

# تلفیق رهیافت زیان تاگوچی در طراحی آماری اقتصادی نمودار کنترل $\bar{X}$ با به کارگیری

## یک تابع زیان نامتقارن

میترا عبدالمحمدی

دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، گروه آمار، تهران، ایران، mitraabdolmohamadi@gmail.com

اصغر سیف

استادیار، دانشگاه بوعلی سینا، دانشکده‌ی علوم پایه، گروه آمار، همدان، ایران\*

محمد حسن بهزادی

دانشیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، گروه آمار، تهران، ایران، mhbehzadi@yahoo.com

محمد بامنی مقدم

استاد تمام، دانشگاه علامه طباطبائی، گروه آمار، تهران، ایران، bamenimoghadam@utu.ac.ir

**چکیده** نمودارهای کنترل، یکی از مهم‌ترین ابزارها برای ارزیابی عملکرد و پایش فرایند هستند. در طراحی کلاسیک نمودار کنترل، هزینه‌ی کیفیت به این‌که مشخصه‌ی کیفیت درون یا بیرون حدود کنترل قرار گیرد بستگی دارد. استفاده از تابع زیان در طراحی نمودارهای کنترل، به‌عنوان برآورد کننده‌ی هزینه‌ی تولید محصولات معیوب، به ارزیابی جامع‌تر و تصمیم‌های بهتر در مدیریت کمک شایانی می‌کند، بنا بر این در این مقاله به تلفیق تابع زیان و طراحی آماری اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  پرداخته می‌شود. توابع زبانی که تا کنون در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته‌اند تابعی متقارن بوده‌اند، اما در بسیاری از مواقع بیش برآورد کردن و یا کم برآورد کردن مقدار ایده‌آل برای مشخصه‌ی کیفیت زیان‌های یکسانی را ایجاد نمی‌کند. لذا این مقاله برای اولین بار در ادبیات موضوع طراحی نمودارهای کنترل، از تابع زیان نامتقارن لاینکس استفاده می‌کند. با استفاده از یک مثال کاربردی، عملکرد توابع زیان درجه دوم، خطی، نمایی و لاینکس مقایسه شده است. نتیجه‌ی این مقایسه‌ها نشان داد تابع زیان لاینکس، کم‌ترین مقدار هزینه را در طراحی آماری- اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  نسبت به سایر توابع زیان به خود اختصاص می‌دهد.

**کلمات کلیدی** نمودار کنترل، طراحی آماری- اقتصادی، رهیافت زیان تاگوچی، الگوریتم ژنتیک.

### ۱- مقدمه

نمودارهای کنترل، هشدارهای لازم را دال بر خارج از کنترل بودن فرایند و عدم پایداری آن به مخاطب ارائه می‌دهند. در دهه‌ی ۱۹۲۰، دکتر شوهارت اولین نمودار کنترل برای پایش فرایند را ارائه داد. به‌منظور استفاده از یک نمودار کنترل، مهندس یا تحلیل‌گر به تعیین اندازه‌ی نمونه ( $n$ )، فاصله‌ی نمونه‌گیری ( $h$ ) و حدود کنترل ( $k$ ) نیاز دارد. تعیین این سه پارامتر را معمولاً طراحی نمودار کنترل می‌نامند. رایج‌ترین طراحی، روش ابتکاری شوهارت [۱]، می‌باشد که در آن  $h = 5, n = 3, k = 1$ . اگر چه اجرای این طراحی آسان است، اما ممکن است معیارهای آماری ضعیفی را نتیجه دهد. علاوه بر این، ممکن است از لحاظ اقتصادی، یک طرح نمودار کنترل بهینه را ارائه

حفظ دستاوردهای مرحله‌های قبل از ساخت و بهبود در دامنه‌های مشخصی که در زمان طرح‌ریزی تعیین شده است، توسط فنون کنترل آماری فرایند<sup>۱</sup> (SPC) انجام می‌گیرد که یکی از ابزارهای قدرتمند آن نمودارهای کنترل نام دارد. هدف نمودارهای کنترل، بررسی مفهومی به نام پایداری فرایند است که از طریق پایش رفتار فرایند، نظارت و کنترل علمی را بر تغییرپذیری در خروجی فرایند انجام می‌دهد. چنانچه رفتار فرایند از محدوده‌ی تعیین شده تجاوز نماید و روند یا چرخه‌ای غیر از آنچه که مورد انتظار است نشان دهد،

\* (Corresponding author) [erfan.Seif@gmail.com](mailto:erfan.Seif@gmail.com)

آن به سوی مشتری تعریف می‌کند. بر این مبنا، یک تابع زیان می‌تواند برای انعکاس زیان مرتبط با تغییرها و انحرافها از مقدار هدف به کار گرفته شود ([۱۵] و [۱۶]). ترکیب تابع زیان با طراحی نمودارهای کنترل، کارایی تابع زیان را از مرحله‌ی پیش از تولید به مرحله‌ی حین تولید فعالیت‌های پایش فرایند گسترش می‌دهد که می‌تواند به تصمیم‌های بهتری در مدیریت رهنمون شود. دمینگ [۱۷]، معتقد بود که تابع زیان ناگوچی توصیف بهتری از دنیای واقعی دارد که در آن حداقل زیان در مقدار هدف است و با هرگونه انحراف از مقدار ایده‌آل مقدار زیان افزایش خواهد یافت، لذا طراحی اقتصادی نمودار کنترل با تلفیق مدل‌های کلاسیک هزینه‌ای مانند مدل‌های دانکن و لورنزن و وانس، با تابع زیان ناگوچی توسعه داده شدند. ([۱۸]، [۱۹]، [۲۰] و [۲۱]) محققین بسیاری تابع زیان ناگوچی را در طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  شوهارت به کار گرفته‌اند. ([۲۲]، [۲۳]، [۲۴]، [۲۵]، [۲۶]، [۲۷]، [۲۸] و [۲۹])

در این مقاله در طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل با نرخ نمونه‌گیری ثابت<sup>۷</sup> ( $FRS$ ) از مفهوم تابع زیان برای برآورد هزینه‌ی تولید محصولات معیوب در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل، استفاده می‌کنیم. توابع زبانی که تا کنون در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته‌اند توابعی متقارن هستند. در بسیاری از موارد، اگر مشخصه‌ی کیفیت مقداری بیشتر از مقدار هدف را داشته باشد نسبت به حالتی که مقادیر کم‌تر از مقدار هدف را اختیار کند زیان بیشتری را ایجاد می‌کند و یا بالعکس. به‌عنوان مثال صنعت داروسازی را در نظر بگیرید. اگر اندازه‌ی مقدار ماده‌ی موثر در یک داروی خاص بیشتر از حد ایده‌آل باشد خسارت جبران ناپذیری را به مصرف‌کنندگان تحمیل می‌کند. محصولاتی که از لحاظ اقتصادی حایز اهمیت هستند، میزان فشار هوای داخل لاستیک ماشین، ظرفیت خازن‌های موجود در وسایل الکتریکی و... همگی مثال‌هایی هستند که نشان می‌دهند بیش برآورد کردن و یا کم برآورد کردن مقدار هدف می‌تواند زیان‌های متفاوتی ایجاد کند که این موضوع در توابع زیان متقارن نادیده گرفته می‌شود. در چنین مواردی به کار بستن تابع زیان نامتقارن لاینکس به‌عنوان برآورد کننده‌ی هزینه‌ی تولید محصولات معیوب در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل می‌تواند عملکرد مطلوبی از خود نشان دهد. لذا در این مقاله برای اولین بار در ادبیات موضوع از تابع زیان نامتقارن لاینکس استفاده می‌کنیم و نشان می‌دهیم که این تابع زیان در مقایسه با توابع زیان متقارن درجه دوم، خطی و نمایی کارایی بیشتری دارد. ساختار مقاله به شرح زیر است:

دهد. در مقابل این روش، سه روش طراحی دیگر، یعنی طراحی آماری<sup>۲</sup> ( $SD$ )، طراحی اقتصادی<sup>۳</sup> ( $ED$ ) و طراحی آماری-اقتصادی<sup>۴</sup> ( $ESD$ ) مطرح شدند. در طراحی آماری اندازه‌ی نمونه و ضریب حدود کنترل به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که توان آزمون برای پی بردن به وجود یک تغییر خاص در مشخصه‌ی کیفیت و همچنین احتمال ارتکاب خطای نوع اول برابر مقدار خاصی باشد. اما این طراحی‌ها عواقب اقتصادی داشته و هزینه‌های بیش‌تری را نسبت به طراحی‌های اقتصادی تحمیل می‌کنند. مک ویلیامز و همکارانش [۲]، طراحی آماری نمودار شوهارت را با اعمال قیودی در متوسط طول دنباله<sup>۵</sup> ( $ARL$ )، بدون بررسی پارامترهای هزینه و توزیع فرایند توسعه بخشیدند. دستاورد این طراحی ارائه‌ی محصول یا خدمات با کیفیت بالاتر اما بسیار پرهزینه‌تر بود.

طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل توسط دانکن [۳] معرفی و توسط لورنزن و وانس [۴]، توسعه یافت، این طراحی به معنای تعیین پارامترهای نمودار کنترل است، به‌گونه‌ای که هزینه‌ی مورد انتظار چرخه در واحد زمان را می‌نیمد کند. با این وجود طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل اگر چه متوسط هزینه در واحد زمان را می‌نیمد می‌کند، اما از نظر معیارهای آماری می‌تواند دارای ضعف‌های فاحشی باشد. بالابودن نرخ وقوع هشدار اشتباه و پایین بودن توان آزمون از این قبیل ضعف‌ها می‌باشند. سلانو [۵] و مونتگمری [۶]، پژوهش‌های کاملتری در این زمینه ارائه داده‌اند. مروری بر نوشتارهای ارائه شده درباره‌ی طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل را می‌توان در [۷]، [۸]، [۹] و [۱۰] ملاحظه کرد. سانیکا و شیرلند [۱۱]، طی گزارشی به بیان محدودیت‌های طرح‌های اقتصادی پرداختند. به نظر وودال [۱۲]، مدل‌های اقتصادی در کشف سریع تغییرهای کوچک فرایند چندان کارآمد نیستند. طراحی آماری-اقتصادی برای اولین بار توسط سانیکا [۱۳] معرفی شد و در آن، قیودی در  $ARL$  برای احتمال خطای نوع اول و دوم و متوسط زمان تا هشدار<sup>۶</sup> ( $ATS$ ) گنجانده شد. سانیکا [۱۳]، نشان داد که خواص آماری طراحی‌های آماری-اقتصادی به خوبی طراحی آماری نمودارهای کنترل است.

