

توسعه مدل آنالیز سیستم اندازه‌گیری در شرایط عدم قطعیت با روش فازی

ندا قانع

کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران،
neda.ghane@yahoo.com

سروش آوخ دارستانی*

استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

چکیده امروزه ارقام به‌دست آمده از اندازه‌گیری، تحت عناوین مختلف و بسیار بیش‌تر از گذشته مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین با استفاده از آمار و ارقامی که از فرایند تولید به‌دست می‌آید، می‌توان در مورد کیفیت محصولات اظهار نظر کرد. بنابراین اخذ تصمیم صحیح در این‌گونه موارد، به کیفیت اندازه‌گیری بستگی دارد. همچنین با استفاده از فاکتورهای خطی بودن مشخص می‌شود که آیا ابزار اندازه‌گیری در تمام محدوده قابل اندازه‌گیری اش یکسان کار می‌کند یا خیر. هدف از این پژوهش توسعه مدل فازی برای بررسی رابطه‌ی خطی بودن برای یک ابزار است که داده‌ها به‌صورت فازی مثلثی و دوزنقه‌ای هستند در نهایت از داده‌های تامین‌کنندگان صنعت خودروسازی استفاده شد و روش پیشنهادی با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار متلب حل شده است. سپس نتایج به‌دست آمده را با حالت کلاسیک مقایسه می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهد که حالت فازی از حساسیت و انعطاف‌پذیری بیش‌تری نسبت به حالت کلاسیک برخوردار است.

کلمات کلیدی آنالیز سیستم اندازه‌گیری، رابطه‌ی خطی بودن ابزار، اعداد فازی مثلثی، اعداد فازی دوزنقه‌ای.

۱- مقدمه

به هنگام اندازه‌گیری خروجی فرایندها، همیشه پراکندگی مشاهده می‌شود. این پراکندگی، ناشی از دو منبع است:

- فرایند تولید: به خاطر وجود تغییرات فرایند تولید، اندازه‌های قطعات تولید شده با هم متفاوت است.
- سیستم اندازه‌گیری: روش‌های مختلف اندازه‌گیری و نقص‌هایی که در سیستم‌های اندازه‌گیری وجود دارد باعث می‌شود در اندازه‌گیری‌های مکرر یک قطعه، نتایج یکسانی به‌دست نیاید [۱].

بنابراین خطاها را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: صحت^۲ (خطاهای مربوط به میانگین) و دقت^۳ (خطاهای مربوط به پراکندگی).

صحت، تفاوت بین میانگین اندازه‌های حاصل از اندازه‌گیری و اندازه‌ی واقعی قطعه را نشان می‌دهد. هرچه این تفاوت کم‌تر باشد، سیستم اندازه‌گیری صحت مناسب‌تری خواهد داشت و میانگین توزیع احتمال اندازه‌گیری بر اندازه‌ی واقعی منطبق خواهد شد.

دقت، نشان‌دهنده‌ی میزان پراکندگی است که در اندازه‌گیری‌های مکرر یک قطعه به‌دست می‌آید. هرچه این

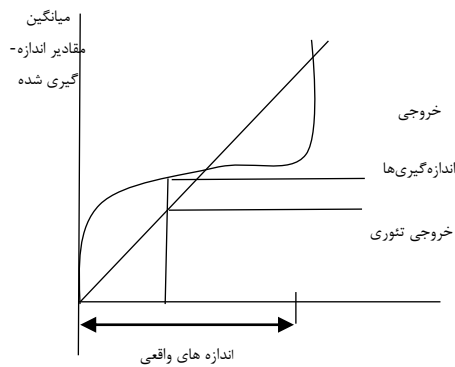
زندگی امروزی به‌طور روزافزونی به کیفیت محصولات و خدمات وابسته شده است. کنترل کیفیت صحیح موجبات بهبود مرغوبیت کالا، کاهش دوباره کاری‌ها، جلوگیری از به‌هدر رفتن مواد اولیه و قطعات، ازدیاد میزان تولیدات به‌وسیله‌ی جلوگیری از ضایعات، قابل رقابت نمودن کالاها در بازار، رضایت خریداران و ... را فراهم می‌کند. مؤثرترین راهی که برای کنترل کیفیت محصولات پیشنهاد شده، روش‌های آماری می‌باشد و تحقیقات نشان می‌دهد که سیستم‌های اندازه‌گیری نقش مهمی را در کمک به بهبود کیفیت سازمان‌ها بازی می‌کنند. یکی از این روش‌های آماری بررسی ارتباط خطی^۱ بودن یک ابزار است. با استفاده از فاکتورهای خطی بودن مشخص می‌شود که آیا ابزار اندازه‌گیری در تمام محدوده قابل اندازه‌گیری اش یکسان کار می‌کند یا خیر و به‌عبارت دیگر، آیا اندازه‌ی قطعه بر تمایل سیستم اندازه‌گیری تأثیر می‌گذارد.

* (Corresponding author) avakh@qiau.ac.ir

^۲ Accuracy

^۳ Precision

^۱ Linearly



شکل (۲) ابزار اندازه‌گیری برای رابطه‌ی خطی خیلی نامناسب

در سال ۱۹۹۱، ماندل^۴ به ارزیابی تأثیر تنوع در بازرسان، محیط و تجهیزات بر روی تکثیرپذیری پرداخت. او به انجام محاسبات برای اندازه‌گیری مواد ثابت اما برای بازرسان متفاوت، تجهیزات متفاوت و سیستم اندازه‌گیری متفاوت پرداخت. در تحقیق وی واریانس سیستم اندازه‌گیری، میانگین مربعات سیستم اندازه‌گیری به میانگین مربعات تنوع در سیستم اندازه‌گیری، تقسیم بر تعداد اندازه‌گیری‌های مکرر، تعریف شد. بنابراین واریانس سیستم اندازه‌گیری، مجموع واریانس تکرارپذیری تولید و تکثیرپذیری تولید، تعریف شد. این تعریف می‌تواند برای نتایج اندازه‌گیری پیوسته و گسسته استفاده شود [۳].

