

طراحی نمودار کنترل تطبیقی فاصله نمونه‌گیری متغیر ماکسیمم میانگین متحرک موزون نمایی - انحراف مجذور میانگین متحرک موزون نمایی

امیرحسین امیری*

دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد،

آتنا رحیمی جعفری

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه پیام نور تهران

رضا کامران‌راد

دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد

چکیده نمودار کنترل یکی از پرکاربردترین ابزارهای کنترل آماری فرآیندها است که نقش مهمی را در ارتقاء کیفیت آن‌ها ایفا می‌کند. یکی از ضعف‌های نمودارهای کنترل سرعت پایین آن در تشخیص تغییرات ایجاد شده در پارامتر فرآیند است. بدین منظور نمودارهای کنترل تطبیقی برای بهبود عملکرد نمودارهای کنترل برای کشف تغییرات کوچک توسعه یافته‌اند. در این مقاله از روش تطبیقی فاصله نمونه‌گیری متغیر، برای بهبود عملکرد نمودارهای کنترل برای کشف تغییرات همزمان میانگین و واریانس استفاده شده است. عملکرد روش پیشنهادی با نمایی برای کشف تغییرات در میانگین و واریانس و تغییرات همزمان میانگین و واریانس استفاده شده است. عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی و معیارهای میانگین زمان تا هشدار و متوسط زمان تعدیل شده تا وقوع هشدار، با نمودار کنترل نمونه‌گیری با فواصل ثابت، مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی به ازای تغییرات بزرگ، دارای عملکرد بهتری نسبت به نتایج نمودار کنترل موجود در ادبیات تحقیق است.

کلمات کلیدی

نمودار کنترل تطبیقی فاصله نمونه‌گیری متغیر؛ میانگین متحرک موزون نمایی - انحراف مجذور میانگین موزون نمایی؛ مشاهدات انفرادی؛

۱- مقدمه

یکی دیگر از روش‌هایی است که در سال‌های اخیر مورد بررسی قرار گرفته است. در نمودارهای کنترل تطبیقی حداقل یکی از پارامترهای نمودار کنترل (اندازه نمونه n ، فاصله نمونه‌گیری h ، حدود کنترل k) در آن‌ها متغیر است. این نمودارها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که دارای معیارهای یکسانی با نمودار غیرتطبیقی مربوطه در حالت تحت کنترل هستند، اما در حالت خارج از کنترل عملکرد بهتری دارند [۱]. در کاربردهای معمولی

یکی از عمده‌ترین نقاط ضعف نمودار کنترل واکنش ضعیف نمودارهای کنترل نسبت به تشخیص تغییرات کوچک و متوسط است. بنابراین دانشمندان از نمودارهای کنترل تطبیقی برای رفع این نقیصه بهره گرفتند. در نمودارهای کنترل تطبیقی با تقسیم نمودار کنترل به دو یا چند ناحیه، این امکان به وجود آورده می‌شود که نمودار کنترل از آزادی عمل بیشتری در انتخاب پارامترها استفاده کند [۱]. نمودارهای کنترل تطبیقی

*Corresponding author. amiri@shahed.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۲/۱۲

تاریخ دریافت: ۹۳/۶/۱۲

نمودارهای کنترل برای پایش فرآیند، نمونه‌هایی با فواصل نمونه‌گیری ثابت (FSI^2) از فرآیند گرفته می‌شود ولی در نمودارهای تطبیقی با فاصله نمونه‌گیری متغیر، فاصله بین دو بار نمونه‌گیری متوالی ثابت نیست و بستگی به نتیجه مشاهدات در نمونه قبلی دارد. منطق استفاده از فواصل نمونه‌گیری متغیر از این قرار است که وقتی فرآیند در منطقه ایمن (فاصله بین حدود هشدار) به سر می‌برد می‌توانیم فاصله نمونه‌ها را طولانی‌تر کنیم ولی با رسم نقاط در ناحیه هشدار (بالا یا پایین حد هشدار در درون منطقه کنترل)، احتمال اینکه فرآیند به حالت خارج از کنترل تغییر وضعیت داده باشد، بیشتر می‌شود. بنابراین از فاصله نمونه‌گیری کوتاه‌تر استفاده می‌شود تا بتوان در صورت رخ دادن تغییر، آنرا زودتر شناسایی کرد. در نمودار تطبیقی نمونه‌گیری با فواصل متغیر (VSI^3) در ساده‌ترین حالت با فرض داشتن دو فاصله نمونه‌گیری متفاوت و دو هشدار در بالا و پایین خط مرکز، اگر نقطه ای خارج از حدود کنترل رسم شود فرآیند خارج از کنترل اعلام و برای یافتن علت مشخص و رفع آن متوقف می‌شود. اگر آماره بین حد هشدار بالا و پایین رسم شود نمونه بعدی با فاصله نمونه‌گیری طولانی‌تر گرفته می‌شود و اگر نقطه در داخل حدود کنترل ولی خارج از حدود هشدار رسم شود نمونه بعدی با فاصله نمونه‌گیری کوتاه‌تر رسم می‌شود تا اگر تغییری در فرآیند رخ داده باشد، زودتر به آن پی ببریم تا فرآیند زمان کوتاه‌تری خارج از کنترل به کار خود ادامه دهد. استاد شریف معمار و نیاکی [۲] روش - ماکسیمم میانگین متحرک موزون نمایی - انحراف مجذور میانگین متحرک موزون نمایی ($MaxEWMAMS^4$) را برای پایش همزمان میانگین و واریانس تک متغیره، استفاده کردند. به عبارت دیگر آنها از دو آماره میانگین متحرک موزون نمایی ($EWMA$ و $EWMS^5$) به طور همزمان استفاده نمودند تا بتوانند تعداد نمودارهای کنترل لازم را کاهش دهند. هم‌چنین استاد شریف معمار در پایان‌نامه خود [۳] نشان داد که نمودار کنترل پیشنهادی به طور قابل توجهی عملکرد بهتری از نمودارهای ترکیبی دیگر دارد.

