بررسی اثر تخمین پارامترهای مدل ARCH در نمودارهای کنترل فرایندهای مالی

محمدهادی دورودیان
دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه یزد، doroudyan@stu.yazd.ac.ir
محمدصالح اولیاء
(نویسنده مسئول) دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه یزد*
امیرحسین امیری
دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه شاهد، amiri@shahed.ac.ir
حجت‌الله صادقی
استادیار گروه مدیریت بازرگانی، دانشکده مدیریت، اقتصاد و حسابداری، دانشگاه یزد، sadeghi@yazd.ac.ir

چکیده شناسایی تغییرات معنادار در شاخص های کلیدی فرآیندهای مالی یکی از نکات مورد توجه در سال های اخیر و پس از بحران های مالی می باشد. نمودارهای کنترل یکی از ابزارهای قدرتمند مورد استفاده در این زمینه می باشد. نکته قابل توجه در استفاده عملی از نمودارهای کنترل، تخمین پارامترهای فرآیند بر اساس داده های در دسترس می باشد. علیرغم تحقیقات گسترده در زمینه بررسی تاثیر تخمین پارامترها بر روی عملکرد نمودارهای کنترل، تحقیقات کمی بر روی فرآیندهایی با مشاهدات وابسته زمانی صورت گرفته است. با توجه به اهمیت و کاربرد گسترده مدل سری زمانی Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) در پایش فرآیندهای مالی، در این مقاله، به بررسی تاثیر اندازه نمونه اولیه برای تخمین پارامترهای مدل بر روی عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ پرداخته می شود. عملکرد هر یک از نمودارهای کنترل با استفاده از مطالعات شبیه سازی و بر اساس معیارهای AARL و SDARL بررسی و نتایج حاصل تشریح می گردد.

کلمات کلیدی کنترل فرآیند آماری، نمودارهای کنترل، مدل سری زمانی ARCH، تخمین پارامتر، فرآیندهای مالی

۱- مقدمه

تصمیم گیری در بازارها و نهادهای مالی بسیار مورد توجه می باشد. اغلب این تصمیمات بر پایه جریان های مالی و روند شاخص های شناخته شده آن ها صورت می گیرد. به طور مثال، استراتژی های معاملات سهام بر اساس تغییرات قیمت سهام بسیار متداول می باشد. از سوی دیگر، به هنگام بودن تصمیمات در فرآیندهای مالی بسیار مهم می باشند. تاکنون، تلاش های بسیاری صورت گرفته است تا مکانیزم تصمیم گیری در مباحث اقتصادی بهبود یابد. یکی از مهمترین رویکردهای توسعه داده شده در این زمینه استفاده از تحلیل های آماری می باشد. کتاب های بسیاری مسایل فرآیندهای مالی را بر اساس مدل ها و روش های آماری متنوعی تشریح نموده اند [3-1].

توسعه رویه ای مناسب به منظور ایجاد ساختار تصمیم در فرآیندهای مالی ضروری می باشد. به این منظور در سال های اخیر نمودارهای کنترل جهت تصمیم گیری در فرآیندهای مالی توسعه داده شده اند. رویه اصلی در نظر گرفته شده شامل درک و شناسایی ویژگی های فرآیندهای مالی به وسیله مدل های آماری و روش های تخمین پارامترهای آن می باشد. سپس، به منظور شناسایی زمان های مناسب جهت اخذ تصمیمات به هنگام، تغییرات معنادار در ویژگی (شاخص) های این فرآیندها با استفاده از تکنیک های آماری شناسایی گردد. ابزاری که به منظور شناسایی تغییرات در نظر گرفته شده است، نمودارهای

*(Corresponding author) owlia@yazd.ac.ir

کنترل می باشد که برگرفته از موضوع کنترل فرآیند آماری از موضوعات اصلی مهندسی کیفیت می باشد. در سال های اخیر استفاده از نمودارهای کنترل در فرآیندهای مالی مورد توجه محققان قرار گرفته است. فریسن [4] در کتاب پایش فرآیندهای مالی به بررسی مهمترین موضوعات در این حوزه پرداخته است. مقالات ارائه شده در این حوزه را می توان در دو حوزه مقالات توصیفی – تحلیلی [7-5] و مقالات تحقیقاتی [9-8] دسته بندی نمود.