در مدل‌های اقتصادی کلاسیک مطرح شده، هزینه‌ی تحت کنترل و هزینه‌ی خارج از کنترل سامانه به‌عنوان مقدارهایی ثابت و به‌عنوان ورودی مدل در نظر گرفته شده‌اند، اما شرحی بر این که این مقدارها چگونه به دست می‌آیند ارائه نشده است. تعریف کیفیت از دیدگاه ناگوچی می‌تواند در این راستا به کار گرفته شود. ناگوچی [۱۴]، کیفیت را زیان اجتماعی حاصل از تولید یک محصول پس از ارسال

$$1 - \beta = \Phi(-k - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-k + \delta\sqrt{n}), \quad (2)$$

به قسمی که  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد می باشد.  $\alpha$ ، احتمال خطای نوع  $I$ ، برابر است با احتمال این که آماره نمونه‌ای خارج از حدود کنترل قرار گیرد در حالتی که فرایند تحت کنترل است که این، همان تعریف احتمال رخ دادن هشدار اشتباه است و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\alpha = 2(1 - \Phi(k)). \quad (3)$$

در ادبیات موضوع مرسوم‌ترین معیارهای مورد استفاده برای مقایسه‌ی طرح‌های کنترل با استراتژی‌های مختلف، متوسط تعداد هشدارهای غلط<sup>۱</sup> ( $ANF$ ) و متوسط زمان تعدیل شده تا بروز هشدار<sup>۲</sup> ( $AATS$ ) می باشند. فرض کنید  $T_p$  مدت زمان سپری شده بعد از تغییر در میانگین فرایند تا بروز هشدار باشد، آن گاه:

$$AATS = E(T_p) = (h - \tau) + h(ARL_1 - 1), \quad (4)$$

به قسمی که  $ARL_1$  متوسط تعداد نمونه‌های منتخب در حالت خارج از کنترل تا کشف انحراف با دلیل است. باید توجه داشت که تعداد نمونه‌های مورد نیاز تا مشاهده‌ی یک هشدار صحیح وقتی که فرایند در حالت خارج از کنترل قرار گرفته باشد، یک متغیر تصادفی هندسی با میانگین  $1/(1 - \beta)$  است. بنا بر این:

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}. \quad (5)$$

دانکن [۳] نشان داد اگر  $S$  تعداد نمونه‌های انتخاب شده قبل از ایجاد یک تغییر در میانگین فرایند باشد و  $T'$  زمانی باشد که فرایند تحت کنترل است، آن گاه:

$$ANS = E(S) = \sum_{j=0}^{\infty} j P(jh < T' < (j+1)h) \\ = \frac{e^{-\lambda h}}{(1 - e^{-\lambda h})}. \quad (6)$$

بنا بر این متوسط تعداد کل نمونه‌های انتخاب شده تا صدور یک هشدار صحیح برابر است با:

$$ANSS = ANS + ARL_1. \quad (7)$$

همچنین متوسط تعداد کل اقلام نمونه‌گیری شده تا صدور یک هشدار صحیح برابر است با:

بخش دوم به طراحی آماری نمودار کنترل  $FRS \bar{X}$  می پردازد. در بخش سوم مدل هزینه و پارامترهای مربوط به طراحی‌های اقتصادی و آماری-اقتصادی و روش بهینه‌سازی آن‌ها معرفی می شوند. بخش چهارم تلفیق تابع زیان و مدل هزینه را مورد بررسی قرار می دهد. بخش پنجم، جهت بیان کاربرد صنعتی مدل طراحی شده، مثالی ارائه و حل خواهد شد. همچنین به تحلیل حساسیت مدل نیز پرداخته می شود و در نهایت بخش نتیجه‌گیری به ارائه‌ی نتایج کلی می پردازد.

## ۲- نمودار کنترل $\bar{X}$ با نرخ نمونه‌گیری ثابت

اگر متغیر تصادفی  $X$  مشخصه‌ی کیفیت تحت بررسی بوده و  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، میانگین نمونه‌ای  $\bar{X}$  نیز دارای توزیع نرمال خواهد بود. در نمودارهای کنترل، فرایند به وسیله‌ی یک حالت تحت کنترل  $\mu$  توصیف می شود و یک انحراف با دلیل به اندازه‌ی  $\delta$  برابر انحراف معیار  $\sigma$  که به صورت تصادفی رخ می دهد باعث می شود تا میانگین از  $\mu$  به  $\mu \pm \delta\sigma$  تغییر کند. نمودار کنترل با خط مرکز  $\mu$  و حدود کنترل بالا و پایین  $\mu \pm k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  بنا سازی می شود. نمونه‌هایی به اندازه‌ی  $n$  در فاصله‌ی  $h$  ساعت از یکدیگر انتخاب شده و هنگامی که نقطه‌ای، خارج از حدود کنترل رسم شود، جستجو برای شناسایی انحراف با دلیل آغاز می شود. در رسم این نمودار، پارامترهای  $\mu$ ،  $\delta$  و  $\sigma$  معلوم فرض می شوند در حالی که پارامترهای نمودار کنترل،  $n$ ،  $k$  و  $h$  باید تعیین شوند.

فرض می شود که انحراف با دلیل بر اساس یک فرایند پواسون با نرخ متوسط  $\lambda$  مشاهده در ساعت رخ می دهد. به عبارت دیگر، با فرض این که فرایند در حالت تحت کنترل شروع به کار کند، مدت زمانی که فرایند در حالت تحت کنترل باقی می ماند یک متغیر تصادفی نمایی با میانگین  $1/\lambda$  ساعت است. اگر انحراف با دلیل بین نمونه‌های  $j$  و  $j+1$  ظاهر شود آنگاه بنا به دانکن [۳] زمان انتظار برای مشاهده‌ی آن در این فاصله برابر خواهد بود با:

$$\tau = \frac{1 - (1 + \lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1 - e^{-\lambda h})}. \quad (1)$$

پس از ظاهر شدن انحراف با دلیل احتمال پی بردن به وجود آن در هر نمونه‌ی بعدی را توان نمودار گویند که برابر است با احتمال صدور هشدار صحیح و به صورت زیر محاسبه می شود:

۳- فرایند خود-تصحیح نیست. یعنی، هنگامی که یک هشدار صحیح رخ می‌دهد، فرایند فقط توسط عملکرد مناسب کاربر به حالت تحت کنترل فرایند برگشت داده می‌شود.

۴- فرض می‌شود که انحراف با دلیل براساس یک فرایند پواسون با میزان متوسط  $\lambda$  مشاهده در ساعت رخ می‌دهد. به عبارت دیگر با فرض این که فرایند در حالت تحت کنترل شروع به کار می‌کند، مدت زمانی که فرایند در حالت تحت کنترل باقی می‌ماند یک متغیر تصادفی نمایی با میانگین  $\frac{1}{\lambda}$  ساعت خواهد بود.

۵- در زمان جستجوی انحراف با دلیل فرایند متوقف می‌شود.

### ۳-۳ تابع هزینه

در این بخش از مدل هزینه‌ی چپو [۳۰] استفاده می‌شود. این مدل سه هزینه‌ی مختلف را در نظر می‌گیرد: هزینه‌ی تولید در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل، هزینه‌ی نمونه‌گیری و هزینه‌ی بروز هشدار اشتباه و اصلاح و تعمیر فرایند. روش رایج در طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل می‌نیمم سازی هزینه‌ی مورد انتظار در واحد زمان است. بنا به قضیه‌ی تجدید پاداش راس [۳۱]، هزینه‌ی مورد انتظار در هر ساعت برابر خواهد بود با:

$$E(A) = \frac{E(C)}{E(T)}, \quad (10)$$

به قسمی که

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} + AATS + T \cdot ANF + T_1, \quad (11)$$

$$E(C) = C \cdot \left(\frac{1}{\lambda}\right) + C_1(AATS) + a'_r ANF + a_r + a_n ANSS + a_r ANIS. \quad (12)$$

در طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  هدف یافتن مقادیر پارامترهای نمودار کنترل  $(n, h, k)$  است، به قسمی که رابطه‌ی ۱۰ با اعمال قیود آماری می‌نیمم شود. در چنین وضعیتی پارامترهای فرایند  $(\lambda, \delta, T, T_1)$  و پارامترهای هزینه  $(C, C_1, a_r, a'_r, a_n, a_r)$  معلوم فرض می‌شوند. در بین پارامترهای نمودار، اندازه‌ی نمونه مقادیر گسسته و دیگر پارامترها همواره مقادیر پیوسته را اختیار می‌کنند. با در نظر گرفتن شرایط واقعی در یک فرایند تولید، حداکثر مقدار فاصله‌ی نمونه‌گیری ۸ ساعت در نظر گرفته می‌شود. بنا بر این مسئله‌ی بهینه سازی به صورت زیر خواهد بود.

$$ANIS = n ANSS, \quad (8)$$

و تعداد هشدارهای اشتباهی که انتظار می‌رود در طول یک چرخه مشاهده شود برابر است با:

$$ANF = \alpha ANS. \quad (9)$$

### ۳-مدل هزینه در طراحی آماری-اقتصادی

جهت طراحی یک نمودار کنترل با دیدگاه اقتصادی، چرخه‌ی کیفیت در فرایند  $SPC$  به چهار مرحله تقسیم می‌شود: زمان تحت کنترل، زمان وقوع انحراف با دلیل در میانگین فرایند تا بروز هشدار، زمان اخذ، بررسی و تفسیر نمونه‌ی خارج از کنترل و زمان جستجو و حذف انحراف با دلیل. این چهار مرحله، اساس فرایند تجدید پاداش است که برای محاسبه هزینه‌ی مورد انتظار در هر ساعت برای مجموعه‌ی خاصی از پارامترهای طرح، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### ۳-۱ نمادها

- $T$ : متوسط زمان صرف شده برای بررسی یک هشدار اشتباه.
- $T_1$ : متوسط زمان مورد نیاز برای کشف و اصلاح انحراف با دلیل.
- $a_r, a_n$ : هزینه‌های ثابت و متغیر نمونه‌گیری.
- $a'_r$ : هزینه بررسی هشدار اشتباه.
- $a_p$ : هزینه‌ی تعیین محل، تعمیر و اصلاح انحراف با دلیل.
- $C$ : هزینه‌ی تولید محصول معیوب مادامی که فرایند تحت کنترل است.
- $C_1$ : هزینه‌ی تولید محصول معیوب مادامی که فرایند خارج از کنترل است.

### ۳-۲ پذیره‌های مدل هزینه

- ۱- مشخصه‌ی کیفیت فرایند دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  است.
- ۲- یک انحراف با دلیل باعث تغییر میانگین فرایند  $(\mu = \mu_0)$  به اندازه‌ی  $\delta$  برابر انحراف معیار مشخصه‌ی کیفیت می‌شود. این انحراف تنها روی میانگین فرایند اثر می‌گذارد و واریانس در کل دوره، ثابت است.

