طراحی نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی با پارامترهای تخمین زده شده

راضیه اشرفی نصرآبادی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران،r.ashrafi@shahed.ac.ir

امیرحسین امیری

(نویسنده مسئول) دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران*

چکیده معمولا برای ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل در حوزه بهداشت و درمان، پارامترهای نمودار کنترل معلوم فرض می‌شوند؛ هرچند که در عمل معمولا این پارامترها نامعلوم بوده و برای پایش فرآیند، پارامترهای فرآیند باید در فاز ۱ تخمین زده شوند. زمانی که از تخمین پارامتر به جای مقادیر معلوم آنها استفاده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در این مقاله ابتدا یک نمودار کنترل ریسک تعدیل شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی پیشنهاد می‌شود. سپس اثر تخمین پارامتر بر عملکرد تحت کنترل و خارج از کنترل نمودار کنترل پیشنهادی بررسی می‌شود. در ادامه برای کاهش این اثر، روشهای افزایش اندازه نمونه و اصلاح حدود کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی بر حسب معیارهای متوسط طول دنباله، انحراف معیار طول دنباله و ضریب تغییرات طول دنباله گزارش می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، کاهش اثر تخمین پارامتر توسط روشهای افزایش اندازه نمونه و اصلاح حدود کنترل را تأیید می‌کند.

کلمات کلیدی تخمین پارامتر، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی، سیستم‌های سلامت، تعدیل ریسک.

۱- مقدمه

امروزه از کنترل فرآیند آماری در فرآیندهای بخش سلامت به طور گسترده استفاده می‌شود. استفاده از روش‌های پایش آماری در حوزه بهداشت و درمان، حاصل توسعه روش‌های کنترل فرآیند آماری در عرصه‌های صنعتی است [۱].

درمیان ابزارهای کنترل فرآیند آماری، نمودارهای کنترل مورد توجه ویژه متخصصین حوزه بهداشت و درمان قرار گرفته است زیرا هزینه ناشی از اشتباهات در حوزه بهداشت و درمان نسبت به سایر حوزه‌ها زیاد است. لذا مراکز بهداشت و درمان در کشورهای پیشرفته به دنبال روش‌هایی هستند تا خطاهای سیستم را شناسایی کنند و به دنبال آن با اقدامات اصلاحی و پیشگیرانه اثر آن‌ها را کاهش دهند.

در کنار تشابهاتی که موجب کارایی نمودارهای کنترل در حوزه بهداشت و درمان شده است؛ تفاوت‌هایی نیز وجود دارد که موجب می‌شود نمودارهای کنترل معمول نیازمند تغییراتی برای بهبود عملکردشان در این حوزه باشند.

فرآیندهایی در این حوزه وجود دارد که متغیرهای آن مربوط به بیمار است و شرایط بیمار بر مقدار متغیر تاثیر می گذارد. این متغیرها می‌تواند شامل سن، جنس، وزن، میزان قند خون و ... باشد. تأثیر این متغیرها بر روی متغیرهای خروجی با استفاده از تکنیک‌های مختلف تعدیل ریسک لحاظ می‌شود. در عمل، به منظور فراهم کردن سهولت در اجرای تعدیل ریسک، تأثیر عوامل ریسک مختلف در یک عدد ریسک مانند عدد پارسونت ترکیب می‌شوند [۲].

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱/۲۲ / تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۶/۵

دوره ۹ / شماره ۱

صفحات: ۱۰-۱

*(Corresponding author) amiri@shahed.ac.ir

برای پایش فرآیندهای جراحی و درمانی بیمارستان‌ها، روش‌های مختلفی از سوی محققین ارائه شده است. نمودارهای شوهارت[۱]، آزمون نسبت احتمال دنباله‌ای[۲]، میانگین متحرک موزون نمایی[۳] و جمع تجمعی[۴] مهمترین روش‌هایی هستند که توسط محققان برای کنترل فرآیند آماری در بخش بهداشت و درمان پیشنهاد شده است [۳].

از آنجا که نمودار کنترل EWMA عملکرد بسیار خوبی از خود در کشف شیفت‌های کوچک نشان می‌دهد، یکی از نمودارهای متداول و پرکاربرد برای پایش مشخصه‌های برنولی در سیستم‌های سلامت به شمار می‌آید. نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA در کشف تغییرات کوچک عملکردی مشابه نمودار کنترل تعدیل ریسک شده CUSUM دارد. برتری اصلی این نمودار بر نمودار CUSUM در تفسیر بصری آنها است. زیرا می‌توان آماره EWMA را به عنوان تخمینی از سطح فعلی فرآیند در نظر گرفت. افزون بر این، به جای اینکه آماره مانند نمودار CUSUM تنظیم مجدد شود، اثر مشاهدات قبلی با تعدیل وزن‌های داده شده به آنها از آماره خارج می‌شود که روش معقول‌تری برای انجام پایش است و برای متخصصان مراقبت سلامت قابل پذیرش است [۴].

یکی از حوزه‌های شناخته شده در زمینه‌ی سلامت، حوزه جراحی قلب می‌باشد که با استفاده از نمودارهای کنترل، عملکرد جراحان مختلف را در طول زمان مورد ارزیابی قرار می‌دهد. به طور کلی، تغییرپذیری زیادی در ریسک اولیه بیماران ورودی به بخش جراحی قلب وجود دارد و غافل شدن از تأثیر این عامل بر احتمال موفقیت جراحی و نادیده گرفتن آن در طراحی نمودار کنترل، امکان پایش مناسب فرآیند را از بین می‌برد. با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک می‌توان این مشکل را حل کرد و امکان دخیل کردن ریسک پیش از عمل بیماران را در طراحی نمودار کنترل فراهم کرد [۵].