اولین نمودار کنترل در حدود سال ۱۹۳۱ توسط والتر ا. شوهارت [10] به منظور پایش فرآیندهای صنعتی توسعه داده شد. اگرچه همچنان کاربردهای صنعتی نمودارهای کنترل بسیار مهم می باشد، اما کاربردهای بسیار دیگری نیز مورد توجه قرار گرفتند. مباحث اصلی و مطالعات مروری بر روی مباحث اصلی نمودارهای کنترل را می توان در مراجع [13-11] بررسی نمود. یکی از نکات قابل توجه در کاربرد عملی نمودارهای کنترل، تاثیر تخمین پارامترهای فرآیند بر روی عملکرد نمودارهای کنترل می باشد. عامل کلیدی در طراحی نمودار کنترل قابل اطمینان، دقت تخمین زننده های مورد استفاده در فاز ۱ نمودارهای کنترل می باشد. معیارهای متفاوتی برای بررسی دقت تخمین زننده ها ارائه شده است. از جمله مهمترین آن ها می توان به میانگین مربعات خطا (MSE) و بهره وری نسبی (RE) که برای مقایسه چندین تخمین زننده مورد استفاده قرار می گیرد، اشاره نمود. علاوه بر آن، با توجه به اینکه تخمین پارامترها بر روی عملکرد تحت کنترل و خارج از کنترل نمودارهای کنترل تاثیر دارد، می بایست عملکرد نمودارهای کنترل نیز مورد بررسی قرار گیرد. متداول ترین معیارهای مورد استفاده برای این منظور متوسط طول دنباله (ARL) و انحراف معیار طول دنباله (SDRL) می باشند. برخی محققان استفاده از چندک های توزیع طول دنباله را نیز مورد توجه قرار داده اند. چرا که شکل توزیع طول دنباله برای نمودارهای کنترل تخمین زده شده تا حد زیادی چوله می باشد. از مقالات مروری ارائه شده در این زمینه می توان به مراجع [15-14] اشاره نمود.

علیرغم تحقیقات گسترده بر روی تاثیر تخمین پارامترها بر روی عملکرد نمودارهای کنترل، تحقیقات کمی در این زمینه برای مشاهدات دارای وابستگی زمانی صورت گرفته است. علاوه بر این، در تحقیقات این حوزه تاکنون تحقیقی پیرامون تاثیر تعداد نمونه اولیه در عملکرد نمودارهای کنترل به منظور پایش فرآیندهای مدل سری زمانی ARCH صورت نگرفته است. مدل سری زمانی ARCH [17-16]، یکی از مدل های پرکاربرد در مدل سازی آماری فرآیندهای مالی می باشد. این مدل به دلیل ویژگی هایی که دارد یکی از مدل های پر کاربرد برای مدل سازی بازده بازار سهام و نرخ مبادلات ارزی در اقتصاد می باشد. پراکندگی مدل ARCH در مقایسه با پراکندگی مدل AR که مقدار شرطی آن ثابت می باشد، تابعی از مشاهدات می باشد. این ویژگی باعث می شود این مدل برای اهداف اقتصادی دارای انعطاف پذیری بیشتری باشد. تحقیقات گسترده ای در زمینه مدل ARCH و فرم عمومی سازی شده آن (Generalized ARCH) صورت گرفته است [18]. سورین و اشمید [19] نمودارهای کنترل متعددی را بر اساس دو رویکرد کلی پایش باقیمانده ها و حدود کنترل تعدیل شده برای پایش فرآیندهای ARCH پیشنهاد نمودند. آن ها در تحقیقات خود بر روی فاز دوم نمودارهای کنترل تمرکز نمودند و در مطالعات شبیه سازی خود مقادیر پارامترها را معلوم فرض کردند. همچنین در دو مطالعه موردی بر روی فرآیندهای مالی، مقدار پارامترها را بر اساس تعداد قابل قبولی مشاهده اولیه تخمین زدند. در حالیکه، برخی مواقع، تعداد مورد نظر از داده های اولیه تحت کنترل در دسترس نمی باشد. این موضوع بخصوص در مورد فرآیندهای مالی وجود دارد. چرا که تغییرات در فرآیندهای مالی بسیار زیاد و تا حدود زیادی نامشخص می باشد و نمی توان به تحت کنترل بودن داده های اولیه اطمینان زیادی نمود. از این رو در این مقاله تاثیر تعداد نمونه اولیه در تخمین پارامترها و عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ بررسی می شود.

در ادامه ساختار مقاله به این صورت می باشد که در بخش ۲ و ۳ به ترتیب، مدل سری زمانی ARCH و نمودارهای کنترل ارائه شده به منظور پایش این فرآیندها تشریح می گردد. در بخش چهارم، عملکرد هر یک نمودارهای کنترل با توجه به تغییرات تعداد نمونه اولیه در تخمین پارامترهای فرآیند با استفاده از مطالعات شبیه سازی و بر اساس معیارهای AARL و SDARL مورد ارزیابی قرار می گیرد. در پایان نتیجه گیری و برخی پیشنهادات به منظور تحقیقات آتی ارائه می گردد.