در این مقاله بنا داریم فاصله بین دو بار نمونه‌گیری را متغیر بگیریم و روش کنترل تطبیقی VSI را برای نمودار پیشنهادی استاد شریف معمار و نیاکی [۲] طراحی کنیم تا عملکرد نمودار

در کشف تغییرات در میانگین و پراکندگی تقویت شود. روش به کار گرفته‌شده در این مقاله شبیه‌سازی می‌باشد و نتایج حاصله با نتایج عملکرد نمودار استاد شریف معمار و نیاکی [۲] مقایسه و تحلیل می‌شود. ساختار این مقاله بدین صورت است که در بخش بعد به مطالعاتی که در زمینه نمودارهای کنترل تطبیقی انجام شده، اشاره شده است. سپس در رابطه با اضافه کردن ویژگی VSI توضیحاتی داده می‌شود. در بخش دوم نمودار کنترل استاد شریف معمار و نیاکی [۲] تشریح می‌شود. در بخش سوم روش علت انتخاب روش پیشنهادی، تشریح کامل آن و عملکرد روش پیشنهادی ارائه می‌شود و در بخش چهارم تحلیل نتایج شبیه‌سازی گزارش می‌شود. در نهایت در بخش پنجم به نتیجه‌گیری و پیشنهادها خواهیم پرداخت.

۱-۱- مروری بر مطالعات پیشین

نمودار کنترل تطبیقی VSI اولین بار توسط رینولدز و همکاران^۶ [۴] مطرح شد، این مقاله آغازی بر مطرح شدن نمودارهای کنترل تطبیقی بود. اگر یک نقطه نمونه‌ای در نزدیکی حدود کنترل قرار بگیرد (اما نه خارج از آن، جایی که نمودار هشدار می‌دهد)، شخص به طور طبیعی به این فکر و اداشته می‌شود که نقطه بعدی ممکن است خارج از حدود کنترل قرار بگیرد. با توجه به اینکه بالا بودن شناسایی تغییرات فرآیند برای جلوگیری از تولید محصول معیوب، از اهمیت بسزایی برخوردار است، به طور طبیعی در این موقعیت باید به سرعت نمونه دیگری با فاصله نمونه‌ای کوچک گرفته شود. در این شیوه تردید در این باره که نقطه ای که در نزدیکی حدود کنترل قرار می‌گیرد می‌تواند خبر از تغییرات میانگین دهد، با سرعت بیشتری تایید یا رد می‌شود. در واقع زمانی که نقطه کنونی در نزدیکی خط مرکزی در نمودار کنترل قرار می‌گیرد، هیچ نشانه‌ای از مشکل مشاهده نمی‌شود. لذا منطقی است که زمان بیشتری از یک ساعت معمول برای نمونه بعدی منتظر بمانیم. بنابراین فاصله نمونه بعدی به طور مستقیم بستگی به آنچه ما در نمونه جاری مشاهده می‌کنیم دارد. تحقیقات زیادی در ادبیات موضوع روی نمودارهای کنترل تطبیقی VSI انجام شده است. بایولی^۸ [۵] مدل VSI را با قانون سوچیچینگ بهبود یافته، پیشنهاد دادند. در این تحقیق از رویکرد زنجیره مارکوف برای

دیگر تشخیص می‌دهد. روش پیشنهادی $MaxEWMAMS$ با برخی از کاراترین روش‌های موجود، مقایسه شده است. یکی از کاراترین تک نمودارهای موجود، روش $MaxEWMA$ است. اما این روش به علت استفاده از واریانس نمونه در آماره کنترلی خود، توانایی پایش مشاهدات تکی را ندارد. از این رو از میان نمودارهای ترکیبی کارای موجود، دو طرح کنترلی پیشنهاد شده توسط رینولدز و استامبوس^{۱۵} [۱۷] برای انجام مقایسات در نظر گرفته شده است. بر طبق رینولدز و استامبوس [۱۹، ۱۸]، اندازه زیر گروه کوچک‌تر موجب دستیابی به عملکرد بهتر خواهد شد. این بدین معنی است که بهترین عملکرد متعلق به روشی است که از مشاهدات تکی استفاده می‌کند. استاد شریف معمار و نیاکی [۲] با بررسی تأثیر اندازه زیرگروه بر عملکرد روش پیشنهادی مشخص کردند که این روش در اندازه زیر گروه یک (مشاهدات انفرادی) بهترین عملکرد خود را نشان می‌دهد. رینولدز و استامبوس [۱۷] ویژگی VSI برای ترکیبی از نمودارهای X و $EWMA$ و ترکیبی از نمودارهای $EWMA$ و $EWMA_S$ را مورد ارزیابی قرار دادند. ویژگی VSI ابتدا برای هر نمودار انفرادی مورد بررسی قرار گرفت و پس از آن کاربرد آن برای ترکیب آن‌ها مورد بحث واقع شد. همچنین رینولدز و همکاران [۲۰]، اثر خودهمبستگی روی نمودار VSI شوهارت \bar{X} را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که تا زمانی که ضریب خودهمبستگی بالا نیست، ویژگی VSI سودمند است و مقدار کوچک فاصله نمونه‌گیری ترجیح داده می‌شود. نتایج و توصیه‌های ارائه شده در مقاله رینولدز و استامبوس [۱۷] برای زمانی که مشاهدات مستقل هستند کاربرد دارد.

۲- تعریف مسأله

در این مقاله از روش تطبیقی فاصله نمونه‌گیری متغیر، برای بهبود عملکرد نمودار کنترل $Max EWMAMS$ برای کشف تغییرات در میانگین و واریانس و تغییرات همزمان در میانگین و واریانس استفاده می‌شود. همچنین از معیارهای $AATS$ و ATS برای مقایسه کارایی نمودار انطباق‌پذیر VSI با نمودار FIS استفاده شده است.

