجام می‌شود که هزینه و زمان راه‌اندازی در نظر گرفته شوند. محدودیت ۴، به محدودیت‌هایی بر ظرفیت تولید اشاره دارد. محدودیت ۵، نشان می‌دهد که تعداد کافی پالت برای انتقال هر کالا، مورد استفاده قرار می‌گیرد. محدودیت ۶، موجب محدود شدن استفاده از پالت‌ها با هزینه کمتر از مقدار R می‌شود. محدودیت ۷، بیان می‌کند که فهرست موجودی اولیه و نهایی و سطوح انبارداری برابر با ۰ است و محدودیت ۸، به غیرمنفی بودن متغیرهای تولید، فهرست موجودی و انبارداری اشاره دارد. در نهایت، در محدودیت ۹، دامنه‌های متغیرهای دوتائی و عدد صحیح تعیین می‌شوند. برای این مدل، M به‌عنوان مجموع تقاضاهای تمامی اقلام در طول فرآیند برنامه‌ریزی تعیین می‌شود، $M = \sum_{i=۱}^{n} \sum_{t=۱}^{T} d_{it}$.

۲-۲- مدل ۲: انتقال پالت‌ها بر ناوگان مشابه

دومین مدل MIP برای مسئله تعیین اندازه دسته تولید با هزینه‌های حمل و نقل چنین در نظر می‌گیرد که اقلامی که باید تولید شوند، انواع و اندازه‌های مختلفی دارند و نمی‌توان آنها را مطابق مدل ۱ بر یک پالت مخلوط کرد. بااین وجود، در عوض این مدل این نکته را نیز در نظر دارد که پس از تخصیص اقلام بر پالت‌ها، موارد آخری بر کامیون‌هایی با ناوگان مشابه بارگیری می‌شوند. در این مورد، هزینه‌های حمل و نقل مستقیماً با تعداد پالت‌های مورد استفاده در ارتباط نیست، امّا با تعداد کامیون‌های مورد نیاز برای انتقال پالت‌ها مرتبط است. علاوه بر مسئله موارد بارگیری (هم سایز) بر پالت‌ها (یک مسئله برای هر مورد کالا)، مسئله پالت‌های بارگیری (هم سایز) در کامیون وجود دارد. هر دو مسئله بسته‌بندی را می‌توان در یک پیش‌پردازش و با حل کردن مسئله بارگیری پالت تولیدکننده و در نظر گرفتن این نکته در نظر گرفت که پالت‌ها در لایه‌های افقی در بستر کامیون چیده شده‌اند که این مورد نیز در عمل بسیار متداول است. با این پیش پردازش، بیشترین تعداد پالت‌هایی که می‌توان بر کامیون منتقل کرد، محاسبه می‌شود. بنابراین، در کنار تعداد اقلام نوع i که بر هر پالت بارگیری می‌شود (P_i)، در ابتدا باید تعداد پالت‌هایی را با در نظر گرفتن ابعاد یکسان (طول و عرض) پیش از شروع فرآیند محاسبه کرد که می‌توان بر کامیون (P) بارگیری کرد (معمولاً به‌علت محدودیت ارتفاع، بیش از دو لایه از هر پالت بر کامیون قرار نمی‌گیرد).

پارامترهای اضافی مدل ۲:

P': بیشترین تعداد پالت‌هایی که می‌توان بر کامیون منتقل کرد

c_1: هزینه واحد اولین کامیون‌های مورد استفاده R'

c_2: هزینه واحد دیگر کامیون‌ها ($c_2 > c_1$).

R': تعداد توافق شده کامیون‌های کرایه شده با هزینه کمتر از c_1 (مشابه R مدل ۱).

متغیرهای اضافی تصمیم:

A_t: تعداد کامیون‌های مورد استفاده در دوره زمانی t با هزینه واحد c_1

B_t: تعداد کامیون‌های مورد استفاده در دوره زمانی t با هزینه واحد c_2

Z_{it}: تعداد پالت‌های مورد نیاز برای انتقال اقلام نوع i تولید شده در دوره زمانی t

مدل ۲ به‌صورت روابط ۱۰تا ۱۴ تعیین می‌شود:

مدل ۲:

$$z = min \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(h_{it}^{+}I_{it}^{+} + h_{it}^{-}I_{it}^{-} + s_{it}Y_{it}) + \sum_{t=1}^{T}(c_0 + c_1A_t + c_2B_t) \quad (10)$$

منوط به:

(۲)، (۳)، (۴)، (۷)، (۸)

$$B_t + A_t \geq \frac{1}{P'}\sum_{i=1}^{n} Z_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad (11)$$

$$Z_{it} \geq \frac{X_{it}}{P_i} \quad i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T \quad (12)$$

$$0 \leq A_t \leq R' \quad t = 1, \dots, T \quad (13)$$

$$A_t, B_t, Z_{it} \in Z^{+}, Y_{it} \in \{0,1\}$$
$$i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T \quad (14)$$

تابع هدف ۱۰ و محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ به‌سادگی به ترتیب از روابط ۱، ۶ و ۹ برای مسئله مورد نظر به‌دست آمدند. محدودیت ۱۱، تعداد کامیون‌های مورد نیاز برای انتقال پالت‌ها را با هزینه کمتر و هزینه گران‌تر تعیین می‌کند. محدودیت ۱۲، به تعداد پالت‌های مورد نیاز برای انتقال هر مورد در هر دوره اشاره دارد. ازآنجایی‌که موارد به یک مقصد منتقل می‌شوند (مثلاً، یک انبار) و چنین در نظر گرفته می‌شود که پالت‌ها ابعاد یکسانی دارند، نیازی به تغییر متغیرها بر اساس اطلاعات هر موردی که توسط کامیون‌ها حمل می‌شود، نیست.

مدل ۲ دارای $2T(n+1)$ متغیر عدد صحیح است درحالی‌که متغیرهای باقی‌مانده دارای مقادیری مشابه مدل ۱ هستند. به‌علاوه، مدل ۲ دارای $T(3n+3)+4n$ محدودیت است.

۲-۳- مدل ۳: انتقال پالت‌ها بر ناوگان غیرمشابه

سومین مدل MIP برای مسئله تعیین اندازه دسته تولید با هزینه‌های حمل و نقل در ادامه مدل‌های ۱ و ۲ ارائه می‌شود. این مدل وجود انواع متعددی از کامیون‌ها را با ظرفیت‌ها و هزینه‌های متعددی را نشان می‌دهد که در عمل در موقعیت‌های ناوگان غیرمشابه اتفاق می‌افتد. به همین ترتیب، مشابه موارد مدل‌های ۱ و ۲، مسئله بسته‌بندی برای پالت‌های بارگیری (هم‌سایز) در هر کامیون را می‌توان با حل کردن پیش‌پردازش به‌دست آورد (یک مسئله متفاوت برای هر نوع کامیون). باید در نظر داشت که مدل سوم با تصمیم‌گیری پیرامون این نکته همراه است که بسیاری از کامیون‌های هر نوع نسبت به مدل‌های قبلی متفاوت است، از این لحاظ که تنها یک عدد وجود دارد (پالت یا کامیون)، بدون نیاز به انتخاب بین گزینه‌های متفاوت کامیون با هزینه‌های مختلف. بنابراین، اکنون تصمیم‌گیری در رابطه با هزینه هر کامیون است. کامیون‌های کوچک‌تر دارای هزینه واحد کمتری هستند، امّا ظرفیت محدودی برای پالت‌های کمتر دارد، نه لزوماً متناسب با کاهش در هزینه. به‌طور مثال، یک کامیون می‌تواند نیمی از حجم کامیون دیگر را حمل کند و لزوماً نیمی از آن هزینه را ندارد.