## ۴-۱ تابع زیان درجه دوم

تاگوچی [۱۴] پیشنهاد کرد که بایستی بین محصول‌های تولیدی با مشخصه‌ی کیفیت متفاوت حول مقدار هدف تفاوت قایل شد، به این صورت که هرچه مشخصه‌ی کیفیت از مقدار هدف دورتر باشد، هزینه‌ی اجتماعی کیفیت بالاتر در نظر گرفته شود. تابع زیان درجه‌ی دوم تاگوچی می‌تواند برای تعیین زیان کیفیت یک محصول وقتی مشخصه‌ی کیفیت آن از مقدار هدف انحراف دارد به کار رود. اگر مقدار هدف برای مشخصه‌ی کیفیت تحت بررسی مقداری معادل با  $T$  باشد زیان کیفیت تنها در حالتی صفر خواهد شد که مشخصه‌ی کیفیت  $X$  با مقدار هدف خود،  $T$  برابر باشد. اگر هزینه‌ی دوباره‌کاری و یا امحای یک محصول معیوب برابر با  $A$  باشد آن‌گاه بیش‌ترین زیان ایجاد شده در تولید محصول معیوب برابر است با  $A$ . اگر تابع زیان حول مقدار هدف متقارن باشد آن‌گاه:

$$L(X) = \begin{cases} K(X - T)^2 & |X - T| \leq \sqrt{\frac{A}{K}} \\ A & |X - T| > \sqrt{\frac{A}{K}} \end{cases}, \quad (14)$$

که در آن  $K$  یک عدد ثابت است. بنا بر این فاصله‌ی  $\Delta = \sqrt{\frac{A}{K}}$  از  $T$  فاصله‌ای است که خارج از آن بیش‌ترین مقدار زیان رخ می‌دهد. فاصله  $\Delta$  را حد مجاز تلورانس مشخصه‌ی کیفیت  $X$  گویند. در نتیجه ضریب  $K$  به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$K = \frac{A}{\Delta^2}. \quad (15)$$

با توجه به این‌که مشخصه‌ی کیفیت  $X$  در حالت تحت کنترل دارای چگالی احتمال نرمال با میانگین  $\mu_0$  و واریانس  $\sigma^2$  است. هزینه‌ی مورد انتظار تولید هر محصول معیوب در شرایط تحت کنترل،  $J$ ، به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} K(X - T)^2 f(x) dx \\ = K \left[ \sigma^2 + (\mu_0 - T)^2 \right]. \quad (16)$$

در حالت خارج از کنترل به‌دلیل وجود انحراف با دلیل میانگین فرایند به مقدار  $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$  تغییر می‌یابد. در این حالت هزینه‌ی مورد انتظار تولید هر محصول معیوب به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\min E(A)$$

$$k > 0,$$

$$0/1 < h < 1, \quad (13)$$

$$1 \leq n \leq h \text{ Pr.}$$

به‌منظور طراحی آماری اقتصادی بایستی معیارهای آماری  $ANF \leq ANF_1$  و  $AATS \leq AATS_1$  به شرایط فوق اضافه شود. مسئله‌ی بهینه‌سازی فوق، دارای متغیرهای تصمیم گسسته و پیوسته و فضای پاسخ نامحدب است. از این رو حل این مدل با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک مقدور نمی‌باشد. به همین منظور برای عملیات بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک  $GA$  به‌عنوان یک روش فراابتکاری استفاده می‌شود. در واقع هدف  $GA$  دستیابی به مقادیر بهینه‌ی عمومی و نه محلی، بدون بغرنج کردن فضای پاسخ است. روش  $GA$  در این مطالعه با پارامترهای کنترل زیر مورد استفاده قرار گرفته است: اندازه‌ی جمعیت ۷۵، تعداد نخبه‌ها ۳، احتمال تلاقی ۰/۶، تعداد نسل‌ها حداقل ۳۰۰.

## ۴-استفاده از تابع زیان در بهینه‌سازی مدل

استفاده از رهیافت کلاسیک در نمودارهای کنترل مستلزم این است که هنگامی مشخصه‌ی کیفیت خارج از حدود مشخصه‌ی فنی قرار گیرد، زیان کیفیت به‌عنوان هزینه در نظر گرفته شود و همه‌ی محصول‌ها داخل حدود مشخصه‌ی فنی، بدون توجه به انحراف مشخصه‌ی کیفیت از مقدار هدف، دارای کیفیت مشابه قلمداد شوند. اما این با واقعیت چندان سازگار نیست، زیرا هر انحراف از مقدار آرمانی، مشتری را متحمل زبانی متناسب با آن انحراف می‌کند. در رویکرد تابع زیان هر تغییر یا انحراف از مقدار هدف، متناظر با زیان منحصر بفردیست حتی اگر مقدار آماره‌ی کنترل داخل حدود کنترل باشد. تنها در نقطه‌ی هدف مقدار زیان برابر صفر است [۲۷].

در این مقاله، با استفاده از رهیافت زیان تاگوچی، برای برآورد هزینه‌ی تولید محصول نامنتطبق در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل از توابع زیان متقارن درجه دوم، خطی و نمایی و تابع زیان نامتقارن لاینکس استفاده می‌شود.

$$-K(T - \mu_1), \quad (21)$$

به قسمی که  $\phi(\cdot)$  تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد و  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد می‌باشند. برای اثبات روابط فوق، پیوست ۱ را ببینید.

#### ۴-۳ تابع زیان نمایی

تابع زیان نمایی نیز همانند توابع زیان تاگوچی و خطی یک تابع زیان متقارن است. این تابع دارای معیار ریسک گریزی ثابت است و با افزایش انحراف مشخصه کیفیت از مقدار هدف، میزان زیان کیفیت حاصله به صورت نمایی افزایش می‌یابد که این نرخ رشد نسبت به توابع زیان درجه دوم و خطی بیشتر است. تابع زیان نمایی با در نظر گرفتن ضریب زیان  $K$  به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$L(X) = K \left( e^{r|T-x|} - 1 \right), \quad r > 0. \quad (22)$$

به قسمی که  $r$  پارامتر ریسک گریزی کاربر است. بنا بر این هزینه‌ی مورد انتظار تولید هر محصول معیوب در شرایط تحت کنترل،  $J$ ، برابر است با:

$$J_1 = K \exp\left(\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) \times [\exp(r(T - \mu_1))\Phi(b_1 + r\sigma) + \exp(r(\mu_1 - T))(1 - \Phi(b_1 - r\sigma))] - K, \quad (23)$$

به قسمی که  $b_1 = \frac{T - \mu_1}{\sigma}$  به طور مشابه

$$J_1 = K \exp\left(\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) \times [\exp(r(T - \mu_1))\Phi(b_1 + r\sigma) + \exp(r(\mu_1 - T))(1 - \Phi(b_1 - r\sigma))] - K, \quad (24)$$

به قسمی که  $b_1 = \frac{T - \mu_1}{\sigma}$  برای اثبات روابط ۲۳ و ۲۴، پیوست ۲ را ببینید.

$$J_1 = E \left[ K(X - T)^2 \right] = K \left[ \sigma^2 + (\mu_1 - T)^2 \right]. \quad (17)$$

اگر  $Pr$  واحد محصول در هر ساعت تولید شود،  $C_1$  و  $C_2$  در تابع هزینه به شکل  $C_1 = Pr J_1$  و  $C_2 = Pr J_2$  قابل محاسبه هستند.

#### ۴-۲ تابع زیان خطی

رفتار افراد جامعه در برخورد با ریسک در تصمیمات اقتصادی به سه دسته تقسیم می‌شود: ریسک گریزی<sup>۱۱</sup> (عدم تمایل به معامله‌ای پرسود ولی با ریسک بالا)، ریسک خنثی<sup>۱۲</sup> (عدم توجه به ریسک در اتخاذ تصمیمات)، ریسک پذیری<sup>۱۳</sup> (پذیرش ریسک تا حد امکان برای رسیدن به منفعت بیشتر). اگر اندازه‌ی انحراف از مقدار هدف را با  $Z$  نشان دهیم و  $L(Z)$  تابع زیان باشد آن‌گاه تابع سود را با  $U(Z) = -L(Z)$  نشان می‌دهیم. در این حالت معیار ریسک گریزی به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$r(Z) = \frac{U''(Z)}{U'(Z)} \quad (18)$$

بنا به این تعریف در تابع زیان درجه دوم  $r(Z)$  تابعی نزولی از  $Z$  است، یعنی ریسک گریزی را کاهش می‌دهد. تابع زیان خطی به عنوان یک تابع خطی از میزان انحراف مشخصه کیفیت از مقدار هدف دارای معیار ریسک گریزی صفر است و در دسته‌ی ریسک خنثی قرار می‌گیرد. این تابع زیان در حالت متقارن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$L(X) = K|X - T|, \quad (19)$$

که ضریب زیان  $K$  همانند تابع زیان تاگوچی محاسبه می‌شود. بنا بر این هزینه‌ی مورد انتظار تولید هر محصول معیوب در شرایط تحت کنترل،  $J$ ، به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$J_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \cdot f(x) dx \\ = rK \left[ (T - \mu_1) \Phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right) + \sigma \phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right) \right] - K(T - \mu_1). \quad (20)$$

به طور مشابه هزینه‌ی مورد انتظار تولید هر محصول معیوب در شرایط خارج کنترل،  $J_1$ ، برابر است با:

$$J_1 = rK \left[ (T - \mu_1) \Phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right) + \sigma \phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right) \right]$$

## ۴-۴ تابع زیان لاینکس

همان طور که اشاره شد در بسیاری از مواقع تخطی از سمت چپ و راست مقدار هدف زیان‌های متفاوتی را ایجاد می‌کند که در این موارد استفاده از تابع زیان نامتقارن مناسب‌تر به نظر می‌رسد. تابع زیان لاینکس برای اولین بار توسط واریان [۳۲] به صورت زیر معرفی شد:

$$L(X) = \varphi [e^{v(X-T)} - v(X-T) - 1], \varphi > 0, v \neq 0 \quad (25)$$

که در آن  $\varphi$  پارامتر مقیاس و  $v$  پارامتر شکل اندازه‌گیری تابع است. این تابع زیان در یک طرف صفر به صورت نمایی و در طرف دیگر به صورت خطی رشد می‌کند. اگر  $v = 1$  تابع کاملاً نامتقارن بوده و بیش برآورد از مقدار هدف نسبت به کم برآورد زیان بیشتری را ایجاد می‌کند. و اگر  $v = -1$  آن‌گاه کم برآورد موجب زیان بیشتری می‌شود.

تابع زیان لاینکس نسبت به معیار ریسک‌گریزی رفتاری دوگانه دارد، اگر در برآورد مقدار هدف بیش برآورد داشته باشیم آن‌گاه میزان ریسک‌گریزی افزایش می‌یابد و اگر کم برآورد داشته باشیم آن‌گاه ریسک‌گریزی کاهش می‌یابد. اگر ضریب  $K$  را همان ضریب زیان تابع زیان تاگوچی در نظر بگیریم، به منظور طراحی نمودار کنترل بر اساس تابع زیان لاینکس، هزینه‌ی مورد انتظار تولید هر واحد محصول معیوب در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$J_1 = K\varphi \left[ \exp \left( -v \left( T - \mu_1 \right) + \frac{(v\sigma)^2}{2} \right) + v \left( T - \mu_1 \right) - 1 \right], \quad (26)$$

$$J_2 = K\varphi \left[ \exp \left( -v \left( T - \mu_2 \right) + \frac{(v\sigma)^2}{2} \right) + v \left( T - \mu_2 \right) - 1 \right]. \quad (27)$$

برای اثبات روابط ۲۶ و ۲۷، پیوست ۳ را ببینید.