۲-۱- نمودار کنترل $MaxEWMAMS$

محاسبه معیار متوسط زمان تا هشدار و متوسط تعداد سوچ‌ها تا دریافت هشدار استفاده شد. مقایسه بین VSI موجود و ارائه شده نشان می‌دهد نمودار پیشنهادی بطور قابل ملاحظه‌ای، میانگین تعداد سوچ‌های بین فاصله نمونه بزرگ و کوچک را در زمانی که آنها از لحاظ ATS (متوسط زمان تا سیگنال) قابل مقایسه‌اند، کاهش می‌دهد. بیشترین کار توسعه، روی نمودارهای کنترل VSI برای پایش μ انجام شده است که می‌توان به تحقیق رینولدز و همکاران [۶]، رینولدز و همکاران [۷]، و رینولدز^۹ [۸ و ۹]، و استامبوس و رینولدز^{۱۰} [۱۰]، [۱۱]، [۱۲] و [۱۳] اشاره کرد. مطالعات کمی بر روی نمودارهای VSI برای پایش همزمان μ و σ انجام شده است. اما کار بر روی روش VSI به همین جا ختم نشد. بطوریکه از روش VSI روی نمودارهای کنترل جمع تجمعی ($CUSUM$)^{۱۱} و $EWMA$ نیز استفاده شد. رینولدز و همکاران [۸] اصلاح نمودار $CUSUM$ را در جهت استفاده از VSI معرفی کردند. امین ولتسینگر^{۱۲} [۱۴] رفتار سوئیچینگ نمودارهای $CUSUM$ با قوانین دنباله و بدون آن را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که با وجود قوانین دنباله نمودار VSI در بین دو مقدار فاصله نمونه‌گیری، تعداد سوئیچ‌های خیلی کمتری از نمودار شوهارت VSI دارد. استفاده از قوانین دنباله باعث می‌شود $ANSW$ ^{۱۳} (میانگین تعداد سوئیچ‌ها) نمودار VSI به شدت کم شود. ساکوسی و همکاران^{۱۴} [۱۵] برای اولین بار نمودار VSI را مطرح کردند. رینولدز [۱۶] مقایسه‌ای بین نمودار VSI و سایر نمودارها ارائه کرد. ویژگی‌های روش VSI در نمودارهای کنترل چندمتغیره نیز بررسی شده است. استاد شریف معمار و نیاکی [۲] نمودار $MaxEWMAMS$ را برای پایش همزمان میانگین و واریانس تک متغیره با قابلیت استفاده با مشاهدات انفرادی ارائه دادند. عملکرد این نمودار با نمودار ترکیبی کارای موجود مقایسه شد. نتیجه مقایسات نشان داد که نمودار پیشنهادی در کل عملکرد بهتری نسبت به دو نمودار ترکیبی در تشخیص تغییرات میانگین، افزایش در واریانس و تغییرات همزمان میانگین و واریانس دارد. تنها در حالت کاهش واریانس است که یکی از دو طرح ترکیبی مورد مقایسه، از نمودار پیشنهادی بهتر عمل می‌کند. همچنین، عملکرد الگوریتم علت‌یابی روش پیشنهادی تنها در هنگام افزایش واریانس علت خروج از کنترل را ضعیف‌تر از دو روش

• تحلیل علت خروج از کنترل

پس از هشدار دادن نمودار $MaxEWMAMS$ ، الگوریتم زیر برای یافتن علت خروج از کنترل توسط استاد شریف معمار و نیاکی [۲] پیشنهاد شده است:

حالت ۱: اگر $|U_t| > h_M$ و $|V_t| \leq h_M$ باشد در این صورت میانگین فرآیند دچار تغییر شده است. اگر $U_t > 0$ باشد میانگین افزایش و اگر $U_t < 0$ باشد میانگین کاهش یافته است.

حالت ۲: اگر $|U_t| \leq h_M$ و $|V_t| > h_M$ باشد در این صورت واریانس فرآیند دچار تغییر شده است. اگر $V_t > 0$ باشد واریانس افزایش و اگر $V_t < 0$ باشد واریانس کاهش یافته است.

حالت ۳: اگر $|U_t| > h_M$ و $|V_t| > h_M$ باشد، میانگین و واریانس فرآیند دچار تغییر همزمان شده‌اند. جهت تغییرات میانگین و واریانس مانند حالت‌های ۱ و ۲ تعیین می‌شود.

۳- اضافه کردن ویژگی VSI برای نمودار

$MaxEWMAMS$

ویژگی VSI برای نمودار $MaxEWMAMS$ ، با اضافه کردن یک مجموعه محدودیت‌های اضافی از محدودیت‌های کنترل، اعمال می‌شود، همانطور که برای نمودار $VSI EWMA$ انجام شد. آماره U_t^g دارای توزیع نرمال استاندارد است و طبق تعریف آن در مقاله استاد معمارشریف و نیاکی [۲] که به صورت رابطه (۱) آمده است. ویژگی VSI می‌تواند به نمودار $MaxEWMAMS$ اضافه شود، با اضافه کردن یک حد داریم:

$$U_t^g = \frac{g_t^x - \mu}{\sqrt{\frac{\lambda}{n(r-\lambda)}(1-(1-\lambda)^{rt})}\sigma} \quad (5)$$

$$V_t^g = \Phi^{-1} \left[\chi_v^2 \left\{ \frac{v}{\sigma_v^2} g_t^x \right\} \right] \quad (6)$$

به‌طوریکه g_t در آن حدود هشدار می‌باشد و μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار

استاد شریف معمار و نیاکی [۲] برای به دست آوردن یک تک نمودار پایش همزمان میانگین و واریانس مشخصه کیفی تک متغیره، از دو آماره $EWMA$ و $EWMS$ استفاده نمودند. واضح است که آماره E_t^x دارای توزیع احتمال $N\left(\mu, \frac{\lambda}{n(r-\lambda)}(1-(1-\lambda)^{rt})\sigma^2\right)$ است. بنابراین آماره زیر دارای توزیع نرمال استاندارد خواهد بود:

$$U_t = \frac{E_t^x - \mu}{\sqrt{\frac{\lambda}{n(r-\lambda)}(1-(1-\lambda)^{rt})}\sigma}; E_t^x = \lambda \bar{x}_t + (1-\lambda)E_{t-1}^x \quad (1)$$

با توجه به آماره E_t^x که توزیع تقریبی آن $\chi^2(v)$ است

زمانیکه $v = \frac{n(r-\lambda)}{\lambda}$ باشد، آماره (۲) توزیع تقریبی نرمال استاندارد دارد

$$V_t = \Phi^{-1} \left[\chi_v^2 \left\{ \frac{v}{\sigma_v^2} E_t^x \right\} \right], v = \frac{n(r-\lambda)}{\lambda} \quad (2)$$

$$g_t^y = (1-\lambda)g_{t-1}^y + \lambda \sum_{j=1}^n \frac{(x_{tj} - \mu)^2}{n}; g_t^y = \sigma_v^2 \quad (3)$$

به‌طوریکه $H\{a; d\} = \Pr\{\chi_d^2 \leq a\}$ و Φ^{-1} تابع توزیع معکوس از مقدار نرمال استاندارد است. حال با استفاده از (۱) و (۲)، آماره $Max EWMAMS$ به صورت زیر پیشنهاد شد (استاد شریف معمار و نیاکی [۲]):

$$M_t = \max\{|U_t|, |V_t|\} \quad (3)$$

از آنجا که $M_t \geq 0$ و مقادیر کوچک آن مطلوب هستند، از این‌رو برای پایش این آماره، تنها یک حد کنترل بالا (UCL) نیاز خواهد بود. با توجه به اینکه محاسبه توزیع M_t پیچیده است برای محاسبه حد کنترل بالای نمودار در رابطه (۴) از شبیه‌سازی استفاده می‌شود. نمودار کنترل هشدار می‌دهد زمانی که آماره M_t خارج از حد کنترل بالا قرار گیرد.