در سال ۱۹۹۳ تحقیقات مونته‌گومری و رانگر^۵ نشان داد که سیستم‌های اندازه‌گیری نقش مهمی را در کمک به بهبود کیفیت سازمان‌ها بازی می‌کنند [۴].

در سال ۱۹۹۳، مونته‌گومری و رانگر به دنبال تحقیقات اخیرشان در همان سال، با استفاده از یک مدل طراحی تودرتو و طراحی فاکتوریل علاوه بر شاخص تکرارپذیری و تکثیرپذیری ابزار (GR&R)^۶ و برآورد فاصله اطمینان پارامترها برای تنوع اندازه‌گیری، نقطه ضعف اصلی آنالیز واریانس تغییر یافته را نشان دادند [۵].

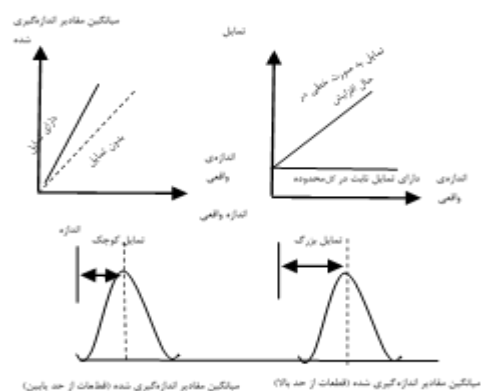
بعد از آن در سال ۱۹۹۷، ماندل از این تعریف در محاسبه واریانس قابلیت تکرارپذیری و واریانس تکثیرپذیری برای سیستم اندازه‌گیری واقعی با داده‌های گسسته استفاده کرد [۶].

در سال ۱۹۹۸، تی‌سای^۷ از نمودار \bar{X} -R برای تجزیه و تحلیل، شاخص تکرارپذیری و تکثیرپذیری ابزار (GR&R) استفاده کرد. نمودار \bar{X} برای نشان دادن تنوع در قابلیت اندازه‌گیری و یا این‌که آیا تجهیزات اندازه‌گیری قادر به

پراکندگی کم‌تر باشد، دقت سیستم اندازه‌گیری بیش‌تر خواهد بود، به این معنا که پراکندگی توزیع احتمال آن کم‌تر خواهد شد.

صحت یک سیستم اندازه‌گیری معمولاً با شاخص "تمایل" سنجیده می‌شود. تمایل بدون اینکه بر پراکندگی اعداد تأثیر بگذارد، باعث می‌شود که میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از اندازه‌ی واقعی باشد. از آن‌جا که اندازه‌گیری‌های انجام شده، ملاک رد یا قبول محصول خروجی است، هر قدر پراکندگی ناشی از سیستم اندازه‌گیری کم‌تر باشد، پراکندگی مشاهده شده به پراکندگی واقعی فرایند تولید نزدیک‌تر است و با اطمینان بیش‌تری می‌توان در مورد محصول مورد نظر تصمیم‌گیری کرد.

زمانی که از وسیله‌ای برای اندازه‌گیری چند مشخصه با اندازه‌های متفاوت استفاده می‌شود باید به هنگام بررسی "صحت سیستم اندازه‌گیری"، علاوه بر بررسی میزان تمایل، ارتباط خطی آن‌ها نیز بررسی شود. برای تعیین ارتباط خطی لازم است مقادیر تمایل را در کل محدوده کاربرد ابزار اندازه‌گیری محاسبه کنیم. در صورتی که مقدار تمایل برای محدوده‌ی کاربرد ابزار ثابت باشد و یا با بزرگ شدن اعداد، تمایل آن‌ها، تغییر کوچکی به صورت صعودی یا نزولی پیدا کند، ابزار، مورد قبول خواهد بود. اگر تفاوت در تمایل اندازه‌های به‌دست آمده در طول محدوده‌ی کاربرد اندازه‌گیری، یک خط راست ایجاد کند، رابطه‌ی خطی برای آن ابزار وجود دارد (شکل (۱)) و اگر تفاوت در تمایل اندازه‌های به‌دست آمده به‌صورت منحنی باشد، آن ابزار غیرقابل استفاده است، زیرا میزان تمایل آن در فواصل مختلف اندازه‌گیری قابل پیش‌بینی نیست (شکل (۲)) [۲].



شکل (۱) نمودار رابطه‌ی خطی برای یک ابزار اندازه‌گیری مناسب

^۴ Mandel

^۵ Montgomery and Runger

^۶ Gauge Repeatability and Reproduceability

^۷ Tsai

در سال ۲۰۱۷، خزاییلی و همکاران^{۱۳} به حل مسائل برنامه‌ریزی خطی با داده‌های فازی پرداختند. آن‌ها یک روش جدید برای یافتن جواب بهینه مساله برنامه‌ریزی خطی با داده‌های فازی ارائه نمودند و ابتدا مساله را با استفاده از عملگرهای حسابی بین اعداد فازی مثلثی و تابع رتبه‌بندی به یک مساله برنامه‌ریزی خطی تبدیل نمودند و با حل آن جواب بهینه اصلی در محیط فازی را به دست آوردند [۱۳].

در سال ۲۰۱۸، شهرخی^{۱۴} در تحقیقی به ارائه یک روش نوین برای مواجهه با عدم قطعیت در محاسبه قابلیت اطمینان قطعات از طریق بیان آهنگ خرابی قطعات به صورت عدد مثلثی فازی و به کارگیری محاسبات فازی برای تبدیل آن به عدد قابلیت اطمینان فازی پرداخت. نتایج او تقریب تابع قابلیت اطمینان فازی با به کارگیری روش رگرسیون دقت کافی را دارا است و می‌تواند به جای استفاده از روش اصل گسترش مورد استفاده قرار گیرد [۱۴].

