

توسعه نمودارهای کنترل جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه مبتنی بر رگرسیون خطی تعمیم یافته به منظور پایش فرایندهای آبشاری

شروین اسدزاده

استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال*

علی ترابی

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال ali.to2270@gmail.com

چکیده امروزه فرآیند تولید بیشتر محصولات به گونه‌ای است که محصولات طی مراحل مختلف به هم وابسته‌ای بوجود می‌آیند. بدلیل وجود خاصیتی در اینگونه فرآیندها موسوم به خاصیت آبشاری، پایش جداگانه‌ی مراحل بدون در نظر گرفتن رابطه‌ی بین مشخصه‌های کیفی در مراحل مختلف و با استفاده از نمودارهای کنترل مرسوم، باعث افزایش خطا در نتایج می‌شود. یکی از نمودارهای کنترل پرکاربرد و تخصصی که برای پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای استفاده می‌شود، نمودارهای انتخاب عامل انحراف می‌باشد. اینگونه از نمودارهای کنترل بیشتر برای مشخصه‌های کیفی نرمال توسعه داده شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این مقاله، دو نمودار کنترل براساس الگوهای خطی تعمیم یافته به منظور پایش یک فرآیند دو مرحله‌ای با مشخصه کیفی دو جمله‌ای در مرحله دوم پیشنهاد شده است. در رویکرد پیشنهادی به منظور پایش متغیر دو جمله‌ای، یک نمودار کنترل جمع تجمعی و یک نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه با در نظر گرفتن رابطه بین مشخصه‌های کیفی در دو مرحله طراحی شده است. نمودارهای کنترل پیشنهادی براساس مقادیر باقیمانده انحراف بنا نهاده شده‌اند که به منظور برقرار کردن رابطه بین مشخصه‌های کیفی مرحله اول و دوم از یک تابع رابط جدید در چارچوب الگوی خطی تعمیم یافته استفاده شده است. عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی و براساس معیار متوسط طول دنباله ارزیابی شده است. نتایج نشان دهنده آن است که توانایی کشف نمودارهای کنترل جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه پیشنهادی به مراتب بهتر از نمودارهای کنترل موجود در ادبیات موضوع می‌باشد.

کلمات کلیدی الگوهای خطی تعمیم یافته، تابع رابط، فرآیند چند مرحله‌ای، باقیمانده انحراف، نمودار کنترل جمع تجمعی، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه

۱- مقدمه

کیفیت نامطلوب فقط ناشی از کیفیت نامطلوب فرآیند در مرحله جاری است بلکه ممکن است ناشی از کیفیت ضعیف مراحل قبلی باشد. به چنین فرآیندهایی، فرآیندهای چند مرحله‌ای می‌گویند. همچنین به اینگونه ارتباط که بین مشخصه کیفی هر مرحله با مشخصه‌های کیفی مراحل قبل وجود دارد، خاصیت آبشاری^۲ گویند.

به دلیل ارتباطی که در این گونه فرآیندها، بین مراحل مختلف وجود دارد، استفاده از نمودارهای کنترل مرسوم مانند نمودارهای شوارت که هر مرحله را بصورت جداگانه پایش می‌کند، مناسب

بیشتر محصولاتی که امروزه تولید می‌شوند حاصل مراحل مختلفی از یک فرآیند هستند، بدین صورت که محصولات فرعی در مراحل مختلف تولید می‌شوند و در نهایت محصول نهایی را می‌سازند. در این فرآیندها هر مرحله به مرحله‌ی دیگری وابسته است. نمونه واقعی از اینگونه فرآیندها، فرآیندهای مونتاژ می‌باشند که در آنها قطعات در طی مراحل مختلف به هم پیوسته به یکدیگر متصل شده و محصول نهایی را بوجود می‌آورند. در اینگونه از فرآیندها، مشخصه کیفی در هر مرحله به مشخصه‌های کیفی در مراحل قبل از خود وابسته است و اگر در یک مرحله از فرآیند، محصول از کیفیت مناسبی برخوردار نباشد، نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد که این

* (Corresponding author), sh_asadzadeh@iaui.ac.ir

نشان دادند که نمودار پیشنهادیشان بهترین عملکرد در هنگام وجود داده‌های دورافتاده را از خود نشان می‌دهد. محققین دیگری نیز به بسط و گسترش نمودارهای کنترل برای پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای پرداختند. در بیشتر تحقیقاتی که در زمینه فرآیندهای چند مرحله‌ای انجام گرفته است، همیشه فرض بر این بوده که مشخصه‌های کیفی در مراحل مختلف به ویژه مرحله آخر از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. اما در عمل همیشه اینطور نیست و ممکن است مشخصه‌های کیفی از توزیعی غیر از نرمال پیروی کنند.

در همین راستا اولین تحقیقی که در این زمینه انجام شد توسط جرکاپورن و همکاران [۱۲] صورت گرفت با این فرض که متغیر خروجی از توزیع گاما پیروی می‌کند. آنها در مقاله خود برای اینگونه از داده‌ها مدل خطی تعمیم یافته را پیشنهاد کرده‌اند. در این مقاله از باقیمانده‌های انحراف^۷ (DR) که یک آماره نسبت درستنمایی می‌باشد، جهت کنترل فرآیند استفاده شده است. جرکاپورن و همکاران [۱۳] فرض کردند که در داده‌های گذشته که به منظور برازش رابطه رگرسیونی از آنها استفاده می‌شود، داده‌های پرت نیز وجود دارد و برای اینگونه از داده‌ها مدل خطی تعمیم یافته استوار^۸ را پیشنهاد کرده‌اند. جرکاپورن و همکاران [۱۴] یک فرآیند سه مرحله‌ای بهم وابسته هنگامی که متغیر خروجی ترکیبی از متغیرهای نرمال، گاما و پواسن است را در نظر گرفتند و به بررسی تغییرات در آنها پرداختند. اسکینر و همکاران [۱۵] یک فرآیند دو مرحله‌ای را در شرایطی که مشخصه کیفی در مرحله دوم از نوع پواسن است را مورد بررسی قرار دادند و جهت کنترل فرآیند، از آماره باقیمانده‌های انحراف استفاده کردند. لازم به ذکر است که برای تشکیل این آماره از روش برآورد تابع درستنمایی و آزمون فرض استفاده شده است. آنها برای برقراری رابطه رگرسیونی مشخصه‌های کیفی بین دو مرحله از تابع رابط لگاریتم استفاده نمودند.

عسگری و همکاران [۱۶] آماره باقیمانده استاندارد^۹ را بر مبنای یک تابع ارتباطی جدید زمانیکه متغیر پاسخ در مرحله دوم از توزیع پواسن پیروی می‌کند، پیشنهاد کردند. سپس از نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA استفاده کردند. نیایکی و همکاران [۱۷] به منظور بررسی اثر خاصیت آشناری بر عملکرد پایش پروفایل‌های خطی ساده در فرآیندهای دو مرحله‌ای، نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره و T^2 را پیشنهاد کردند. امیری و همکاران [۱۸] با به کارگیری الگوهای خطی تعمیم یافته و روش معکوس نورتا، به توسعه نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف در فرآیند دو مرحله‌ای در شرایطی که

نمی‌باشد. همچنین پایش همزمان مراحل مختلف این گونه فرآیندها با استفاده از نمودارهای کنترل چند متغیره مثل T^2 هتلینگ^۳، مناسب به نظر نمی‌رسد. زیرا این گونه از نمودارها تنها می‌توانند حالت خارج کنترل را نشان دهند و مشخص نمی‌کنند که مشخصه کیفی کدام مرحله خارج از کنترل است [۱].