۲- مدل سری زمانی ARCH

مهمترین گامی که در پایش فرآیندهای مالی می بایست در نظر گرفته شود، شناخت و معرفی فرآیند مورد نظر و مدل سازی داده های فرآیند می باشد. در این بخش به معرفی مدل سری زمانی ARCH که یکی از مدل های پرکاربرد در مدل سازی مشاهدات فرآیندهای مالی می باشد پرداخته می شود. این مدل

به طور خاص به منظور مدل سازی گشتاور دوم مشاهدات انفرادی بسیار پرکاربرد می باشد.

در سال ۲۰۰۳، انگل برای "روش های تجزیه و تحلیل سری های زمانی با پراکندگی در طول زمان (ARCH)" مفتخر به دریافت جایزه نوبل در اقتصاد شد. او نشان داد که ساختار وابستگی یک فرآیند می تواند بیشتر از یک تابع خودهمبستگی باشد. انگل [16] یک مورد خاص را بررسی نمود و مفهوم مدل های خوهمبسته ناهمواریانس مشروط (ARCH) را معرفی نمود. یک نوع ساده از مدل ARCH به صورت رابطه زیر می باشد.

$$x_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2} \qquad (۱)$$

که در آن

$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2) = 1, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \qquad (۲)$$

و با قدری مرتب سازی داریم:

$$x_t \mid x_{t-1}, \ldots \sim N(0, h_t) \qquad (۳)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 \qquad (۴)$$

$$x_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + (x_t^2 - h_t) \qquad (۵)$$

رابطه (۵) شباهت بین مدل های ARCH و مدل های AR را نشان می دهد. گشتاورهای دوم x_t دارای ساختار خودهمبستگی غیر صفر می باشند در حالیکه گشتاورهای اول چنین نیستند. مدل توسعه یافته آن ARCH(p) می باشد:

$$x_t = \varepsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p x_{t-p}^2} \qquad (۶)$$

فرآیند ARCH(p) به راحتی به عنوان فرآیند AR(p) برای گشتاورهای دوم تفسیر می گردد.

۳- نمودارهای کنترل فاز ۲

در این بخش جزئیات دو رویکرد اصلی در نظر گرفته شده برای پایش مشاهدات شامل رویکرد حدود کنترل تعدیل شده و پایش باقی مانده های حاصل از مدل بر اساس نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA تشریح می گردد. در رویکرد اول حدود کنترل نمودارهای کنترل بر اساس واقعیت وجود وابستگی زمانی بین مشاهدات به گونه ای تعیین می گردد که متوسط طول دنباله تحت کنترل مورد نظر به دست آید. در حالیکه در رویکرد دوم، مقادیر باقیمانده های حاصل از مدل سری زمانی محاسبه می گردد و نمودارهای کنترل سنتی به منظور پایش باقیماند ها مورد استفاده قرار می گیرد.

۳-۱ نمودارهای کنترل تعدیل شده

نمودارهای کنترل مورد استفاده در این بخش شامل نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA می باشد. این نمودارها به صورت سنتی به منظور پایش فرآیندهای نرمال توسعه داده شده اند [20]. عملکرد این نمودارها زمانی که مشاهدات دارای وابستگی زمانی می باشند، کاهش می یابد. از این رو و با توجه به گستردگی کاربرد، این نمودارها به منظور پایش مشاهدات وابسته زمانی توسعه داده شده اند. رویکرد اصلی در توسعه این نمودارها، اصلاح حدود کنترل به گونه ایست که نمودار کنترل دارای عملکرد مورد انتظار باشد. بدین منظور، پیشنهاد شده است که حدود کنترل این نمودارها بر اساس میزان پراکندگی واقعی مشاهدات طراحی گردد. رابطه زیر حدود کنترل تعدیل شده برای نمودار کنترل شوهارت را نشان می دهد [21].

$$\begin{aligned} UCL &= +L * \sqrt{\gamma_0} \\ LCL &= -L * \sqrt{\gamma_0} \end{aligned} \qquad (۷)$$

در این رابطه γ_0 واریانس مدل سری زمانی ARCH می باشد (رابطه ۸) و L به گونه ای تعیین می گردد که متوسط طول دنباله تحت کنترل مورد نظر به دست آید. آماره تحت کنترل در این نمودار گشتاور دوم بازده سهام می باشد. جزئیات بیشتر پیرامون عملکرد نمودار کنترل شوهارت تعدیل شده را می توان در مرجع [22] مشاهده نمود.

$$\gamma_0 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i} \qquad (۸)$$

نمودار کنترل EWMA یکی دیگر از نمودارهای کنترل توسعه داده شده به منظور پایش فرآیندهای دارای وابستگی زمانی می باشد [23]. آماره تحت کنترل در این نمودار بر اساس رابطه بازگشتی زیر محاسبه می گردد.

$$Z_t = \lambda X_t + (1-\lambda) Z_{t-1} \qquad (۹)$$

مقادیر λ در این رابطه در بازه (0,1] به گونه ای تعیین می گردد که میزان تغییر مورد در نظر در فرآیند شناسایی گردد. مقدار آغازین Z_t برابر میانگین فرآیند در نظر گرفته می شود. رابطه زیر حدود کنترل نمودار کنترل EWMA تعدیل شده را نشان می دهد.