$$UCL = h_m \quad (4)$$

این معیار به عنوان زمان انتظاری تا وقوع هشدار، تعریف می‌شود. یعنی به عنوان مقدار متوسط زمان از هنگامی که فرآیند خارج از کنترل رفته است تا زمانی که نمودار هشدار خارج از کنترل را نشان دهد. به متوسط زمان تا هشدار در حالت کنترل، ATS ، و به میانگین زمان تا هشدار خارج از کنترل ATS_1 گفته می‌شود. ATS به اینصورت محاسبه می‌شود:

$$ATS = d \times ARL \quad (7)$$

در آن d فاصله زمانی بین دو بار نمونه‌گیری است اگر ثابت باشد.

۳-۱-۲- معیار متوسط زمان تعدیل شده تا وقوع هشدار

متوسط زمان تعدیل شده تا هشدار که به عنوان مقدار متوسط زمان از وقوع حالت قابل تعیین تا زمانی که نمودار هشدار خارج کنترلی را نشان دهد تعریف می‌شود. نمودار با $AATS$ خارج کنترل کوچکتر قابلیت شناسایی بهتری را در شناسایی تغییرات میانگین فرآیند نسبت به نمودارهای دیگر نشان می‌دهد. که در این نوشتار طبق رابطه (۸) بدست می‌آید:

$$AATS = d_1 p_1 + d_2 p_2 \quad (8)$$

که در آن d_1 فاصله زمانی نمونه‌گیری کوتاه، d_2 فاصله زمانی نمونه‌گیری بلند، p_1 درصد نقاطی است که زیر حدود هشدار می‌افتد و p_2 درصد نقاطی است که بین حد هشدار و حد بالای کنترل قرار می‌گیرند. جهت تغییرات واریانس فرآیند با تغییر در نسبت واریانس مرجع که "۱" است، مقادیر شاخص‌های بررسی عملکرد نمودار مانند VSI و ... تغییر یافته و با افزایش تغییر در نسبت مقادیر، این شاخص‌های خارج از کنترل کاهش می‌یابند.

۴- بررسی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی

در این بخش عملکرد نمودار کنترل $EWMAMSM_{max}VSI$ که در بخش قبل به صورت نظری ارائه شد با استفاده از شبیه‌سازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس نمودار VSI با نمودار FSI در

آماره U_t^g می‌باشد و در این تحقیق از $\sqrt{\frac{\lambda}{n(\gamma-\lambda)}}\sigma$. همچنین λ (انحراف معیار حدی) استفاده شده است. ضریب هموارسازی ($0 < \lambda \leq 1$) و Φ^{-1} وارون تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و ν درجه آزادی تابع توزیع مربع کای χ^2 است و $0 \leq g_t \leq h_m$. در این نوع از نمودارهای کنترل دو اندازه زمان نمونه‌گیری با فواصل کوتاه و بلند بصورت d_1 و d_2 به گونه‌ای انتخاب می‌شود که $0 < d_1 \leq d_2$.

تحقیقات پیشین نشان می‌دهد که d_1 برای عملکرد آماری خوب باید تا جایی که ممکن است کوچک انتخاب شود [۱۷]. بنابراین، انتخاب d_1 معمولاً وابسته به این است که چقدر زود امکان پذیر می‌شود که دوباره پس از مشاهده فعلی، نمونه گرفته شود. فاصله نمونه‌گیری طولانی d_2 طوری انتخاب می‌شود که نتایج نمودار کنترل، میزان نمونه‌برداری متوسط قابل قبول و توانایی قابل قبول برای شناسایی کشف تغییرات پارامترها را داشته باشد [۱۷]. اندازه فاصله نمونه‌گیری کوتاه یا d_1 را زمانی می‌گیریم که X_k خارج حدود هشدار قرار گیرد، اما در داخل حدود کنترل $U_t = \frac{E_t^x - \mu_t}{\sqrt{\frac{\lambda}{n(\gamma-\lambda)}(1-(1-\lambda)^{\gamma t})}\sigma}$ ، و زمانی اندازه فاصله نمونه‌گیری بلند یا d_2 را می‌گیریم که X_k داخل حدود کنترل و هشدار یعنی بین ۰ و g_t قرار گیرد.

۳-۱-۳- معیارهای ارزیابی روش پیشنهادی

عملکرد طرح‌های کنترلی، معمولاً در قالب یکی از دو معیار متوسط طول دنباله و یا متوسط زمان تا هشدار سنجیده می‌شوند. برای مقایسه آماری نمودارهای کنترل تطبیقی از معیارهای ARL^{16} و ATS^{17} استفاده شده است. در زیر تعریف ATS و $AATS$ به اختصار بیان می‌شود.

۳-۱-۱- معیار متوسط زمان تا هشدار

مقاله استاد معمار شریف و نیاکی [۲] مقایسه و نتایج برای تغییرات مختلف میانگین و واریانس گزارش می‌شود.

۴-۱- نحوه محاسبه پارامترها

در مقاله استاد شریف معمار و نیاکی [۲] پارامترهای کنترلی روش‌های مورد مقایسه به ازای مقادیر $ATS = 370$ ، $n = 1, 2, 5$ و $\lambda = 0/05, 0/1, 0/2, 0/3$ گزارش شده است. برای به دست آوردن هر یک از پارامترهای کنترلی از ۱۰۰,۰۰۰ بار اجرای شبیه‌سازی استفاده شده است. همچنین برای مقایسه عملکرد از مقادیر $ATS = 370$ ، $n = 1, 2, 5$ و $\lambda = 0/05, 0/1, 0/2, 0/3$ در قالب تعدادی از سناریوهای خارج از کنترل استفاده شده است. در این سناریوها، مقدار میانگین و واریانس تغییر یافته فرآیند به ترتیب بصورت $\mu_{out} = \mu + \delta\sigma$ و $\sigma_{out} = \psi\sigma$ فرض شده است و بدون از دست دادن کلیت مسئله، $\mu = 0$ و $\sigma = 1$ در نظر گرفته شده است. همچنین، به ازای هر زوج n و λ ترکیبی از مقادیر $\delta = 0/025, 0/5, 0/75, 1, 2$ برای تغییرات ایجاد شده میانگین و $\psi = 0/1, 0/25, 0/5, 1, 1/1, 1/25, 1/5, 2$ برای تغییرات واریانس استفاده شده است. آماره بیان شده در بخش‌های پیش، شامل دو پارامتری است که باید براساس شبیه‌سازی بگونه‌ای به دست آید که مقدار مطلوبی از ATS حاصل شود. این پارامترها شامل h و g است که براساس مقدار ATS برابر ۳۷۰ تخمین زده می‌شوند. مقدار g یا حد هشدار نمودار $MaxEWMAMS$ به گونه‌ای از شبیه‌سازی بر اساس مقدار p_1 به دست می‌آید که مقدار p طبق رابطه (۹) برابر با $1 - p_1$ شود. در این مقاله $p_1 = 0/5$ در نظر گرفته شده است. بطوریکه p درصد نقاط بالای حد هشدار است. هر یک از سناریوها به تعداد ۱۰۰,۰۰۰ بار شبیه‌سازی شده و نتایج در جدول ۱ گزارش شده است.