برای کنترل فرآیندهای چند مرحله‌ای رویکردهای مختلفی وجود دارد که یکی از مهمترین رویکردهای آن استفاده از نمودارهای کنترل انتخاب عامل انحراف^۴ می‌باشد. ژانگ [۲] ضمن ارائه کاربرد جدیدی از نمودارهای کنترل برای پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف را معرفی کرد. او یک فرآیند دو مرحله‌ای با مشخصه کیفی در هر مرحله در نظر گرفت و برای پایش مشخصه کیفی مرحله دوم، ابتدا اثر مشخصه کیفی مرحله اول بر مشخصه کیفی مرحله دوم را به وسیله آماره مقادیر باقی‌مانده (برای مشخصه کیفی مرحله دوم) از بین برد و سپس مقادیر باقیمانده را با استفاده از نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف مشابه نمودار کنترل رگرسیونی پیشنهادی مندل [۳]، مورد پایش قرار داد. هاوکینز [۴] و [۵] روش مندل را توسعه داد و نمودارهای کنترل بر اساس تعدیل رگرسیونی متغیرها را پیشنهاد کرد. لوکاس و ساکوسی [۶] استفاده از آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی را برای کنترل مقادیر باقیمانده پیشنهاد کردند. ژانگ و چن [۷] نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی را توسعه دادند و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه (DEWMA) را پیشنهاد دادند و نشان دادند که نمودار پیشنهادی آنها در کشف شیفت‌های کوچک عملکرد بهتری نسبت به نمودار EWMA از خود نشان می‌دهد. هاک و همکاران [۸] به بسط مدل هاوکینز [۴] پرداختند و آن را توسعه دادند با این فرض که در هر مرحله از فرآیند چند مشخصه کیفی وجود دارد. نیایکی و داوودی [۹] یک فرآیند چند متغیره چند مرحله‌ای را در نظر گرفتند که در آن ارتباط بین مراحل به وسیله سری‌های زمانی چند متغیره برقرار می‌شود. آنها استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی را برای پایش این گونه فرآیندها پیشنهاد دادند. اسدزاده و همکاران [۱۰] فرض کردند که در داده‌های گذشته که به منظور برقراری رابطه رگرسیونی از آنها استفاده می‌شود، داده‌های دورافتاده^{۱۰} نیز وجود دارد. آنها برای برازش رابطه رگرسیونی از تکنیک‌های استوار برای تخمین پارامترها استفاده نمودند و نمودارهای انتخاب عامل انحراف را برای کنترل فرآیند در این شرایط پیشنهاد کردند. اسدزاده و همکاران [۱۱] برای برقراری رابطه رگرسیونی و تخمین پارامترها از تکنیک استوار دیگری (برآوردگرهای ترکیبی) که متفاوت با تکنیک قبلی آنها بود، استفاده نمودند و با مقایسات بعمل آمده

کنترل مشخصه های کیفی و از طریق ترسیم نمودار کنترل برای هر یک به صورت مجزا، مزایای زیادی را در پی خواهد داشت. لذا هدف این تحقیق توسعه و بهبود تکنیک های پایش مبتنی بر مدل خطی تعمیم یافته برای توزیع دوجمله ای به منظور افزایش حساسیت نمودارهای کنترل نسبت به تغییر در پارامترهای فرآیند می باشد. این مهم موجب بهبود قابلیت تشخیص که بویژه برای ریشه یابی مسائل فرآیند حائز اهمیت است خواهد شد. در ادامه نحوه برازش مدل خطی تعمیم یافته بر داده های در دسترس X و Y به منظور تخمین رابطه رگرسیونی بین این دو مشخصه کیفی توضیح داده شده است.

۳- مدل خطی تعمیم یافته

از آنجایی که مشخصه کیفی در مرحله دوم که نقش متغیر پاسخ را دارد، دارای توزیع دوجمله ای می باشد، نمی توان از روش حداقل مربعات برای تخمین رابطه بین دو متغیر پاسخ و متغیر مستقل استفاده نمود. در این حالت می توان از مدل های خطی تعمیم یافته (GLM) استفاده کرد.

همانطور که پیشتر اذعان گردید، مدل های خطی تعمیم یافته برای مواقعی که متغیرها از خانواده نمایی هستند، کاربرد فراوانی دارد. هر یک از متغیرهای خروجی که از یکی از توزیع های خانواده نمایی پیروی می کنند، دارای تابع رابط مخصوص به خود می باشند. این توابع رابط در واقع پارامتر میانگین آن توزیع را بصورتی با متغیرهای ورودی مرتبط می کنند. برای مواقعی که متغیر پاسخ دارای توزیع دوجمله ای است، چندین تابع رابط وجود دارد که هر یک از آنها ارتباط بین پارامتر متغیر خروجی و متغیرهای ورودی را بگونه ای متفاوت برقرار می کنند. یکی از این توابع رابط، تابع معروف لجیت است که از رابطه ۱ بدست می آید.

$$w(p) = \log\left(\frac{p}{1-p}\right) \quad (1)$$

که در آن p ، پارامتر توزیع دوجمله ای که مقداری بین صفر و یک دارد، می باشد. حال با مساوی قرار دادن سمت راست رابطه ۱ با $X^T \beta$ و انجام عملیات ساده روی آن، مقدار p به صورت رابطه ۲ بدست می آید:

$$p = \frac{e^{X^T \beta}}{1 + e^{X^T \beta}} \quad (2)$$

در روابط بالا، بردار داده های مربوط به مشخصه کیفی مرحله اول به صورت $X^T = (1, X_1)$ می باشد. β بردار ضرایب رگرسیون GLM است که مشخصه کیفی مرحله دوم را به

مشخصه کیفی مرحله دوم توزیع گاما دارد پرداختند. امیری و همکاران [۱۹] پایش فرآیند دو مرحله ای در حالی که مرحله دوم دارای توزیع بینم و آماره این آزمون مقادیر حاصل از مدل خطی تعمیم یافته است را بررسی کردند و برای برقراری ارتباط بین مشخصه کیفی مرحله اول و دوم یک تابع ارتباط جدید ارائه کردند. آنها نمودار کنترل پیشنهادی را با نمودار تعداد اقلام معیوب (np) مقایسه و نشان دادند که عملکرد رویکرد پایش پیشنهادی از نمودار موجود در ادبیات بهتر است.

در مقاله حاضر، دو نمودار کنترل بر مبنای الگوهای خطی تعمیم یافته به منظور پایش فرآیندهای دو مرحله ای با مشخصه کیفی دوجمله ای در مرحله دوم پیشنهاد شده است. در رویکردهای پایش پیشنهادی، به منظور کنترل متغیر دوجمله ای در مرحله دوم، یک نمودار کنترل جمع تجمعی (CUSUM) و یک نمودار میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه (DEWMA) با در نظر گرفتن رابطه بین مشخصه های کیفی در دو مرحله طراحی شده است. به منظور برقراری رابطه بین مشخصه های کیفی مرحله اول و دوم از تابع رابط پیشنهادی امیری و همکاران [۱۹] استفاده شده است. پژوهش حاضر در فاز دوم نمودارهای کنترل صورت می گیرد. بنابراین، فرض می کنیم پارامترهای مدل براساس تجزیه و تحلیل فاز اول مشخص هستند. عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی با استفاده از شبیه سازی های گسترده و بر اساس معیار طول دنباله ارزیابی شده است و با عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی امیری و همکاران [۱۹] و همچنین نمودار کنترل np مقایسه می گردد.