$$UCL = +L * \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\gamma_0}$$
$$LCL = -L * \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\gamma_0} \qquad (۱۰)$$

در این رابطه γ_0 واریانس مدل سری زمانی ARCH می باشد و L به گونه ای تعیین می گردد که متوسط طول دنباله تحت کنترل مورد نظر به دست آید. در صورتی که مقدار پارامتر برابر ۱ در نظر گرفته شود، نمودار کنترل EWMA به نمودار کنترل شوهارت تبدیل خواهد شد. به منظور کشف سریعتر تغییرات کوچک در فرآیند، توصیه می شود مقادیر λ کوچک در نظر گرفته شود. در نتیجه، برای شناسایی تغییرات بزرگ بهتر است مقدار این پارامتر برابر یک در نظر گرفته شود. البته در صورتی که مقدار تغییر مشخص باشد در مرجع [23] پیشنهاداتی به منظور تعیین اندازه بهینه λ پیشنهاد شده است.

۳-۲ نمودارهای کنترل باقیمانده

رویکرد اصلی در این دسته از نمودارهای کنترل محاسبه مقادیر باقیمانده حاصل از مدل می باشد [19]. بر این اساس و با توجه به رابطه (۱) می توان نوشت:

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{X_t}{\sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i X_{t-i}^2}} \qquad (۱۱)$$

این رابطه برای مقادیر t>p+1 تعریف می گردد. برای مقادیر ابتدایی t می توان مقدار $E(X_t^2) = Var(X_t) = \gamma_0$ را بجای X_t^2 قرار داد. بنابراین برای t>1 می توان نوشت:

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{X_t}{\sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^{\min\{p,t-1\}} \alpha_i X_{t-i}^2 + \gamma_0 \sum_{i=t}^{p} \alpha_i}} \qquad (۱۲)$$

برای حالت خاص p=1 می توان نوشت:

$$\hat{\varepsilon}_1 = \frac{X_1}{\sqrt{\gamma_0}} \qquad (۱۳)$$

لازم به ذکر است که مقادیر $\hat{\varepsilon}_t$ برای وضعیت های خارج از کنترل مستقل نمی باشند. حال می توان برای مقادیر باقیمانده محاسبه شده، از نمودارهای سنتی شوهارت و EWMA استفاده نمود [20]. لازم به ذکر است که مقادیر باقیمانده محاسبه شده در حالت تحت کنترل برای مدل ARCH(p) دارای توزیع مستقل نرمال استاندارد می باشند.

۴- بررسی تاثیر تخمین پارامترها

در این بخش، به بررسی تاثیر تخمین پارامترهای مدل سری زمانی ARCH بر روی عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ پرداخته می شود. در تحقیقاتی که تاکنون بر روی توسعه نمودارهای کنترل به منظور پایش فرآیندهای مدل سری زمانی ARCH صورت گرفته است [19]، پارامترهای مدل بر اساس تعداد قابل قبولی اندازه نمونه اولیه تخمین زده شده است. این درحالیست که ممکن است در مواردی ممکن است نمونه اولیه به تعداد کافی و مورد نیاز در دسترس نباشد. همچنین در مواردی همچون فرآیندهای مالی نسبت به پیروی تمامی داده ها از یک مدل زمانی مشخص با پارامترهای ثابت تردید وجود دارد. در چنین مواقعی توجه به تعداد نمونه اولیه به منظور تخمین پارامترهای مدل و تاثیر آن ها بر روی عملکرد نمودارهای کنترل ضروری می باشد.

نکته قابل توجه دیگر این موضوع می باشد که در کاربردهای واقعی، ممکن است مجموعه داده های مختلف برای مطالعات فاز ۱ جمع آوری گردد. هر یک از این مجموعه داده ها مقادیر مختلفی از تخمین پارامترهای مدل را ارائه می نمایند. در نتیجه، مقدار متوسط طول دنباله (ARL) تحت کنترل در نمودارهای کنترل فاز ۲ به ازای هر یک از این مجموعه داده ها متفاوت

خواهد بود. بیشتر تحقیقات در حوزه عملکرد نمودارهای کنترل بر اساس تخمین پارامترهای مدل بر روی تعداد نمونه ی مجموعه داده ها در فاز ۱ تاکید دارند و این موضوع را مورد توجه قرار داده اند. به نحوی که بتوان با تعداد نمونه مناسب برای مجموعه داده ها در فاز ۱ به میانگین ARL تحت کنترل نزدیک به مقدار مورد انتظار دست یافت. علاوه بر این با توجه به اینکه هر یک از کاربران ممکن است ARL تحت کنترل خاصی را مد نظر داشته باشد، لازم است که معیار SDARL را به عنوان یک معیار کمکی در نظر گرفت [24-27]. به عبارت دیگر، هدف از این تحقیق، بررسی این موضوع می باشد که تعداد نمونه مناسب برای مجموعه داده های فاز ۱ در طراحی نمودارهای کنترل فرآیندهای ARCH به نحوی انتخاب گردد که متوسط ARL تحت کنترل نزدیک به مقدار مورد نظر و SDARL به اندازه کافی کوچک به دست آید.