برای تعیین حدود کنترل بالا و پایین در نمودارهای کنترلی لازم است تا مقدار مشخصی برای پارامترهای نمودار کنترل در دست باشد. هرچند که در عمل و اغلب مواقع این پارامترها نامعلوم بوده و برای پایش فرآیند در طول زمان، پارامتر(های) فرآیند باید تخمین زده شود. این تخمین در فاز ۱ کنترل فرآیند اتفاق می‌افتد. در فاز ۱ هدف این است که انحرافات ایجاد شده در پارامترهای فرآیند با احتمال بالایی تشخیص داده شوند. فاز ۲ پس از فاز ۱ انجام شده و در این مرحله، پایش فرآیند با هدف کشف سریع شرایط خارج از کنترل اتفاق می‌افتد. بنابراین واضح است که صحت پایش فاز ۲ بستگی به دقت تخمین در فاز ۱ دارد[۶]. بیشتر مطالعاتی که به ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل در فاز ۲ می‌پردازند، بر این فرض استوارند که پارامترهای نمودار کنترل، معلوم هستند. با وجود اینکه اخیراً منبع ایجاد تغییر دیگری شناخته شده است که از طریق تخمین پارامترها به فرآیند کنترل اضافه می‌شود. اما متأسفانه در مطالعات اندکی، اثر تخمین پارامترها بر روی عملکرد نمودارهای کنترل بررسی شده است [۷].

در نظرگرفتن این فرض که پارامترهای تحت کنترل معلوم باشند، باعث ساده‌سازی ارزیابی نمودارهای کنترل می‌شود. اما در واقع، به ندرت مقدار پارامترهای فرآیند معلوم هستند و نمودارهای کنترل معمولا بر اساس تخمین پارامتر ساخته می‌شوند، زمانی که از تخمین پارامتر به جای مقادیر معلوم آنها استفاده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. جونز و اشتاینر [۸] اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده CUSUM را با حدود کنترل ثابت بررسی کردند و دریافتند که این اثر می‌تواند قابل توجه باشد.

برای رفع این مشکل، افزایش تعداد نمونه‌های مرجع در فاز ۱ به عنوان روشی برای کاهش اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودارهای کنترل مختلف توسط محققین در نظر گرفته شده است. اما در بعضی از فرآیندها، به دلیل محدودیت‌های مالی، جمع‌آوری نمونه‌ای بزرگ به منظور تخمین پارامترهای مدل امکان‌پذیر نیست لذا روش اصلاح حدود کنترل مطرح می‌شود. در این روش، حدود کنترل نمودار به گونه‌ای تعیین می‌شود که اثر تخمین پارامترها را جبران کند. این روش که حدود کنترل اصلاح‌شده نامیده می‌شود؛ به دنبال طراحی حدود کنترل برای رسیدن به معیار مطلوب در فاز ۲ است.

در این مقاله ابتدا یک نمودار کنترل ریسک تعدیل شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی پیشنهاد می‌شود. سپس اثر تخمین پارامتر روی نمودار کنترل پیشنهادی با استفاده از داده‌های حاصل از عمل جراحی قلب که روی ۶۹۹۴ بیمار انجام گرفته [۵]، نشان داده می‌شود. سپس با استفاده از روش‌های افزایش اندازه نمونه و اصلاح حدود کنترل، اثر تخمین پارامتر روی عملکرد تحت کنترل نمودار تعدیل ریسک شده EWMA کاهش داده می‌شود.

---

[۱] Shewhart Chart

[۲] Sequential Probability Ratio Test: SPRT

[۳] Exponentially Weighted Moving Average: EWMA

[۴] Cumulative Sum: CUSUM

۲- نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA برنولی پیشنهادی

آماره نمودار تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی یک طرفه به صورت زیر است:

$$Z_t = \max\{0, \lambda e_t + (1-\lambda)Z_{t-1}\}, \quad (۱)$$

e_t عدد EWMA است که به مشاهده t ام نسبت داده می‌شود و $0 < \lambda \leq 1$ ثابت هموارسازی است. این آماره یک ترکیب خطی از همه مشاهدات قبلی است که وزن بیشتری به مشاهدات اخیر نسبت داده می‌شود. بسته به نوع داده‌ای که پایش می‌شود، تعریف‌های مختلفی برای عدد EWMA وجود دارد. با توجه به نوع مشخصه عملکرد، امتیاز میانگین متحرک موزون نمایی مشخص می‌شود. برای معیارهای عملکرد داده‌های دودویی، این امتیاز می‌تواند احتمال مرگ و میر مبنا یا اختلاف بین احتمال مرگ و میر مشاهده شده و مبنا باشد [۴]. برای معیارهای عملکرد زمان رخ دادن پیشامد، امتیاز میانگین متحرک موزون نمایی مانند امتیاز در نمودار کنترل جمع تجمعی تعدیل ریسک شده محاسبه می‌شود [۹].