۲- بیان مسئله و مفروضات

فرض کنید که یک فرآیند دو مرحله ای به هم وابسته وجود دارد که تغییر در پارامتر میانگین مشخصه کیفی مرحله اول بر مشخصه کیفی مرحله دوم اثرگذار است و این نشان دهنده وجود خاصیت آبخاری در این فرآیند است. مشخصه کیفی مرحله اول (X) از توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص پیروی می کند و مشخصه کیفی مرحله دوم (Y) این فرآیند نیز از توزیع دوجمله ای پیروی می کند که پارامتر میانگین آن نیز با استفاده از مدل خطی تعمیم یافته به صورت تابع رگرسیونی از مشخصه کیفی مرحله اول به دست می آید. مدل های خطی تعمیم یافته در زمان هایی که متغیر پاسخ از اعضای خانواده نمایی همچون پواسن، بینم، نرمال، گاما، نمایی و نرمال معکوس می باشد، کاربرد فراوان دارند و به فرض نرمال بودن و همچنین ثابت بودن واریانس حساسیتی ندارند.

همانطور که خاطر نشان شد، پایش فرآیند مبتنی بر مدل به منظور

و همکاران [۱۲] نیز از این روش آماره مقادیر باقیمانده انحراف را برای زمانی که متغیر پاسخ از توزیع گاما پیروی می‌کند، به دست آوردند. در این پژوهش، به طور مشابه از طریق آزمون نسبت درست نمایی تعمیم یافته، آماره مقادیر باقیمانده انحراف را برای متغیر خروجی دوجمله‌ای به دست می‌آوریم.

با توجه به اینکه متغیر پاسخ از توزیع دوجمله‌ای پیروی می‌کند، تابع درست نمایی در این شرایط عبارت است از:

$$L(y) = \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \quad (۸)$$

آماره نسبت درست نمایی تعمیم یافته برای آزمون فرض $H_0: p = p_0, H_1: p \neq p_0$ هنگامیکه $\mu = np$ است، به صورت رابطه ۹ می‌باشد:

$$\begin{aligned} \ln[L(y, n, p_1)] - \ln[L(y, n, p_0)] &= \quad (۹) \\ \ln \left[\binom{n}{y} p_1^y (1-p_1)^{n-y} \right] - \ln \left[\binom{n}{y} p_0^y (1-p_0)^{n-y} \right] &= \\ y \ln p_1 + (n-y) \ln(1-p_1) - y \ln p_0 - (n-y) \ln(1-p_0) &= \\ y \ln \left(\frac{p_1}{p_0} \right) + (n-y) \ln \left(\frac{1-p_1}{1-p_0} \right) & \end{aligned}$$

حال با جایگذاری $w^{-1}(x^T \beta)$ بجای p_0 و y/n به جای p_1 و سپس ضرب آن در ۲ و سپس جذر گرفتن از آن و ضرب آن در $\text{sign}[y - \mu_0]$ ، آماره مقادیر باقیمانده انحراف (DR) برای متغیر خروجی دوجمله‌ای از طریق رابطه ۱۰ بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} DR = \text{Sign}[y - \mu_0] \left\{ 2 \left[y \ln \left(\frac{\frac{y}{n}}{w^{-1}(x^T \beta)} \right) + \right. \right. & \\ \left. \left. (n-y) \ln \left(\frac{1-\frac{y}{n}}{1-w^{-1}(x^T \beta)} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} & \quad (۱۰) \end{aligned}$$

که در رابطه ۱۰، μ_0 برابر با $n[w^{-1}(x^T \beta)]$ می‌باشد. لازم به ذکر است که در رابطه بالا عبارتی که جذر آن محاسبه شده است همواره مقداری مثبت است.

نمودارهای کنترل پیشنهادی در این پژوهش براساس مقادیر باقیمانده انحرافی است که از رابطه بالا بدست می‌آید. هنگامیکه پیش در فاز ۲ شروع می‌شود، یک نمونه n تایی از محصولات گرفته می‌شود و تعداد اقلام نامنطبق (Y) شمرده می‌شود، سپس آماره مقادیر باقیمانده انحراف (DR) محاسبه و بر نمودارهای کنترل پیشنهادی رسم می‌شود.

مشخصه کیفی مرحله اول مرتبط می‌سازد و مقادیر آن در فاز ۱ تخمین زده می‌شود و در فاز ۲ معلوم فرض می‌شود. بنابراین میانگین متغیر پاسخ دو جمله‌ای ($\mu = np$) به صورت رابطه ۳ بدست می‌آید:

$$\mu = n \left(\frac{e^{x^T \beta}}{1 + e^{x^T \beta}} \right) \quad (۳)$$

در این مقاله ما از تابع ارتباط پیشنهادی امیری و همکاران [۱۹] برای نمودارهای کنترل پیشنهادی خود به منظور پیش یک فرآیند دو مرحله‌ای که مشخصه کیفی مرحله دوم آن دارای توزیع دوجمله‌ای است، استفاده می‌کنیم. این تابع ارتباطی در رابطه ۴ آورده شده است:

$$X^T \beta = w(p) = \sqrt{\frac{p}{1-p}} \quad (۴)$$

در رابطه ۴، p پارامتر احتمال عدم قطعیت مشخصه کیفی پاسخ (متغیر دوجمله‌ای)، X بردار متغیرهای ورودی و β بردار پارامترهای مدل می‌باشد. برای محاسبه p باید از تابع رابطی که در بالا معرفی شد، معکوس گرفته شود:

$$p = w^{-1}(X^T \beta) = \left[\frac{(X^T \beta)^2}{1 + (X^T \beta)^2} \right] \quad (۵)$$

بدین ترتیب میانگین متغیر پاسخ دوجمله‌ای ($\mu = E(y)$)، برابر است با:

$$\mu = n[w^{-1}(X^T \beta)] = n \left[\frac{(X^T \beta)^2}{1 + (X^T \beta)^2} \right] \quad (۶)$$

در اینجا منظور از n اندازه نمونه است. بنابراین متغیر پاسخ دوجمله‌ای Y بصورت رابطه ۷ بیان می‌شود:

$$Y \approx \beta \left(n \cdot p = \left[\frac{(\beta_0 + \beta_1 x)^2}{1 + (\beta_0 + \beta_1 x)^2} \right] \right) \quad (۷)$$

۴- آماره باقیمانده انحراف

اسکینر و همکاران [۱۵] با استفاده از آزمون نسبت درست نمایی تعمیم یافته آماره مقادیر باقیمانده انحراف را برای زمانی که متغیر پاسخ از توزیع پواسن پیروی می‌کند، محاسبه کردند. جرکپاپورن

$$L = \prod_{i=1}^{20} f_i(DR_i) \quad (11)$$

در اینجا $f_i(DR_i)$ تابع چگالی توزیع مرتبط با DR است. پس از تشکیل تابع درستنمایی بلافاصله نمودار کنترل جمع تجمعی می-تواند ساخته شود. آماره نمودار جمع تجمعی به صورت رابطه ۱۲ تعریف می‌شود:

$$z_i = \min(0, z_{i-1} - w_i) \quad (12)$$

$$z_0 = 0$$

$$z_j = \max(0, z_{j-1} + w_i)$$

که در آن w_i از طریق رابطه ۱۳ بدست می‌آید:

$$w_i = \log \left(\frac{L(f_i(DR_i)|\omega_{i1})}{L(f_i(DR_i)|\omega_{i0})} \right) \quad (13)$$