در ادامه، عملکرد رویکردهای حدود کنترل تعدیل شده و پایش باقیمانده ها بر روی نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA به منظور پایش فرآیندهای ARCH مورد بررسی و مقایسه قرار می گیرد. هدف نهایی مقایسه رویکردها و نمودارهای کنترل، تعیین تعداد نمونه مجموعه داده های فاز ۱ می باشد به نحوی که متوسط ARL تحت کنترل نزدیک به مقدار مورد نظر نزدیک باشد و پراکندگی آن بر اساس معیار SDARL قابل اغماض باشد. بررسی عملکرد این نمودارها با استفاده از مطالعات شبیه سازی صورت می گیرد.

مراحل شبیه سازی مورد استفاده در این تحقیق به این صورت می باشد که:

۱. شبیه سازی مجموعه نمونه های اولیه به تعداد مورد نظر (ستون اول جدول ۲ و ۳)
۲. تخمین پارامترهای مدل بر اساس مجموعه نمونه اولیه
۳. طراحی نمودار کنترل فاز ۲ بر اساس پارامترهای تخمین زده شده
۴. شبیه سازی مشاهدات فاز ۲ و مقایسه با حدود کنترل
۵. تکرار گام ۴ تا هنگام دریافت هشدار و ثبت طول دنباله تحت کنترل
۶. تکرار گام های ۴ و ۵ به تعداد ۵۰۰۰ مرتبه و محاسبه متوسط طول دنباله تحت کنترل
۷. تکرار گام های ۱ تا ۶ به تعداد ۱۰۰ مرتبه و محاسبه میانگین ARL تحت کنترل و SDARL

بدون از دست رفتن عمومیت، مدل مورد استفاده در مطالعات شبیه سازی ARCH(1) می باشد. توزیع مقادیر باقیمانده های مدل نرمال استاندارد در نظر گرفته شده است. همچنین مقادیر α_0 و α_1 به ترتیب برابر ۲/۶ و ۰/۴۲۵ مشابه مقادیر گزارش شده برای سهام لوفتانزا در مرجع [19] در نظر گرفته شده است. حدود کنترل برای نمودارهای کنترل مورد استفاده در این مطالعه به نحوی تعیین گردیده است که متوسط طول دنباله تحت کنترل زمانی که مقادیر پارامترهای مدل مشخص باشند برابر ۲۰۰ باشد. این مقادیر برای نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA در رویکردهای حدود کنترل تعدیل شده و پایش باقیمانده ها در جدول شماره ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. مقادیر حدود کنترل برای نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA در رویکردهای حدود کنترل تعدیل شده و پایش باقیمانده

تعداد نمونه مجموعه داده های فاز ۱	رویکرد حدود کنترل تعدیل شده		رویکرد پایش باقیمانده	
	شوهارت	EWMA	شوهارت	EWMA
ضریب حدود کنترل	۳/۱۵۵۵	۲/۹۴۵۰	-	-
ضریب هموار سازی	-	۰/۲	-	۰/۲
حد بالای کنترل	-	-	۲/۸۰۷۰	۰/۸۷۸۵
حد پایین کنترل	-	-	-۲/۸۰۷۰	-۰/۸۷۸۵

نتایج متوسط ARL و SDARL برای مقادیر مختلف تعداد نمونه مجموعه داده های فاز ۱ به ترتیب در جداول ۲ و ۳ ارائه شده است.

جدول ۲. مقادیر متوسط ARL برای ۲ رویکرد اصلی پایش در نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA

تعداد نمونه مجموعه داده های فاز ۱	رویکرد حدود کنترل تعدیل شده		رویکرد پایش باقیمانده	
	شوهارت	EWMA	شوهارت	EWMA
۷۰	۳۷۵/۴۹	۲۹۴/۱۰	۱۷۹/۴۴	۱۶۰/۸۱
۱۲۰	۲۱۱/۶۷	۲۱۴/۳۶	۱۷۵/۰۰	۱۵۸/۱۱
۲۰۰	۱۸۶/۲۹	۱۸۱/۱۳	۱۷۴/۲۷	۱۶۷/۲۰
۳۰۰	۱۸۷/۸۴	۱۷۸/۴۲	۱۸۱/۵۴	۱۸۷/۳۳
۵۰۰	۱۹۱/۹۲	۱۸۸/۸۱	۱۷۴/۳۲	۱۸۴/۹۳
۵۰۰۰	۱۹۲/۱۰	۱۹۵/۷۵	۱۸۸/۸۸	۱۸۹/۸۶
۱۰۰۰۰	۱۹۳/۸۷	۱۹۷/۰۱	۱۹۱/۳۴	۱۹۳/۷۸