۲- روش تحقیق

برای تعیین ارتباط خطی باید مقادیر تمایل را در کل محدوده کاربرد ابزار اندازه‌گیری محاسبه کنیم. یک روش گام به گام برای محاسبه‌ی ارتباط خطی معرفی می‌شود:

۱. پنج قطعه را که اندازه‌ی آن‌ها کم‌محدوده‌ی مورد اندازه‌گیری را می‌پوشاند، به شکل تصادفی انتخاب کنید.
۲. اندازه‌ی واقعی هر یک از این پنج قطعه را از طریق چندبار اندازه‌گیری با یک ابزار دقیق‌تر به دست آورید (می‌توانید از قطعات استاندارد که اندازه‌ی آن‌ها مشخص است نیز استفاده کنید و آن را مقدار مرجع RV: Reference Value می‌نامیم).
۳. هر یک از این قطعات، ۱۲ بار با ابزار مورد نظر و توسط فردی که معمولاً قطعات را در فرایند اندازه‌گیری می‌کند، اندازه گرفته شود.
۴. مقدار تمایل هر قطعه را به دست آورید. مقدار تمایل را با Y و اندازه‌ی واقعی را با X نمایش دهید.
۵. میانگین تمایل‌ها و اندازه‌های واقعی را به صورت نمودار ارتباط خطی رسم کنید.

شناسایی تنوع بین آیت‌ها هستند و نمودار R برای توضیح خطاهای اندازه‌گیری یا همان قابلیت اندازه‌گیری اپراتورها که تکرارپذیری ابزار نامیده می‌شود، استفاده شد [۷].

در سال ۲۰۰۴، پن^۸ سه روش برای محاسبه شاخص تکرارپذیری و تکثیرپذیری ابزار (GR&R) پیشنهاد داد: مدل آنالیز واریانس، مدل کلاسیک و مدل محدوده. در این مطالعه‌ها روش آنالیز واریانس دقت بیش‌تری را در برآورد واریانس فراهم می‌نماید، از آن‌جا که توانایی تخمین اثرات بین فاکتورها را داراست. در مقابل، دو روش دیگر ناتوان از تخمین اثرات بین متغیرها هستند [۸].

در حالت عدم قطعیت نیز از رویکرد فازی استفاده می‌شود. مجموعه‌های فازی اولین بار توسط زاده در سال ۱۹۶۵ بیان شد و همچنین در سال ۱۹۹۰، وانگ و راز اولین کسانی بودند که متغیرهای زبانی را در کنترل محصولات مورد استفاده قرار دادند [۹] [۱۰].

در سال ۲۰۱۳، حاجی‌پور و همکاران^۹ در تحقیقات خود علاوه بر محاسبه شاخص‌های تکرارپذیری و تکثیرپذیری ابزار (GR&R) با روش اعداد فازی مثلثی، از یک سیستم خیره فازی با اعداد فازی دوزنقه‌ای، به منظور افزایش قابلیت اعتماد نتایج برای اخذ تصمیم‌گیری‌های مناسب، بهره برده‌اند و با مطالعه موردی روش پیشنهادی، در صنعت خودرو بر روی قطعه کلاچ، عملکرد کارآمدتر روش فازی در مقابل روش کلاسیک به وضوح نشان داده شد [۱۱].

در سال ۲۰۱۵، یه و همکاران^{۱۰} علاوه بر استفاده از روش اعداد فازی مثلثی برای محاسبه شاخص‌های تکرارپذیری و تکثیرپذیری (GR&R)، به محاسبه شاخص قدرت تفکیک‌پذیری ابزار (NDC)^{۱۱}، با روش اعداد فازی مثلثی پرداخته و نشان داده‌اند که نتایج حاصل از روش فازی حساسیت و کارآمدی بیش‌تری را نسبت به روش کلاسیک دارا می‌باشد [۱].

در ادامه سال ۲۰۱۶، تکاچینکو و همکاران^{۱۲} تحقیقی با عنوان تکامل روش‌های اندازه‌گیری عملکرد در شرایط عدم قطعیت: اجرای مجموعه‌های فازی در اندازه‌گیری عملکرد انجام دادند. نتایج نشان داد اجرای برخی از روش‌های منطقی فازی در مدل‌های اندازه‌گیری عملکرد، باعث می‌شود برخی از محدودیت‌هایی که در اندازه‌گیری عملکرد با روش‌های معمولی وجود دارد، حذف شود [۱۲].

⁸ Pan

⁹ Hajipour et al.

¹⁰ Yeh et al

¹¹ Number of Distinct Categories

¹² Tkachenko et al.

¹³ Khazayeli et al.

¹⁴ Shahrokhi

با توجه به مقادیر بالا می‌توان گفت که مقادیر بالاتر از ۰.۷ برای R^2 به معنای ارتباط خطی مناسب است. در صورتی که مقادیر تمایل برای محدوده کاربرد ابزار ثابت بوده و یا این که با بزرگ شدن اعداد، تمایل آن‌ها تغییر کوچکی داشته باشد، ابزار مورد قبول خواهد بود. اگر تفاوت در تمایل اندازه‌های به دست آمده کاربرد ابزار اندازه‌گیری تشکیل یک خط راست را بدهد، رابطه خطی برای آن ابزار وجود دارد در غیراین صورت آن ابزار غیرقابل استفاده می‌باشد و می‌توان به صورت زیر جمع‌بندی و تصمیم‌گیری نمود:

- هر چه شیب خط به صفر نزدیک‌تر باشد خطی بودن ابزار اندازه‌گیری بهتر است.
- هر چه مقدار R^2 به عدد یک نزدیک‌تر باشد بین نقاط رسم شده در نمودار ارتباط خطی بهتری برقرار است.
- هر قدر درصد خطی بودن به صفر نزدیک‌تر باشد شیب خط کم‌تر می‌باشد یعنی در تمایل اندازه‌های به دست آمده کاربرد ابزار اندازه‌گیری، تفاوت کمی دیده می‌شود. نکته مهم این است که مقادیر بالاتر از ۰.۷ برای R^2 به معنای ارتباط خطی مناسب در نظر گرفته می‌شود. در این راستا می‌توان این مورد را آزمون نمود و از روش آزمون توزیع t استفاده نمود که ارائه می‌گردد:

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 0.7 \\ H_1 : \mu < 0.7 \end{cases}$$

با توجه به کم بودن تعداد نمونه‌ها برای آزمون این فرضیه، از روش آزمون توزیع t با مقدار آماره آزمون زیر استفاده نمود:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}}$$

میانگین نمونه: \bar{x}

همان مقدار R^2 : μ

اندازه نمونه: n

انحراف نمونه: δ

بر اساس این آماره و ناحیه رد و قبول، در صورتی که آماره آزمون در ناحیه قبول قرار گیرد، دلیلی بر رد H_0 وجود ندارد و با ۹۵٪ اطمینان (معمولاً آلفا ۵٪) می‌توان ادعا

۶. خطی را که دارای بهترین موقعیت در میان نقاط ترسیم شده‌است، با استفاده از روش حداقل مربعات خطا برازش کنید.