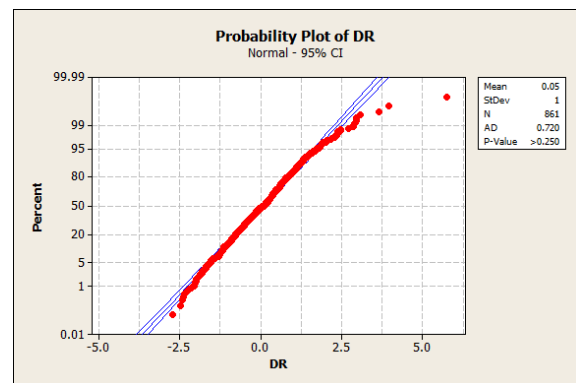
در رابطه (۱۳)، ω_{i0} و ω_{i1} در واقع مشخص کننده حالت خارج از کنترل و تحت کنترل پارامتر مرتبط با توزیع آماره DR است. از اینرو آشکار است که نمودار CUSUM برای کشف تغییرات از ω_{i0} به ω_{i1} ، طراحی شده است. به محض آنکه آماره به روز شده نمودار CUSUM، از یک مقدار هدف خاص h_1 کمتر و یا از h_2 بیشتر شود، سیگنال می‌دهد ($z_j > h_2$ & $z_i < h_1$). شایان ذکر است با توجه به نامعلوم بودن توزیع آماری آماره (z) نمی‌توان حدود کنترل دقیق محاسبه کرد و لذا از رویکرد شبیه سازی استفاده می‌گردد. در این راستا، h_1 حد کنترل پایین و h_2 حد کنترل بالای نمودار CUSUM به گونه‌ای انتخاب می‌گردد که به مقدار متوسط طول دنباله (ARL) تحت کنترل مورد نظر برسیم. واضح است که نمودار کنترل جمع تجمعی پیشنهادی نمودار کنترل دو طرفه با حدود کنترل بالا و پایین است. این نمودار کنترل برای کشف شیفتهای کاهشی و افزایشی در آماره DR طراحی شده است.

پس از نمودار کنترل CUSUM پیشنهادی، بحث اصلی ساخت و تهیه نمودار کنترل DEWMA است بدین صورت که آماره میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه به صورت رابطه ۱۴ تعریف شده است:

$$EWMA_i = \max\{(1 - \lambda)EWMA_{i-1} + \lambda \overline{DR}_i, d_0\} / \min\{(1 - \lambda)EWMA_{i-1} + \lambda \overline{DR}_i, d_0\} \quad (14)$$

$$DEWMA_i = (1 - \lambda)DEWMA_{i-1} + \lambda EWMA_i$$

برای اینکه توزیع مقادیر باقیمانده انحراف داده‌های دوجمله‌ای مشخص شود، از آزمون نرمال بودن اندرسون دارلینگ^{۱۳} که بوسیله نرم افزار مینیتب انجام می‌شود، استفاده می‌کنیم. آزمون نرمال بودن بر روی ۱۰۰۰ مشاهده با پارامتر عدم قطعیت که به صورت $y \sim Bin(n, p)$ و $p = \frac{(1 - (0.25)x)^2}{1 + (1 - (0.25)x)^2}$ شبیه سازی شده‌اند، جایکه Y متغیر پاسخ دوجمله‌ای و n برابر ۲۰ (که اندازه نمونه است) در نظر گرفته شده است، انجام می‌شود. X نیز دارای توزیع نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۱ است. آزمون نرمال بودن در سطح اطمینان $(1 - \alpha)$ برابر با ۰,۹۵ انجام شد و نمودار احتمال نرمال^{۱۴} متناظر با آن در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. آزمون نرمال بودن برای آماره DR

بر اساس مقادیر P-Value که بزرگتر از مقدار α شده است، مقادیر باقیمانده انحراف (DR) تقریباً از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. با توجه به شکل ۱ توزیع آماره DR بسیار به توزیع نرمال استاندارد نزدیک است.

۵- رویکردهای پایش پیشنهادی

به طور کلی در پایش فرآیندهایی که در حوزه‌های صنعتی انجام می‌شوند، تغییر در میانگین فرآیند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و ممکن است ما را با هزینه‌های سنگینی مواجه کند. در این راستا، ما بر روی طراحی و توسعه روش‌های پایش با استفاده از نمودارهای کنترل جمع تجمعی (CUSUM) و میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه (DEWMA) برای کشف تغییرات میانگین متغیر پاسخ بر اساس آماره مقادیر باقیمانده انحراف (DR) تمرکز کرده ایم.

در آغاز ما به تشکیل نمودار کنترل CUSUM می‌پردازیم. بدین منظور تابع درستنمایی به صورت رابطه ۱۱ تعریف می‌گردد:

معیار آماره DR تخمین زده می‌شود. در ادامه، مقادیر حدود هر یک از نمودارهای کنترل برای رسیدن به ARL تحت کنترل مطلوب (در اینجا ۲۰۰) تنظیم می‌شوند. به منظور به حداقل رساندن خطا، شبیه سازی ۱۰۰۰۰ بار تکرار می‌شود و میانگین طول دنباله‌ها تحت عنوان ARL گزارش می‌شود و سپس ARL های خارج از کنترل محاسبه شده در شیفتهای مختلف برای نمودارهای کنترل پیشنهادی با ARL نمودار کنترل امیری و همکاران [۱۹] (تحت عنوان نمودار DR) و نمودار کنترل سنتی (np-chart) مقایسه می‌شود. در نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه، طراحی نمودارهای کنترل بهینه تحت λ های متفاوت در نظر گرفته می‌شود که در این پژوهش ما از مقادیر ۰,۱ و ۰,۵ برای λ استفاده کرده ایم. شایان ذکر است که ابتدا تغییرات در هر یک از پارامترهای مدل (β_0 و β_1) ایجاد می‌شود و سپس تغییرات توام دو پارامتر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۶-۱ تغییر در پارامتر β_0

نتایج حاصل از شبیه سازی بر مبنای شاخص ARL برای نمودارهای کنترل پیشنهادی و مقایسه عملکرد آنها با نمودار DR و نمودار سنتی np-chart در زمانی که تنها پارامتر β_0 تغییر می‌کند در جداول ۱ و ۲ آورده شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان می‌دهد که در شیفتهای نمودار کنترل CUSUM پیشنهادی عملکرد بسیار بهتری نسبت به نمودار DR و np-chart و همچنین نمودار کنترل DEWMA دارد. پس از نمودار CUSUM، نمودار کنترل DEWMA با λ های ۰,۵ و ۰,۱ به ترتیب دارای عملکرد بهتری نسبت به نمودارهای DR و np-chart در کشف تغییرات کاهشی کوچک است. به دلیل اینکه نمودارهای کنترل پیشنهادی از اطلاعات مشاهده های گذشته نیز استفاده می‌کنند، حساسیت بیشتری نسبت به تغییرات کوچک دارند. اما در شیفتهای کاهشی بزرگ مانند شیفتهای ۰,۵ نمودار DR دارای عملکرد بهتری نسبت به نمودارهای دیگر است. در شیفتهای افزایشی به ترتیب نمودار DEWMA با λ های ۰,۱، ۰,۵ و CUSUM در کشف تغییرات کوچک دارای عملکرد بهتری نسبت به نمودارهای DR و np-chart است اما همچنان نمودار DR در کشف شیفتهای بزرگ نظیر ۰,۵ دارای عملکرد بهتری است.