پارامترهای اضافی مدل ۳:

K ،..., $k=1$: تعداد انواع مختلف کامیون

P'_k: بیشترین تعداد پالتی که می‌توان در کامیون نوع k حمل کرد

c_{1k}: هزینه واحد اولین کامیون نوع k

c_{2k}: هزینه واحد کامیون‌های اضافی نوع k

R'_k: تعداد مورد توافق کامیون‌های نوع k با هزینه کمتر c_{1k} (مشابه R و R' مدل‌های ۱ و ۲)

متغیرهای اضافی تصمیم:

A_{kt}: تعداد کامیون‌های نوع k مورد استفاده در دوره زمانی t با هزینه واحد c_{1k}

B_{kt}: تعداد کامیون‌های نوع k مورد استفاده در دوره زمانی t با هزینه واحد c_{2k}

Z'_{kt}: تعداد کامیون‌های نوع k برای انتقال پالت‌ها در دوره زمانی t

مدل ۳ به صورت روابط ۱۵ تا ۱۹ تعیین می‌شود:

مدل ۳:

$$z = min \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(h_{it}^{+}I_{it}^{+} + h_{it}^{-}I_{it}^{-} + s_{it}Y_{it}) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_{.} + \sum_{k=1}^{K}(c_{1k}A_{kt} + c_{2k}B_{kt})\right) \quad (15)$$

منوط به:

(۲)، (۳)، (۴)، (۷)، (۸)، (۱۲)

$$A_{kt} + B_{kt} \geq \frac{Z'_{kt}}{P_k}\sum_{i=1}^{n} Z_{it} \quad t = 1,\dots,T; k = 1,\dots,K \quad (16)$$

$$\sum_{k=1}^{K} Z'_{kt} = \sum_{i=1}^{n} Z_{it} \quad t = 1,\dots,T \quad (17)$$

$$0 \leq A_{kt} \leq R'_k \quad t = 1,\dots,T; k = 1,\dots,K \quad (18)$$

$$A_{kt}, B_{kt}, Z_{it}, Z'_{kt} \in Z^{+}, Y_{it} \in \{0,1\} \quad i = 1,\dots,n; t = 1,\dots,T; k = 1,\dots,K \quad (19)$$

تابع هدف ۱۵، با توجه به محدودیت ۱ برای هزینه‌های جدید حمل و نقل اصلاح می‌شود. محدودیت ۱۶، تعداد کامیون‌های مورد نیاز برای انتقال پالت‌ها در دوره زمانی t را محاسبه می‌کند. محدودیت ۱۷، نشان می‌دهد که تعداد پالت‌های منتقل شده توسط کامیون برابر با تعداد پالت‌های مورد نیاز برای انتقال تولید هر دوره است. باید دقت داشت که مدل هیچ اطلاعاتی در رابطه با این که چه مواردی بر کدام نوع کامیون بارگیری شده‌اند، ارائه نمی‌دهد، امّا این اطلاعات برای حل مسئله سودمند نیست، زیرا فرض ما بر این است که پالت‌ها اندازه یکسانی دارند و اقلام مقصد یکسانی دارند (مثلاً انبار). محدودیت ۱۸، استفاده از کامیون نوع k را با هزینه کمتر R'_k محدود می‌کند.

مدل ۳ دارای متغیرهای عدد صحیح $(nT + 3nK)$ و تعداد یکسانی از متغیرهای حقیقی و دوتائی مشابه مدل‌های دیگر است. باتوجه به تعداد محدودیت‌ها، مدل ۳ دارای $(3nT + 2T + 4n + 2KT)$ محدودیت است. این مدل را می‌توان برای مورد مشخصی که تنها یک نوع هزینه قراردادی (c_{1k}) برای هر نوع کامیون k دارد، اصلاح کرد. در این مورد، متغیرهای B_{kt} در نظر گرفته نمی‌شوند و تصمیمات تنها شامل انتخاب هر نوع کامیون است که تنها در کمیت‌های محدودی موجود هستند. اگر تعداد کامیون‌ها برای حمل کل تولید کافی نباشد، مسئله غیر قابل حل خواهد شد. این تغییر را می‌توان به‌عنوان نوعی انطباق مدل ۳ در نظر گرفت که هزینه c_{2k} در آن عملاً در یک مقدار بالا تعیین می‌شود.

۲-۴- مدل ۴: مدل یکپارچه برای مسئله تعیین اندازه دسته تولید و بسته‌بندی

در این مدل، برخلاف مدل‌های پیشین، پارامترهای بسته‌بندی را نمی‌توان از پیش محاسبه کرد، زیرا بسته‌بندی یک مورد مستقیماً به اندازه و کمیت دیگر مواردی بستگی دارد که در دوره مشابهی تولید شده‌اند. بنابراین باید مدل‌هایی ایجاد کرد که مسئله تعیین اندازه دسته را با مسئله بسته‌بندی بر اساس یک روش یکپارچه و همزمان ترکیب کند، به صورتی که تصمیمات مربوط به هر دو مسئله به صورت وابسته به یکدیگر باشند. به علت دشواری توسعه و حل مدل‌های تعیین اندازه دسته یکپارچه با مسئله بسته‌بندی باید سه بُعد مربوط به ترتیب چیدمان فیزیکی (طول، عرض و ارتفاع موارد و متغیرها) در نظر گرفته شود، این مطالعه تنها یک بُعد برای مسئله بسته‌بندی در نظر می‌گیرد. در این مورد، می‌توان چنین در نظر گرفت که این بُعد وزن، حجم یا ارزش کالا باشد. محدودیت ارزش بار ممکن است با بعضی حامل‌هایی بر مبنای محدودیت‌های ارزش بیمه واقع شود که در زمان بیمه کردن بار مطرح می‌شود که در بسیاری از کشورها متداول است مثل برزیل. می‌توان مشاهده کرد که مدل بسته‌بندی یک بُعدی مطرح شده بر مدل کانتوروویچ[۱۳] [۲۵] مبتنی است که برای نمایش این واقعیت اتخاذ می‌شود که بارگیری در هر دوره‌ای انجام می‌شود. در ادامه، مدلی برای مسئله MIP یکپارچه در ترکیب با تصمیمات تعیین اندازه دسته تولید و تصمیمات بارگیری کامیون بدون وسایل واسطه تعیین واحد بار مثل پالت و کانتینر ارائه می‌شود.