در این مقاله، عدد EWMA به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$e_t = \frac{e'_t}{\sigma_t}, \quad (۲)$$

که در این رابطه e'_t اختلاف بین احتمال مرگ و میر مشاهده شده و مرگ و میر مبنا است:

$$e'_t = y_t - E(Y_t), \quad (۳)$$

σ_t انحراف معیار متغیر y_t است. $y_t = 1$ نشان دهنده‌ی مرگ بیمار t ام است و $y_t = 0$ زنده ماندن بیمار t ام را نشان می‌دهد. از آن جایی که متغیر y_t دارای توزیع برنولی است، میانگین و انحراف معیار آن به ترتیب از روابط (۴) و (۵) محاسبه می‌شوند:

$$E(Y_t) = \pi_t. \quad (۴)$$

$$SD(Y_t) = \sqrt{\pi_t(1-\pi_t)}. \quad (۵)$$

π_t با استفاده از روش تعدیل ریسک رگرسیون لجستیک محاسبه می‌شود.

$$logit(\pi_t) = \beta_0 + \beta_1 X_t, \quad (۶)$$

به عبارت دیگر :

$$\pi_t = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X_t}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X_t}}. \quad (۷)$$

X_t امتیاز ریسک بیمار t ام است که به عنوان امتیاز پارسونت شناخته می‌شود.

با توجه به توضیحات بالا می‌توان رابطه (۲) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$e_t = \frac{y_t - \pi_t}{\sqrt{\pi_t(1-\pi_t)}}. \quad (۸)$$

۳- اثر تخمین پارامتر بر عملکرد تحت کنترل نمودار تعدیل ریسک شده EWMA برنولی

در این بخش برای بررسی اثر تخمین پارامتر روی عملکرد تحت کنترل نمودار تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی از داده‌های حاصل از عمل جراحی قلب که توسط اشتاینر و همکاران [۵] ارائه شد، استفاده شده است.

متوسط نرخ مرگ‌ومیر طی ۳۰ روز پس از عمل جراحی قلب روی ۶۹۹۴ بیمار حدود ۶/۶ ٪ محاسبه شد که مدل رگرسیون لجستیک آن به صورت زیر است :

$$\text{logit}(\pi_t) = -3.63 + 0.074 X_t \quad (۹)$$

رابطه‌ی (۹) ارتباط میان امتیاز پارسونت و نرخ مرگ و میر ۳۰ روزه را نشان می‌دهد [۱۰]. بر اساس این رابطه مقدار معلوم پارامترهای β_0 و β_1 به ترتیب برابر با ۳/۶۳- و ۰/۰۷۴ در نظر گرفته می‌شوند.

با استفاده از این مدل و آماره EWMA تعدیل ریسک شده، حد بالای نمودار کنترل به گونه‌ای با استفاده از ۱۰۰۰۰ بار شبیه-سازی محاسبه شد که ARL_0 دلخواه به‌دست آید. سپس به منظور نشان دادن اثر خطای تخمین پارامتر در فاز ۱ روی عملکرد نمودار کنترل در فاز ۲، از اندازه نمونه‌های ۱۰۰، ۳۰۰، ۵۰۰، ۷۵۰، ۱۵۰۰، ۳۰۰۰ استفاده شد. لازم به ذکر است که این نمونه-ها از ۶۹۹۴ بیمار به صورت تصادفی انتخاب شدند. سپس با استفاده از این نمونه‌ها پارامترهای مدل رگرسیون لجستیک تخمین زده شده و از آنها به جای استفاده از پارامترهای معلوم در طراحی آماره نمودار کنترل استفاده شد.

به منظور تحلیل اثر تخمین پارامتر بر عملکرد تحت کنترل نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی، گام‌های زیر اجرا شده است:

۱- با فرض معلوم بودن ضرایب رگرسیونی β_0 و β_1 (مقدار معلوم پارامترهای β_0 و β_1 به ترتیب برابر با ۳/۶۳- و ۰/۰۷۴ است)، بر اساس ۱۰۰۰۰ بار تکرار شبیه‌سازی، مقدار UCL برابر با ۱/۲۷۳۵ تنظیم شد تا ARL_0 برابر ۲۰۰ شود.

۲- یک نمونه‌ی n تایی از مجموعه داده‌ها گرفته شد و براساس این نمونه، ضرایب رگرسیونی $\hat{\beta}_0$ و $\hat{\beta}_1$ برآورد شد.

۳- متغیر برنولی y بر اساس پارامترهای معلوم تولید شد.

۴- مقدار آماره $EWMA$ بر اساس رابطه‌ی (۱) با استفاده از پارامترهای تخمینی $\hat{\beta}_0$ و $\hat{\beta}_1$ محاسبه شد و با مقدار UCL به دست آمده در گام ۱ مقایسه شد.

۵- اگر مقدار آماره محاسبه شده در گام ۴ کمتر یا مساوی حد بالای کنترل بود، قرار داده شد $RL = RL + 1$ و به گام ۳ برگشت داده شد. در غیر این صورت در حالتی که مقدار آماره بزرگتر از حد بالای کنترل بود، گام ۶ اجرا شد.

۶- مقدار RL ثبت و به گام ۲ برگشت داده شد.

۷- گام‌های ۲ تا ۶ ۱۰۰۰۰ بار تکرار و مقدار ARL_0 و $SDRL_0$ و $CVRL_0$ محاسبه شد.

لازم به ذکر است اثر تخمین پارامتر برای اندازه نمونه‌های ۱۰۰، ۳۰۰، ۵۰۰، ۷۵۰، ۱۵۰۰، ۳۰۰۰ محاسبه و مقادیر ARL_0، $SDRL_0$ و $CVRL_0$ بر اساس تخمین‌های حاصل از این نمونه‌ها در جدول (۱) گزارش شد.