نکته مهم در این است که در شیفتهای کاهشی β_0 ، اساسا ARL خارج از کنترل نمودار np-chart بسیار بزرگتر از ARL تحت کنترل است. که این موضوع نشان دهنده این است که این

در این رابطه λ دارای مقدار ثابتی بین $0 < \lambda < 1$ است. مقدار اولیه برای $EWMA_i$ و $DEWMA_i$ برابر با میانگین آماره ای است که مورد پایش قرار می‌گیرد. همچنین \overline{DR}_i برابر با میانگین DR های محاسبه شده در یک نمونه است. نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه پیشنهادی برای کشف شیفتهای کاهشی و افزایشی در آماره DR طراحی شده است که تنها با یک حد کنترل بالا به انجام این مهم می‌پردازد و این مساله از برتری های نمودار DEWMA پیشنهادی می‌باشد. مجدد با عنایت به نامشخص بودن توزیع آماره نمودار کنترل پیشنهادی، حد کنترل این نمودار با رویکرد شبیه سازی به گونه ای مشخص می‌گردد که به مقدار متوسط طول دنباله تحت کنترل از پیش تعیین شده ای برسیم.

۶- مطالعات شبیه سازی و ارزیابی عملکرد

به منظور بررسی و مقایسه کارایی نمودارهای کنترل پیشنهادی، عملکرد نمودارهای کنترل با استفاده از نرم افزار MATLAB شبیه سازی شده است. در شبیه سازیهای انجام شده، فرض بر آن شده است که مشخصه کیفی مرحله اول دارای توزیع نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۱ است و مشخصه کیفی مرحله دوم از توزیع دوجمله‌ای با اندازه نمونه برابر ۲۰ ($n=20$)، پیروی می‌کند. پارامتر عدم قطعیت (p) نیز از رابطه ۵ به دست می‌آید، در حالیکه پارامترهای مدل یعنی β_0 و β_1 به ترتیب ۱ و ۰,۲۵- در نظر گرفته شده‌اند. بر این اساس هنگامیکه فرآیند تحت کنترل است پارامتر عدم قطعیت به صورت رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود:

$$P_0 = \left[\frac{(1-(0.25)x)^2}{1+(1-(0.25)x)^2} \right], X \sim N(2,1) \quad (15)$$

هنگامیکه فرآیند به دلیل تغییر در پارامترهای مدل خارج از کنترل است، داریم $\beta_0 \pm \delta$ و $\beta_1 \pm \theta$ و $\delta, \theta \neq 0$ که در این صورت مطابق رابطه ۱۶ داریم:

$$P_0 = \left[\frac{(\beta_0 - \beta_1 x)^2}{1 + (\beta_0 - \beta_1 x)^2} \right] \quad (16)$$

برای هر شبیه سازی در ابتدا یک مقدار از متغیر X که دارای توزیع $N(2,1)$ است، تولید می‌شود. پارامتر عدم قطعیت p نیز بر اساس رابطه (۱۶) بدست می‌آید و یک مشاهده Y نیز از توزیع دوجمله‌ای $B(20, n)$ تولید می‌شود. سپس براساس X و Y تولید شده، آماره DR از رابطه ۱۰ با $n=20$ و $p = 20 \times \mu_0$ محاسبه می‌شود و با ۱۰۰۰۰۰ مرتبه تکرار، میانگین و انحراف

بهبتر است. عملکرد نمودار DEWMA با λ برابر با ۰.۰۵ در کشف

جدول ۱. نتایج شبیه سازی تحت شیفت $\beta_0 + \delta$ به

نمودار	np-chart		DR		CUSUM		DEWMA			
							$\lambda = 0.05$		$\lambda = 0.1$	
تغییر افزایشی	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۰	۲۰۰.۱	۲.۰۱	۲۰۰.۰۱	۲	۲۰۰.۶۹	۱.۷۴۵	۱۹۹.۹۲	۱.۸۶	۲۰۰.۳۳	۱.۹۲
۰.۰۲۵	۱۶۳.۹	۱.۶	۱۴۶.۲	۱.۵	۷۸.۹	۰.۵۶۶	۷۷.۰۷۴	۰.۶۴	۷۵.۲۰۲	۰.۶۶
۰.۰۵	۱۳۲.۹	۱.۳	۹۳.۴	۰.۹	۴۲.۷۸	۰.۲۸۴	۳۶.۹۹۲	۰.۲۶	۳۶.۱۰۲	۰.۲۹
۰.۱	۸۸.۸	۰.۸	۳۷.۳	۰.۳	۱۸.۲۶	۰.۱۰۷	۱۶.۹۴۵	۰.۰۸	۱۵.۳۱۶	۰.۰۹
۰.۲۵	۳۰.۶	۰.۳	۵.۷	۰.۰۵	۵.۵۷	۰.۰۲۵	۷.۷۶۷	۰.۰۲	۶.۴۳۳	۰.۰۲
۰.۵	۷.۹	۰.۷	۱.۷	۰.۰۱	۳.۴۳	۰.۰۱	۶.۲۳۶	۰.۰۱	۵.۱۱۵	۰.۰۱

جدول ۲. نتایج شبیه سازی تحت شیفت $\beta_0 - \delta$ به

نمودار	np-chart		DR		CUSUM		DEWMA			
							$\lambda = 0.05$		$\lambda = 0.1$	
تغییر کاهشی	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۰	۲۰۰.۰۱	۲.۰۱	۲۰۰.۰۱	۲	۲۰۰.۸۷	۱.۸۷۶	۱۹۹.۹۲	۱.۸۵۹	۲۰۰.۳۳	۱.۹۲
۰.۰۲۵	۲۸۰.۳	۲.۷۹	۱۸۱.۴	۱.۸	۸۹.۵۲	۰.۷۳	۹۲.۸	۰.۹۵	۱۲۱.۳۴	۱.۸۳
۰.۰۵	۳۱۵.۷	۳.۱	۱۶۷.۱	۱.۶	۴۶.۸۳	۰.۳۳۱	۶۶.۴۵	۰.۴۹۵	۱۱۰.۵۵	۱.۷۷
۰.۱	>>۴۰۰	-	۸۲.۴	۰.۸	۲۰.۴۹	۰.۱۲۷	۳۲.۹۳	۰.۱۱۴	۳۷.۰۵۸	۰.۲۶۲
۰.۲۵	>>۴۰۰	-	۱۶.۹	۰.۱۸	۳.۷۸	۰.۰۲۷	۱۰.۷۳	۰.۰۲۸	۱۲.۰۵	۰.۰۴۲
۰.۵	>>۴۰۰	-	۲.۲	۰.۰۲	۱.۸۱	۰.۰۰۸	۱۰.۲۴	۰.۰۳	۱۱.۷۲	۰.۰۴۵

شیفت‌های کاهش‌ی در مقایسه با نمودار DEWMA با λ برابر با ۰.۱ بهتر بوده و اما در شیفت‌های افزایشی عملکرد تقریباً یکسانی دارند.