## ۵-۵ کاربرد مدل

## ۵-۱ مثال کاربردی

در این بخش از طریق یک مثال به کاربرد مدل در صنعت می‌پردازیم. پارامترهای مورد نیاز مدل به شرح زیر هستند:

هزینه‌ی ثابت نمونه‌گیری ۳ دلار ( $a_1 = 3$ ) و هزینه متغیر نمونه‌گیری برای هر واحد محصول ۲ دلار ( $a_2 = 2$ ) برآورد می‌شود. تغییرات در فرایند به طور تصادفی و با فراوانی ۱۰۰ ساعت کاری به وقوع می‌پیوندد. بنا بر این توزیع نمایی با پارامتر  $\lambda = 0.01$  برای مدت زمانی که فرایند در حالت تحت کنترل به سر می‌برد مدل مناسبی خواهد بود. مدت زمان متوسط برای بررسی یک هشدار اشتباه ۳۰ دقیقه ( $T_1 = 0.5$ ) و زمان مورد نیاز برای بررسی و تعمیر یک هشدار خارج از کنترل ۲ ساعت می‌باشد ( $T_2 = 2$ ) هزینه‌ی بررسی و حذف انحراف با دلیل برابر با هزینه‌ی بررسی هشدار اشتباه و معادل ۶۰۰ دلار در نظر گرفته می‌شود. ( $a_3 = a_2 = 600$ ) مشخصه‌ی کیفیت در حالت تحت کنترل دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۶ و انحراف معیار ۱ است و مقدار هدف برای مشخصه‌ی کیفیت ۱۶ می‌باشد. ضرایب توابع زیان به صورت  $K = 2$ ,  $\sigma = 0.8$ ,  $\mu = 2$  و  $\varphi = 0.8$  می‌باشند و همچنین نرخ تولید محصولات در هر ساعت ۱۰۰ واحد در نظر گرفته می‌شود. ( $Pr = 100$ ). به منظور کاهش هزینه‌ها در نظر داریم از یک نمودار کنترل آماری-اقتصادی  $\bar{X}$  استفاده کنیم.

با استفاده از الگوریتم ژنتیک و اعمال قیود آماری، مقادیر پارامترهای نمودار کنترل به ازای مقادیر مختلف انحراف در میانگین و بر اساس توابع زیان استفاده شده، در جدول‌های ۱ و ۲ فهرست شده‌اند. همچنین شکل ۱ تاثیر نوع تابع زیان مورد استفاده در طراحی آماری اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  را نشان می‌دهد.

با توجه به نتایج مندرج در جدول‌های ۱ و ۲ و شکل ۱ برخی از نتایج به شرح ذیل می‌باشند:

- ۱- تغییرات  $\delta$  به طور جدی اندازه‌ی نمونه را تحت تاثیر قرار می‌دهد، به طوری که با افزایش مقدار  $\delta$  اندازه‌ی نمونه‌ی بهینه بر اساس همه‌ی توابع زیان کاهش می‌یابد.
- ۲- در مدل هزینه بر اساس تابع زیان خطی مقدار  $AATS$  به ازای همه‌ی مقادیر  $\delta$  ثابت است. در توابع زیان نمایی، درجه دوم و

۵

شکل ۱: مقایسه‌ی متوسط هزینه در واحد زمان طراحی آماری اقتصادی تلفیقی با تابع زیان‌های مختلف

به این تابع زیان‌ها نیز در نظر گرفته می‌شوند. سطوح مورد نظر برای پارامترهای فرایند و هزینه در جدول ۳ ارائه شده‌اند. با تحلیل نتایج مندرج در جدول‌های ۴ تا ۷ و شکل‌های ۲ تا ۵، می‌توان حساسیت پارامترهای نمودار کنترل، معیارهای آماری و متوسط هزینه بر واحد زمان را نسبت به تغییرات پارامترهای ورودی مدل مورد بررسی قرار داد. نتایج این بررسی بدین شرح است:

- ۱- با افزایش  $\lambda$ ، نرخ وقوع انحرافات با دلیل افزایش می‌یابد که این افزایش موجب کاهش ضریب حدود کنترل و فاصله‌ی نمونه‌گیری نیز می‌شود. با توجه به کاهش ضریب حدود کنترل و فاصله نمونه‌گیری، نمونه‌های کوچک نیز قادر به تشخیص انحراف با دلیل خواهند بود در نتیجه حجم نمونه نیز کاهش می‌یابد.
- ۲- با افزایش  $\lambda$ ، دوره‌ی تحت کنترل فرایند کاهش یافته، در نتیجه تعداد هشدارهایی که در این دوره رخ می‌دهند (هشدارهای اشتباه) نیز کاهش می‌یابد.
- ۳- با افزایش نرخ وقوع انحراف‌های با دلیل ( $\lambda$ )، چون فاصله نمونه‌گیری کاهش می‌یابد در نتیجه مدت زمان لازم تا صدور هشدار صحیح نیز کاهش می‌یابد.
- ۴- چون حد مجاز تلورانس مشخصه‌ی کیفیت،  $\Delta$ ، ثابت است با افزایش  $K$ ، هزینه‌ی دوباره‌کاری یا امحاء هر واحد محصول معیوب افزایش یافته و در نتیجه متوسط هزینه نیز افزایش می‌یابد.
- ۵- افزایش پارامتر مقیاس ( $\varphi$ ) و در تابع زیان لاینکس موجب کاهش فاصله‌ی نمونه‌گیری و مقدار  $AATS$  و افزایش متوسط هزینه می‌شود.
- ۶- افزایش زمان لازم جهت بررسی هشدارهای اشتباه، متوسط تعداد این هشدارها را افزایش می‌دهد.
- ۷- با افزایش  $K$ ، اندازه‌ی نمونه و ضریب حدود کنترل نیز کاهش می‌یابند. همچنین این افزایش موجب زیاد شدن متوسط تعداد هشدارهای اشتباه نیز می‌شود.

لاینکس با افزایش مقدار  $\delta$  ( $\delta \geq 1/5$ )، مقدار  $AATS$  با کاهش همراه خواهد بود.

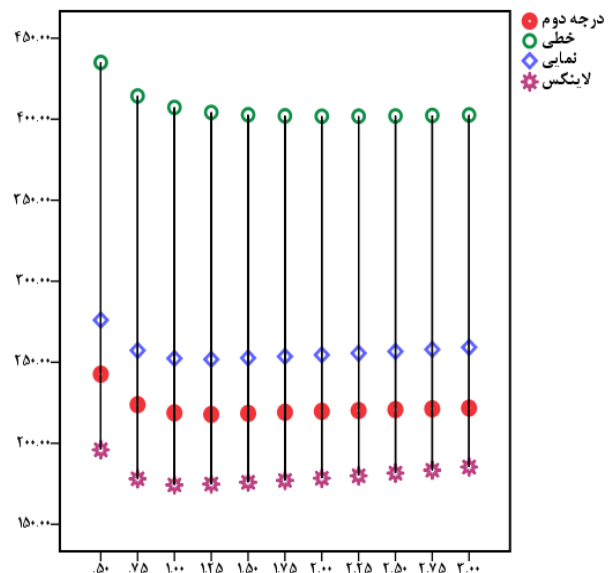
۳- با افزایش مقدار  $\delta$ ، متوسط تعداد هشدارهای اشتباه نیز کاهش می‌یابد.

۴- مدل هزینه بر اساس تابع زیان لاینکس نسبت به سایر توابع زیان، دارای کم‌ترین متوسط هزینه است.

۵- در مدل‌های اقتصادی کلاسیک که متوسط هزینه‌ی تولید محصولات معیوب در حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل از پیش تعیین شده است، با افزایش مقدار  $\delta$ ، متوسط هزینه‌ی کل در واحد زمان، کاهش می‌یابد اما در این مطالعه، چون  $C_1$  و  $C_2$  خود تابعی از  $\delta$  هستند چنین روندی منطقی به نظر نمی‌رسد.

## ۵-۲ تحلیل حساسیت

در این قسمت تاثیر پارامترهای ورودی روی مدل آماری اقتصادی برای نمودار کنترل  $FRS\bar{X}$  مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این مرحله با استفاده از طرح تاگوچی انجام می‌شود. این طرح برای توابع زیان تاگوچی و خطی ۱۰ پارامتر، هر کدام در ۳ سطح دارد و برای توابع زیان نمایی و لاینکس علاوه بر ۱۰ پارامتر مذکور، پارامترهای مربوط





جدول ۱. برآوردهای بهینه‌ی پارامترهای نمودار کنترل آماری اقتصادی  $FRS\bar{X}$  بر اساس توابع زیان درجه دوم و خطی.

$\delta$	تابع زیان درجه دوم						تابع زیان خطی					
	$k$	$h$	$n$	$ANF$	$AATS$	$E(A)$	$k$	$h$	$n$	$ANF$	$AATS$	$E(A)$
۰/۵	۲/۳۵	۳/۶۶	۴۶	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۴۲/۶۴	۲/۳۵	۳/۶۶	۴۶	۰/۵۰	۲/۵۰	۴۳۵/۰۴
۰/۷۵	۲/۳۵	۳/۶۹	۲۰	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۲۳/۷۹	۲/۳۵	۳/۶۹	۲۰	۰/۵۰	۲/۵۰	۴۱۴/۳۶
۱	۲/۴۰	۳/۷۴	۱۲	۰/۴۳	۲/۵۰	۲۱۸/۷۳	۲/۳۵	۳/۷۳	۱۲	۰/۵۰	۲/۵۰	۴۰۷/۳۰
۱/۲۵	۲/۵۶	۳/۸۳	۹	۰/۲۷	۲/۵۰	۲۱۷/۸۴	۲/۴۹	۳/۸۱	۸	۰/۳۳	۲/۵۰	۴۰۴/۲۳
۱/۵	۲/۶۹	۳/۰۲	۷	۰/۲۴	۱/۹۴	۲۱۸/۵۰	۲/۶۱	۳/۸۸	۶	۰/۲۳	۲/۵۰	۴۰۲/۷۳
۷	۲/۷۹	۲/۳۲	۵	۰/۲۳	۱/۴۶	۲۱۹/۱۱	۲/۷۱	۳/۹۴	۵	۰/۱۷	۲/۵۰	۴۰۲/۰۶
۲	۲/۸۷	۱/۸۵	۴	۰/۲۲	۱/۱۵	۲۱۹/۶۸	۲/۸۰	۴/۰۰	۴	۰/۱۳	۲/۵۰	۴۰۱/۸۳
۲/۲۵	۲/۹۵	۱/۵۸	۴	۰/۲۱	۰/۹۳	۲۲۰/۲۲	۲/۸۷	۴/۰۵	۳	۰/۱۰	۲/۵۰	۴۰۱/۸۶
۲/۵	۳/۰۱	۱/۲۸	۳	۰/۲۰	۰/۷۸	۲۲۰/۷۴	۲/۹۴	۴/۱۰	۳	۰/۰۸	۲/۵۰	۴۰۲/۰۴
۲/۷۵	۳/۰۷	۱/۱۰	۳	۰/۲۰	۰/۶۶	۲۲۱/۲۵	۲/۹۹	۴/۱۴	۲	۰/۰۷	۲/۵۰	۴۰۲/۳۱
۳	۳/۱۲	۰/۹۵	۲	۰/۱۹	۰/۵۷	۲۲۱/۷۶	۳/۰۵	۴/۰۳	۲	۰/۰۶	۲/۴۱	۴۰۲/۶۵