پارامترهای مدل ۴:

w_i: طول (یا وزن یا حجم یا ارزش) مورد i

W: ظرفیت هر کامیون بر حسب طول (یا وزن یا حجم یا محدودیت ارزش)

M: عدد مثبت و بزرگ

c: هزینه واحد هر کامیون مورد استفاده برای انتقال موارد تولید شده

متغیرهای تصمیم:

Z_{ikt}: تعداد موارد نوع i که به کامیون k در دوره زمانی t اختصاص دارد

A_{kt}: متغیرهای دوتائی تعیین‌کننده این نکته که آیا کامیون k در دوره زمانی t مورد استفاده قرار گرفته است یا خیر.

در مدل های ۱، ۲ و ۳، متغیرهای انتقال به صورت عدد صحیح هستند (بجای دوتائی بودن) و نشان داد که چه تعداد کامیون مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل، حامل یک متغیر دوتائی است که نشان می‌دهد آیا کامیون k در دوره زمانی t مورد استفاده قرار گرفته است یا خیر. به‌علاوه، هزینه انتقال (c) به‌سادگی به صورت خطی (به‌جای محدب خطی جزء به جزء) در نظر گرفته می‌شود. بااین وجود، این مدل همچنان برای موارد محدب معتبر است و در این مورد، به‌سادگی جایگزین مقدار ثابت c برای یک بردار هزینه می‌شود، که در آن R به اولین کامیونی اشاره دارد که دارای مقدار c_1 است و دیگر موارد

مقادیر c_2 را دارند. به‌علاوه، برای در نظر گرفتن هزینه‌های محدب جزء به جزء خطی، باید به‌سادگی محدودیتی اضافه کرد تا اطمینان حاصل شود کامیون $(K+1)$ تنها در صورتی مورد استفاده قرار می‌گیرد که کامیون k در حال استفاده باشد.

مدل ۴:

$$z = min \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(h_{it}^{+}I_{it}^{+} + h_{it}^{-}I_{it}^{+} + s_{it}Y_{it}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{M} cA_{kt.} \quad (۲۰)$$

$$I_{i(t-1)}^{+} - I_{i(t-1)}^{-} + X_{it} - I_{it}^{+} + I_{it}^{-} = d_{it}$$
$$; t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, n \quad (۲۱)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(b_i X_{it} + q_i Y_{it}) \le Cap_t \qquad t = 1, \dots, T \quad (۲۲)$$

$$X_{it} \le \sum_{j=1}^{T} d_{ij} Y_{it} \qquad t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, n \quad (۲۳)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i Z_{ikt} \le W A_{kt} \quad t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, m \quad (۲۴)$$

$$\sum_{k=1}^{M} Z_{ikt} = X_{it} \quad t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, n \quad (۲۵)$$

$$X_{it}, I_{it}^{+}, I_{it}^{-} \ge 0;\ Z_{ikt} \in N$$
$$t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m \quad (۲۶)$$

$$Y_{it}, A_{kt} \in \{0,1\}$$
$$t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m \quad (۲۷)$$

باید در نظر داشت که بر خلاف مدل‌های ۱، ۲ و ۳، مدل ۴ حاوی اطلاعاتی در رابطه با بارگیری اقلام در هر کامیون است. این موضوع به‌علت متغیرهای Z_{ikt} است که از مسئله بسته‌بندی به‌دست آمده است. مدل‌های ۱، ۲ و ۳ به‌علت پیش‌پردازش تنها حاوی بیشترین تعداد پالت‌هایی است که می‌توان در یک کامیون بارگیری کرد. محدودیت‌های ۲۱، ۲۲ و ۲۳ با مسئله تعیین اندازه دسته تولید مربوط است و محدودیت‌های ۲۴ و ۲۵ با بسته‌بندی محصول نهایی مرتبط است. محدودیت ۲۵ در واقع محدودیت دوگانه‌ای برای یکپارچه کردن تصمیمات تعیین اندازه دسته و بسته‌بندی است، چراکه متغیرهای تولید را با متغیرهای بارگیری مرتبط می‌سازد. این مدل با تعیین تعیین اندازه دسته و تعداد کامیون‌ها به‌منظور به حداقل رساندن مجموع هزینه‌های تولید و حمل و نقل همراه است (۲۰). محدودیت ۲۴ نشان‌دهنده محدودیت وزنی یا حجمی یا بیشترین ارزش کالا است. می‌توان به‌صورت دلخواه بیش از یکی از این محدودیت‌ها را در محدودیت ۲۴ انتخاب کرد که نشان‌دهنده این مقادیر بیشینه و بنابراین همزمان موجب محدود شدن مدل می‌شود.

مدل ۴ حاوی $nT(M+1)$ متغیر عدد صحیح، $T(n+M)$ متغیر دوتائی و $T(3n+M+1)$ محدودیت است. در این مدل، باید مقدار M را مشخص کرد، زیرا اگر بیش از حد بزرگ باشد، تعداد متغیرها و محدودیت‌ها نیز بزرگ خواهد شد. از طرف دیگر، اگر این مقدار بیش از اندازه کوچک باشد، ممکن است مسئله غیرعملی شود. در این مطالعه، تعداد کامیون‌های موجود (M) با ضرب کردن آستانه پائینی بر تعداد صندوق‌های مورد نیاز برای انتقال مقدار کل تقاضا، تعیین می‌شود. به‌عبارت دیگر، تعداد کامیون‌های موجود بر اساس معادله؛ $M = \beta > 1$ با $\left[\beta \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\frac{w_i d_{it}}{W}\right]$ به‌دست می‌آید. مقدار M که از این طریق بدست می‌آید بزرگتر از تعداد کامیون‌های مورد نیاز برای انتقال تولیدات است، زیرا برای هر دوره زمانی، در مسئله تعداد M کامیون وجود دارد. در عمل، مقدار M توسط خود شرکت تعیین می‌شود (به‌عنوان پارامتری از مسئله)، که در واقع برابر با تعداد کامیون‌های موجود در هر دوره زمانی است. اگر ناوگان به صورت نامحدود در نظر گرفته شود، یعنی هیچ حد بالایی در رابطه با تعداد کامیون‌های مورد نیاز در هر دوره وجود نداشته باشد، مدل ۴ معتبر خواهد بود، امّا باید یک حد بالایی برای تعداد کامیون‌ها تعیین کرد. قابل ذکر است که

برای مورد خاص مدل یکپارچه که تنها یک دوره تولید وجود دارد و هیچ محدودیت ظرفیت وجود ندارد، مسئله تعیین اندازه دسته یکپارچه با بسته‌بندی یک بُعدی را باید تنها به‌عنوان یک مسئله بسته‌بندی یک بُعدی در نظر گرفت.