علاوه بر این، مقایسه نتایج جداول ۳ و ۴ با همتای آنها در جدول ۱ و ۲ نشان می‌دهد که نمودار کنترل CUSUM پیشنهادی، عملکرد بهتری در کشف تغییرات p هنگامیکه این تغییرات به دلیل شیفت در پارامتر β_1 رخ می‌دهد نسبت به شیفت در پارامتر β_0 ، از خود نشان می‌دهد. به طور مثال هنگامیکه مقدار شیفت افزایشی در پارامترهای β_0 و β_1 با هم برابر و به اندازه ۰.۱ است، ARL شبیه سازی شده برای هر مورد به ترتیب برابر با ۱۸.۲۶ و ۳.۲۷ است. نتایج جداول ۳ و ۴ نشان می‌دهد که تنها در دو مورد شیفت افزایشی ۰.۲ و ۰.۵ و دو مورد شیفت کاهش‌ی ۰.۲ و ۰.۵ در پارامتر β_1 (که شیفت‌های نسبتاً بزرگی به حساب می‌آیند) عملکرد نمودار DR از نمودارهای کنترل پیشنهادی کمی بهتر است. این نشان دهنده آن است که روش‌های پایش پیشنهادی در کشف شیفت‌های کوچک عملکرد

نمودار در کشف تغییرات کاهش‌ی در پارامتر β_0 عملاً بی‌تاثیر است. در نهایت می‌توان بیان کرد که با توجه به اینکه آماره نمودارهای کنترل پیشنهادی (رابطه ۱۲ و ۱۴) از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند، اعمال شیفت یکسان افزایشی و کاهش‌ی (مثلاً ۰.۱) به مقادیر توان آزمون و در نتیجه مقادیر ARL یکسان منجر نمی‌گردد.

۶-۲ تغییر در پارامتر β_1

جداول ۳ و ۴ نتایج حاصل از شبیه سازی هنگامیکه فقط در پارامتر β_1 شیفت داده می‌شود را نشان می‌دهند. نتایج حاکی از این است که که نمودارهای کنترل پیشنهادی در مقایسه با نمودار DR و np-chart عملکرد بسیار بهتری در کشف شیفت‌های کاهش‌ی و افزایشی دارد. در بین رویکردهای پایش پیشنهادی، عملکرد نمودار CUSUM در کشف شیفت‌های کاهش‌ی و افزایشی

جدول ۳. نتایج شبیه سازی تحت شیفت $\beta_1 + \theta$

نمودار	np-chart		DR		CUSUM		DEWMA			
							$\lambda = 0.05$		$\lambda = 0.1$	
تغییر افزایشی	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۰	۲۰۰,۱	۲,۰۱	۲۰۰,۰۱	۲	۲۰۰,۶۳	۱,۷۳	۱۹۹,۹۲	۱,۸۶	۲۰۰,۳۳	۱,۹۲
۰,۱۵	۲۰۰,۰۲	۱,۹۸	۱۲۴,۶	۱,۲۳	۳۲,۴۶	۰,۲۴	۳۸,۵۴	۰,۲۲	۳۶,۰۸۱	۰,۳۳
۰,۲۵	۱۹۶,۴۵	۱,۹	۶۶,۷۵	۰,۶۵	۱۵,۳	۰,۰۹	۱۷,۴۳	۰,۰۷۸	۱۵,۸۷	۰,۰۸۳
۰,۰۵	۱۸۶,۴	۱,۸	۲۰,۶	۰,۲	۵,۸۵	۰,۰۲۶	۸,۶۸	۰,۰۳	۷,۲۸	۰,۰۳
۰,۱	۱۴۸,۱	۱,۵	۵,۴	۰,۰۵	۳,۲۷	۰,۰۰۹	۵,۹۹	۰,۰۱	۴,۹۴	۰,۰۱
۰,۲	۵۴,۲۳	۰,۵۲	۲,۲	۰,۰۲	۳,۰۵	۰,۰۰۸	۵,۳۲	۰,۰۱	۴,۸۲	۰,۰۱
۰,۵	۴,۴	۰,۱۱	۱,۲	۰,۰۰۹	۱,۲۲	۰,۰۰۷	۱,۱۹	۰,۰۱	۱,۸۴	۰,۰۱۳

جدول ۴. نتایج شبیه سازی تحت شیفت $\beta_1 - \theta$

نمودار	np-chart		DR		CUSUM		DEWMA			
							$\lambda = 0.05$		$\lambda = 0.1$	
تغییر کاهشی	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۰	۲۰۰,۱	۲,۰۱	۲۰۰,۰۱	۲	۲۰۰,۹۸	۱,۹۲	۱۹۹,۹۲	۱,۸۶	۲۰۰,۳۳	۱,۹۲۱
۰,۱۵	۲۰۴,۸	۲	۱۸۵,۲	۱,۸	۳۸,۴۴	۰,۲۷۴	۵۹,۲۹	۰,۴۴	۱۵۴,۲۴	۱,۴۲۶
۰,۲۵	۲۰۷,۹	۲,۱	۱۲۹,۵	۱,۳	۲۲,۷۵	۰,۱۴۹	۲۷,۹	۰,۱۵۸	۴۹,۸۲	۰,۳۸۸
۰,۰۵	۲۰۶,۴	۲,۰۵	۵۱,۳	۰,۵	۱۱,۳۳	۰,۰۶۷	۱۲,۴۸	۰,۰۵	۱۵,۱۵	۰,۰۷۵
۰,۱	۱۹۹,۶	۱,۹	۱۶,۵	۰,۱۶	۶,۸۵	۰,۰۳۷	۷,۹۲	۰,۰۲۳	۸,۳۴	۰,۰۳
۰,۲	۱۳۹,۲	۱,۴	۴,۴	۰,۰۴	۵,۷۹	۰,۰۳۱	۷,۰۱	۰,۰۱۹	۷,۲۹	۰,۰۲۴
۰,۵	۷,۹	۰,۰۷	۱,۸	۰,۰۱	۳,۱۶	۰,۰۱۹	۷,۸۷	۰,۰۳۶	۷,۵	۰,۰۴۶

بسیار بهتری نسبت به دو نمودار DR و np از خود نشان می دهد.

دلیل موجود در فرآیند با استفاده از نمودارهای کنترل شناسایی نشود.

نتایج جداول ۵ و ۶ حاکی از آن است که عملکرد نمودارهای CUSUM و DEWMA پیشنهادی در کشف شیفتها بسیار بهتر از عملکرد دو نمودار DR و np-chart است و تنها در دو مورد شیفت ۰,۵ و ۱ که بطور همزمان در پارامترهای β_0 و β_1 رخ می دهد (به گونه ای که شیفت های مورد نظر برای β_0 به صورت افزایشی و برای β_1 به صورت کاهشی است)، عملکرد نمودار DR تقریباً بهتر از عملکرد نمودار پیشنهادی است. ولی همچنان نمودارهای کنترل پیشنهادی عملکرد بهتری از نمودار np-chart دارند. به علاوه در بین نمودارهای پیشنهادی، عملکرد نمودار CUSUM از DEWMA در کشف تغییرات مختلف بهتر است.