جدول ۲. برآوردهای بهینه‌ی پارامترهای نمودار کنترل آماری اقتصادی  $FRS\bar{X}$  بر اساس توابع زیان نمایی و لاینکس

$\delta$	تابع زیان نمایی						تابع زیان لاینکس					
	$k$	$h$	$n$	$ANF$	$AATS$	$E(A)$	$k$	$h$	$n$	$ANF$	$AATS$	$E(A)$
۰/۵	۲/۳۵	۳/۶۶	۴۶	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۷۶/۰۸	۲/۳۵	۳/۶۶	۴۶	۰/۵۰	۲/۵۰	۱۹۶/۰۰
۰/۷۵	۲/۳۵	۳/۶۹	۲۰	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۵۷/۲۹	۲/۳۵	۳/۶۹	۲۰	۰/۵۰	۲/۵۰	۱۷۸/۰۹
۱	۲/۳۹	۳/۷۴	۱۲	۰/۴۴	۲/۵۰	۲۵۲/۳۷	۲/۴۲	۳/۷۶	۱۲	۰/۴۱	۲/۵۰	۱۷۴/۳۲
۱/۲۵	۲/۵۵	۳/۸۲	۹	۰/۲۸	۲/۵۰	۲۵۱/۷۷	۲/۵۸	۳/۱۳	۹	۰/۳۱	۲/۰۴	۱۷۴/۸۶
۱/۵	۲/۶۷	۲/۸۸	۷	۰/۲۶	۱/۸۵	۲۵۲/۶۹	۲/۷۰	۲/۲۷	۷	۰/۳۰	۱/۴۵	۱۷۵/۹۲
۷	۲/۷۸	۲/۱۸	۵	۰/۲۵	۱/۳۸	۲۵۳/۶۰	۲/۸۰	۱/۷۲	۵	۰/۲۹	۱/۰۸	۱۷۷/۱۱
۲	۲/۸۶	۱/۷۱	۴	۰/۲۴	۱/۰۶	۲۵۴/۵۶	۲/۸۹	۱/۳۴	۴	۰/۲۹	۰/۸۳	۱۷۸/۴۵
۲/۲۵	۲/۹۴	۱/۳۸	۴	۰/۲۴	۰/۸۴	۲۵۵/۵۷	۲/۹۶	۱/۰۷	۴	۰/۲۹	۰/۶۵	۱۷۹/۹۳
۲/۵	۳/۰۰	۱/۱۳	۳	۰/۲۴	۰/۶۸	۲۵۶/۶۸	۳/۰۲	۰/۸۷	۳	۰/۲۹	۰/۵۳	۱۸۱/۵۷
۲/۷۵	۳/۰۶	۰/۹۴	۳	۰/۲۴	۰/۵۶	۲۵۷/۸۹	۳/۰۸	۰/۷۲	۳	۰/۲۹	۰/۴۳	۱۸۳/۳۹
۳	۳/۱۱	۰/۷۹	۲	۰/۲۴	۰/۴۷	۲۵۹/۲۲	۳/۱۳	۰/۶۰	۲	۰/۲۹	۰/۳۶	۱۸۵/۳۹

جدول ۳. سطوح هر یک از پارامترهای هزینه و فرایند در تحلیل حساسیت

	مشترک بین تمامی توابع زیان									تابع نمایی		تابع لاینکس	
	$\delta$	$T_1$	$T_2$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a'_3$	$\lambda$	$K$	$r$	$\varphi$	$v$	
سطح ۱	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۵	۱	-۱	
سطح ۲	۱/۲۵	۰/۸	۱	۳	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۲	۱	۲	۰/۲	
سطح ۳	۲/۵	۱/۵	۲	۵	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۱	۳	۲	۴	۱	

جدول ۴. اثر پارامترهای ورودی در طراحی بهینه نمودار کنترل آماری اقتصادی  $FRS\bar{X}$  بر اساس تابع زیان درجه دوم

Run	$\delta$	$T_1$	$T_2$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a'_3$	$\lambda$	$K$	$k$	$h$	$n$	ANF	AATS	$E(A)$
۱	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵۰	۲/۵۰	۱۱۹/۶۸
۲	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۲	۲/۳۹	۳/۷۵	۴۸	۰/۴۴	۲/۵۰	۲۲۲/۶۶
۳	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۱	۳	۲/۲۹	۳/۵۶	۴۴	۰/۰۵	۲/۵۰	۳۷۱/۹۶
۴	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۲	۲/۳۵	۳/۶۵	۴۶	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۴۴/۳۵
۵	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۱	۳	۱/۶۱	۳/۲۴	۲۴	۰/۲۸	۲/۵۰	۳۷۳/۵۳
۶	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳/۰۹	۳/۹۴	۷۳	۰/۵۰	۲/۵۰	۱۵۸/۰۴
۷	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۱	۳	۱/۳۴	۳/۰۹	۱۸	۰/۵۰	۲/۵۰	۳۴۱/۰۱
۸	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵۰	۲/۵۰	۱۹۴/۲۲
۹	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۲	۲/۳۵	۳/۶۷	۴۶	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۶۹/۴۳
۱۰	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۲	۳/۱۰	۳/۹۳	۱۲	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۱۶/۷۴
۱۱	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۳	۲/۳۹	۳/۷۷	۸	۰/۴۴	۲/۵۰	۳۲۹/۲۴
۱۲	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۱	۱	۲/۳۶	۳/۱۳	۸	۰/۰۵	۲/۱۵	۱۷۸/۷۱
۱۳	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۳	۲/۹۶	۲/۱۹	۱۱	۰/۱۴	۱/۳۸	۳۱۳/۳۹
۱۴	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۱	۱	۲/۸۵	۱/۶۷	۱۱	۰/۰۲	۱/۰۴	۱۶۶/۴۲
۱۵	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۲	۳/۰۷	۴/۳۷	۱۳	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۰۵/۴۲
۱۶	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۱	۱	۲/۵۱	۲/۴۴	۸	۰/۰۴	۱/۶۹	۱۸۲/۳۴
۱۷	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۲	۳/۰۹	۴/۰۱	۱۲	۰/۵۰	۲/۵۰	۲۱۱/۲۲
۱۸	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۳	۲/۳۷	۳/۴۷	۸	۰/۵۰	۲/۲۲	۳۲۲/۹۷
۱۹	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۳	۳/۱۶	۳/۱۷	۳	۰/۵۰	۱/۹۶	۳۰۷/۴۱
۲۰	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۱	۳/۱۴	۱/۹۸	۳	۰/۰۹	۱/۱۷	۱۱۷/۹۶
۲۱	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۱	۲	۳/۰۰	۰/۴۸	۳	۰/۰۵	۰/۲۸	۲۸۰/۵۳
۲۲	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۱	۲/۹۲	۲/۰۸	۳	۰/۱۷	۱/۳۲	۱۲۳/۰۳
۲۳	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۱	۲	۲/۸۸	۰/۵۲	۳	۰/۰۸	۰/۳۲	۳۰۹/۳۳
۲۴	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۳	۳/۰۷	۴/۲۲	۳	۰/۵۰	۲/۵۰	۳۱۰/۲۴
۲۵	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۱	۲	۳/۱۵	۰/۲۶	۳	۰/۰۶	۰/۱۵	۲۸۷/۵۸
۲۶	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۳	۳/۲۲	۲/۶۳	۴	۰/۴۹	۱/۴۶	۳۰۵/۷۶
۲۷	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۱	۳/۲۷	۱/۷۰	۴	۰/۰۶	۰/۹۲	۱۱۷/۰۷

جدول ۵. اثر پارامترهای ورودی در طراحی بهینه‌ی نمودار کنترل آماری اقتصادی  $FRS\bar{X}$  بر اساس تابع زیان خطی

Run	$\delta$	$T_1$	$T_2$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a'_1$	$\lambda$	$K$	$k$	$h$	$n$	ANF	AATS	$E(A)$
۱	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۲۱۹/۴۷
۲	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۲	۲/۳۶	۳/۷۴	۴۷	۰/۴۹	۲/۵۰	۴۱۷/۵۱
۳	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۱	۳	۲/۲۵	۳/۵۵	۴۳	۰/۰۶	۲/۵۰	۶۰۹/۹۳
۴	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۲	۲/۳۵	۳/۶۵	۴۶	۰/۵	۲/۵۰	۴۳۸/۳۳
۵	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۱	۳	۱/۳۲	۳/۱۶	۱۸	۰/۵	۲/۵۰	۶۰۳/۱۵
۶	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳/۰۹	۳/۹۴	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۲۵۷/۷۹
۷	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۱	۳	۱/۳۴	۳/۰۹	۱۸	۰/۵	۲/۵۰	۵۴۸/۸۱
۸	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۲۹۳/۸۳
۹	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۲	۲/۳۵	۳/۶۷	۴۶	۰/۵	۲/۵۰	۴۶۰/۹۲
۱۰	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۲	۳/۱۰	۳/۹۳	۱۲	۰/۵	۲/۵۰	۴۱۵/۵۲
۱۱	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۳	۲/۳۴	۳/۷۶	۸	۰/۵	۲/۵۰	۶۱۰/۰۲
۱۲	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۱	۱	۲/۳۳	۳/۶۰	۷	۰/۰۵	۲/۵۰	۲۴۶/۲۳
۱۳	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۳	۲/۷۹	۳/۹۲	۱۰	۰/۱۳	۲/۵۰	۵۹۳/۸۴
۱۴	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۱	۱	۲/۷۴	۳/۸۴	۱۰	۰/۰۱	۲/۵۰	۲۳۴/۳۲
۱۵	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۲	۳/۰۷	۴/۲۷	۱۳	۰/۵	۲/۵۰	۴۰۳/۹۵
۱۶	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۱	۱	۲/۳۹	۳/۵۰	۷	۰/۰۴	۲/۵۰	۲۵۱/۸۱
۱۷	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۲	۳/۰۹	۴/۰۱	۱۲	۰/۵	۲/۵۰	۴۰۹/۹۲
۱۸	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۳	۲/۳۳	۳/۹۲	۸	۰/۵	۲/۵۰	۶۰۲/۸۰
۱۹	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۳	۳/۰۹	۴/۰۴	۳	۰/۵	۲/۵۰	۶۰۲/۲۰
۲۰	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۱	۳/۱۲	۴/۱۰	۳	۰/۰۴	۲/۴۴	۲۰۸/۷۲
۲۱	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۱	۲	۲/۹۲	۲/۴۱	۳	۰/۰۱	۲/۵۰	۴۰۳/۰۰
۲۲	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۱	۲/۸۷	۳/۹۲	۳	۰/۱	۲/۵۰	۲۱۳/۸۸
۲۳	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۱	۲	۲/۷۰	۳/۷۹	۲	۰/۰۲	۲/۵۰	۴۳۴/۰۴
۲۴	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۳	۳/۰۷	۴/۲۲	۳	۰/۵	۲/۵۰	۶۰۵/۰۷
۲۵	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۱	۲	۲/۴۵	۲/۸۲	۲	۰/۰۴	۱/۷۸	۴۳۸/۹۵
۲۶	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۳	۳/۰۵	۴/۵۰	۳	۰/۵	۲/۵۰	۶۰۱/۲۵
۲۷	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۱	۳/۱۴	۳/۵۲	۴	۰/۰۵	۱/۹۱	۲۱۰/۲۳