معادله‌ی خط برازش شده در رابطه‌ی (۱) آمده است.

$$Y = ax + b \quad (1)$$

در رابطه‌ی (۱)، a مقدار شیب خط می‌باشد. a و b براساس روابط (۲) به دست می‌آیند.

$$b = \sum \frac{y}{n} - a \left(\sum \frac{x}{n} \right)$$

$$a = \frac{\sum xy - \left[\frac{\sum x \sum y}{n} \right]}{\sum x^2 - \frac{[\sum x]^2}{n}} \quad (2)$$

تعداد قطعات مورد استفاده = n

درصد ارتباط خطی و مقادیر زیندگی (R^2) از رابطه‌ی (۳) و (۴) محاسبه می‌شود.

$$|a| \times 100 = \text{در صد خطی بودن} \quad (3)$$

$$R^2 = \frac{\left[\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} \right]^2}{\left[\sum x^2 - \frac{[\sum x]^2}{n} \right] \left[\sum y^2 - \frac{[\sum y]^2}{n} \right]} \quad (4)$$

هرچه مقدار R^2 به عدد یک نزدیک‌تر باشد، بین نقاط رسم‌شده در نمودار، ارتباط خطی بهتری برقرار است. همچنین هرچه درصد خطی بودن به صفر نزدیک باشد، شیب خط کم‌تر است، یعنی در تمایل اندازه‌های به دست آمده در محدوده‌ی کاربرد ابزار اندازه‌گیری، تفاوت کم‌تری دیده می‌شود.

جدول (۱) نشان‌دهنده‌ی میزان همبستگی حاصل از برازش خطی با توجه به مقادیر مختلف R^2 است.

جدول (۱) میزان همبستگی حاصل از برازش خطی

میزان همبستگی	R^2
بسیار بالا	۰.۹ - ۱
بالا	۰.۷ - ۰.۸۹
متوسط	۰.۴ - ۰.۶۹
پایین	۰.۲ - ۰.۳۹
بسیار پایین	۰ - ۰.۱۹

کرد که ابزار دارای ارتباط خطی مناسب می باشد و در غیراین صورت می بایستی ابزار را استفاده نمود و ممکن است به علل زیر این مشکل بوجود آمده باشد و در بعضی از اوقات می توان اصلاحات انجام گیرد [۱۵]:

اگر سیستم اندازه گیری دارای ارتباط غیرخطی باشد، باید در خصوص دلایل زیر بررسی لازم انجام گیرد:

۱. کالیبره نشدن دستگاه اندازه گیری در محدوده ای اندازه گیری آن
۲. بروز خطا به هنگام جمع آوری نمونه های اصلی
۳. مستهلک شدن دستگاه اندازه گیری
۴. بروز برخی مشکلات در طرح مشخصات داخلی دستگاه

در صورتی که ابزار اندازه گیری دارای ارتباط خطی نباشد، شاید بتوان از آن ابزار فقط برای اندازه گیری مشخصه ای خاص استفاده کرد [۲].

۲-۱ - توسعه ای مدل در حالت فازی مثلثی

حال اگر خروجی سیستم اندازه گیری به صورت تقریباً X بیان شده باشد، این مقدار را می توان با اعداد فازی مثلثی به صورت رابطه ای (۵) نمایش داد [۱۶].

$$X_i = (X_1, X_r, X_r) \quad (5)$$

معادله ای خط برازش شده در حالت فازی مثلثی مطابق با رابطه ای (۶) می باشد.

$$\tilde{Y} = \tilde{a}\tilde{x} + \tilde{b} \quad (6)$$

این رابطه با بهره ای استفاده از اعداد مثلثی و در رابطه های (۷) و (۸) توسعه داده شده است.

$$\tilde{b} = \sum \frac{\tilde{y}}{n} - \tilde{a} \left(\sum \frac{\tilde{x}}{n} \right) \quad (7)$$

$$b = \sum \left(\frac{y_1, y_r, y_r}{n} \right) - (a_1, a_r, a_r) \left(\sum \left(\frac{x_1, x_r, x_r}{n} \right) \right)$$

$$b = \sum \left(\frac{y_1}{n}, \frac{y_r}{n}, \frac{y_r}{n} \right) - (a_1, a_r, a_r) \left(\sum \left(\frac{x_1}{n}, \frac{x_r}{n}, \frac{x_r}{n} \right) \right)$$

$$= (b_1, b_r, b_r) \quad (8)$$

که در رابطه ای فوق مقدار شیب به صورت رابطه ای (۹) محاسبه می شود.

$$\tilde{a} = \frac{\sum (x_1, x_r, x_r)(y_1, y_r, y_r) - \left[\frac{\sum (x_1, x_r, x_r) \sum (y_1, y_r, y_r)}{n} \right]}{\left[\sum (x_1, x_r, x_r)^2 - \frac{[\sum (y_1, y_r, y_r)]^2}{n} \right]} = (a_1, a_r, a_r)$$

(۹)

درصد خطی بودن به صورت فازی مثلثی مطابق با رابطه ای (۱۰) می باشد.

$$100 \times (a_1, a_r, a_r) = \text{در صد خطی بودن به صورت فازی}$$

مثلثی

(۱۰)