$$p = 1 - p_1 \quad (9)$$

۴-۲- بررسی عملکرد نمودار $VSI Max EWMAMS$

در این قسمت عملکرد نمودار پیشنهادی تحت تغییرات مختلف در میانگین و واریانس را با مقادیر FSI نمودار کنترلی Max

$EWMAMS$ مقایسه می‌کنیم. در این سناریوها، مقدار میانگین و واریانس تغییر یافته فرآیند به ترتیب به صورت $\mu_{out} = \mu + \delta\sigma$ و $\sigma_{out} = \psi\sigma$ فرض شده است و بدون از دست دادن کلیت مسئله، $\mu = 0$ و $\sigma = 1$ در نظر گرفته شده است. d_1 طبق تحقیق رینولدز و استامبوس [۱۸] برابر با $0/25$ و d_2 برابر با $0/25, 1/5, 1/90$ و $\lambda = 0/05$ در نظر گرفته شده است. به ازای هر λ ترکیبی از مقادیر $\delta = 0/025, 0/5, 0/75, 1, 2$ و $\psi = 0/1, 0/25, 0/5, 1, 1/1, 1/25, 1/5, 2$ استفاده شده است. همچنین به ازای هر λ مطابق با ترکیبات مقاله رینولدز و استامبوس [۱۹] ترکیبی جدید از $\delta = 3, 5$ و $\psi = 2/5, 3, 5, 8$ برای مقادیر $FSI Max EWMAMS$ به صورت جداگانه از مقاله استاد شریف معمار و نیاکی [۲] محاسبه و با مقدار $VSI Max EWMAMS$ آن‌ها که از طریق روش پیشنهادی به دست آمد، مقایسه شده است. هر یک از سناریو ها به تعداد ۱۰۰,۰۰۰ بار شبیه سازی شده‌اند. نتایج این مقایسه در جداول ۲، ۳، ۴ و ۵ به ترتیب در زیر آمده است. مقادیری که در این جداول با خط تیره نشان داده شده، مطابق مقاله استاد شریف معمار و نیاکی [۲] قابل محاسبه نیستند. همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود پارامترهای g و h برای $\lambda = 0/05, 0/1, 0/2, 0/3$ به صورت جداگانه با استفاده از نرم‌افزار $MATLAB$ شبیه‌سازی و به گونه‌ای محاسبه شده است که تقریباً $ATS = 370$ شود. برای بررسی درستی شبیه سازی با در نظر گرفتن $d_1 = d_2 = d_3 = 0/3$ ، زمانیکه $\lambda = 0/30$ است، مقادیر g و h را به گونه ای محاسبه کردیم که $ATS = 370$ و $p_1 = p = 0/5$ شود. مقادیر g و h به ترتیب $g = 0/353$ و $h = 3/245$ به دست آمد. سپس برای ۳ تا از تغییرات δ و ψ آمده در مقاله استاد شریف معمار و نیاکی [۲] شامل $\delta = 2/00$ و $\psi = 1/00$ ، $\delta = 0/00$ و $\psi = 2/00$ و $\delta = 1/00$ و $\psi = 4/00$ به ترتیب FSI مقادیر $4/7, 6/5, 3/1$ به دست آمد. نتایج نشان داد که FSI به دست آمده با FSI دست آمده توسط استاد شریف معمار و نیاکی [۲] برابر شده‌اند. همان طور که از نتایج جدول ۲ مشاهده می‌شود، به ازای زمانی که میانگین در حال تغییر است، $AATS_1$ از تغییرات $\delta = 0/50$ تا $\delta = 5/00$ کاهش یافته

جدول ۱. نتایج حاصل از پارامترهای ثابت (Fixed Parameters)

ATS	p	λ	σ	μ	H	$d.$	d_{\uparrow}	d_{\downarrow}	g	p_1
۳۷۲/۷۵	۰/۵	۰/۰۵	۱	۰	۱/۹۶۰	۰/۳	۱/۲۵	۰/۲۵	۰/۱۴۲	۰/۵
۳۷۰/۲۸	۰/۵	۰/۰۵	۱	۰	۱/۹۷۲	۰/۳	۱/۵۰	۰/۲۵	۰/۱۲۷	۰/۵
۳۷۰/۵۸	۰/۴۹	۰/۰۵	۱	۰	۱/۹۳۷	۰/۳	۱/۹۰	۰/۲۵	۰/۱۲۸	۰/۵
۳۷۱/۷۳	۰/۴۹	۰/۱	۱	۰	۲/۴۰۷	۰/۳	۱/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۰۲	۰/۵
۳۶۹/۵۹	۰/۵	۰/۱	۱	۰	۲/۳۷۶	۰/۳	۱/۵۰	۰/۲۵	۰/۲۰۱	۰/۵
۳۷۱/۲۹	۰/۴۹	۰/۱	۱	۰	۲/۳۱۹	۰/۳	۱/۹۰	۰/۲۵	۰/۲۰۲	۰/۵
۳۷۰/۲۰	۰/۵	۰/۲	۱	۰	۲/۸۸۷	۰/۳	۱/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵۱	۰/۵
۳۶۹/۳۸	۰/۵	۰/۲	۱	۰	۲/۸۴۱	۰/۳	۱/۵۰	۰/۲۵	۰/۲۵۱	۰/۵
۳۷۰/۳۹	۰/۴۹	۰/۲	۱	۰	۲/۷۸۸	۰/۳	۱/۹۰	۰/۲۵	۰/۲۵۱	۰/۵
۳۷۱/۲۸	۰/۵	۰/۳	۱	۰	۲/۰۵۵	۰/۳	۱/۲۵	۰/۲۵	۰/۳۱۶	۰/۵
۳۷۲/۳۰	۰/۴۹	۰/۳	۱	۰	۲/۹۹۶	۰/۳	۱/۵۰	۰/۲۵	۰/۳۱۸	۰/۵
۳۷۱/۵۸	۰/۵	۰/۳	۱	۰	۲/۹۴۰	۰/۳	۱/۹۰	۰/۲۵	۰/۳۱۶	۰/۵