۳- تحلیل محاسباتی مدل‌ها

در این بخش، مدل‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ در نرم‌افزار گمز[۱۴] مدل‌سازی شدند و با بسته‌های حل CPLEX 12.5.1.0 و BONMIN (بهترین جواب حل شده توسط دو بسته پیشنهادی انتخاب شد) در کامپیوتر با مشخصات پنتیوم دو هسته‌ای ۲ گیگاهرتز با رم ۱ گیگابایت[۱۵] حل شدند. نتایج نشان دادند که بسته CPLEX برای جواب بهینه مناسب‌تر می‌باشد. داده‌ها براساس پارامترهای تعیین شده در جداول ۱ و ۲ شبیه‌سازی شد که از داده های واقعی در پژوهش نوردن و ولد [۱۵] الهام گرفته شد.

۳-۱- تحلیل نتایج مسأله تعیین اندازه دسته با در نظر داشتن هزینه‌های توزیع (حمل اقلام)

به‌منظور تولید مسائل برای مدل‌های ۱، ۲ و ۳ از داده‌های تولید شده در پژوهش‌های نوردن و ولد [۱۵] و مولینا و همکاران[۱۶] [۲۶] استفاده کرده‌ایم که برخی پارامترها ثابت و برخی پارامترها برای مسائل بصورت متغیر در نظر گرفته شدند. جدول ۱ داده‌های ثابت اسکالر و بازه‌ای را نمایش می‌دهد و پارامترهای متغیر در جدول ۲ ارائه می‌گردد که پارامترهای بازه‌ای بر اساس توزیع یکنواخت در نرم‌افزار متلب تولید شد و در مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفت.

جدول ۱- داده‌های ثابت برای مدل‌های ۱، ۲ و ۳

پارامتر	مقدار
s_{it}	۵۰
h_{it}^{+}	۳
h_{it}^{-}	۱۰
b_i	۱
q_i	$\{۱۰,۳۰\}$
ED_i	$\{۴۰,۷۰۰\}$
d_{it}	$[[ED_i/۲],[۳ED_i/۲]]$
p_i	$\{۵۰,۱۵۰\}$
FR	۱/۴
p'_k(Model ۲)	$\{۴۰,۸۰\}$
p'_k(Model ۳)	$\sum_{j=۱}^{k} p'_j$, k: Truck Number

ظرفیت تولید در هر دوره (Cap_t) بر اساس زمان‌های تولید و راه‌اندازی و تقاضا برای هر نوع کالا تولید می‌شود که در رابطه ۲۸ نشان داده شده است:

$$Cap_t = \left\lfloor \frac{\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{T}(b_i d_{ij} + q_i)}{\alpha T} \right\rfloor \quad t = ۱, \dots, T \tag{۲۸}$$

که پارامتر α در رابطه بالا یک کنترل‌کننده برای کمبود ظرفیت در هر دوره می‌باشد. حداکثر تعداد پالت‌ها یا پارامتر R نیز مطابق با کسری از میانگین تقاضایی که با هزینه کمتر ($c_۱$) حمل می‌شود، محاسبه شده است. علاوه بر داده‌هایی که برای تولید مسائل به‌صورت ثابت فرض گردید، برخی داده‌ها به‌صورت متغیر تعریف گردید تا مسائل متنوعی برای آزمون مدل‌ها تولید شود. تعداد اقلام (n)، تعداد دوره‌ها (T)، هزینه‌های حمل و نقل ($c_۱, c_۲$)، و پارامتر کنترلی (α). با توجه به پارامترهای متغیر ۱۶ گروه مسأله تولید می‌شود که براساس جدول ۲ می‌باشد.

جدول ۲- داده‌های متغیر برای مدل‌های ۱ و ۲

مسأله	تعداد اقلام	تعداد دوره‌ها	پارامتر کنترلی (α)	هزینه کم ($c_۱$)	هزینه زیاد ($c_۲$)
گروه ۱	۵۰	۲۰	۰/۸۵	۵۰	۲۰۰
گروه ۲	۵۰	۵۰	۰/۹	۵۰	۲۰۰
گروه ۳	۱۵۰	۲۰	۰/۸۵	۵۰	۲۰۰
گروه ۴	۱۵۰	۵۰	۰/۹	۵۰	۲۰۰

مسأله	تعداد اقلام	تعداد دوره‌ها	پارامتر کنترلی (α)	هزینه کم (c_1)	هزینه زیاد (c_2)
گروه ۵	۵۰	۲۰	۰/۸۵	۵۰	۲۰۰
گروه ۶	۵۰	۵۰	۰/۹	۵۰	۲۰۰
گروه ۷	۱۵۰	۲۰	۰/۸۵	۵۰	۲۰۰
گروه ۸	۱۵۰	۵۰	۰/۹	۵۰	۲۰۰
گروه ۹	۵۰	۲۰	۰/۸۵	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۰	۵۰	۵۰	۰/۹	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۱	۱۵۰	۲۰	۰/۸۵	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۲	۱۵۰	۵۰	۰/۹	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۳	۵۰	۲۰	۰/۸۵	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۴	۵۰	۵۰	۰/۹	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۵	۱۵۰	۲۰	۰/۸۵	۱۵۰	۵۰۰
گروه ۱۶	۱۵۰	۵۰	۰/۹	۱۵۰	۵۰۰

هزینه‌های حمل و نقلی برای مدل سوم با دو مدل دیگر کمی متفاوت است و به وسائط باربری بستگی دارد یعنی اگر ۵ وسائط باربری در کارگاه استفاده شود، هزینه حمل حداقل برای هر کدام تعریف می‌گردد و هزینه حمل حداکثر حدود ۱/۵ برابر هزینه حداقل برای هر وسیله باربری در نظر گرفته می‌شود. در مسائل مدل سوم، هزینه حداقل برای ۱۰ وسائط باربری به‌صورت جدول ۳ در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۳- هزینه حداقل برای ۱۰ وسائط باربری

K	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
c_1	۵۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰	۲۶۰	۳۰۰	۳۲۰	۳۴۰	۳۵۰	۴۰۰

۳-۲- تحلیل نتایج مدل‌های ۱، ۲ و ۳

در این بخش، سه مدل با داده‌های تولید شده اجرا شدند و مورد تحلیل قرار گرفتند. به‌منظور تحلیل مدل‌ها، محدوده زمان اجرا برای بسته BONMIN و بسته CPLEX مطابق با یک حد معینی تنظیم گردید و نتایج هر کدام از بسته‌هایی که جواب شدنی بهتری ارائه دادند، مورد استفاده و تحلیل قرار گرفت. بسته‌های مذکور از الگوریتم انشعاب و برش[۱۷] برای حل مدل‌ها استفاده کردند و معیارهای بررسی در نتایج برای مدل‌ها شامل تابع هدف[۱۸]، شکاف[۱۹]، و زمان محاسباتی[۲۰] عملیات می‌باشد. نتایج مدل ۱ در جدول ۴ نمایش داده می شود و همان‌طور که در جدول مشخص است، برخی از گروه مسائل شکاف زیادتری نسبت به سایر گروه‌ها دارند و این در شرایطی است که زمان و تلاش محاسبات زیادی در CPLEX یا بسته BONMIN برای رسیدن به جواب بهتر نیاز می‌باشد و نشان می‌دهد که زمان پیش‌فرض بسته برای رسیدن به جواب بهینه کافی نمی‌باشد.