۶-۳ تغییر همزمان در دو پارامتر β_0 و β_1

در این زیربخش، شیفت همزمان در پارامترهای β_0 و β_1 را بررسی کرده که نتایج آن در جداول ۵ و ۶ بطور خلاصه بیان شده است. از آنجاییکه عملکرد روشها به ازای شیفت های افزایشی و کاهشی ممکن است متفاوت باشد، در این قسمت تغییرات همزمان و غیر هم جهت در پارامترهای β_0 و β_1 نیز مورد بررسی قرار می گیرد. دلیل اعمال این گونه تغییرات در پارامترهای مدل رگرسیونی این است که ممکن است تغییرات غیر هم جهت در پارامترها باعث خنثی شدن تغییرات شود و در نتیجه انحراف با

جدول ۵. نتایج شبیه سازی تحت شیفت همزمان $\beta_0 + \gamma$ و $\beta_1 - \gamma$

نمودار	np-chart		DR		CUSUM		DEWMA			
							$\lambda = 0/0.5$		$\lambda = 0/1$	
تغییر همزمان	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۰	۲۰۰٫۱	۲٫۰۱	۲۰۰٫۰۱	۲	۲۰۰٫۱۵	۱٫۸۸۲	۱۹۹٫۹۲	۱٫۸۵۹	۲۰۰٫۳۳	۱٫۹۲۱
۰/۰۲	۱۷۲٫۷	۱٫۷	۱۸۰٫۸	۱٫۸	۳۶٫۷۲	۰٫۲۶۱	۶۲٫۲۴	۰٫۴۷	۱۶۲٫۳۳	۱٫۵۱
۰/۰۳	۱۶۰٫۴	۱٫۶	۱۵۰٫۱	۱٫۵	۲۴٫۱۸	۰٫۱۶۴	۳۴٫۷۴	۰٫۲۲	۶۸٫۲۱	۰٫۵۶
۰/۰۵	۱۴۲٫۲	۱٫۴	۸۴٫۲	۰٫۸	۱۴٫۱۸	۰٫۰۹	۱۸٫۲۲	۰٫۰۸۸	۲۵٫۳۴	۰٫۱۶
۰/۰۷۵	۱۱۸٫۴	۱٫۲	۴۷٫۱	۰٫۵	۹٫۶	۰٫۰۵۸	۱۲٫۲۲	۰٫۰۵	۱۴٫۴۷	۰٫۰۷۲
۰/۱	۱۰۲٫۷	۱٫۰۳	۳۰٫۰۴	۰٫۳	۷٫۷	۰٫۰۴۵	۹٫۸۶	۰٫۰۳	۱۰٫۹۲	۰٫۰۴۶
۰/۲۵	۴۸٫۸	۰٫۵	۸٫۶	۰٫۰۸	۵٫۱۳	۰٫۰۲۹	۷٫۱۲	۰٫۰۲۲	۷٫۳۱	۰٫۰۲۶
۰/۵	۱۳٫۷	۰٫۱۳	۲٫۹	۰٫۰۲	۳٫۵۷	۰٫۰۲۱	۷٫۵۹	۰٫۰۲۶	۷٫۸۵	۰٫۰۳۲
۱	۳٫۴	۰٫۰۳	۱٫۸	۰٫۰۱	۲٫۵۷	۰٫۰۱۷	۶٫۵۸	۰٫۰۸	۶٫۸۴	۰٫۱۱

جدول ۶. نتایج شبیه سازی تحت شیفت همزمان $\beta_1 + \gamma$ و $\beta_0 - \gamma$

نمودار	np-chart		DR		CUSUM		DEWMA			
							$\lambda = 0/0.5$		$\lambda = 0/1$	
تغییر همزمان	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۰	۲۰۰٫۱	۲	۲۰۰٫۰۱	۲	۲۰۰٫۵۸	۱٫۷۱۶	۱۹۹٫۹۲	۱٫۸۵۹	۲۰۰٫۳۳	۱٫۹۲۱
۰/۰۲	۲۳۵٫۳	۲٫۳	۱۲۰٫۳	۱٫۲	۲۹٫۳۸	۰٫۱۸۱	۳۳٫۷	۰٫۲۲۲	۳۳٫۲۹	۰٫۲۶۱
۰/۰۳	۲۶۰٫۳	۲٫۶	۸۶٫۳	۰٫۸	۱۷٫۱۷	۰٫۰۹۷	۲۰٫۲۴	۰٫۱۰۴	۱۸٫۸۳	۰٫۱۲
۰/۰۵	۳۰۹٫۸	۳	۴۲٫۲	۰٫۴	۸٫۱۵	۰٫۰۳۹	۱۱٫۲۴	۰٫۰۳۹	۹٫۸۱	۰٫۰۴۳
۰/۰۷۵	۳۶۴٫۶	۳٫۶۱	۲۱٫۸	۰٫۲۱	۵٫۰۱	۰٫۰۱۹	۸٫۱۰	۰٫۰۲۰	۶٫۵۴	۰٫۰۲۱
۰/۱	۴۹۴٫۵	۵	۱۱٫۷	۰٫۱	۳٫۵۵	۰٫۰۱۱	۶٫۴۹	۰٫۰۱۴	۵٫۳۷	۰٫۰۱۴
۰/۲۵	۴۹۳٫۲	۴٫۸	۳	۰٫۰۲	۳٫۱۷	۰٫۰۰۹	۵٫۸۶	۰٫۰۱۱	۴٫۷۸	۰٫۰۱۱
۰/۵	۷٫۹	۰٫۰۷	۱٫۸	۰٫۰۱	۳٫۴۱	۰٫۰۱	۶٫۲۶	۰٫۰۱۳	۵٫۱۵	۰٫۰۱۳
۱	۲٫۴	۰٫۰۲۲	۱٫۴۲	۰٫۰۰۹	۲٫۳۱	۰٫۰۱	۴٫۳۶	۰٫۰۱۱	۴٫۲۳	۰٫۰۱۲

۶-۳ تغییر در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول

کنترل پیشنهادی دارد که به دلیل لحاظ کردن اثر متغیر مرحله قبل بر متغیر خروجی توسط مدلسازی ارتباط میان دو متغیر و حذف اثر متغیر مرحله قبل می باشد.

رویکردهای پایش مبتنی بر مدل های رگرسیونی به منظور تمایز میان کیفیت خاص و کیفیت کل در نظر گرفته می شوند. بنابراین کشف شیفت های ایجاد شده در مشخصه کیفی مرحله قبل مدنظر نیست زیرا این شیفت ها مربوط به مرحله جاری تحت بررسی نیستند. بدین منظور، عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی CUSUM و DEWMA تحت شیفت های افزایشی و کاهششی در میانگین x مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج در جدول ۷ نشان داده شده است. همان طور که انتظار می رود، شیفت در متغیر کیفی مرحله قبل، اثر ناچیزی بر رویکردهای

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، پایش یک فرآیند دو مرحله ای بهم وابسته در شرایطی که مشخصه کیفی آن در مرحله دوم دارای توزیع دوجمله ای است، مورد بررسی قرار گرفت. برای برقراری ارتباط

جدول ۷. نتایج شبیه سازی تحت شیفت μ_x به $\mu_x \pm U\sigma_x$

نمودار	CUSUM		DEWMA			
	ARL	Standard error	$\lambda = 0/0.5$		$\lambda = 0/1$	
تغییر افزایشی			ARL	Standard error	ARL	Standard error
۱	۲۰۰٫۹۳	۱٫۹۴	۱۹۸٫۹۳	۱٫۸۱	۱۹۹٫۳۲	۱٫۸۷
۲	۱۹۷٫۴	۱٫۸۹	۱۹۶٫۷۲	۱٫۷۹	۱۹۷٫۷۲	۱٫۸۱
۳	۱۹۶٫۶۷	۱٫۷۹	۱۹۵٫۲۲	۱٫۷۳	۱۹۵٫۴۳	۱٫۷۹
تغییر کاهشی	ARL	Standard error	ARL	Standard error	ARL	Standard error
۱	۱۹۹٫۳۵	۱٫۹۰	۱۹۹٫۹۳	۱٫۸۸	۲۰۰٫۰۲	۱٫۹۳
۲	۱۹۸٫۴	۱٫۷۹	۱۹۷٫۷۰	۱٫۷۳	۱۹۸٫۳۵	۱٫۷۲
۳	۱۹۶٫۱۲	۱٫۷۴	۱۹۵٫۶۹	۱٫۸۱	۱۹۶٫۶۱	۱٫۷۴

مراجع

[1] Wade M.R., Woodall W.H., (1993). A Review and Analysis of Cause-Selecting Control Charts. *Journal of Quality Technology*. 25:3, 161-169.