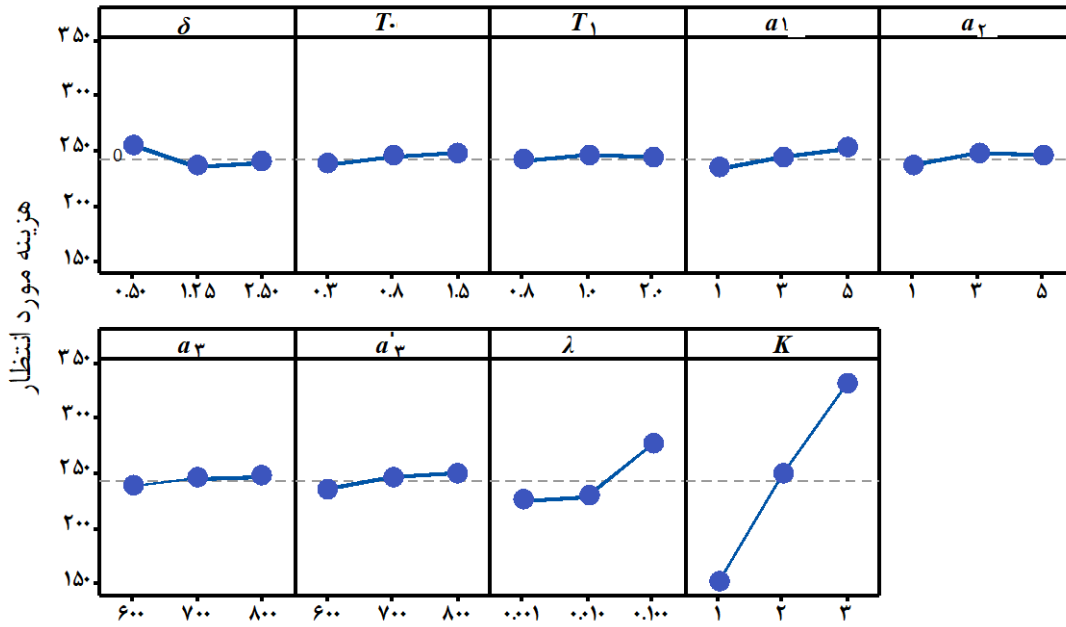
جدول ۶. اثر پارامترهای ورودی در طراحی بهینه‌ی نمودار کنترل آماری اقتصادی  $FRS\bar{X}$  بر اساس تابع زیان نمایی

Run	$\delta$	$T_1$	$T_2$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a'_3$	$\lambda$	$K$	$r$	$k$	$h$	$n$	ANF	AATS	$E(A)$
۱	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۵	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۷۶/۳۹
۲	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۲	۱	۲/۳۶	۳/۷۴	۴۷	۰/۴۸	۲/۵۰	۳۷۷/۱۰
۳	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۱	۳	۲	۲/۱۶	۰/۵۹	۴۲	۰/۵	۰/۳۹	۳۹۵۷/۷۰
۴	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۲	۱	۲/۳۵	۳/۶۵	۴۶	۰/۵	۲/۵۰	۳۹۸/۱۰
۵	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۱	۳	۲	۲/۰۰	۰/۸۷	۳۵	۰/۵	۰/۶۲	۳۸۸۴/۲۲
۶	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۵	۳/۰۹	۳/۹۴	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۱۱۴/۷۷
۷	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۱	۳	۲	۱/۹۶	۰/۹۴	۳۱	۰/۵	۰/۷۴	۳۵۳۷/۴۰
۸	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۵	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۱۵۱/۰۰
۹	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۲	۱	۲/۳۵	۳/۶۷	۴۶	۰/۵	۲/۵۰	۴۲۱/۲۱
۱۰	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۲	۲	۳/۲۰	۲/۷۲	۱۲	۰/۵	۱/۷۲	۲۷۳۵/۵۲
۱۱	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۳	۰/۵	۲/۴۱	۳/۷۸	۸	۰/۴۱	۲/۵۰	۱۹۳/۸۳
۱۲	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۱	۱	۱	۲/۴۰	۱/۹۰	۸	۰/۰۸	۱/۲۸	۲۶۹/۴۳
۱۳	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۳	۰/۵	۳/۰۱	۳/۶۳	۱۱	۰/۰۷	۲/۲۸	۱۸۱/۳۳
۱۴	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۱	۱	۱	۲/۸۳	۱/۰۱	۱۱	۰/۰۴	۰/۶۲	۲۴۰/۹۷
۱۵	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۲	۲	۳/۳۶	۱/۵۶	۱۵	۰/۵	۰/۹۱	۲۷۰۹/۲۶
۱۶	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۱	۱	۱	۲/۴۵	۱/۴۱	۸	۰/۱	۰/۹۶	۲۶۹/۶۵
۱۷	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۲	۲	۳/۲۶	۲/۲۴	۱۳	۰/۵	۱/۳۸	۲۷۲۵/۰۴
۱۸	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۳	۰/۵	۲/۵۰	۳/۹۴	۹	۰/۳۱	۲/۵۰	۱۸۸/۱۰
۱۹	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۳	۱	۳/۳۰	۱/۹۷	۳	۰/۵	۱/۲۰	۵۴۴/۱۲
۲۰	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۱	۱	۲	۳/۳۶	۰/۱۵	۴	۰/۵	۰/۰۹	۱۵۰۹/۸۴
۲۱	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۱	۲	۰/۵	۳/۰۱	۰/۸۲	۳	۰/۰۳	۰/۴۸	۱۸۵/۹۷
۲۲	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۱	۱	۲	۳/۳۳	۰/۱۷	۳	۰/۵	۰/۱۱	۱۵۵۵/۴۶
۲۳	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۱	۲	۰/۵	۲/۹۱	۰/۸۹	۳	۰/۰۴	۰/۵۵	۲۰۱/۴۶
۲۴	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۳	۱	۳/۱۹	۲/۸۰	۳	۰/۵	۱/۶۵	۵۴۸/۹۸
۲۵	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۱	۲	۰/۵	۳/۲۷	۰/۴۶	۳	۰/۰۲	۰/۲۷	۱۹۵/۵۸
۲۶	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۳	۱	۳/۳۵	۱/۶۰	۴	۰/۵	۰/۸۹	۵۴۱/۳۰
۲۷	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۱	۱	۲	۳/۴۱	۰/۱۳	۴	۰/۵	۰/۰۷	۱۴۷۵/۷۵

جدول ۷. اثر پارامترهای ورودی در طراحی بهینه‌ی نمودار کنترل آماری اقتصادی  $FRS\bar{X}$  بر اساس تابع زیان لاینکس

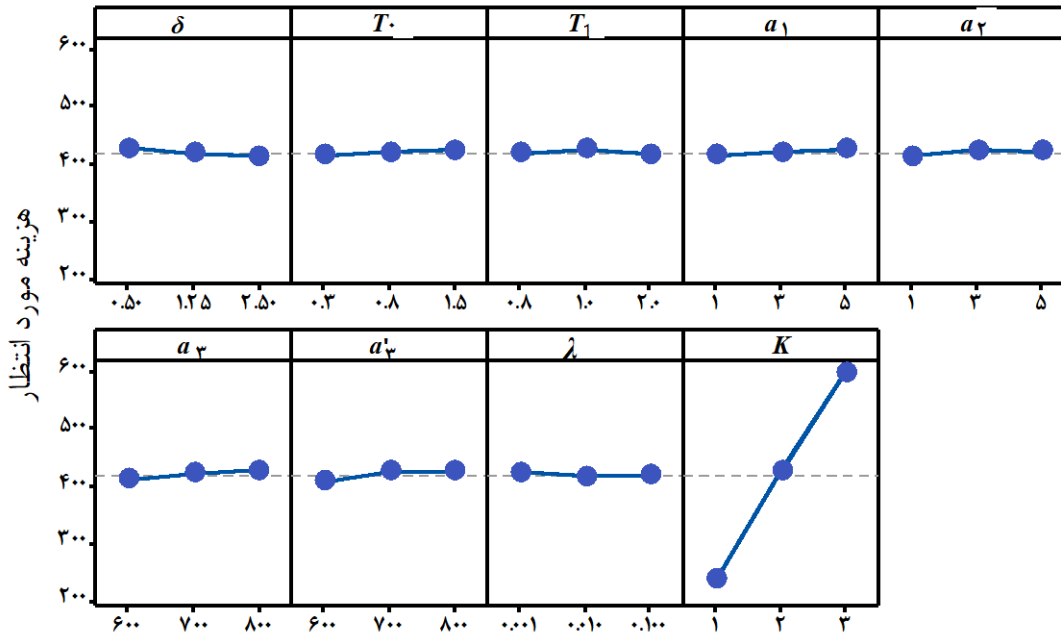
Run	$\delta$	$T$	$T_1$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a'_2$	$\lambda$	$K$	$v$	$\varphi$	$k$	$h$	$n$	ANF	AATS	$E(A)$
۱	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	-۱	۱	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۸۴/۴۸
۲	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۲	۰/۲	۲	۲/۴۲	۳/۷۶	۴۹	۰/۴	۲/۵۰	۳۱/۳۲
۳	۰/۵	۰/۳	۰/۸	۱	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۳	۱	۴	۲/۲۹	۱/۲۶	۴۵	۰/۱۷	۰/۸۵	۸۸۲۵
۴	۰/۵	۰/۸	۱	۳	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۲	۰/۲	۴	۲/۳۵	۳/۶۵	۴۶	۰/۵	۲/۵۰	۶۱/۹۳
۵	۰/۵	۰/۳	۱	۳	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۳	۱	۱	۱/۶۸	۳/۲۶	۲۶	۰/۲۴	۲/۵۰	۲۹۴/۹۲
۶	۰/۵	۰/۳	۱	۳	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۱	-۱	۲	۳/۰۹	۳/۹۴	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۱۸۷/۶۰
۷	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۱	۶۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۳	۱	۲	۱/۴۱	۲/۷۶	۲۰	۰/۵	۲/۱۵	۴۵۶/۹۲
۸	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۳	۷۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	-۱	۴	۳/۱۰	۳/۹۲	۷۳	۰/۵	۲/۵۰	۳۵۳/۰۶
۹	۰/۵	۱/۵	۲	۵	۵	۸۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۲	۰/۲	۱	۲/۳۵	۳/۶۷	۴۶	۰/۵	۲/۵۰	۷۷/۴۳
۱۰	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۲	۱	۱	۳/۱۰	۳/۹۳	۱۲	۰/۵	۲/۵۰	۱۴۷/۲۱
۱۱	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۳	-۱	۲	۲/۳۷	۳/۷۷	۸	۰/۴۷	۲/۵۰	۴۰۷/۲۶
۱۲	۱/۲۵	۰/۳	۱	۵	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۲	۴	۲/۳۶	۳/۶۰	۸	۰/۰۴	۲/۵۰	۶۷/۹۹
۱۳	۱/۲۵	۰/۸	۲	۱	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۳	-۱	۴	۲/۵۹	۳/۸۸	۹	۰/۲۴	۲/۵۰	۷۷۵/۳۲
۱۴	۱/۲۵	۰/۳	۲	۱	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۲	۱	۲/۸۳	۳/۸۵	۱۱	۰/۰۱	۲/۵۰	۶۱/۰۴
۱۵	۱/۲۵	۰/۳	۲	۱	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۲	۱	۲	۳/۰۷	۴/۲۷	۱۳	۰/۵	۲/۵۰	۲۶۶/۸۳
۱۶	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۱	۷۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۱	۰/۲	۲	۲/۵۷	۳/۵۵	۸	۰/۰۲	۲/۵۰	۶۶/۰۸
۱۷	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۳	۸۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۲	۱	۴	۳/۰۹	۴/۰۱	۱۲	۰/۵	۲/۵۰	۵۳۴/۶۲
۱۸	۱/۲۵	۱/۵	۰/۸	۳	۵	۶۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۳	-۱	۱	۲/۴۷	۳/۹۴	۹	۰/۳۴	۲/۵۰	۲۰۸/۴۷
۱۹	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۳	۰/۲	۱	۳/۱۲	۴/۰۵	۳	۰/۴۴	۲/۵۰	۹/۷۹
۲۰	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۱	۱	۲	۳/۱۴	۰/۸۷	۳	۰/۲۰	۰/۵۱	۱۶۴/۹۳
۲۱	۲/۵	۰/۳	۲	۳	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۲	-۱	۴	۲/۹۵	۰/۵۹	۳	۰/۰۵	۰/۳۴	۵۳۵/۸۰
۲۲	۲/۵	۰/۸	۰/۸	۵	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	۱	۴	۲/۹۴	۰/۶۵	۳	۰/۵	۰/۴۱	۳۱۵/۸۴
۲۳	۲/۵	۰/۳	۰/۸	۵	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۲	-۱	۱	۲/۸۹	۱/۵۳	۳	۰/۰۲	۰/۹۶	۱۹۹/۵۶
۲۴	۲/۵	۰/۳	۰/۸	۵	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۳	۰/۲	۲	۳/۰۷	۴/۲۲	۳	۰/۵	۲/۵۰	۱۸/۲۸
۲۵	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۱	۸۰۰	۷۰۰	۰/۰۰۱	۲	-۱	۲	۳/۰۷	۰/۴۸	۳	۰/۰۴	۰/۲۹	۳۲۶/۱۰
۲۶	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۳	۶۰۰	۸۰۰	۰/۰۰۱	۳	۰/۲	۴	۳/۴۴	۴/۵۰	۴	۰/۱۳	۲/۵۰	۲۶/۹۷
۲۷	۲/۵	۱/۵	۱	۱	۵	۷۰۰	۶۰۰	۰/۰۰۱	۱	۱	۱	۳/۲۹	۱/۰۶	۴	۰/۰۹	۰/۵۷	۸۹/۰۵