جدول۱. مقادیر ARL_0 ، $SDRL_0$ و $CVRL_0$ برای n های مختلف ($UCL = ۱/۲۷۳۵$ و $\beta_0 = -۳/۶۳$ و $\beta_1 = ۰/۰۷۴$)

n	معیار		
	ARL	$SDRL$	$CVRL$
۱۰۰	۳۷۲/۰۱۴۵	۹۶۴/۲۸۶۹	۲/۵۹۲۰
۳۰۰	۲۲۷/۷۹۱۳	۳۳۹/۱۲۱۴	۱/۴۸۸۷
۵۰۰	۲۱۰/۰۵۲۳	۲۷۴/۷۰۹۴	۱/۳۰۷۸
۷۵۰	۲۰۲/۷۸۵۳	۲۳۵/۹۲۲۱	۱/۱۶۳۴
۱۵۰۰	۲۰۱/۱۲۷۵	۲۱۰/۶۸۵۸	۱/۰۴۷۵
۳۰۰۰	۲۰۰/۷۰۸۹	۲۰۰/۹۴۶۰	۱/۰۰۱۲

همان‌گونه که در جدول (۱) مشاهده می‌شود؛ زمانی که از تخمین پارامترها به جای پارامترهای معلوم استفاده می‌شود، مقدار ARL_0 در حالت تخمین پارامترها از مقدار ARL_0 در حالت پارامترهای معلوم، فاصله دارد. با افزایش اندازه نمونه مقدار ARL_0 کاهش یافته و به مقدار ARL_0 در حالت پارامترهای معلوم ($ARL_0 = ۲۰۰$) نزدیک می‌شود. این روند در مقالات قبلی نیز مشاهده شده و پژوهش‌های دیگر از جمله صالح و همکاران [۱۱] این روند را تأیید می‌کند. همچنین مقادیر $SDRL_0$ با افزایش اندازه نمونه کاهش یافته و به مقدار $SDRL_0$ در حالت پارامترهای معلوم نزدیک می‌شود. معیار $CVRL_0$ که نشان دهنده‌ی میزان پراکندگی به ازای هر واحد میانگین است با افزایش اندازه نمونه کاهش یافته و به مقدار خود در حالت معلوم بودن پارامترها نزدیک می‌شود.

۴- اثر تخمین پارامتر بر عملکرد خارج از کنترل نمودار تعدیل ریسک شده EWMA برنولی

در این بخش، با استفاده از اطلاعات مشابه بخش قبلی، اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی در کشف حالات خارج از کنترل مختلف در پارامترهای مدل بررسی می‌شود. به منظور داشتن مقایسات منطقی تحت N های مختلف، برای به دست آوردن مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت هر مقدار N، مقادیر حد کنترل بالای به کار برده شده در حالت پارامتر معلوم استفاده می‌شوند.

عملکرد خارج از کنترل نمودار کنترل EWMA با حدود ثابت تحت تغییرات مختلف بر حسب دو معیار ARL_1 و $SDRL_1$ برای $N \in \{۱۰۰,۳۰۰,۵۰۰,۷۵۰,۱۵۰۰,۳۰۰۰,\infty\}$ در جداول (۲) و (۳) گزارش شده است. شایان ذکر است که سطر آخر جداول (۲) و (۳) بیانگر آن است که مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت حالت معلوم بودن پارامترها استخراج شده‌اند.

جدول (۲) حاوی مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت مقادیر مختلف بزرگی شیفت در پارامتر عرض از مبدا در واحد $\sigma_{\hat{\beta}_0}$ است. همان‌طور که نتایج جدول (۲) نشان می‌دهد، استفاده از پارامترهای تخمینی برای محاسبه آماره نمودار بر عملکرد تشخیصی نمودار کنترل بر حسب معیار ARL_1 اثر گذار است.

مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ برای نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA در کشف تغییرات مختلف در پارامتر شیب در واحد $\sigma_{\hat{\beta}_1}$ در جدول (۳) گزارش شده‌اند. نتایج حاصل از جدول (۳) حاکی از آن است که طراحی آماره نمودار بر اساس پارامترهای تخمینی، قابلیت نمودار کنترل مورد نظر را در کشف تغییرات در پارامتر شیب بر حسب هر دو معیار ARL_1 و $SDRL_1$ کاهش می‌دهد. هر چند ملاحظه می‌شود که افزایش نمونه‌های مرجع در فاز ۱، عملکرد تشخیصی نمودار کنترل را بر حسب معیارهای عنوان شده بهبود می‌دهد.

جدول ۲. مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت تغییرات مختلف از β_0 به $\beta_0 + \delta\sigma_{\hat{\beta}_0}$ ($UCL = ۱/۲۷۳۵$ و $\beta_0 = -۳/۶۳$ و $\beta_1 = ۰/۰۷۴$)