جدول ۴- نتایج به‌دست آمده برای مدل ۱

مسأله	تابع هدف	شکاف (٪)	زمان محاسباتی
گروه ۱	۶۵۶۸۵۹	۰/۳۳	۵۰
گروه ۲	۷۲۲۶۳۱	۰	۵۰

مسأله	تابع هدف	شکاف (٪)	زمان محاسباتی
گروه ۳	۷۹۶۳۹۸	۰	۴۴
گروه ۴	۲۰۲۲۹۵۰	۲/۶۳	۵۰
گروه ۵	۷۳۳۱۶۳	۱/۵۱	۵۰
گروه ۶	۷۲۲۶۷۵	۰	۳۰
گروه ۷	۷۹۶۸۷۲	۰/۰۴	۵۰
گروه ۸	۲۰۱۶۵۸۴	۲/۲۹	۵۰
گروه ۹	۱۶۱۶۹۸۲	۴/۲۶	۵۰
گروه ۱۰	۱۸۹۲۵۹۷	۱/۳۹	۵۰
گروه ۱۱	۲۰۸۲۰۹۶	۲/۲	۵۰
گروه ۱۲	۵۳۱۸۸۵۰	۵/۵۸	۵۰
گروه ۱۳	۱۶۵۷۹۲۴	۲/۵۵	۵۰
گروه ۱۴	۱۸۸۹۸۳۳	۱/۲۵	۵۰
گروه ۱۵	۲۰۶۳۲۴۴	۱/۳۱	۵۰
گروه ۱۶	—	—	—

از طرفی در نتایج مشهود است که گروه‌های ۹ تا ۱۶ برای حل بسیار سخت‌تر بوده است، زیرا شکاف بیشتری نسبت به سایر گروه ها (۱ تا ۸) دارد و همچنین نتوانستیم با استفاده از بسته BONMIN با زمان طولانی به یک جواب شدنی دست یابیم و با بسته CPLEX به جواب‌های فوق رسیده‌ایم. لذا می‌توانیم نتیجه بگیریم که افزایش هزینه‌های حمل و نقل در حل مسأله بسیار مؤثر بوده است، به‌طوریکه آن‌را با سختی مواجه کرده است و این می‌تواند به‌علت تضاد بین هزینه‌های حمل و آماده‌سازی بالا باشد. به‌عنوان مثال می‌توانیم گروه ۱۶ را بررسی کنیم که در آن در مدت زمان مذکور، جواب شدنی یافت نشده است و نیازمند زمان بیشتری در بسته CPLEX می‌باشد و نشان‌دهنده سخت بودن مسأله با ابعاد بالا و هزینه‌های بالا می‌باشد. همان‌طور که در جداول ۵ و ۶ نتایج مربوط به مدل‌های ۲ و ۳ دیده می‌شود سختی حل مدل‌ها توسط بسته‌های نرم‌افزاری کاملاً مشهود است و این نشان می‌دهد هرچه هزینه‌ها بیشتر شود (گروه‌های ۹ تا ۱۶) مسأله سخت‌تر می‌شود و تلاش محاسباتی بیشتری را به دنبال خواهد داشت. ولی با این حال شکاف بیشتر می‌شود و نشان‌دهنده سختی مسأله است.

جدول ۵- نتایج به‌دست آمده برای مدل ۲

مسأله	تابع هدف	شکاف (٪)	زمان محاسباتی
گروه ۱	۵۳۹۳۲	۰	۵۰
گروه ۲	۱۳۴۹۹۴	۰	۵۰
گروه ۳	۱۵۹۵۱۷	۰	۵۰
گروه ۴	۳۹۸۸۷۱	۰/۰۹	۵۰
گروه ۵	۱۲۹۴۵۳	۱/۴۲	۵۰
گروه ۶	۱۳۵۲۵۵	۰/۰۸	۵۰
گروه ۷	۱۶۰۶۴۷	۰	۵۰
گروه ۸	۴۰۰۵۳۸	۰/۲۸	۵۰
گروه ۹	۶۱۸۵۰	۱/۸۷	۵۰
گروه ۱۰	۱۵۴۸۴۹	۰/۵۴	۵۰
گروه ۱۱	۱۷۸۴۷۹	۰/۰۲	۵۰
گروه ۱۲	۴۴۷۳۰۰	۶/۸۷	۵۰
گروه ۱۳	۱۴۰۱۹۰	۴/۳۴	۵۰
گروه ۱۴	۱۵۵۲۵۵	۱/۹۳	۵۰
گروه ۱۵	۱۷۹۷۶۵	۰/۸۲	۵۰
گروه ۱۶	۵۱۹۹۴۶	۱۴/۴۸	۵۰

جدول ۶- نتایج به‌دست آمده برای مدل ۳

مسأله	تابع هدف	شکاف (٪)	زمان محاسباتی
گروه ۱	۵۸۰۰۰	۱/۷۹	۵۰
گروه ۲	۱۴۵۴۱۰	۱/۷	۵۰
گروه ۳	۱۸۳۰۸۵	۰/۹	۵۰
گروه ۴	۴۵۵۸۲۱	۱/۵۱	۵۰
گروه ۵	۱۳۳۴۳۱	۲/۴۹	۵۰
گروه ۶	۱۴۵۴۵۰	۱/۵۸	۵۰
گروه ۷	۱۸۴۲۸۵	۰/۹۷	۵۰
گروه ۸	۴۵۷۳۹۳	۱/۵۳	۵۰
گروه ۹	۶۴۰۰۸	۳	۵۰
گروه ۱۰	۱۶۰۰۴۲	۲/۸۸	۵۰
گروه ۱۱	۱۹۹۱۳۹	۱/۰۹	۵۰
گروه ۱۲	۴۹۶۳۳۲	۱/۹۳	۵۰
گروه ۱۳	۱۴۰۰۶۹	۳/۴	۵۰
گروه ۱۴	۱۶۰۳۵۳	۲/۲۹	۵۰
گروه ۱۵	۲۰۰۸۱۰	۱/۳۹	۵۰
گروه ۱۶	۴۹۷۸۷۶	۱/۹۴	۵۰

همچنین تعداد گره‌هایی که بسته نرم‌افزاری برای حل مدل‌ها و رسیدن به جواب بهینه طی کرده است را مورد بررسی و تحلیل قرار دادیم که نتایج آن در جدول ۷ نشان داده شده است و بیان می‌کند که گره‌های طی شده در مدل ۳ بیشتر از مدل ۲ و بیشتر از مدل ۱ می‌باشد که بنا بر پیچیدگی مدل ۳ نسبت به دو مدل دیگر قابل توجیه است. از طرف دیگر بسته نرم‌افزاری، بجز در مواردی از گروه‌های مسائل، در غالب مسائل جواب‌های بسیار خوبی با شکاف کمتر از ۴٪ در اولین جواب حاصله (گره ریشه) ارائه داد که پس از آن در طول محدوده زمانی جواب شدنی بهینه ای حاصل گردید و از این تحلیل نتیجه گرفته می‌شود که بسته نرم‌افزاری در حل مدل‌های ارائه شده مؤثر بوده است.