پارامترها



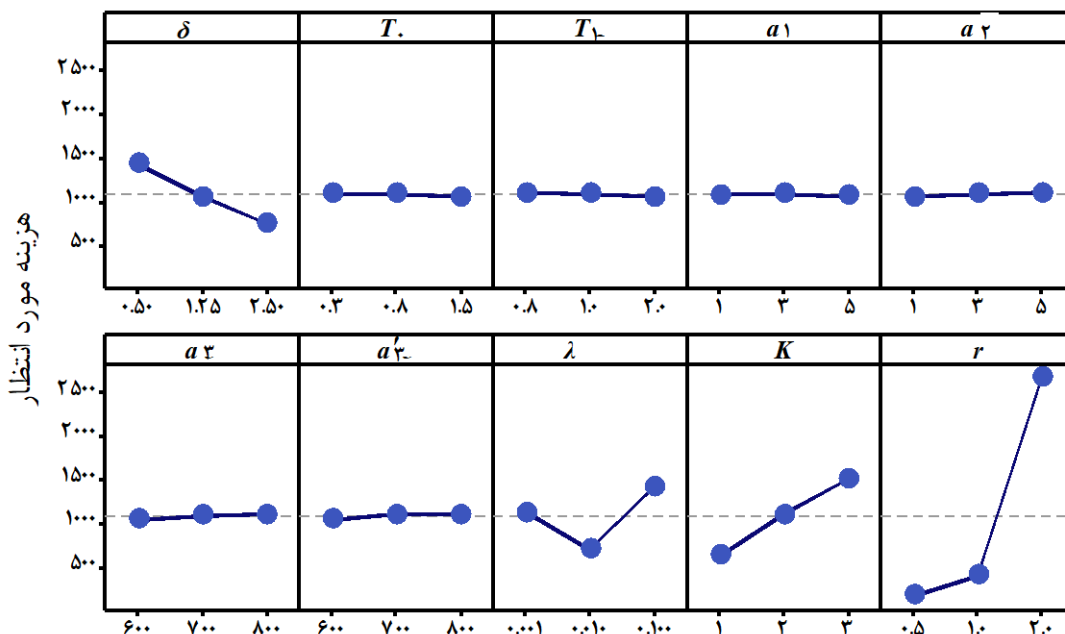
شکل ۲. تاثیر پارامترهای ورودی مدل روی متوسط هزینه در واحد زمان بر اساس تابع زیان درجه دوم

پارامترها



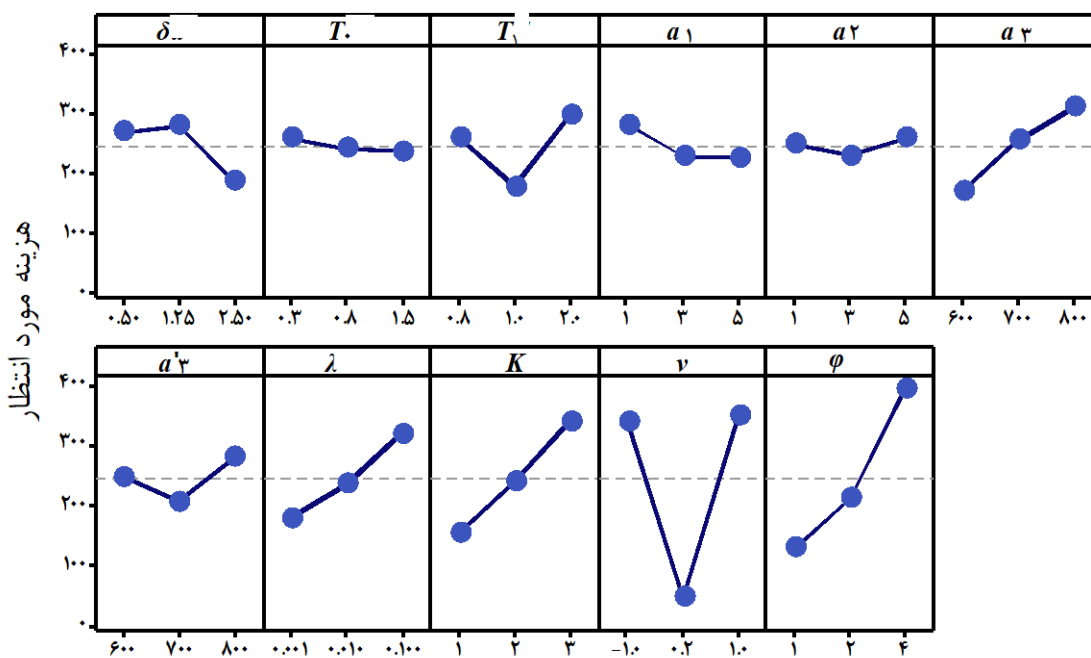
شکل ۳. تاثیر پارامترهای ورودی مدل روی متوسط هزینه در واحد زمان بر اساس تابع زیان خطی

پارامترها



شکل ۴. تاثیر پارامترهای ورودی مدل روی متوسط هزینه در واحد زمان بر اساس تابع زیان نمایی

پارامترها



شکل ۵. تاثیر پارامترهای ورودی مدل روی متوسط هزینه در واحد زمان بر اساس تابع زیان لاینکس

## ۶- نتیجه گیری

در این مطالعه، طراحی آماری اقتصادی نمودار کنترل  $FRS\bar{X}$  بر اساس مدل هزینه‌ی چیو [۳۰] و با در نظر گرفتن مفهوم تابع زیان برای برآورد هزینه‌ی تولید محصولات معیوب مورد بررسی قرار گرفته است. توابع زیانی که تا کنون در این زمینه به کار رفته‌اند توابعی متقارن هستند، اما در بسیاری از مواقع به‌ویژه در صنعت، تخطی کردن از مقدار ایده‌ال (بیش برآورد کردن) و کوتاهی کردن در رسیدن به این مقدار (کم برآورد کردن) هر دو زیان‌های یکسانی را ایجاد نمی‌کنند، لذا برای اولین بار در این تحقیق از تابع زیان نامتقارن لاینکس در طراحی آماری اقتصادی نمودار کنترل استفاده شده است که نتایج استخراج شده از جدول‌ها نشان می‌دهند این تابع زیان نسبت به توابع زیان متقارن استفاده شده در مقاله کم‌ترین میزان هزینه را موجب می‌شود. عملکرد این طراحی به‌وسیله‌ی تحلیل حساسیت پارامترهای مدل و هزینه، برای کاربردی صنعتی نشان داده شد. مدل تلفیقی می‌تواند در پژوهش‌های آتی برای مدل‌های هزینه‌ی دیگر مانند مدل جامع لورنزن و وانس به کار گرفته شود.

## مراجع فارسی

[۲۷] بامنی مقدم، م. آقاجان‌پور پاشا، م. و فانی، ش. (۱۳۹۵). تلفیق تابع زیان ناگوچی و طراحی اقتصادی نمودارهای کنترلی  $\bar{X}$  در حضور داده‌های نرمال و نانرمال. نشریه علمی پژوهشی مهندسی و مدیریت کیفیت. جلد ۶(۱): ۸-۱.