[2] Zhang G.X., (1984). A New Type of Control Charts and Theory of Diagnosis with Control Charts. *World Quality Congress Transactions. American Society for Quality Control*, 175-185.

[3] Mandel B.J., (1969). The Regression Control Chart. *Journal of Quality Technology*. 1:1, 1-9.

[4] Hawkins D.M., (1991). Multivariate Quality Control Based on Regression Adjusted Variables. *Technometrics*. 33:1, 61-75.

[5] Hawkins D.M., (1993). Regression Adjustment for Variables in Multivariate Quality Control. *Journal of quality Technology*. 25: 3, 170-182.

[6] Lucas J.M., Saccucci M.S., (1990). Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics*. 32:1, 1-29.

[7] Zhang L., Chen G., (2005). An Extended EWMA Mean Chart. *Quality Technology & Quantitative Management*. 2:1, 39-52.

[8] Hauck D.J., Runger G.C. Montgomery D.C., (1999). Multivariate Statistical Process Monitoring and Diagnosis with Grouped Regression-adjusted Variables. *Communications in Statistics, Simulation and Computation*, 28:2, 309-328.

[9] Niaki S.T.A., Davoodi M., (2009). Designing a Multivariate-multistage Quality Control System using Artificial Neural Networks. *International Journal of Production Research*, 47:1, 251-271.

بین مشخصه‌های کیفی مرحله اول و دوم از تابع ارتباطی جدیدی که بر مبنای الگوهای خطی تعمیم یافته طراحی شده است، استفاده گردید. سپس دو نمودار کنترل مبتنی بر مدل جدید (CUSUM و DEWMA) توسعه و ارائه گردید. شبیه سازی-های گسترده به منظور بررسی عملکرد رویکردهای پایش صورت پذیرفت که نشان داد هر دو نمودار کنترل پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به نمودار DR و نمودار مرسوم np (که فقط به مشخصه کیفی مرحله دوم بستگی دارد) از خود نشان می‌دهند. در بین نمودارهای پیشنهادی، نمودار کنترل CUSUM عملکرد بهتری در کشف تغییرات افزایشی و کاهشی پارامترهای مدل نسبت به نمودار DEWMA، از خود نشان می‌دهد. دلیل عملکرد بهتر نمودارهای کنترل پیشنهادی از نمودار np این است که این نمودار ارتباط بین مشخصه‌های کیفی مرحله اول و دوم را در نظر نمی‌گیرد و تنها از مشخصه کیفی مرحله دوم برای پایش فرآیند استفاده می‌کند. مضاف بر آنکه، دلیل عملکرد بهتر نمودارهای پیشنهادی نسبت به نمودار DR هم در این است که نمودارهای کنترل پیشنهادی نمودارهایی با حافظه هستند که تنها از اطلاعات موجود در آخرین نقطه رسم شده استفاده نمی‌کنند، بلکه از اطلاعاتی که نقاط مشترک با هم منعکس می‌کنند استفاده می‌کنند. در نهایت، با توجه به اینکه در عمل پارامترهای مربوط به مشخصه کیفی فرایند نامعلومند، بررسی عملکرد نمودارهای کنترل پیشنهادی در حالتی که پارامترها نامعلوم اند و بعضاً با خطا برآورد می‌شوند، می‌تواند به عنوان موضوعی برای تحقیقات آتی در نظر گرفته شود.

using Generalized Linear Model-Based Control Charts. *International Journal of Production Research*. 41: 6, 1167-1180.

[16] Asgari A., Amiri A., Niaki S. T. A., (2014). A New Link Function in GLM-based Control Charts to Improve Monitoring of Two-stage Processes with Poisson Response. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 72:9, 1243-1256.

[۱۷] اخوان نیکی ، سیدتقی، سلیمانی ، پریا، اقبالی قهبیازی ، معصومه (۱۳۹۰). بررسی عملکرد روش های پایش پروفایل های خطی ساده در فرآیندهای دو مرحله ای ، نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، (۱)، ۶۰-۱.

[۱۸] امیری، امیرحسین، عسگری، علی، دورودیان، محمدهادی. (۱۳۹۱) پایش فرآیندهای دو مرحله ای با متغیر خروجی گاما با به کارگیری الگوهای خطی تعمیم یافته و روش معکوس نورتا. نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، (۱)۲، ۷۰-۱.

[19] Amiri A., Yeh A.B., Asgari A. (2016). Monitoring Two-Stage Processes with Binomial Data Using Generalized Linear Model-Based Control Charts. *Quality Technology and Quantitative Management*. 13:3, 241-262.

[10] Asadzadeh Sh., Aghaie A., Shahriari H., (2009) Monitoring Dependent Process Steps using Robust Cause-Selecting Control Charts. *Quality and Reliability Engineering International*. 25:7, 851-874.

[11] Asadzadeh Sh., Zerehsaz Y., Saghale A., Aghaie A., (2011) Compound-Estimator based Cause-Selecting Control Chart for Monitoring Multistage Processes. *Communications in Statistics, Simulation and Computation*. 40:3, 322-344.

[12] Jearkpaporn D., Montgomery D.C., Runger G.C., Borror C.M., (2003). Process Monitoring for Correlated Gamma-distributed Data using Generalized-Linear Model-Based Control Chart. *Quality and Reliability Engineering International*. 19:6, 477-491.

[13] Jearkpaporn D., Montgomery D.C., Runger G.C. Borror C.M., (2005). Model-based Process Monitoring using Robust Generalized Linear Models. *International Journal of Production Research*. 43:7, 1337-1354.

[14] Jearkpaporn D., Borror C.M., Runger G.C., Montgomery D.C. (2007). Process Monitoring for Mean Shifts for Multiple Stage Processes. *International Journal of Production Research*. 45:23, 5547-5570.

[15] Skinner K.R., Montgomery D.C., Runger G.C., (2003). Process Monitoring for Multiple Count Data

¹Multistage Processes

² Cascade Property

³ Hotelling T^2

⁴Cause Selecting Control Chart(CSC)

⁵Double Exponentially Weighted Moving Average (DEWMA)

⁶Outlier

⁷Deviance Residual

⁸Robust Generalized Linear Model

⁹Standardized Residual

¹⁰Cumulative Sum (CUSUM)

¹¹Generalized Linear Model

¹²Logit Link Function

¹³Anderson-Darling

¹⁴Normal Probability Plot