نتایج جدول ۲ نشان می دهد که با کاهش تعداد نمونه های اولیه برای تخمین پارامترهای مدل سری زمانی ARCH، به طور کلی در هر دو رویکرد و هر دو نمودار کنترل، متوسط

ARL نسبت به مقدار مورد انتظار تعیین شده (در اینجا ۲۰۰) کمتر می شود. به عبارت دیگر مقدار هشدارهای اشتباه نمودارهای کنترل افزایش می یابد و این بدان معناست که عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ کاهش می یابد. با کمی دقت بیشتر، می توان مشاهده نمود که این میزان کاهش عملکرد، در هر دو نمودار کنترل، در رویکرد پایش باقیمانده ها بیشتر از رویکرد حدود کنترل تعدیل شده می باشد. البته لازم به ذکر است که در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده، با کاهش تعداد نمونه های اولیه به کمتر از ۲۰۰ نمونه، متوسط ARL بر خلاف روند کلی کاهش در حال افزایش می باشد. علت این مورد را می توان در معیار SDARL یافت. به عبارت دیگر، هر چند که با کاهش تعداد نمونه های اولیه، به طور کلی عملکرد هر دو نمودارهای کنترل در هر دو رویکرد کاهش می یابد ولی با کاهش بیش از حد (کمتر از ۲۰۰ نمونه)، انحراف معیار ARL در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده به قدری افزایش می یابد که باعث می شود متوسط ARL در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده بیشتر از ۲۰۰ باشد. در حقیقت، این افزایش نشان دهنده بهبود عملکرد نمودارهای کنترل در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده نمی باشد. بلکه اینگونه می توان نتیجه گیری نمود که با کاهش تعداد نمونه اولیه تا میزان معین (در اینجا ۲۰۰ نمونه) عملکرد رویکرد حدود کنترل تعدیل شده بهتر از رویکرد پایش باقیماند ها می باشد. ولی زمانی که تعداد نمونه های اولیه به میزان قابل توجهی (در اینجا کمتر از ۲۰۰ نمونه) کاهش می یابد، عملکرد رویکرد پایش باقیمانده ها بهتر از رویکرد حدود کنترل تعدیل شده می باشد.

با مشاده نتایج جدول ۲، به منظور مقایسه دو نمودار کنترل شوهارت و EWMA، در هر دو رویکرد پایش باقیمانده و حدود کنترل تعدیل شده اینگونه می توان نتیجه گیری نمود که با کاهش اندازه نمونه به میزان معین (در اینجا ۵۰۰۰ برای رویکرد حدود کنترل تعدیل شده و ۳۰۰ برای رویکرد پایش باقیمانده ها)، عملکرد نمودار کنترل EWMA کمتر از نمودار کنترل شوهارت کاهش می یابد. در حالیکه با کاهش بیشتر تعداد نمونه های اولیه، نمودار کنترل شوهارت عملکرد بهتری نسبت به نمودار کنترل EWMA خواهد داشت.

جدول ۳. مقادیر SDARL برای ۲ رویکرد اصلی پایش در نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA

تعداد نمونه مجموعه داده های فاز ۱	رویکرد حدود کنترل تعدیل شده		رویکرد پایش باقیمانده	
	شوهارت	EWMA	شوهارت	EWMA
۷۰	۱۵۹۵/۱۵	۷۰۹/۳۸	۲۳۱/۴۳	۱۴۲/۸۳
۱۲۰	۲۵۵/۷۷	۲۲۸/۸۰	۱۶۳/۱۶	۹۳/۶۸
۲۰۰	۱۱۰/۲۹	۱۲۳/۳۱	۱۰۶/۸۹	۷۹/۸۵
۳۰۰	۹۸/۲۰	۸۶/۹۷	۸۲/۲۷	۷۴/۷۸
۵۰۰	۶۳/۶۹	۶۹/۴۷	۵۹/۲۱	۴۹/۵۰
۵۰۰۰	۲۰/۰۴	۱۴/۹۴	۲۰/۴۲	۱۹/۰۸
۱۰۰۰۰	۱۷/۲۰	۱۳/۵۸	۱۶/۰۱	۱۴/۰۸