عملکرد روش پیشنهادی بهتر است. هنگامی که تغییر میانگین کوچک و واریانس کاهش یافته است، برخی حالات وجود دارد که روش پیشنهادی هشدار نداده است و به همین منظور در جدول درج نشده است. همچنین برای تغییرات $\delta = ۲/۰۰$ و $\psi = ۰/۱$ تا $\psi = ۳/۰۰$ عملکرد روش پیشنهادی بسیار بهتر است. همان‌طور که از نتایج جدول ۴ مشاهده می‌شود، به ازای $d_{\uparrow} = ۱/۲۵, ۱/۵۰, ۱/۹۰$ و $d_{\downarrow} = ۰/۲۵$ زمانی که میانگین تغییر می‌کند، $AATS_1$ از تغییرات $\delta = ۱/۵۰$ تا $\delta = ۵/۰۰$ کاهش یافته است و عملکرد نمودار کنترلی $VSIMaxEWMAMS$ بسیار بهتر از عملکرد نمودار $MaxEWMAMS$ است. هنگامی که واریانس تغییر می‌کند، $AATS_1$ برای تغییرات کاهشی متوسط و بزرگ واریانس (از $\psi = ۱/۱۰$ تا $\psi = ۸/۰۰$) کاهش یافته است و عملکرد نمودار کنترلی پیشنهادی بسیار بهتر است. برای تغییرات همزمان میانگین و واریانس به ازای بیشتر تغییرات، عملکرد نمودار کنترل روش پیشنهادی تحقیق بهتر است.

است و عملکرد نمودار کنترلی $VSI MaxEWMAMS$ بسیار بهتر از عملکرد نمودار $FSI MaxEWMAMS$ است. هنگامی که واریانس تغییر می‌کند، $AATS_1$ برای تغییرات کاهشی متوسط و بزرگ واریانس (از $\psi = ۱/۱۰$ تا $\psi = ۸/۰۰$) کاهش یافته است و عملکرد نمودار کنترلی پیشنهادی بسیار بهتر است. برای تغییرات همزمان میانگین و واریانس به ازای تمامی تغییرات عملکرد روش پیشنهادی بهتر است. همان‌طور که از نتایج جدول ۳ مشاهده می‌شود، به ازای $\lambda = ۰/۱۰$ و $d_{\downarrow} = ۰/۲۵$ و $d_{\uparrow} = ۱/۲۵, ۱/۵۰, ۱/۹۰$ زمانی که میانگین تغییر می‌کند، $AATS_1$ از تغییرات $\delta = ۰/۷۵$ تا $\delta = ۵/۰۰$ کاهش یافته است و عملکرد نمودار کنترلی $VSI MaxEWMAMS$ بسیار بهتر از عملکرد نمودار $FSI MaxEWMAMS$ است. هنگامی که واریانس تغییر می‌کند، $AATS_1$ برای تغییرات کاهشی متوسط و بزرگ واریانس (از $\psi = ۱/۱۰$ تا $\psi = ۸/۰۰$) کاهش یافته است و عملکرد نمودار کنترلی پیشنهادی بسیار بهتر است. برای تغییرات همزمان میانگین و واریانس به ازای بیشتر تغییرات

جدول ۲. نتایج مقایسه $AATS_1$ و FSI برای $ATS_1 = 370$ ($\lambda = 0.5$)

δ	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	FSI	VSI		
			$d_1=0.25$	$d_1=0.50$	$d_1=0.90$
			$d_2=1.25$	$d_2=1.50$	$d_2=1.90$
0.00	1.00	371.0	372.75	370.28	370.58
0.50	1.00	25.9	17.19	17.31	16.97
0.75	1.00	12.7	7.45	7.38	7.50
1.00	1.00	7.8	4.51	4.42	4.46
1.50	1.00	4.0	2.20	2.18	2.15
2.00	1.00	2.5	1.22	1.27	1.21
3.00	1.00	1.3	0.36	0.37	0.35
5.00	1.00	0.3	0.114	0.116	0.111
0.00	0.50	22.7	-	-	-
0.00	0.75	66.3	-	-	-
0.00	1.50	15.6	11.55	10.91	11.67
0.00	2.00	6.3	2.90	2.81	3.01
0.00	2.50	2.6	1.40	1.33	1.43
0.00	3.00	1.6	0.80	0.82	0.87
0.00	5.00	0.7	0.27	0.27	0.28
0.25	0.50	26.3	-	-	-
0.25	1.25	30.9	25.23	24.29	25.36
0.25	1.50	14.4	9.58	9.06	9.93
0.25	2.00	6.2	2.79	2.65	2.93
0.50	0.25	25.5	-	-	272.04
0.50	0.50	28.1	38.49	39.70	34.75
0.50	1.50	11.4	6.54	6.26	6.82
0.50	2.00	5.8	2.49	2.41	2.54

$MaxEWMAMS$ است. هنگامی که واریانس تغییر می‌کند،
 $AATS_1$ برای تغییرات کاهشی متوسط و بزرگ واریانس (از
 $\psi = 1/10$ تا $\psi = 8/100$) کاهش یافته است و عملکرد
 نمودار کنترلی پیشنهادی بسیار بهتر است. برای تغییرات
 همزمان میانگین و واریانس به ازای بیشتر تغییرات، عملکرد
 روش پیشنهادی بهتر است. هنگامی که تغییر میانگین کوچک و
 واریانس کاهش یافته است، برخی حالات وجود دارد که روش
 پیشنهادی هشدار نداده است. همچنین برای تغییرات
 $\delta = 2/100$ و $\psi = 0.75$ تا $\psi = 3/100$ عملکرد روش
 پیشنهادی بسیار بهتر است.