N	معیار	δ							
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۵	۶
۱۰۰	ARL_1	۱۸۷/۹۸۶۵	۱۷۴/۸۷۶۲	۱۶۵/۱۳۹۳	۱۵۲/۶۶۴۵	۱۳۳/۶۶۰۴	۱۱۳/۶۰۶۸	۱۰۰/۴۷۳۴	۸۶/۷۲۵۲
	$SDRL_1$	۶۰۵/۹۶۱۳	۵۲۷/۹۷۷۸	۴۵۶/۱۸۷۶	۴۰۸/۷۴۶۷	۲۹۴/۰۵۶۷	۲۴۵/۵۰۵۸	۲۱۴/۹۲۵۱	۱۷۵/۱۷۶۱
۳۰۰	ARL_1	۱۸۷/۰۱۷۲	۱۷۴/۲۲۵۴	۱۶۴/۸۸۱۸	۱۵۰/۸۸۸۷	۱۳۲/۱۰۸۴	۱۱۲/۷۹۲۸	۹۹/۷۲۴۸	۸۵/۹۵۸۹
	$SDRL_1$	۲۸۹/۶۷۰۷	۲۵۴/۷۵۴۸	۲۳۵/۳۹۲۴	۲۱۲/۸۵۱۶	۱۸۳/۸۵۴۹	۱۵۴/۷۹۰۷	۱۳۵/۶۲۵۹	۱۱۴/۲۲۸۵
۵۰۰	ARL_1	۱۸۶/۴۷۴۲	۱۷۳/۴۱۷۲	۱۶۴/۴۳۸۶	۱۵۰/۰۵۶۲	۱۳۱/۵۸۲۴	۱۱۲/۵۳۹۰	۹۹/۱۱۳۷	۸۶/۰۱۷۰
	$SDRL_1$	۲۳۹/۵۴۱۱	۲۲۱/۱۳۲۵	۲۰۸/۷۲۷۸	۱۸۹/۳۷۹۹	۱۶۲/۹۸۸۲	۱۳۶/۰۸۲۹	۱۱۸/۴۵۵۸	۱۰۳/۶۹۸۳

جدول ۲. مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت تغییرات مختلف از β_0 به $\beta_0+\delta\sigma_{\hat{\beta}_0}$ ($UCL=۱/۲۷۳۵$ و $\beta_0=-۳/۶۳$ و $\beta_1=۰/۰۷۴$)

N	معیار	δ							
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۵	۶
۷۵۰	ARL_1	۱۸۶/۱۳۷۹	۱۷۳/۶۷۰۹	۱۶۲/۶۳۳۵	۱۴۹/۸۱۱۸	۱۳۰/۱۰۲۷	۱۱۱/۵۰۹۵	۹۸/۷۹۸۶	۸۵/۶۸۱۷
	$SDRL_1$	۲۲۰/۱۸۸۱	۱۹۹/۴۹۷۱	۱۸۵/۰۳۰۸	۱۶۹/۰۴۰۳	۱۴۴/۸۰۸۸	۱۲۱/۷۵۸۶	۱۰۹/۱۵۱۰	۹۲/۴۰۳۹
۱۵۰۰	ARL_1	۱۸۵/۹۶۰۶	۱۷۲/۷۸۶۳	۱۶۲/۳۲۸۳	۱۴۸/۵۹۱۴	۱۲۹/۹۸۵۵	۱۱۱/۳۳۵۷	۹۸/۶۰۳۵	۸۴/۹۸۴۲
	$SDRL_1$	۱۹۳/۶۳۰۵	۱۷۹/۸۲۰۴	۱۶۸/۵۶۶۹	۱۵۴/۶۵۸۶	۱۳۴/۴۵۴۴	۱۱۴/۷۸۹۷	۱۰۱/۶۳۸۳	۸۶/۷۵۳۷
۳۰۰۰	ARL_1	۱۸۵/۵۰۱۹	۱۷۲/۳۱۴۲	۱۶۱/۴۰۲۳	۱۴۸/۳۳۶۸	۱۲۹/۴۲۳۱	۱۱۱/۰۸۰۳	۹۸/۳۵۲۴	۸۴/۷۴۶۳
	$SDRL_1$	۱۸۷/۸۱۰۹	۱۷۳/۹۸۲۱	۱۶۰/۷۴۵۲	۱۴۸/۷۸۳۸	۱۳۰/۶۲۳۴	۱۱۱/۲۱۳۶	۹۸/۵۴۹۱	۸۵/۰۷۴۵
∞	ARL_1	۱۸۴/۲۰۴۳	۱۷۲/۵۶۷۵	۱۶۱/۳۲۲۹	۱۴۷/۳۴۷۳	۱۲۸/۵۸۱۶	۱۱۱/۲۶۳۷	۹۸/۱۸۷۱	۸۴/۶۲۴۳
	$SDRL_1$	۱۸۲/۷۱۷۳	۱۷۳/۹۴۰۵	۱۵۹/۹۶۶۱	۱۴۷/۵۱۰۵	۱۲۸/۴۹۴۱	۱۰۹/۶۶۴۳	۹۸/۱۲۵۳	۸۳/۴۳۲۹

جدول ۳. مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت تغییرات مختلف از β_1 به $\beta_1+\delta\sigma_{\hat{\beta}_1}$ ($UCL=۱/۲۷۳۵$ و $\beta_0=-۳/۶۳$ و $\beta_1=۰/۰۷۴$)

N	معیار	δ							
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۵	۶
۱۰۰	ARL_1	۱۹۹/۵۲۰۲	۱۹۳/۶۸۸۴	۱۸۴/۹۲۸۳	۱۷۹/۳۷۰۷	۱۶۸/۵۲۵۲	۱۶۱/۳۳۲۱	۱۴۹/۵۷۰۲	۱۴۲/۰۱۳۱
	$SDRL_1$	۶۸۴/۱۷۹۵	۶۲۶/۶۵۷۷	۵۶۵/۹۰۳۶	۵۴۷/۶۴۲۷	۵۰۳/۰۹۰۶	۴۷۳/۰۴۸۸	۳۹۶/۳۱۱۲	۳۷۰/۱۲۰۹
۳۰۰	ARL_1	۱۹۴/۲۳۱۹	۱۹۱/۳۵۴۹	۱۸۳/۴۶۳۱	۱۷۹/۰۱۷۴	۱۶۸/۲۴۱۸	۱۶۰/۹۰۰۹	۱۴۸/۸۲۳۵	۱۴۱/۴۷۴۹