مقدار زیندگی در رابطه ای (۱۱) به صورت فازی مثلثی توسعه داده شده است.

$$R' = \frac{\left[\sum (x_1, x_r, x_r)(y_1, y_r, y_r) - \frac{\sum (x_1, x_r, x_r) \sum (y_1, y_r, y_r)}{n} \right]^2}{\left[\sum (x_1, x_r, x_r)^2 - \frac{[\sum (y_1, y_r, y_r)]^2}{n} \right] \left[\sum (y_1, y_r, y_r)^2 - \frac{[\sum (x_1, x_r, x_r)]^2}{n} \right]} = (R'_1, R'_r, R'_r)$$

(۱۱)

۲-۲ - توسعه ای مدل در حالت فازی دوزنقه ای

اگر خروجی سیستم اندازه گیری به صورت عدد فازی دوزنقه ای باشد، معادله ای خط برازش شده را در حالت فازی دوزنقه ای توسعه می دهیم. که در رابطه ای (۱۲) بیان شده است.

$$b = \sum \left(\frac{y_1, y_r, y_r, y_r}{n} \right) - (a_1, a_r, a_r, a_r) \left(\sum \left(\frac{x_1, x_r, x_r, x_r}{n} \right) \right)$$

$$b = \sum \left(\frac{y_1}{n}, \frac{y_r}{n}, \frac{y_r}{n}, \frac{y_r}{n} \right) - (a_1, a_r, a_r, a_r) \left(\sum \left(\frac{x_1}{n}, \frac{x_r}{n}, \frac{x_r}{n}, \frac{x_r}{n} \right) \right)$$

$$= (b_1, b_r, b_r, b_r) \quad (12)$$

که در رابطه ای فوق مقدار شیب به صورت رابطه ای (۱۳) محاسبه می شود.

$$\tilde{a} = \frac{\sum (x_1, x_r, x_r, x_r)(y_1, y_r, y_r, y_r) - \left[\frac{\sum (x_1, x_r, x_r, x_r) \sum (y_1, y_r, y_r, y_r)}{n} \right]}{\left[\sum (x_1, x_r, x_r, x_r)^2 - \frac{[\sum (y_1, y_r, y_r, y_r)]^2}{n} \right]} = (a_1, a_r, a_r, a_r)$$

(۱۳)

درصد خطی بودن در حالت فازی دوزنقه ای مطابق با رابطه ای (۱۴) می باشد.

$$100 \times (a_1, a_r, a_r, a_r) = \text{درصد}$$

خطی بودن به صورت فازی دوزنقه ای

(۱۴)

همچنین مقدار زیندگی در رابطه ای (۱۵) به صورت فازی دوزنقه ای توسعه داده شده است.

۳- یافته‌ها

داده‌ها از ۵ موضع قطعه پوسته کلاچ با تیرانس نقشه‌ای که در شکل (۴) آمده است و در ۱۲ مرحله جمع‌آوری شده است.



شکل (۴) مواضع قطعه پوسته کلاچ

۳-۱- محاسبه درصد خطی بودن مثال صنعتی در حالت فازی مثلثی

داده‌های مثال صنعتی در حالت فازی مثلثی در جداول (۲) تا (۶) آمده است.

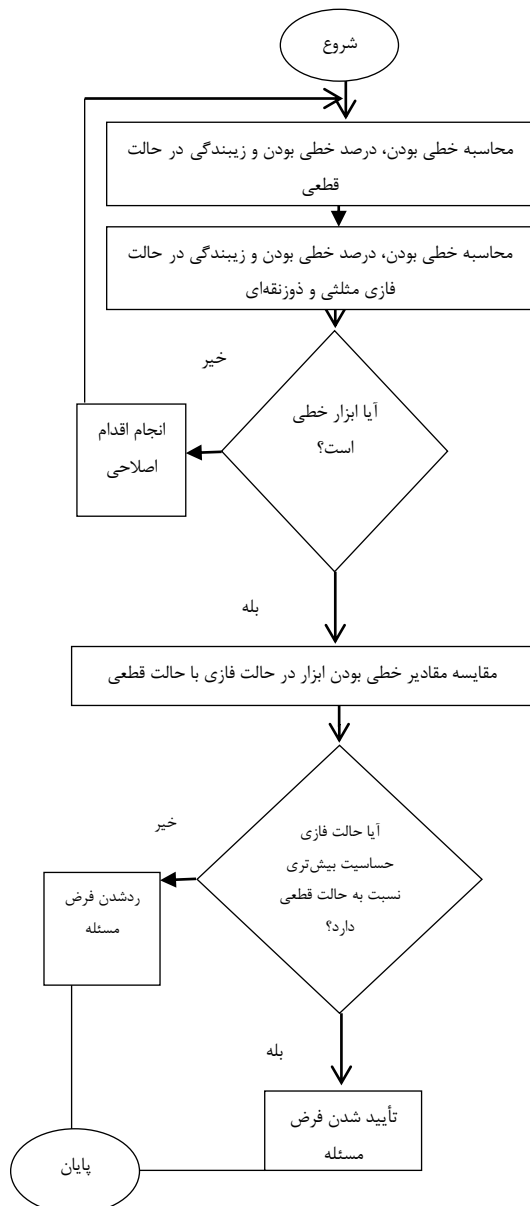
جدول (۲) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۱) در حالت فازی مثلثی

موضع (۱)		
۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶	۵۰,۰۰۷
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶
۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶	۵۰,۰۰۷
۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴
۵۰,۰۰۶	۵۰,۰۰۷	۵۰,۰۰۸
۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶
۵۰,۰۰۱	۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۴
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵
۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶

$$R^T = \frac{\left[\sum (x_i, x_i, x_i, x_i)(y_i, y_i, y_i, y_i) - \frac{\left[\sum (x_i, x_i, x_i, x_i) \sum (y_i, y_i, y_i, y_i) \right]}{n} \right]}{\left[\sum (x_i, x_i, x_i, x_i) - \frac{\left[\sum (x_i, x_i, x_i, x_i) \right]}{n} \right] \left[\sum (y_i, y_i, y_i, y_i) - \frac{\left[\sum (y_i, y_i, y_i, y_i) \right]}{n} \right]}$$

$$= (R^T_1, R^T_2, R^T_3, R^T_4) \quad (15)$$

فلوچارت حل محاسبات مربوط به خطی بودن و درصد خطی بودن و زیبایی ابزار در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۳) فلوچارت حل محاسبات مربوط به خطی بودن و درصد خطی بودن و زیبایی ابزار