هنگامی که تغییر میانگین کوچک و واریانس کاهش یافته است،
 برخی حالات وجود دارد که روش پیشنهادی هشدار نداده
 است و در جدول درج نشده است. همچنین برای تغییرات
 $\delta = 2/100$ و $\psi = 0.1$ تا $\psi = 3/100$ عملکرد روش
 پیشنهادی بسیار بهتر است. همانطور که از نتایج جدول ۵
 مشاهده می‌شود، به ازای $\lambda = 0.30$ و $d_1 = 0.1$
 و $d_2 = 1.25, 1.50, 1.90$. زمانیکه میانگین تغییر
 می‌کند، $AATS_1$ به ازای تغییرات $\delta = 1/50$ تا $\delta = 5/100$
 کاهش یافته است و عملکرد نمودار کنترلی VSI
 $MaxEWMAMS$ بسیار بهتر از عملکرد نمودار FSI

بزرگ واریانس، عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با روش FSI استا شریف معمار و نیایکی [۲] به صورت زیر تحلیل می‌شود. در مقایسه عملکرد برای تغییر میانگین برای مقادیر کوچک پارامتر هموارسازی 0.05 و 0.10 ، عملکرد روش پیشنهادی بهتر است. اما با بزرگتر شدن پارامتر هموارسازی، تفاوت بین نمودار پیشنهادی با روش FSI کمتر می‌شود. در مقایسه عملکرد برای تغییر واریانس، برای مقادیر کوچک‌تر پارامتر هموارسازی و برای تغییرات کاهشی متوسط و

بزرگ واریانس، عملکرد روش پیشنهادی بسیار بهتر است. در مقایسه عملکرد برای تغییر همزمان میانگین و واریانس، برای مقادیر کوچک‌تر پارامتر هموارسازی نظیر 0.05 و 0.10 ، عملکرد روش پیشنهادی بهتر است و برای مقادیر بزرگ‌تر پارامتر هموارسازی، هنگامی که تغییر میانگین کوچک و واریانس کاهش یافته است، در برخی حالات روش پیشنهادی هشدار نداده است، از این رو در جدول درج نشده است.

جدول ۳. نتایج مقایسه $AATS_1$ و FSI برای $ATS = 370$ و $(\lambda = 0.1)$

δ	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	FSI	VSI		
			$d_1=0.25$	$d_1=0.25$	$d_1=0.25$
			$d_2=1.25$	$d_2=1.50$	$d_2=1.90$
0.00	1.00	364/2	371/73	369/59	371/29
0.75	1.00	14/5	14/25	13/50	12/53
3.00	1.00	0/9	0/33	0/32	0/30
5.00	1.00	0/3	0/095	0/086	0/082
0.00	1.25	43/9	40/44	41/04	42/91
0.00	5.00	0/6	0/27	0/28	0/29
0.25	1.25	32/9	30/62	31/02	31/51
0.25	1.50	14/4	10/03	10/30	10/95
0.25	2.00	6/1	2/79	2/87	3/10
0.50	1.25	91/4	16/00	15/75	15/70
0.50	1.50	11/6	7/20	7/35	7/70
0.50	2.00	5/8	2/50	2/62	2/76
0.50	3.00	1/2	0/79	0/82	0/86
0.75	0.75	16/6	28/99	27/17	22/35
0.75	1.10	13/7	11/10	10/84	10/32
0.75	1.50	8/8	4/79	4/88	4/99
0.75	2.00	5/2	2/16	2/22	2/31
1.00	0.25	9/7	14/16	12/17	9/77
1.00	2.00	4/6	1/75	1/84	1/87
1.00	3.00	1/1	0/71	0/73	0/77
2.00	0.25	2/7	1/64	1/60	1/55
2.00	2.00	2/7	0/74	0/75	0/74
2.00	3.00	0/9	0/48	0/50	0/52

جدول ۴. نتایج مقایسه $AATS_1$ و FSI برای $\lambda = 0.2$ و $ATS = 370$

δ	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	FSI	VSI		
			$d_1=0.25$	$d_1=0.25$	$d_1=0.25$
			$d_2=1.25$	$d_2=1.50$	$d_2=1.90$
0.100	1.000	367.5	370.20	369.38	370.39
1.500	1.000	4.8	3.65	3.43	3.18
3.000	1.000	0.7	0.32	0.32	0.30
5.000	1.000	0.3	0.091	0.091	0.086
0.100	1.25	47.0	40.89	41.38	43.48
0.100	5.000	0.5	0.26	0.27	0.27
0.25	1.500	15.2	10.38	10.54	11.18
0.25	2.000	6.2	2.73	3.12	2.99
0.500	1.500	12.2	7.78	8.19	8.15
0.500	2.000	5.8	2.49	2.83	2.68
0.500	3.000	1.1	0.74	0.77	0.80
1.000	1.25	8.6	6.49	6.38	5.99
1.000	2.000	4.7	1.76	1.75	1.86
1.000	3.000	1.0	0.67	0.69	0.73
2.000	0.25	2.9	2.15	2.04	1.92
2.000	2.000	2.8	0.75	0.73	0.74
2.000	3.000	0.8	0.46	0.48	0.49

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای مطالعات آتی

یکی از عمده‌ترین نقاط ضعف نمودار کنترل واکنش ضعیف این نمودارها نسبت به تشخیص تغییرات است. بدین خاطر دانشمندان از نمودارهای کنترل تطبیقی برای رفع این نقیصه بهره گرفتند. در این مقاله روشی برای طراحی نمودار کنترل تطبیقی با فواصل نمونه‌گیری مختلف (VSI) برای نمودار $MaxEWMAMS$ توسعه داده شد و عملکرد این روش با تغییرات مختلف در میانگین و واریانس و تغییرات همزمان میانگین و واریانس تحت تأثیر ضرایب هموارسازی λ مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان داد که در مجموع نمودار کنترل پیشنهادی $VSIMaxEWMAMS$ در تغییرات بزرگ‌تر از عملکرد بهتری برخوردار است و همچنین تحت

تغییرات مشخص، با کاهش مقادیر λ می‌توان عملکرد روش پیشنهادی را بهبود داد. مطالعات شبیه‌سازی همچنین نشان داد که به ازای تمامی λ های بررسی شده، نمودار پیشنهادی در مقایسه با نمودار $MaxEWMAMS$ از عملکرد بهتری در تغییرات بزرگ برخوردار است. همچنین می‌توان پیشنهاداتی را برای توسعه این تحقیق ارائه داد. به عنوان نمونه استفاده از سایر نمودارهای تطبیقی نظیر VSS ، $VSSI$ ، VP از جمله پیشنهادات تحقیقاتی آتی است.