جدول ۳. مقادیر ARL_1 و $SDRL_1$ تحت تغییرات مختلف از β_1 به $\beta_1+\delta\sigma_{\hat{\beta}_1}$ ($UCL=۱/۲۷۳۵$ و $\beta_0=-۳/۶۳$ و $\beta_1=۰/۰۷۴$)

N	معیار	δ							
		۰/۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۵	۶
	$SDRL_1$	۲۹۳/۵۲۱۷	۲۸۱/۸۱۰۴	۲۶۶/۷۷۱۳	۲۶۰/۱۶۷۳	۲۴۵/۱۳۱۷	۲۲۶/۹۵۵۷	۲۰۹/۸۳۹۱	۱۹۷/۶۶۰۹
۵۰۰	ARL_1	۱۹۳/۱۹۳۸	۱۹۰/۱۷۹۲	۱۸۲/۴۱۵۶	۱۷۸/۳۴۳۳	۱۶۷/۹۹۲۳	۱۵۹/۳۴۲۳	۱۴۷/۷۵۲۳	۱۴۰/۰۹۹۴
	$SDRL_1$	۲۴۹/۲۳۲۴	۲۴۵/۳۰۹۵	۲۳۴/۵۴۵۸	۲۲۸/۸۷۷۱	۲۱۴/۴۳۹۶	۱۹۶/۴۰۰۵	۱۸۱/۶۴۷۳	۱۶۹/۲۴۷۲
۷۵۰	ARL_1	۱۹۲/۶۵۳۸	۱۸۹/۲۶۶۳	۱۸۲/۱۳۵۶	۱۷۷/۸۵۵۲	۱۶۶/۶۷۵۳	۱۵۷/۸۱۵۱	۱۴۶/۸۲۲۵	۱۳۹/۴۹۱۲
	$SDRL_1$	۲۲۳/۶۹۰۳	۲۱۴/۲۵۸۱	۲۱۲/۹۷۵۶	۲۰۱/۲۶۱۳	۱۸۸/۳۵۳۹	۱۷۷/۵۸۰۳	۱۶۵/۲۰۳۸	۱۵۷/۰۱۹۳
۱۵۰۰	ARL_1	۱۹۲/۴۳۲۹	۱۸۸/۴۴۴۷	۱۸۲/۰۵۰۲	۱۷۷/۱۲۰۹	۱۶۶/۵۳۲۱	۱۵۷/۶۷۰۹	۱۴۶/۸۶۸۶	۱۳۹/۰۳۰۶
	$SDRL_1$	۲۰۶/۲۴۰۹	۲۰۱/۶۳۰۷	۱۹۳/۵۵۳۹	۱۸۵/۰۰۰۸	۱۷۳/۴۵۰۲	۱۶۴/۲۵۳۵	۱۵۴/۰۹۷۸	۱۴۵/۶۱۹
۳۰۰۰	ARL_1	۱۹۲/۳۷۹۱	۱۸۷/۸۴۲۲	۱۸۱/۸۲۶۶	۱۷۶/۴۵۷۶	۱۶۶/۳۴۵۹	۱۵۷/۲۵۰۷	۱۴۶/۵۶۲۹	۱۳۹/۴۴۱۹
	$SDRL_1$	۱۹۴/۰۱۴۴	۱۸۹/۵۹۷۹	۱۸۲/۶۱۹۸	۱۷۷/۱۹۰۵	۱۶۶/۹۰۱۲	۱۵۹/۴۶۷۱	۱۴۷/۱۴۰۱	۱۴۱/۷۹۶۹
∞	ARL_1	۱۹۲/۲۱۷۹	۱۸۷/۳۶۱۸	۱۸۱/۴۱۸۱	۱۷۶/۶۰۱۴	۱۶۵/۹۶۰۳	۱۵۶/۶۶۰۸	۱۴۵/۴۴۹۳	۱۳۸/۹۷۱۶
	$SDRL_1$	۱۹۰/۹۰۱۳	۱۸۴/۷۴۸۸	۱۸۱/۱۸۰۳	۱۷۶/۹۶۸۱	۱۶۵/۱۸۳۲	۱۵۵/۲۱۵۳	۱۴۴/۴۰۲۹	۱۳۷/۲۴۷۶

لازم به ذکر است از آنجایی که مقدار انحراف معیار تخمین پارامتر عرض از مبدأ و تخمین پارامتر شیب رابطه‌ی رگرسیونی به ترتیب برابر با $\sigma_{\hat{\beta}_0}=۰/۰۷۹۱$ و $\sigma_{\hat{\beta}_1}=۰/۰۰۳۶$ است و این مقادیر بسیار کوچک هستند و شیفتی که در پارامترهای β_0 و β_1 اعمال می‌شود، بر حسب انحراف معیار پارامترهای تخمین زده شده است، بنابراین شیفت‌های ایجاد شده در پارامترها خیلی کوچک هستند و شیفت‌های خیلی کوچک دیر شناسایی می‌شوند لذا مقادیر ARL_1 اعداد بزرگی هستند. اگر مقادیر شیفت‌ها افزایش یابند، نمودار حالت خارج از کنترل را زودتر شناسایی می‌کند و عملکرد خوبی در کشف شیفت‌ها از خود نشان می‌دهد.