## مراجع لاتین

- [1] Shewhart, W.A. & Deming, W.E., (1939). *Statistical method from the viewpoint of quality control*. Courier Corporation.
- [2] McWilliams, T.P., Saniga, E.M. & Davis, D.J., (2001). *Economic-statistical design of  $\bar{X}$  and R or  $\bar{X}$  and S charts*. Journal of quality technology. **33**(2): p. 234-241.
- [3] Duncan, A.J., (1956). *The economic design of  $\bar{X}$  charts used to maintain current control of a process*. Journal of the American Statistical Association. **51**(274): p. 228-242.
- [4] Lorenzen, T.J. & Vance, L.C., (1986) *The economic design of control charts: a unified approach*. Technometrics. **28**(1): p. 3-10.
- [5] Celano, G., (2011). *On the constrained economic design of control charts: a literature review*. Production. **21**(2): p. 223-234.
- [6] Montgomery, D.C., (2009). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons (New York).
- [7] Gibra, I.N., (1975). *Recent developments in control chart techniques*. Journal of Quality Technology. **7**(4): p. 183-192.
- [8] Montgomery, D.C., (1980). *The economic design of control charts: a review and literature survey*. Journal of Quality Technology. **12**(2): p. 75-87.
- [9] Vance, L.C., (1983). *A bibliography of statistical quality control chart techniques, 1970-1980*. Journal of Quality Technology. **15**(2): p. 59-62.
- [10] Ho, C. & Case, K.E., (1994). *Economic design of control charts: a literature review for 1981-1991*. Journal of quality Technology. **26**(1): p. 39-53.
- [11] Saniga, E.M. & Shirland, L.E., (1977). *Quality control in practice: a survey*. Quality progress. **10**(5): p. 30-33.
- [12] Woodall, W.H., (1986). *Weaknesses of the economic design of control charts*. Technometrics. **28**(4): p. 408-409.
- [13] Saniga, E.M., (1989). *Economic statistical control-chart designs with an application to and R charts*. Technometrics. **31**(3): p. 313-320.
- [14] Taguchi, G., (1986). *Introduction to quality engineering: designing quality into products and processes*.
- [15] Taguchi, G. & Wu, Y., (1979). *Introduction to off-line quality control*. Central Japan Quality Control Assoc.
- [16] Taguchi, G., Elsayed, E.A. & Hsiang, T.C., (1989). *Quality engineering in production systems*. Vol. 173. McGraw-Hill New York.
- [17] Deming, W.E., (2000). *Out of the Crisis*. MIT press.
- [18] Safaei, A.S., Kazemzadeh, R.B. & Niaki, S.T.A., (2012). *Multi-objective economic statistical design of  $\bar{X}$  control chart considering Taguchi loss function*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. **59**(9-12): p. 1091-1101
- [19] Koo, T.Y. & Lin, L.M., (1992). *PAPER SESSION II-B: Economic Design of  $\bar{X}$  Chart When Taguchi's Loss Function is Considered*.



- [30]Chiu, W., (1975). *Economic design of attribute control charts*. Technometrics. **17**(1): p. 81-87.
- [31]Ross, S.M., (1970). *Applied probability models with optimization applications*. Courier Corporation.
- [32]Varian, H.R., (1975). *A Bayesian approach to real estate assessment*. Studies in Bayesian Econometric and Statistics in honor of Leonard J. Savage: p. 195-208
- [20]Yang, S.-F., (1998). *Economic statistical design of S control charts using Taguchi loss function*. International Journal of Quality & Reliability Management. **15**(3): p. 259-272.
- [21]Al-Ghazi, A., Al-Shareef, K. & Duffuaa, S. (2007). *Integration of Taguchi's loss function in the economic design of  $\bar{X}$  control charts with increasing failure rate and early replacement*. in *Industrial Engineering and Engineering Management, 2007 IEEE International Conference on*. IEEE.

### پیوست‌ها

پیوست ۱: محاسبه  $J$  و  $J_1$  بر اساس تابع زیان خطی

لم: فرض کنید  $Z \sim N(0, 1)$ . آن‌گاه

$$E[|Z - T|] = \sqrt{2}[\phi(T) + T\Phi(T)] - T,$$

به قسمی که  $\phi(\cdot)$  تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد و  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد می‌باشند.

### اثبات:

$$\begin{aligned} E[|Z - T|] &= \int_{-\infty}^T (T - z)\phi(z) dz \\ &+ \int_T^{\infty} (z - T)\phi(z) dz \\ &= \sqrt{2}T\Phi(T) - T - \int_{-\infty}^T z \times \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \\ &+ \int_T^{\infty} z \times \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz, \\ &= \sqrt{2}[\phi(T) + T\Phi(T)] - T. \end{aligned}$$

برای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  مقدار  $J$  برابر است

با:

- [22]Elsayed, E. & Chen, A., (1994). *An economic design of  $\bar{X}$  control chart using quadratic loss function*. THE INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH. **32**(4): p. 873-887.
- [23]Moskowitz, H., Plante, R. & Chun, Y.H., (1994). *Effect of quality loss functions on the economic design of  $\bar{X}$  process control charts*. European Journal of Operational Research. **72**(2): p.333-349.
- [24]Alexander, S.M., Dillman, M.A., Usher, J.S. & Damodaran, B., (1995). *Economic design of control charts using the Taguchi loss function*. Computers & industrial engineering. **28**(3): p. 671-679.
- [25]Ben-Daya, M. & Duffuaa, S.O., (2003). *Integration of Taguchi's loss function approach in the economic design of  $\bar{X}$  chart*. International Journal of Quality & Reliability Management. **20**(5): p.607-619.
- [26]Wu, Z., Shamsuzzaman, M. & Pan, E., (2004). *Optimization design of control charts based on Taguchi's loss function and random process shifts*. International Journal of Production Research. **42**(3): p. 379-390.
- [28]Pasha, M.A., Moghadam, M.B., Khadem, Y. & Fani, S., (2017). *An integration of Taguchi's loss function in Banerjee-Rahim model for the economic and economic statistical design of  $\bar{X}$  control charts under multiple assignable causes and Weibull shock model*. Communications in Statistics - Theory and Methods. **46**(24): p. 12113-12129.
- [29]Pasha, M.A., Moghadam, M.B., Fani, S. & Khadem, Y., (2018). *Effects of quality characteristic distributions on the integrated model of Taguchi's loss function and economic statistical design of  $\bar{X}$  control charts by modifying the Banerjee and Rahim economic model*. Communications in Statistics - Theory and Methods. **47**(8): p. 1842-1855.

$$\begin{aligned}
 J_1 &= KE[K(e^{r|X-T|} - 1)] = KE\left[e^{r\sigma\left|Z - \frac{T-\mu_1}{\sigma}\right|} - 1\right], \\
 &= K \exp\left(\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) [e^{r\sigma b_1} \Phi(b_1 + r\sigma) \\
 &+ e^{-r\sigma b_1} (1 - \Phi(b_1 - r\sigma))] - K, \\
 &= K \exp\left(\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) [\exp(r(T - \mu_1)) \Phi(b_1 + r\sigma) \\
 &- K \\
 &+ \exp(r(\mu_1 - T)) (1 - \Phi(b_1 - r\sigma))] - K.
 \end{aligned}$$

به قسمی که  $b_1 = \frac{T - \mu_1}{\sigma}$ . به طور مشابه

$$\begin{aligned}
 J_1 &= K \exp\left(\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) \times [\exp(r(T - \mu_1)) \Phi(b_1 + r\sigma) \\
 &+ \exp(r(\mu_1 - T)) (1 - \Phi(b_1 - r\sigma))] - K, \\
 &\text{به قسمی که } b_1 = \frac{T - \mu_1}{\sigma}
 \end{aligned}$$

پیوست ۳: محاسبه  $J_1$  و  $J_2$  بر اساس تابع زیان لاینکس

لم: فرض کنید  $Z \sim N(0, 1)$ . آن گاه

$$\begin{aligned}
 &E\left[\exp(v(Z - T)) - v(Z - T) - 1\right] \\
 &= \exp\left(-vT + \frac{v^2}{2}\right) + vT - 1.
 \end{aligned}$$

اثبات:

$$\begin{aligned}
 &E\left[\exp(v(Z - T)) - v(Z - T) - 1\right] \\
 &= \exp(-vT) E(e^{Zv}) - vE(Z) + vT - 1, \\
 &= \exp(-vT) M_Z(v) + vT - 1, \\
 &= \exp\left(-vT + \frac{v^2}{2}\right) + vT - 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_2 &= E[K|X - T|] = K\sigma E\left[\left|Z - \frac{T - \mu_1}{\sigma}\right|\right] \\
 &= 2K\left[\left(T - \mu_1\right) \Phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right) \right. \\
 &\left. + \sigma\phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right)\right] + K(T - \mu_1).
 \end{aligned}$$

به طور مشابه برای حالت خارج از کنترل که میانگین فرایند برابر است با  $\mu_1$  مقدار  $J_1$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= E[K|X - T|] \\
 &= 2K\left[\left(T - \mu_1\right) \Phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right) + \sigma\phi\left(\frac{T - \mu_1}{\sigma}\right)\right] \\
 &+ K(T - \mu_1).
 \end{aligned}$$

پیوست ۲: محاسبه  $J_1$  و  $J_2$  بر اساس تابع زیان نمایی

لم: فرض کنید  $Z \sim N(0, 1)$ . آن گاه

$$\begin{aligned}
 E(e^{r|Z-T|}) &= \exp\left(\frac{r^2}{2}\right) [e^{rT} \Phi(T+r) \\
 &+ e^{-rT} (1 - \Phi(T-r))].
 \end{aligned}$$

اثبات:

$$\begin{aligned}
 E(e^{r|Z-T|}) &= \int_{-\infty}^T e^{r(T-z)} \phi(z) dz + \int_T^{\infty} e^{r(z-T)} \phi(z) dz, \\
 &= e^{rT} \int_{-\infty}^T e^{-rz} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right) dz \\
 &+ e^{-rT} \int_T^{\infty} e^{+rz} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right) dz \\
 &= \exp\left(\frac{r^2}{2}\right) [e^{rT} \Phi(T+r) + e^{-rT} (1 - \Phi(T-r))].
 \end{aligned}$$

برای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  مقدار  $J_2$  برابر است

با:

برای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  مقدار  $J$  برابر است

با:

$$\begin{aligned} J_1 &= K\varphi E \left[ \exp(v(X - T)) - v(X - T) - 1 \right], \\ &= K\varphi E \left[ \exp \left( v(\sigma Z + \mu - T) \right) \right. \\ &\quad \left. - v(\sigma Z + \mu - T) - 1 \right], \\ &= K\varphi E \left[ \exp \left( v\sigma(Z - b_1) \right) - v\sigma(Z - b_1) - 1 \right], \\ &= K\varphi \left[ \exp \left( -v\sigma b_1 + \frac{(v\sigma)^2}{2} \right) + v\sigma b_1 - 1 \right], \\ &= K\varphi \left[ \exp \left( -v(T - \mu_1) + \frac{(v\sigma)^2}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$-v(T - \mu_1) - 1],$$

$$b_1 = \frac{T - \mu_1}{\sigma} \text{ به قسمی که}$$

برای حالت خارج از کنترل که میانگین فرایند برابر است با  $\mu_1$  مقدار  $J_1$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} J_1 &= K\varphi \left[ \exp \left( -v(T - \mu_1) + \frac{(v\sigma)^2}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - v(T - \mu_1) - 1 \right], \\ &\text{به قسمی که } b_1 = \frac{T - \mu_1}{\sigma} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Statistical process control

<sup>2</sup> Statistical design

<sup>3</sup> Economic design

<sup>4</sup> Economic- Statistical design

<sup>5</sup> Average run length

<sup>6</sup> Average Time to Signal

<sup>7</sup> Fix Ratio Sampling

<sup>8</sup> Average Number False alarms

<sup>9</sup> Adjusted Average Time to Signal

<sup>10</sup> Genetic Algorithm

<sup>11</sup> Risk aversion

<sup>12</sup> Risk neutral

<sup>13</sup> Risk accept