نتایج جدول ۳ نشان می دهد که با کاهش تعداد نمونه های اولیه، به طور کلی در هر دو رویکرد و هر دو نمودار کنترل، میزان انحراف معیار ARL افزایش می یابد. این موضوع نشان دهنده کاهش عملکرد نمودارهای کنترل می باشد. بررسی و مقایسه دو رویکرد اصلی نشان می دهد که در اغلب موارد، در هر دو نمودار کنترل، عملکرد رویکرد پایش باقیمانده ها بهتر از رویکرد حدود کنترل تعدیل شده می باشد. این موضوع به صورت خاص در تعداد نمونه های اولیه کمتر (در اینجا کمتر از ۲۰۰ نمونه) بیشتر مشهود می باشد. به نحوی که با کاهش تعداد نمونه های اولیه میزان افزایش انحراف معیار در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده به قدری زیاد می باشد که نمی توان به متوسط طول دنباله مورد انتظار اطمینان نمود. علت این موضوع تفاوت روش تعیین حدود کنترل در دو رویکرد می باشد. بدین معنی که در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده، میزان انحراف معیار تخمین زده شده برای مدل سری زمانی ARCH در حدود کنترل تاثیر گذار می باشد. همچنین، از سوی دیگر با توجه به اینکه تخمین انحراف معیار فرآیند به میزان قابل توجهی به تعداد نمونه اولیه حساس می باشد، این حساسیت تاثیر خود را در تعداد نمونه های اولیه کم و حدود کنترل، در رویکرد حدود کنترل تعدیل شده نشان داده می شود. در حالیکه حدود کنترل در رویکرد پایش باقیمانده ها ثابت می باشد و تخمین پارامترهای مدل تنها در محاسبات مربوط به باقیمانده حاصل از مدل تاثیر گذار می باشند. بررسی نتایج جدول ۳ به منظور مقایسه دو نمودار کنترل نشان می دهد که میزان افزایش انحراف استاندارد ARL، در هر دو رویکرد اصلی، در نمودار کنترل EWMA کمتر از نمودار کنترل شوهارت می باشد. به عبارت دیگر نمودار کنترل EWMA نتایج استوارتری نسبت به نمودار کنترل شوهارت دارد.

بنابراین به طور کلی می توان اینگونه نتیجه گیری نمود که با کاهش تعداد نمونه های اولیه، عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ کاهش می یابند. با این توضیح که در صورتی که این کاهش، به میزان کمی باشد در هر دو نمودار کنترل، عملکرد رویکرد حدود کنترل تعدیل شده بهتر از رویکرد پایش باقیمانده ها می باشد. همچنین، در این شرایط، در هر دو رویکرد اصلی، عملکرد نمودار کنترل EWMA بهتر از نمودار کنترل شوهارت می باشد. در حالیکه با کاهش بیشتر اندازه نمونه های اولیه، در هر دو نمودار کنترل، عملکرد رویکرد پایش باقیمانده ها بهتر از رویکرد حدود کنترل تعدیل شده می باشد. همچنین، در هر دو رویکرد، عملکرد نمودار کنترل شوهارت بهتر از نمودار کنترل EWMA می باشد.

۵- نتیجه گیری

با توجه به اهمیت تصمیم گیری در اقتصاد و کاربرد نمودارهای کنترل به عنوان ابزاری جهت تصمیم گیری در این حوزه، در سال های اخیر، تحقیقاتی پیرامون کاربرد این ابزار در حوزه فرآیندهای مالی صورت گرفته است. با این وجود تاکنون تحقیقی پیرامون تاثیر تخمین پارامترها بر روی عملکرد نمودارهای کنترل مورد استفاده در این تحقیقات، صورت نگرفته است. در این مقاله، دو رویکرد حدود کنترل تعدیل شده و پایش باقیمانده ها به منظور پایش مدل سری زمانی ARCH به عنوان یکی از مدل های پرکاربرد در بازارهای مالی، بخصوص در مدل سازی گشتاور دوم بازده سهام، مورد بررسی قرار گرفته است. در هر یک از این رویکردها، نمودارهای کنترل شوهارت و EWMA برای پایش مورد استفاده قرار گرفته است. ابتدا، حدود کنترل به گونه ای تعیین گردیده است که متوسط طول دنباله تحت کنترل برابر مقدار مشخصی باشد. سپس، با استفاده از مطالعات شبیه سازی تاثیر اندازه نمونه اولیه بر روی تخمین پارامترهای مدل و به تبع آن عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ بر اساس معیارهای متوسط ARL تحت کنترل و SDARL مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان می دهد که با کاهش تعداد نمونه های اولیه، عملکرد نمودارهای کنترل فاز ۲ کاهش می یابند. با این توضیح که در صورتی که این کاهش، به میزان کمی باشد عملکرد رویکرد حدود کنترل تعدیل شده بهتر از رویکرد پایش باقیمانده ها می باشد. همچنین، در این شرایط، عملکرد نمودار کنترل EWMA بهتر از نمودار کنترل شوهارت می باشد. در حالیکه این نتیجه گیری در شرایطی که تعداد نمونه های اولیه به میزان قابل توجهی کاهش می یابد تغییر می کند. به عبارت دیگر، در شرایطی که تعداد نمونه های اولیه به میزان قابل توجهی کاهش می یابد، عملکرد رویکرد پایش باقیمانده ها بهتر از رویکرد حدود کنترل تعدیل شده می باشد. همچنین، در این شرایط، عملکرد نمودار کنترل شوهارت بهتر از نمودار کنترل EWMA می باشد.