جدول (۳) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۲) در حالت فازی مثلثی

موضع (۲)		
۵۰,۰۴۶	۵۰,۰۴۷	۵۰,۰۴۸
۵۰,۰۴۵	۵۰,۰۴۶	۵۰,۰۴۷
۵۰,۰۴۷	۵۰,۰۴۸	۵۰,۰۴۹
۵۰,۰۴۸	۵۰,۰۴۹	۵۰,۰۵۰
۵۰,۰۴۲	۵۰,۰۴۳	۵۰,۰۴۴
۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲
۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲	۵۰,۰۴۳
۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲

جدول (۶) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۵) در حالت فازی مثلثی

موضع (۵)		
۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵
۵۶,۰۰۱	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲
۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵
۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶
۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶	۵۶,۰۱۷
۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶
۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲
۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶
۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲
۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳
۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳
۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳

جدول (۴) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۳) در حالت فازی مثلثی

موضع (۳)		
۵۱,۹۹۳	۵۱,۹۹۴	۵۱,۹۹۵
۵۲,۰۱۰	۵۲,۰۱۱	۵۲,۰۱۲
۵۲,۰۰۶	۵۲,۰۰۷	۵۲,۰۰۸
۵۲,۰۰۴	۵۲,۰۰۵	۵۲,۰۰۶
۵۲,۰۰۹	۵۲,۰۱۰	۵۲,۰۱۱
۵۲	۵۲,۰۰۱	۵۲,۰۰۲
۵۱,۹۹۸	۵۱,۹۹۹	۵۲
۵۲,۰۰۹	۵۲,۰۱۰	۵۲,۰۱۱
۵۲,۰۰۷	۵۲,۰۰۸	۵۲,۰۰۹
۵۲,۰۰۲	۵۲,۰۰۳	۵۲,۰۰۴
۵۲,۰۰۵	۵۲,۰۰۶	۵۲,۰۰۷
۵۲,۹۹۵	۵۲,۹۹۶	۵۲,۹۹۷

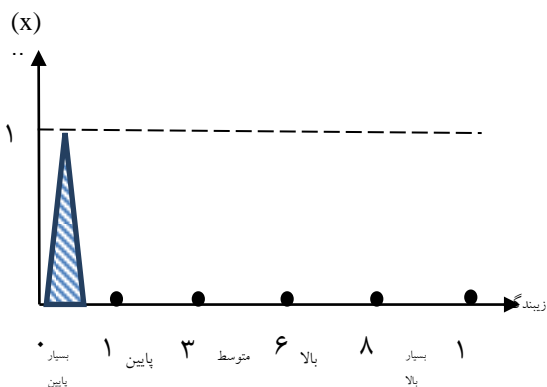
جدول (۷) نتایج به‌دست آمده در حالت فازی مثلثی را نشان می‌دهد. شکل (۵) خروجی نتایج خطی بودن حالت فازی مثلثی را برای داده‌های صنعتی نشان می‌دهد.

جدول (۷) مقادیر خطی بودن مثال صنعتی با استفاده از اعداد فازی مثلثی

مقادیر	پارامترهای خطی بودن
(-۰,۰۱۵۶ ۰,۰۰۰۱ ۰,۰۱۶۲)	a
(-۰,۸۶۴۰ -۰,۰۰۰۱ ۰,۸۴۱۱)	b
(-۱,۵۶۰۵ ۰,۰۱۰۰ ۱,۶۲۳۳)	درصد خطی بودن
(۰,۰۱۱۷ ۰,۰۲۳۹ ۰,۰۳۵۱)	زیبیدگی

جدول (۵) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۴) در حالت فازی مثلثی

موضع (۴)		
۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷
۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶
۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷
۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵
۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷
۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵
۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶
۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵



شکل (۵) نتایج خطی بودن در حالت فازی مثلثی برای داده‌های صنعتی

هرچه درصد خطی بودن به صفر نزدیک باشد، شیب خط کم‌تر است، یعنی در تمایل اندازه‌های به‌دست آمده در محدوده‌ی کاربرد ابزار اندازه‌گیری، تفاوت کم‌تری دیده می‌شود.

جدول (۱۰) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۳) در حالت فازی دوزنقه‌ای

موضع (۳)			
۵۱,۹۹۲	۵۱,۹۹۳	۵۱,۹۹۴	۵۱,۹۹۵
۵۲,۰۰۹	۵۲,۰۱۰	۵۲,۰۱۱	۵۲,۰۱۲
۵۲,۰۰۵	۵۲,۰۰۶	۵۲,۰۰۷	۵۲,۰۰۸
۵۲,۰۰۳	۵۲,۰۰۴	۵۲,۰۰۵	۵۲,۰۰۶
۵۲,۰۰۸	۵۲,۰۰۹	۵۲,۰۱۰	۵۲,۰۱۱
۵۱,۹۹۹	۵۲	۵۲,۰۰۱	۵۲,۰۰۲
۵۱,۹۹۷	۵۱,۹۹۸	۵۱,۹۹۹	۵۲
۵۲,۰۰۸	۵۲,۰۰۹	۵۲,۰۱۰	۵۲,۰۱۱
۵۲,۰۰۶	۵۲,۰۰۷	۵۲,۰۰۸	۵۲,۰۰۹
۵۲,۰۰۱	۵۲,۰۰۲	۵۲,۰۰۳	۵۲,۰۰۴
۵۲,۰۰۴	۵۲,۰۰۵	۵۲,۰۰۶	۵۲,۰۰۷
۵۲,۹۹۴	۵۲,۹۹۵	۵۲,۹۹۶	۵۲,۹۹۷