۵- کاهش اثر تخمین پارامتر

همان‌طور که قبلا اشاره شد، محاسبه آماره نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی با استفاده از پارامترهای برآورد شده، عملکرد نمودار را تحت تاثیر قرار می‌دهد. برای رفع این مشکل، دو روش در قسمت‌های آتی برای جبران اثر تخمین پارامتر بر نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی ارائه می‌شود.

۵-۱- افزایش تعداد نمونه مرجع

در ادبیات موضوع، افزایش تعداد نمونه‌های مرجع در فاز ۱ به عنوان روشی برای کاهش اثر تخمین پارامتر بر عملکرد نمودارهای کنترل مختلف توسط محققین در نظر گرفته شده است. اما در بعضی از فرآیندها، به دلیل محدودیت‌های مالی و غیره، جمع‌آوری نمونه‌ای بزرگ به منظور تخمین پارامترهای مدل امکان‌پذیر نیست. در نتیجه، در این شرایط تعیین حداقل مقدار N برای دستیابی به مقدار معینی از ARL_0 حیاتی است.

در این بخش با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی، حداقل تعداد نمونه‌های مرجع در فاز ۱ برای دستیابی به حداقل مقدار ARL_0 تحت درصدهای مختلفی از میزان دستیابی محاسبه می‌شوند. Δ درصدی از دستیابی به مقدار ARL_0 در حالت معلوم بودن پارامترهای مدل است که به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود:

$$\Delta = 100 \times \left(1 - \frac{|ARL_\infty - ARL_m|}{ARL_\infty} \right). \qquad (۱۰)$$

مقادیر حداقل N برای دستیابی به $\Delta \in \{۸۰٪, ۸۵٪, ۹۰٪, ۹۵٪\}$ از ARL_0 در جدول (۴) گزارش شده است.

۵-۲- اصلاح حدود کنترل

همان‌طور که در قسمت قبل بیان شد، در حالت تخمین پارامتر، عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی بر حسب ARL_0 با افزایش N بهبود می‌یابد. اما، در بعضی از کاربردهای واقعی، جمع‌آوری نمونه‌ای مرجع با حجم کافی برای دستیابی به درصد معینی از ARL_0 امکان‌پذیر نیست. در این شرایط، کاهش نرخ هشدار اشتباهی خارج از کنترل بدون تهیه نمونه‌های مرجع با ابعاد بزرگ امری حیاتی است. در این روش، با استفاده از مطالعات شبیه‌سازی، حدود کنترل اصلاح شده نمودار کنترل برای دستیابی به $ARL_0 = ۲۰۰$ محاسبه می‌شوند. این حدود اصلاح شده برای مقادیر مختلف N در جدول (۵) گزارش شده‌اند.

نتایج جدول (۵) بیانگر آن است که برای نمودار کنترل تعدیل ریسک شده EWMA به ازای $\lambda = ۰/۲$ کاهش مقدار N باعث بسته‌تر شدن حدود کنترل می‌شود. برای مثال، به منظور دستیابی به $ARL_0 = ۲۰۰$ تحت $N = ۱۰۰$، نیاز است که حد کنترل بالا به میزان ۱۰/۵ درصد بسته‌تر شود در حالی که برای $N = ۷۵۰$ کافی است تنها حد کنترل را به میزان ۱ درصد کاهش داد.

جدول۴. مقادیر N مناسب برای Δ های مختلف ($UCL = ۱/۲۷۳۵$ و $\beta_0 = -۳/۶۳$ و $\beta_1 = ۰/۰۷۴$)

معیار	Δ			
	۸۰٪	۸۵٪	۹۰٪	۹۵٪
N	۲۳۰	۲۶۹	۳۴۸	۵۰۰
ARL	۲۴۰/۲۴۸۵	۲۲۹/۹۸۶۱	۲۲۰/۰۷۲۶	۲۱۰/۰۵۲۳
$SDRL$	۴۲۲/۲۸۵۷	۳۸۶/۸۹۷۵	۳۱۶/۷۳۴۳	۲۷۴/۷۰۹۴
$CVRL$	۱/۷۵۷۷	۱/۶۸۲۳	۱/۴۳۹۲	۱/۳۰۷۸

جدول ۵. مقادیر UCL برای دستیابی به $ARL_0 \approx ۲۰۰$

N	معیار			
	UCL	ARL	$SDRL$	$CVRL$
۱۰۰	۱/۱۴۰۰	۲۰۰/۰۳۴۸	۵۸۲/۶۹۸۵	۲/۹۱۳۰
۳۰۰	۱/۲۳۶۵	۱۹۹/۴۲۰۴	۳۷۷/۲۲۲۱	۱/۸۹۱۶
۵۰۰	۱/۲۶۲۳	۲۰۰/۸۵۹۴	۲۵۵/۸۸۳۴	۱/۲۷۳۹
۷۵۰	۱/۲۶۴۰	۲۰۰/۱۲۹۹	۲۴۳/۷۳۵۳	۱/۲۱۷۹
۱۵۰۰	۱/۲۷۱۰	۲۰۰/۸۰۶۸	۲۱۴/۴۷۸۵	۱/۰۶۸۱
۳۰۰۰	۱/۲۷۲۹	۲۰۰/۷۰۳۰	۲۰۳/۲۲۱۹	۱/۰۱۲۶
∞	۱/۲۷۳۵	۲۰۰/۱۰۵۸	۱۹۸/۳۷۱۲	۰/۹۹۱۳