مراجع

[1] Follmer, H., Schied, A., (2002), Stochastic Finance, An Introduction in Discrete Time, de Gruyter, Berlin.

[2] Hardle, W., Kleinow, T., Stahl, G., (2002), Applied Quantitative Finance, Theory and Computational Tools, Springer-Verlag, New York.

[3] Cizek, P., Hardle, W., Weron, R., (2005), Statistical Tool for Finance and Insurance, Springer-Verlag, Berlin.

[4] Frisen, M., (2008), Financial Surveillance, John Wiley & Sons.

[5] Golosnoy, V., Schmid, W., (2008), Statistical process control in asset management, Applied Quantitative Finance, 20, 398-416.

[6] Frisen, M., (2009), Optimal sequential surveillance for finance, public health, and other areas, Sequential Analysis: Design Methods and Applications, 28(3), 310-337.

[7] Frisen, M., (2011), Methods and evaluations for surveillance in industry, business, finance, and public health, Quality and Reliability Engineering International, 27(5), 611-621.

[8] Abbasi, B., Guillen, M., (2013), Bootstrap control charts in monitoring Value at Risk in insurance, Expert Systems with Applications, 40(15), 6125-6135.

[9] Garthoff, R., Golosnoy, V., Schmid, W., (2014), Monitoring the mean of multivariate financial time series, Applied Stochastic Models in Business and Industry, 30(3), 328-340.

[10] Shewhart, W.A., (1931), Economic Control of Quality of Manufactured Product, MacMillan and Co., London.

[11] Ryan, T.P., (2000), Statistical Methods for Quality Improvement (2nd edn), John Wiley & Sons, Ltd, New York.

[12] Frisen, M., (2003), Statistical surveillance, Optimality and methods, International Statistical Review, 71(2), 403–434.

[13] Woodall, W.H., Montgomery, D.C., (2014), Some current directions in the theory and application of statistical process monitoring, Journal of Quality Technology, 46(1).

[14] Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ, C.W., Woodall, W.H., (2006), Effects of parameter estimation on control chart properties: a literature review, Journal of Quality Technology, 38(4), 349-364.

[15] Psarakis, S., Angeliki K.V., Castagliola, P., (2014), Some recent developments on the effects of parameter estimation on control charts, Quality and Reliability Engineering International 30(8), 1113-1129.

[16] Engle, R.F., (1982), Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation, Econometrica, 50, 987–1008.

[17] Engle, R.F., Bollerslev, T., (1986), Modeling the persistence of conditional variances, Econometric Reviews, 5(1), 1–50.

[18] Pagan, A. (1996), The econometrics of financial markets, Journal of Empirical Finance, 3, 15-102.

[19] Severin, T., Schmid, W., (1998), Statistical process control and its application in finance, In Contributions to Economics: Risk Measurement, Econometrics and Neural Networks, Physica-Verlag, Hevdelbag, 83–104.

[20] Montgomery, D.C., (2005), Introduction to Statistical Quality Control, 5th edn, John Wiley & Sons, New York.

[21] Vasilopoulos, A.V., Stamboulis, A.P., (1978), Modification of control chart limits in the presence of data correlation. Journal of Quality Technology, 10(1), 20-30.

[22] Schmid, W., (1995), On the run length of a Shewhart chart for correlated data. Statistical Papers, 36, 111-130.

[23] Schmid, W., (1997), On EWMA charts for time series, Frontiers in Statistical Quality Control, Lenz, H.-J. and Wilrich, P.-Th. (eds.), Physica Verlag, Heidelberg.

[24] Zhang, M., Megahed, F.M., Woodall, W.H., (2014), Exponential CUSUM charts with estimated control limits, Quality and Reliability Engineering International 30, 275–286.

[25] Zhang, M., Peng, Y., Schuh, A., Megahed, F.M., Woodall, W.H., (2013), Geometric charts with estimated control limits, Quality and Reliability Engineering International, 29, 209–223.

[26] Jones, M.A., Steiner, S.H., (2012), Assessing the effect of estimation error on risk-adjusted CUSUM chart performance, International Journal of Quality in Healthcare, 24(2), 176–181.

[27] Lee, J., Wang, N., Xu, L., Schuh, A., Woodall, W.H., (2014), The effect of parameter estimation on Upper-sided Bernoulli cumulative sum charts, Quality and Reliability Engineering International, 29, 639–651.