جدول ۷- نتایج به‌دست آمده از بسته CPLEX در تعداد گره‌های طی شده برای جواب بهینه

مدل‌ها	مدل ۱	مدل ۲	مدل ۳
میانگین تعداد گره‌ها	۷۳۶	۱۴۲۹	۳۸۰۷

۳-۳- تحلیل نتایج مسأله ترکیبی تعیین اندازه دسته و مسأله بسته‌بندی صندوق

در این بخش، مدل چهارم یعنی مدل ترکیبی مسائل تعیین اندازه دسته و بسته‌بندی صندوق مورد آزمون و تحلیل قرار گرفته شده است. ابتدا روش تولید پارامترها و داده‌های مدل چهارم را شرح داده شده است. به‌منظور تولید داده‌ها از قبیل اندازه اقلام تولیدی و وسائط باربری از داده‌های بکار رفته در پژوهش بیسلی[۲۱] [۲۷] استفاده کردیم. که جزئیات آن در جدول ۸ نمایش داده شده است.

جدول ۸- داده های ثابت برای مدل ۴

پارامتر	مقدار
N	{۵,۱۰}
T	{۵,۱۰}
s_{it}	۱۰۰
h_{it}^{+}	۳
h_{it}^{-}	۱۰
b_i	۱
q_i	{۱۰,۳۰}
c	{۱۰۰,۱۵۰,۲۰۰,۴۰۰,۳۰۰۰}
M (truck number)	$\left\lfloor \beta \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{T} w_i d_{ij} / W \right\rfloor$
β	۱/۵
w_i	{۲۰,۱۰۰}
W	۱۰۰۰

در نمونه‌های تولید شده، یک میانگین ۵۰۰ اقلامی در نظر گرفته شد به‌طوریکه ۱۰۰ قلم کالا در هر دوره که در کل ۵ دوره منظور گردید یا ۵۰ قلم در هر دوره که در کل ۱۰ دوره برای مسائل منظور گردید. در این بخش هم همانند بخش قبلی از توزیع یکنواخت و تصادفی برای تولید داده‌هایی نظیر w_i و پارامترهای نظیر آن استفاده شد. مقدار تقاضا در این مدل به‌صورتی تولید شد که جمع اقلام در کل دوره‌ها با همان میانگین ۵۰۰ که ابتدا توضیح داده شد برابر شود. تولید هر مسأله را چهار بار تکرار کردیم و برای هر مسأله تکرار شده ۵ هزینه را جداگانه در نظر گرفتیم که در مجموع ۲۰ مسأله برای ابعاد اقلام در دوره ها (N × T) تولید کردیم و نهایتاً چهار گروه مسأله ۲۰ تایی برای این مدل تولید و تحلیل شد که نتایج آن در جدول ۹ نمایش داده شده است.

در جدول ۹، ۴ مجموعه دو ستونی مشتمل بر چهار گروه مسأله می‌باشد که عبارت است از مسائل ۵ اقلامی در ۵ دوره، مسائل ۵ اقلامی در ۱۰ دوره، مسائل ۱۰ اقلامی در ۵ دوره، و مسائل ۱۰ اقلامی در ۱۰ دوره. هر گروه شامل دو ستون می‌باشد که ستون اول معرف تابع هدف و ستون دوم معرف درصد شکاف می‌باشد و اولین ستون معرف ۲۰ مسأله تعریف شده با توجه به تکرار و هزینه‌های حمل و نقل می باشد. زمان حداکثر برای حل ۱۰۰ ثانیه در نظر گرفته شد و جواب‌هایی مطابق جدول ۹ حاصل گردید.

جدول ۹- نتایج به‌دست آمده برای مدل ۴

مسأله	۵×۵		۵×۱۰		۱۰×۵		۱۰×۱۰	
	تابع هدف	شکاف (٪)	تابع هدف	شکاف (٪)	تابع هدف	شکاف (٪)	تابع هدف	شکاف (٪)
۱/۱	۵۵۲۸	۰/۴۳	۶۷۷۸	۰/۶۵	۶۹۱۸	۰/۵۳	۷۶۹۱	۲/۲۸
۱/۲	۷۰۱۳	۰/۹۵	۸۰۱۴	۱/۳	۸۰۶۹	۱/۳	۹۰۶۶	۲/۲۲
۱/۳	۸۳۲۶	۰/۶۱	۹۱۹۶	۰/۹۲	۸۹۸۴	۰/۶۵	۱۰۳۷۷	۲/۲۷
۱/۴	۱۲۴۴۰	۰/۲۱	۱۳۴۶۶	۰/۹	۱۲۰۱۶	۰/۶۳	۱۴۹۷۸	۱/۷۳
۱/۵	۱۶۲۳۰	۰	۳۰۳۰۰	۰/۵۳	۱۶۴۹۰	۰	۲۹۴۰۰	۰/۰۶۸
۲/۱	۵۸۷۳	۱/۰۵	۷۲۷۴	۱/۴۵	۷۳۹۱	۰/۸۵	۷۷۲۵	۱/۶۶
۲/۲	۷۴۵۳	۱/۲۸	۸۴۲۷	۲/۲۱	۸۸۸۲	۲/۰۹	۹۲۳۷	۳/۳۶
۲/۳	۸۹۰۳	۰/۸۷	۹۶۷۲	۱/۷۷	۱۰۰۷۷	۱/۲۳	۱۰۴۷۶	۲/۴۲
۲/۴	۱۲۶۶۴	۰/۱۷	۱۴۴۷۷	۱/۱۴	۱۳۴۵۴	۰/۷۱	۱۵۳۲۵	۲/۲۶
۲/۵	۱۴۸۵۰	۰	۲۸۶۸۰	۰/۱	۱۵۲۵۰	۰	۳۰۴۶۰	۱/۳
۳/۱	۴۱۵۱	۰	۶۹۴۸	۰/۱۲	۷۰۴۱	۰/۶۳	۷۴۸۴	۳/۲۴
۳/۲	۵۱۰۱	۰	۷۹۵۲	۱	۸۳۷۳	۰/۹۶	۸۷۱۹	۲/۵
۳/۳	۵۹۸۵	۰	۹۱۱۱	۰/۳۸	۹۵۳۰	۰/۵۹	۱۰۰۲۸	۳/۳
۳/۴	۹۰۱۸	۰/۱	۱۳۷۰۴	۰/۶۸	۱۲۷۰۹	۰/۲۶	۱۴۴۷۹	۲/۶
۳/۵	۱۷۳۲۰	۰	۳۰۳۰۰	۰/۶۵	۱۴۹۴۰	۰	۲۸۰۹۰	۰/۷۶
۴/۱	۵۶۴۰	۰/۱۸	۶۰۵۳	۰/۷۴	۷۷۱۲	۱/۵۶	۷۳۸۸	۳/۱
۴/۲	۶۷۱۵	۰/۴۹	۷۰۹۲	۰/۴۴	۹۱۴۲	۱/۲۴	۸۶۲۴	۲/۵
۴/۳	۶۹۷۶	۰/۲۲	۸۱۶۵	۱/۳	۱۰۵۲۲	۲/۱۵	۹۸۹۶	۳/۰۸
۴/۴	۱۰۷۴۶	۰	۱۱۸۱۳	۰/۶۹	۱۳۸۳۴	۰/۱۵	۱۴۱۹۷	۱/۶۴
۴/۵	۱۵۴۸۰	۰	۲۶۶۲۴	۰/۲۵	۱۶۷۹۰	۰	۲۶۹۷۰	۰/۶۱