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آتی

طبق توضیحات ذکر شده در اغلب فعالیت‌های پژوهشی صورت گرفته در خصوص طراحی نمودارهای کنترل در حوزه بهداشت و درمان فرض بر آن است که پارامترهای فرآیند موردنظر معلوم هستند. حال آن‌که در عمل و اغلب مواقع این پارامترها نامعلوم بوده و برای پایش فرآیند در طول زمان، پارامترهای فرآیند باید در فاز ۱ تخمین زده شوند. زمانی که از تخمین پارامتر به جای مقادیر معلوم آنها استفاده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. لذا در این مقاله ابتدا یک نمودار کنترل ریسک تعدیل شده میانگین متحرک موزون نمایی برنولی پیشنهاد می‌شود. سپس اثر تخمین پارامتر در فاز ۱ روی عملکرد تحت کنترل و همچنن عملکرد خارج از کنترل نمودار کنترل پیشنهادی در فاز ۲ با استفاده از شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که عملکرد نمودار کنترل از خطای تخمین پارامتر اثر می‌پذیرد. لیکن با افزایش اندازه نمونه می‌توان اثر خطای تخمین پارامتر را کاهش داد. همچنین روش اصلاح حدود کنترل برای کاهش اثر تخمین پارامتر، پیشنهاد شد و نتایج حاصل از عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی بر اساس معیارهای ARL_0، $SDRL_0$ و $CVRL_0$ گزارش شد.

در این مقاله اثر تخمین پارامتر در فاز ۱ روی عملکرد نمودار کنترل تعدیل ریسک شده میانگین متحرک موزون نمایی در فاز ۲ مورد توجه قرار گرفت. اما در برخی از سیستم‌ها، دسترسی به داده‌های کافی برای انجام تحلیل فاز ۱ و تخمین پارامترهای مدل امکان‌پذیر نیست. نمودارهای کنترل خود آغاز کننده می‌توانند در شرایطی که نمونه‌های اولیه برای اجرای فاز ۱ و تخمین پارامترهای مدل رگرسیون وجود ندارد، مورد استفاده قرار گیرند. در مطالعات آتی، محققین می‌توانند بر نمودارهای کنترل خود آغاز کننده در شرایطی که نمونه‌های اولیه برای اجرای فاز ۱ و تخمین پارامترهای مدل رگرسیونی وجود ندارد، متمرکز شوند. همچنین استفاده از سایر معیارها همچون $AARL$، $SDARL$، $CVARL$ و بررسی عملکرد نمودار با استفاده از این معیارها می‌تواند به عنوان یک زمینه تحقیقاتی مد نظر قرار گیرد.

مراجع

[۱] Woodall, W. H. (۲۰۰٦). The use of control charts in health-care and public-health surveillance. *Journal of Quality Technology*, ۳۸(۲), ۸۹-۱۰٤.

[۲] Parsonnet, V., Dean, D., & Bernstein, A. D. (۱۹۸۹). A method of uniform stratification of risk for evaluating the results of surgery in acquired adult heart disease. *Circulation*, ۷۹(٦ Pt ۲), I۳-۱۲.

[۳] آتشگر، ک.، النچری، ع.، (۱۳۹۶). ارتقاء کیفیت فرآیندهای جراحی و درمان با اســتفاده از نمودارهای کنترل جمع تجمعی: یک بررســی جامع و کاربردی، نشــریه جراحی ایران، دوره ۲۵، شماره ۱.

[٤] Cook, D. A., Coory, M., & Webster, R. A. (۲۰۱۱). Exponentially weighted moving average charts to compare observed and expected values for monitoring risk-adjusted hospital indicators. *BMJ Quality & Safety*, ۲۰(٦), ٤٦۹-٤۷٤.

[٥] Steiner, S. H., Cook, R. J., Farewell, V. T., & Treasure, T. (۲۰۰۰). Monitoring surgical performance using risk-adjusted cumulative sum charts. *Biostatistics*, ۱(٤), ٤٤۱-٤٥۲.

[٦] Woodall, W. H., & Montgomery, D. C. (۲۰۱٤). Some current directions in the theory and application of statistical process monitoring. *Journal of Quality Technology*, ٤٦(۱), ۷۸-۹٤.

[۷] Jensen, W. A., Jones-Farmer, L. A., Champ, C. W., & Woodall, W. H. (۲۰۰٦). Effects of parameter estimation on control chart properties: a literature review. *Journal of Quality Technology*, ۳۸(٤), ۳٤۹-۳٦٤.

[۸] Jones, M. A., & Steiner, S. H. (۲۰۱۱). Assessing the effect of estimation error on risk-adjusted CUSUM chart performance. *International Journal for Quality in Health Care*, ۲٤(۲), ۱۷٦-۱۸۱.

[۹] Steiner, S. H., & Jones, M. (۲۰۱۰). Risk-adjusted survival time monitoring with an updating exponentially weighted moving average (EWMA) control chart. *Statistics in Medicine*, ۲۹(٤), ٤٤٤-٤٥٤.

[۱۰] Zhang, X., & Woodall, W. H. (۲۰۱۷). Reduction of the effect of estimation error on in-control performance for risk-adjusted Bernoulli CUSUM chart with dynamic probability control limits. *Quality and Reliability Engineering International*, ۳۳(۲), ۳۸۱-۳۸٦.

[۱۱] Saleh, N. A., Zwetsloot, I. M., Mahmoud, M. A., & Woodall, W. H. (۲۰۱٦). CUSUM charts with controlled conditional performance under estimated parameters. *Quality Engineering*, ۲۸(٤), ٤۰۲-٤۱٥.