همچنین توسعه روش $MaxEWMAMS$ به حالت چند متغیره پیشنهاد می‌شود. علاوه بر این طراحی اقتصادی و اقتصادی-آماري نمودارهای کنترل تطبیقی بر پایه روش $MaxEWMAMS$ می‌تواند در ادامه این تحقیق مورد بررسی محققین قرار گیرد.

جدول ۵. نتایج مقایسه $AATS_1$ و FSI برای $ATS_0 = 370$ و $(\lambda = 0.3)$

δ	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$	FSI	VSI		
			$d_1=0.25$	$d_1=0.25$	$d_1=0.25$
			$d_2=1.25$	$d_2=1.50$	$d_2=1.90$
0/00	1/00	370/4	371/28	372/30	371/58
1/50	1/00	5/2	4/89	4/44	4/11
2/00	1/00	3/1	1/63	1/54	1/40
3/00	1/00	0/7	0/33	0/31	0/33
5/00	1/00	0/3	0/096	0/093	0/092
0/00	1/25	49/1	42/31	42/19	45/21
0/00	5/00	0/5	0/27	0/27	0/31
0/25	1/50	16/3	10/94	11/21	11/98
0/25	2/00	6/4	2/85	2/96	3/08
0/50	1/25	24/2	22/53	22/46	23/58
0/50	3/00	1/0	0/77	0/80	0/89
0/75	0/75	49/5	548/22	463/99	392/74
0/75	1/50	9/7	5/96	6/08	6/20
0/75	2/00	5/4	2/22	2/27	2/41
1/00	2/00	4/7	1/82	1/87	1/95
1/00	3/00	0/9	0/70	0/73	0/78
2/00	0/50	3/1	4/30	3/58	3/12
2/00	2/00	2/8	0/76	0/75	0/76
2/00	3/00	0/7	0/49	0/48	0/53

مراجع

[3] Ostad sharif-Memar, A. (2011). "Multivariate Process Variability Monitoring Improvements". *Department of Industrial Engineering, Sharif University*. (in Farsi).

[4] Montgomery, D.C. (2005). "Introduction to Statistical Quality Control", Fifth Edition, *John Wiley and Sons, Inc.*

[5] Bai D. S., Lee K. T. (2002). "Variable Sampling Interval \bar{x} Control Charts with an Improved Switching Rule". *International Journal of Production Economics*, 76, pp. 189-199.

[6] Reynolds M. R., Arnold, J. C., Amin R. W., and Nachlas J. A. (1988). " \bar{x} Chart with Variable Sampling Interval". *Technometrics*, 30, pp. 181-192.

[1] Deheshvar, Ali.(2011). "Developing and comparing the performance of adaptive statistical control charts". MS thesis in Industrial Engineering, *Iran University of Science and Technology*. (in Farsi).

[2] Ostad sharif-Memar, A., and Niaki S.T.A. (2011). "The Max EWMAMS Control Chart for Joint Monitoring of Process Mean and Variance with Individual Observations". *Quality and Reliability Engineering International*, 27, pp. 499-514.

Sampling Intervals". *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 20, pp. 205-230.

[15] Succuucci M. S., Amin R.W, and lucas J. M. (1992). "EWMA Control Schemes with Variable sampling intervals". *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, 21, pp. 627-657.

[16] Reynolds M. R. (1995). "Evaluating Properties of Variable Sampling Interval Control Charts". *Sequential Analysis*, 14, pp. 59-97.

[17] Reynolds M. R, and Stoumbos Z. G. (2001). "Monitoring the Process Mean and Variance Using Individual Observations and Variable Sampling Intervals". *Journal of Quality Technology*, 33, pp. 181-205.

[18] Reynolds M. R., and Stoumbos Z. G. (2004). "Should Observations be Grouped for Effective Process Monitoring?". *Journal of Quality Technology*, 36, pp. 343-366.

[19] Reynolds M. R., and Stoumbos Z. G. (2004). "Control Charts and the Effectient Allocation of Sampling Resources". *Technometrics*, 46, pp. 200-214.

[20] Reynolds, M.R.JR, Arnold, J.C, and Baik, J.W. J.W. (1996). "Variable Sampling Interval \bar{X} Charts in the Presence of Correlation". *Journal of Quality Technology*, 28, pp. 12-30.

[7] Reynolds M. R., Amin R. W., and Arnold J. C. (1990). "CUSUM Charts with Variable Sampling Interval". *Technometrics*, 32, pp. 371-384.

[8] Reynolds M.R. (1996a). "Shewhart and EWMA Variable Sampling Interval Control Charts with Sampling at Fixed Times". *Journal of Quality Technology*, 28, pp.199-212.

[9] Reynolds M. R. (1996b). "Variable Sampling Interval Control Charts With Sampling at Fixed Times". *IIE Transactions*, 28, pp.497-510.

[10] Reynolds M. R., and Stoumbos Z. G. (2001). "Individuals Control Schemes for Monitoring the Mean and Variance of Processes Subject to Drift". *Stochastic Analysis and Applicatons*, 19, pp. 863-892.

[11] Stoumbos Z. G., and Reynolds M. R. (1996). "Control Charts Applying a General Sequential Test at Each Sampling Point". *Sequential Analysis*, 15, pp. 159-183.

[12] Stoumbos Z. G., and Reynolds M. R. (1997). "Control Charts Applying a Sequential Test at Fixed Sampling Intervals". *Journal of Quality Technology*, 29, pp. 21-40.

[13] Stoumbos Z. G., and Reynolds M. R. (2001). "The SPRT Control Chart for the process Mean with Samples Starting at Fixed Times". *Nonlinear Analysis Series B:Real-World Applications*, 2, pp. 1-34.

[14] Amin R. W, and Letsinger W. (1991). "Improved Switching Rules in Control Prcedures Using Variable
¹.Fixed Sampling Interval
².Variable Sampling Interval
³.Maximum of Exponentially Weighted Moving Average Exponentially Weighted Moving Mean Squared Deviation (Max EWMAMS)
⁴.ExponentiallyWeightedMoving Average (EWMA)
⁵. Exponentially Weighted Mean Squared deviation (EWMS)
⁶. Reynolds et al.
⁷. Bai and Lee
⁸. Reynolds
⁹. Stoumbos and Reynolds
¹⁰. Cumulative Sum Control Chart (CUSUM)
¹¹. Amin and Letsinger
¹². Average Number of Switches(ANSW)
¹³. Succuucci et al.
¹⁴. Reynolds and Stoumbos
¹⁵. Average Run Length
¹⁶. Average Time to Signal
¹⁷. Adjusted Average Time to Signal