در جدول ۹ مشاهده می‌شود که در ۱۰۰ ثانیه تلاش محاسباتی، جواب‌های نزدیک بهینه حاصل شده است، ولی در بسته نرم‌افزاری نتوانسته است این مدت کوتاه به جواب‌های بهینه برسد مگر در یک نمونه تولید شده (نمونه ۳) که به جواب بهینه نائل شده است. در کل دیده می‌شود که بسته نرم‌افزاری برای حل مسائل ۵×۵، به کمتر از ۱/۲۸٪ جواب بهینه رسیده است. این نشان می‌دهد که نرم‌افزار در زمان ماکزیمم می‌تواند برای حل مسأله فوق در ابعاد ۵×۵ مناسب باشد، ولی به پارامترهای مسأله به‌طور قابل ملاحظه‌ای وابسته می‌باشد. در مسائل نمونه ۵×۱۰ نشان داده شده است که افزایش در تعداد دوره‌ها تأثیر به‌سزایی در جواب‌های بهینه مسأله دارد، به‌علّت اینکه شکاف در این دسته مسائل به‌طور قابل توجهی افزایش یافته است به‌عنوان مثال در نمونه‌هایی که با هزینه فوق‌العاده زیاد حمل و نقل ۳۰۰۰ واحد مالی تولید شده‌اند دیده می‌شود که شکاف از ۰ در گروه اول (۵×۵) به یک مقدار قابل توجهی در گروه دوم (۵×۱۰) افزایش یافته است و در بقیه نمونه‌ها با مقادیر دیگر هزینه (۱۰۰،۱۵۰،۲۰۰ و۴۰۰) نیز این افزایش شکاف، مشهود است. کیفیت جواب‌های یافته شده توسط بسته نرم‌افزاری با هزینه‌های حمل و نقل زیاد تغییر نمی‌کند مگر در یک مورد مسأله‌های (۰.۵*) به‌صورتیکه آنقدر قیمت بالاست (۳۰۰۰) که ترجیح داده می‌شود هزینه‌های تأخیر در سفارش را متحمل شویم تا اینکه هزینه حمل و نقل داشته باشیم و نتایج به‌صورتی حاصل می‌شود که فقط به متغیرهای موجودی با تأخیر مقدار تخصیص می‌شود. در کل نمی‌توانیم رفتار معینی با توجه به تغییرات هزینه‌های حمل و نقل توسط بسته نرم‌افزاری در حل مسائل پیدا کنیم و ارتباط خاصی در جواب‌های تولید شده با تغییر هزینه‌ها دیده نمی‌شود مگر آن افزایش ناگهانی هزینه در گروه های مسائل (۰.۵*) که پیش‌تر عنوان شد. از طرف دیگر از

مقایسه شکاف‌ها در ستون (۵×۵) و ستون (۱۰×۵) نتیجه گرفته می‌شود که هر چه تعداد اقلام تولیدی افزایش پیدا کند کیفیت جواب‌های تولید شده در مقایسه با مسائل با اقلام کمتر کاهش پیدا می‌کند و این نشان‌دهنده پیچیده‌تر شدن مسأله می‌باشد، ولی در مقایسه با نتایج شکاف‌ها در ستون (۵×۱۰) و ستون (۱۰×۵) نتیجه گرفته می‌شود که افزایش دوره‌ها نسبت به افزایش اقلام، در کاهش کیفیت جواب‌های بهینه بیشتر تأثیر دارد و به‌عبارت دیگر، افزایش تعداد دوره‌های افق برنامه‌ریزی در پیچیدگی مسأله تأثیر بیشتری دارد تا افزایش تعداد اقلام. در نهایت با بزرگتر شدن ابعاد مسأله در تعداد اقلام و دوره‌های برنامه‌ریزی به‌طور همزمان می‌توان مشاهده کرد که کیفیت جواب‌ها نسبت به مسائل کوچکتر کاهش یافته است، چون پیچیدگی افزایش می‌یابد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، مدل‌های MIP برای مسائل تعیین اندازه دسته محصول با در نظر گرفتن محدودیت‌های ظرفیت تولید و تصمیمات مربوط به توزیع محصول بر مبنای وسایل تعیین واحد بار و تحت محدودیت‌های مقدار وزن، حجم و ارزش تعیین شده بار ارائه شدند. مدل های MIP با استفاده از روش انشعاب و برش CPLEX مورد بررسی قرار گرفتند و نتایج نشان داد که این مدل‌ها را می‌توان برای حمایت از تصمیمات یکپارچه در رابطه با تعیین اندازه دسته محصول و توزیع محصولات در بعضی موقعیت‌های عملی به‌کار برد.

توسعه روش‌های ارائه راهکار انحصاری و سفارشی برای حل بعضی مدل‌های ارائه شده، بررسی ساختارهای ویژه و مشخصه‌های این مدل‌ها، به‌عنوان یک زمینه تحقیقاتی جالب توجه برای مطالعات آینده پیشنهاد می‌شود. یک زمینه مطالعاتی دیگر برای تحقیقات آینده، توسعه این مدل‌های یکپارچه با در نظر گرفتن موارد یک بُعدی (وزن، حجم یا ارزش بار) و همین‌طور موارد دو بُعدی و سه بُعدی که ابعاد متعددی در آنها با راهکار مسئله بارگیری مرتبط می‌شود (به‌طور مثال، طول، عرض و ارتفاع کالا و وسایل). در رابطه با مسئله تعیین اندازه دسته محصول، یکی دیگر از زمینه‌های مطالعاتی، امکان راه‌اندازی به صورت انتقالی و متقاطع است. به‌عبارتی امکان انجام یک فرآیند انتقال از یک دوره به دوره بعدی به صورت پیوسته (انتقالی) یا اینکه یک عملیات در پایان یک دوره متوقف شود و در ابتدای دوره بعدی از سر گرفته شود (متقاطع).

مراجع

[۱] مصلحی، قاسم. و مهردوست، کامران. (۱۳۸۱). ارائه الگوریتمی برای تعیین اندازه دسته در مسئله فلوشاپ بدون توقف یک گلوگاهی با هدف کمینه کردن زمان تولید، دومین کنفرانس ملی مهندسی صنایع، یزد، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه یزد.