جدول (۱۱) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۴) در حالت فازی دوزنقه‌ای

موضع (۴)			
۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷
۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶
۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷
۵۹,۰۸۲	۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵
۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷	۵۹,۰۸۸
۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶	۵۹,۰۸۷
۵۹,۰۸۲	۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵
۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵	۵۹,۰۸۶
۵۹,۰۸۲	۵۹,۰۸۳	۵۹,۰۸۴	۵۹,۰۸۵

جدول (۱۲) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۵) در حالت فازی دوزنقه‌ای

موضع (۵)			
۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵
۵۶,۰۰۹	۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲
۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵
۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶
۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶	۵۶,۰۱۷
۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶
۵۶,۰۰۹	۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲
۵۶,۰۱۳	۵۶,۰۱۴	۵۶,۰۱۵	۵۶,۰۱۶
۵۶,۰۰۹	۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲
۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳
۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳
۵۶,۰۱۰	۵۶,۰۱۱	۵۶,۰۱۲	۵۶,۰۱۳

۳-۲ محاسبه درصد خطی بودن مثال

صنعتی در حالت فازی دوزنقه‌ای

داده‌های مثال صنعتی در حالت فازی دوزنقه‌ای در جداول (۸) تا (۱۲) آمده‌است.

جدول (۸) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۱) در حالت فازی دوزنقه‌ای

موضع (۱)			
۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶	۵۰,۰۰۷
۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵
۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶
۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶	۵۰,۰۰۷
۵۰,۰۰۱	۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴
۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶	۵۰,۰۰۷	۵۰,۰۰۸
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶
۵۰	۵۰,۰۰۱	۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳
۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۴
۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵
۵۰,۰۰۲	۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵
۵۰,۰۰۳	۵۰,۰۰۴	۵۰,۰۰۵	۵۰,۰۰۶

جدول (۹) مقادیر ابزار صنعتی موضع (۲) در حالت فازی

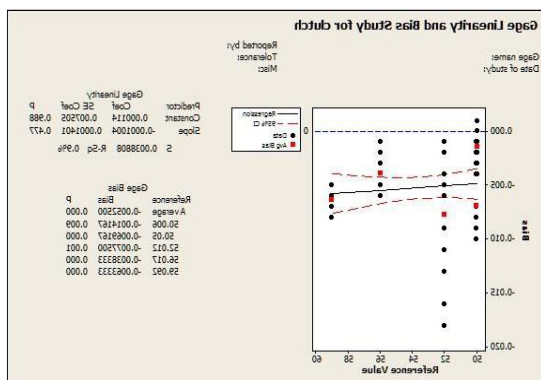
دوزنقه‌ای

موضع (۲)			
۵۰,۰۴۵	۵۰,۰۴۶	۵۰,۰۴۷	۵۰,۰۴۸
۵۰,۰۴۴	۵۰,۰۴۵	۵۰,۰۴۶	۵۰,۰۴۷
۵۰,۰۴۶	۵۰,۰۴۷	۵۰,۰۴۸	۵۰,۰۴۹
۵۰,۰۴۷	۵۰,۰۴۸	۵۰,۰۴۹	۵۰,۰۵۰
۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲	۵۰,۰۴۳	۵۰,۰۴۴
۵۰,۰۳۸	۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۳۸	۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲
۵۰,۰۳۸	۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۳۸	۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱
۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲	۵۰,۰۴۳
۵۰,۰۳۹	۵۰,۰۴۰	۵۰,۰۴۱	۵۰,۰۴۲

نتایج حاصل از مقادیر خطی بودن در حالت فازی دوزنقه‌ای در جدول (۱۳) آمده‌است. شکل (۶) نتایج خطی بودن در حالت فازی دوزنقه‌ای برای داده‌های صنعتی را نشان می‌دهد.

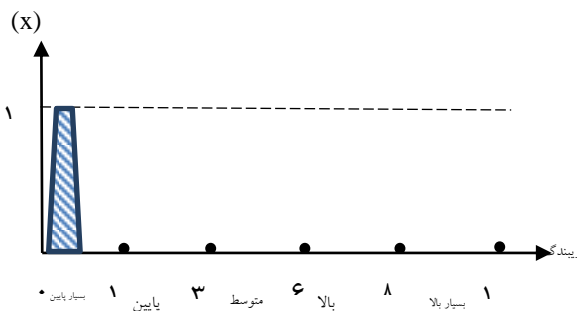
جدول (۱۳) مقادیر خطی بودن مثال صنعتی با استفاده از اعداد فازی دوزنقه‌ای

مقادیر	پارامترهای خطی بودن
(-۰,۰۲۳۹ -۰,۰۰۷۵ ۰۰۷۶ ۰,۰۲۳۰)	a
(-۱,۲۲۷۰ -۰,۴۰۰۳ ۰,۴۰۸۶ ۱,۲۸۷۷)	b
(-۲,۳۹۴۵ -۰,۷۵۳۰ ۰,۷۵۷۵ ۲,۳۰۱۲)	درصد خطی بون
(۰,۰۰۳۷ ۰,۰۱۳۵ ۰,۰۴۱۹ ۰,۰۷۸۵)	زیبندگی



شکل (۷) خروجی نتایج خطی بودن نرم‌افزار متلب در حالت قطعی برای داده‌های صنعتی

جدول (۱۵) مقایسه نتایج حاصل از مقادیر خطی بودن برای داده‌های فوق را در حالت فازی مثلثی و دوزنقه‌ای و قطعی نشان می‌دهد.



شکل (۶) نتایج خطی بودن در حالت فازی دوزنقه‌ای برای داده‌های صنعتی

۳-۳- محاسبه‌ی درصد خطی بودن مثال صنعتی در حالت قطعی

جدول (۱۴) نتایج حاصل از مقادیر خطی بودن برای داده‌های فوق را در حالت قطعی نشان می‌دهد. همچنین خروجی نرم‌افزار مینیتی‌تب در شکل (۷) نشان داده شده است.