[2] Ramezaniana, R., Saidi-Mehrabada, M., & Fattahib, P. (2013). MIP formulation and heuristics for multi-stage capacitated lot-sizing and scheduling problem with availability constraints. *Journal of Manufacturing Systems*, 32(2), 392-401.

[3] Neumann, K., Schwindt, C.h., & Trautmann, N. (2002), Advanced Production Scheduling For Batch Plants In Process Industries. *OR Spectrum*, 24(3), 251-279.

[۴] حیدری، مهدی. و شمسایی، فهیمه. (۱۳۸۶). ارائه مدل ریاضی برای تعیین اندازه دسته‌های تولیدی در سیستم برنامه‌ریزی احتیاجات مواد با در نظر گرفتن تخفیف در خرید مواد اولیه، اولین کنفرانس بین‌المللی تحقیق در عملیات ایران، جزیره کیش، دانشگاه کیش.

[۵] سرشتی، نرگس. و بیجاری، مهدی. (۱۳۸۹). بیشینه‌سازی سود در مسئله‌ی عمومی تعیین اندازه‌ی دسته و زمان‌بندی تولید، هفتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، اصفهان، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی اصفهان.

[۶] علی‌محمدی، مهدی. (۱۳۹۰). ارائه یک مدل ریاضی جهت تعیین اندازه بهینه دسته تولید با در نظر گرفتن خرابی ماشین، کمبود و موجودی در جریان ساخت، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد/ دانشکده فنی و مهندسی.

[۷] بیجاری، مهدی. و واعظ، پریناز. (۱۳۹۱). تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید بطور همزمان با جریمه زودکرد/دیرکرد، نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

[۸] شیرنشان، هاجر.، بیجاری، مهدی. و مصلحی، قاسم. (۱۳۹۱). تعیین اندازه دسته تولید با تقاضای احتمالی و درنظرگیری سطح خدمت، مدیریت تولید و عملیات، ۳ (۱)، ۱۶-۱.

[۹] کرم، فریماه. و ملاوردی اصفهانی، ناصر. (۱۳۹۲). تعیین اندازه دسته در ماشین‌های موازی در سیستم‌های تولید چند دوره‌ای در شرایط اضافه کاری و قراردادهای جانبی، دهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی امیر کبیر.

[۱۰] کبیری زمانی، محبوبه. و بیجاری، مهدی. (۱۳۹۳). مدل استوار تعیین همزمان اندازه دسته و توالی تولید، فصلنامه علمی- ترویجی مدیریت زنجیره تأمین، ۱۶(۴۶)، ۵۱-۴۲.

[۱۱] حسینی، سیدسهیل. و نصیری، محمدمهدی. (۱۳۹۴). تعیین اندازه‌ی دسته تولید در حالت چند محصولی با درنظر گرفتن قطعه معیوب در یک مدل کنترل موجودی با قابلیت کمبود مجاز و قابل جبران با تأثیر تورم و ارزش زمانی پول (مطالعه موردی: شرکت ابزار اندیشه) ، دوازدهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه خوارزمی.

[۱۲] مقدسی، سمیرا.، سبزه پرور، مجید. و باباخانی، مسعود. (۱۳۹۴). طراحی مدلی برای مسائل تولید دسته‌ای در صنایع فرآیندی به کمک الگوریتم ژنتیک، دومین کنفرانس بین‌المللی مدیریت و مهندسی صنایع، ترکیه - استانبول، موسسه مدیران ایده پرداز پایتخت ویرا.

[13] Rizk, N., & Martel, A. (2001). Supply chain flow planning methods: A review of the lot-sizing literature. Working Paper DT-2001 AM-1, Université Laval, QC, Canada.

[14] Lee, W.S., Han, J.H., & Cho, S.J. (2005). A heuristic for a multi-product dynamic lot-sizing and shipping problem. *International Journal of Production Economics*, 98(2), 204-214.

[15] Norden, L., & Velde, S. (2005). Multi-product lot-sizing a transportation capacity reservation contract. *European Journal of Operational Research*, 165(1), 127-138.

[16] Anily, S., & Tzur, M. (2006). Algorithms for the multi-item multi-vehicles dynamic lot sizing problem. *Naval Research Logistics*, 53(2), 157-169.

[17] Stecke, K.E., & Zhao, X. (2007). Production and transportation integration for a make-to order manufacturing company with a commit to delivery business mode. Manufacturing & *Service Operations Management*, 9(2), 206-224.

[18] Melo, R.A., & Wolsey, L.A. (2010). Uncapacitated two-level lot-sizing. *Operations Research Letters*, 38(4), 241-245.

[19] Xiao, Y., & Taaffe, K. (2010). Satisfying market demands with delivery obligations or delivery charges. *Computers & Operations Research*, 37(2), 396-405.

[20] Wu, T., Shi, L., Geunes, J., & Akartunalı, K. (2011). An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problems with backlogging. *European Journal of Operational Research*, 214 (2), 428-441.

[21] Morabito, R., De Araujo, S.A., & Molina, F. (2013). Modelos matemáticos para problemas de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade e custos de transporte. *Gestão & Produção*, 20(3), 573-586.

[22] Fazle Baki, M., & Chaouch, B.A., & Abdul-Kader, W. (2014). A heuristic solution procedure for the dynamic lot sizing problem with remanufacturing and product recovery. *Computers & Operations Research*, 43, 225-236.

[23] Tempelmeier, H., & Hilger, T. (2015). Linear programming models for a stochastic dynamic capacitated lot sizing problem. *Computers & Operations Research*, 59, 119-125.

[24] Macedo, P.B., Alem, D., Santos, M., Junior, M.L., & Moreno, A. (2016). Hybrid manufacturing and remanufacturing lot-sizing problem with stochastic demand, return, and setup costs. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 82(5), 1241-1257.

[25] Kantorovich, L.V. (1960). Mathematical methods of organizing and planning production. *Management Science*, 6(4), 366-422.

[26] Molina, F., Santos, M.O., Toledo, F.M.B., & Araujo, S.A. (2009). An approach using Lagrangean/surrogate relaxation for lot sizing with transportation costs. *Pesquisa Operacional*, 29(2), 269-288.

[27] Beasley, J.E. (1990). OR-library: Distributing test problems by electronic mail. *Journal of the Operational Research Society*, 41(11), 1069-1072.

[1] Rizk & Martel
[2] Lee et al.
[3] Norden & Velde
[4] Anily & Tzur
[5] Stecke & Zhao
[6] Melo & Wolsey
[7] Xiao & Taaffe
[8] Wu et al.
[9] Morabito et al.
[10] Fazle Baki et al.
[11] Tempelmeier & Hilger
[12] Macedo et al.
[13] Kantorovich
[14] GAMS
[15] Intel Core (TM) Duo CPU T2450, 2.00 GHz computer with 1 GB of RAM
[16] Molina et al.
[17] Cut and Branch
[18] Objective Function
[19] Gap
[20] Computational Time
[21] Beasley