جدول (۱۴) مقادیر خطی بودن داده‌های صنعتی در حالت قطعی

مقادیر	پارامترهای خطی بودن
۰,۰۰۰۱	a
-۰,۰۰۰۱	b
۰,۰۱۰۰	درصد خطی بون
۰,۰۲۳۹	زیبندگی

جدول (۱۵) مقایسه نتایج حاصل از مقادیر خطی بودن برای داده‌های صنعتی در حالت فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای و قطعی

پارامترهای خطی بودن	مقادیر در حالت فازی مثلثی	دیفازی	مقادیر در حالت فازی ذوزنقه‌ای	دیفازی (میانگین حداکثرها)	دیفازی (مرکز نقل)
a	(-۰,۰۱۵۶ ۰,۰۰۰۱ ۰,۰۱۶۲)	۰,۰۰۰۱	(-۰,۰۰۷۵ ۰,۰۰۷۶ ۰,۰۲۳۰)	۰,۰۰۰۰۵	۰,۰۰۰۰۵
b	(-۰,۸۶۴۰ -۰,۰۰۰۱ ۰,۸۴۱۱)	-۰,۰۰۰۱	(-۱,۲۲۷۰ -۰,۴۰۰۳ ۰,۴۰۸۶ ۱,۲۸۷۷)	۰,۰۰۴۱۵	۰,۰۰۴۱۵
درصد خطی بودن	(-۱,۵۶۰۵ ۰,۰۱۰۰ ۱,۶۲۳۳)	۰,۰۱۰۰	(-۲,۳۹۴۵ -۰,۷۵۳۰ ۰,۷۵۷۵ ۲,۳۰۱۲)	۰,۰۰۲۲۵	۰,۰۰۲۲۵
زیبیدگی	(۰,۰۱۱۷ ۰,۰۲۳۹ ۰,۰۳۵۱)	۰,۰۲۳۹	(۰,۰۰۳۷ ۰,۰۱۳۵ ۰,۰۴۱۹ ۰,۰۷۸۵)	۰,۰۲۷۷	۰,۰۲۷۷

۴- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله ارتباط خطی بودن در یک سیستم اندازه‌گیری را با رویکرد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای توسعه دادیم. مدل ارائه شده را با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار متلب حل کردیم. نتایج به‌دست آمده در حالت فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای را با حالت قطعی مقایسه کردیم، این قیاس نشان داد که مدل ارائه شده دارای حساسیت بالاتری نسبت به حالت قطعی می‌باشد زیرا نتایج به‌دست آمده در حالت فازی و قطعی نشان‌دهنده این است که مدل ارائه شده به درستی کار می‌کند و علاوه بر این اختلاف موجود با حالت قطعی نشان‌دهنده حساسیت و انعطاف‌پذیری بالاتر حالت فازی می‌باشد.

مراجع

- [5] Montgomery D.C., and Runger G.C. (1993b). Gauge Capability Analysis and Designed Experiments Part II: Experimental Design Models and Variance Component Estimation. Quality Engineering, Volume 6, No 2, Pages 289-305.
- [6] Mandel J. (1997). Repeatability and Reproducibility for Pass/Fail Data. Journal of Testing & Evaluation, Volume 25, Issue 2, Pages 151-153.
- [7] Tsai P. (1998). Variable Gauge Repeatability and Reproducibility Study Using the Analysis of Variance. Quality Engineer, Volume 1, NO 1, Pages 107-115.
- [8] Pan J.N. (2004). Determination of Optimal Parameters for Gage Repeatability and Reproducibility Study. International Journal of Quality and Reliability Management, Volume 21, Pages 672-682.
- [9] Zadeh L.A. (1965). Fuzzy Sets. Information and Control, Volume 8, Issue 3, Pages 338-353.
- [10] Raz T., Wang J.H., (1990). Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data. Production Planning and Control, Issue 1, Pages 147-157.
- [11] Hajipour V., Kazemi A., Mousavi S.M. (2013). A fuzzy expert system to increase accuracy and precision in measurement system analysis, Measurement, Volume 46, Issue 8, Pages 2770-2780.
- [12] Tkachenko E.A., Rogova, E.M., Klimov V.V. (2016). Evolution of Performance Measurement Methods in Conditions of Uncertainty: The Implementation of Fuzzy Sets in Performance Measurement, International Journal of Economics and Management Engineering, Volume 10, No 4.
- [1] Yeh T.M., Pai F.Y., Huang C.W., (2015), Using Fuzzy Theory in %GR&R and NDC of Measurement System Analysis. Engineering, Volume 7, No 4, Pages 161-176.
- [2] Aahmadi GHomi R., Godarzi A., Dastor niko N., Taheri A. (1382). Measurement system analysis: concepts and methods of implementation (MSA), Training and Research Center Technology, Engineering design and supply Iran Khodro, Tehran.
- [3] Mandel J. (1991). The Validation of Measurement through Interlaboratory Studies. Chemo metrics and Intelligent Laboratory Systems, Volume 11, Issue 2, Pages 109-119.
- [4] Montgomery D.C., and Runger G.C. (1993). Gauge Capability and Designed Experiments Part I: Basic Methods. Quality Engineering, Volume 6, No 1, Pages 115-135.

[15] Movahhedi, M. M., and Ghafarian Delavari, m. (2007). Investigation on Implementation problems of MSA in Assembly line of DESA Company, Quarterly journal of Management, Volume 6, Issue 1, Pages: 54-66

[16] Kaya I., and Kahraman C. (2011). Process capability analyses based on fuzzy measurements and fuzzy control charts, Expert System with Applications, Volume 38, Issue 4, Pages 3172-3184.

[13] Khazayeli M., Jafarzadeh S., Abdolazadeh S. (2017). Solve linear programming problems with fuzzy data, Second National Conference on Mathematical Engineering advanced mathematical techniques, Urmia, Islamic Azad University Urmia.

[14] Shahrokhi M. (2018). Developing an Approach to Calculate Fuzzy Reliability Based on Fuzzy Failure Rate, Quarterly Journal of Industrial Management, Volume 10, Issue 2, Pages 183-200.