طراحی مدل برآورد هزینه وارانتی PRW با وجود محدودیت هزینه هر بار خرابی در شرایط تورمی

مهدی نصرالهی*

(نویسنده مسئول) استادیار گروه مدیریت صنعتی دانشکده علوم اجتماعی دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

محمدرضا فتحی

استادیار گروه مدیریت صنعتی و مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، پردیس فارابی دانشگاه تهران، قم، reza.fathi@ut.ac.ir

چکیده در این مقاله یک مدل ریاضی برای برآورد هزینه‌های مورد انتظار تولیدکننده و خریدار در سیاست وارانتی تسهیم هزینه تحت شرایط تورمی ارائه شده است. در این مدل هزینه هر ادعای وارانتی برای تولیدکننده تا یک سقف از پیش تعیین شده (C_I) محدود شده است؛ به این ترتیب که تولیدکننده تنها موظف به تامین هزینه‌ای حداکثر معادل (C_I) در هر بار خرابی محصول است و خریدار می‌بایست برای اصلاح محصول علاوه بر سهم خودش از هزینه اصلاح، مبلغ هزینه مازاد بر C_I را نیز تقبل نماید. برای آزمون مدل از داده‌های واقعی یک محصول استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که نرخ تورم، طول دوره وارانتی، و پارامترهای توزیع شکست بر هزینه‌های مورد انتظار تولیدکننده و خریدار تاثیر می‌گذارند.

کلمات کلیدی وارانتی، وارانتی تسهیم هزینه، محدودیت هزینه، تورم.

۱. مقدمه

تغییرات بسیار سریع در فن‌آوری و رقابت بسیار سخت در بازارها موجب شده تا پیچیدگی‌های محصولات جدید افزایش چشم‌گیری پیدا کند. از این رو، ارزیابی محصولات توسط مصرف‌کنندگان در هنگام تصمیم‌گیری برای خرید محصول جدید به دلیل مواجهه با عدم اطمینان‌ها در خصوص کیفیت و کارکرد محصولات نیز دشوار شده است. در چنین شرایطی، وارانتی شاخصی بسیار مناسب برای نشان دادن کیفیت و قابلیت اعتماد محصول است [۱]. وارانتی تعهدی قراردادی است که تولیدکننده را ملزم می‌کند تا نقایص و شکست‌های محصول در طول دوره وارانتی را از طریق تعمیر یا تعویض برطرف نماید [۲]. وارانتی از دیدگاه تولیدکننده می‌تواند ابزاری بسیار موثر برای بازاریابی محصولات جدید، کسب سود بیشتر و بهبود جایگاه باشد؛ در حالی‌که از دیدگاه مشتری وارانتی نشانه‌ای از قابل اعتماد بودن سیستم و راهکاری برای کاهش هزینه‌های نگهداری است [۳]؛ و بنابراین مشتریان هنگام انتخاب یک گزینه از میان چند محصول با ویژگی‌های عملکردی مشابه معمولا محصولی را انتخاب می‌کنند که وارانتی بهتری دارد. ارائه محصول به بازار با وارانتی طولانی‌تر گرچه باعث جذب بیشتر مشتریان می‌شود، ولی هزینه‌های تولیدکننده را افزایش می‌دهد [۴]. در مجموع، هزینه‌های وارانتی با توجه به تولیدکننده و نوع محصول، حدود ۲ تا ۱۰ درصد از قیمت فروش را به خود اختصاص می‌دهد [۵] و در عین حال ماهیت و میزان وارانتی بر میزان فروش، سهم بازار، و سود بسیاری از کسب و کارها تاثیر می‌گذارد. با افزایش مدت و تعهدات قرارداد وارانتی، هزینه‌های مورد انتظار وارانتی برای تولیدکننده افزایش می‌یابد. با این وجود، رقابت تنگاتنگ در بازارها و همچنین تقاضای روزافزون مشتری برای دریافت محصول جذاب‌تر موجب شده تا تولیدکنندگان برای افزایش کیفیت محصول و ارائه وارانتی‌های بهتر با هدف جذب مشتریان بیشتر با یکدیگر به رقابت بپردازند.

یک قرارداد وارانتی معمولا دارای سه مشخصه اصلی است: ۱) مدت زمانی که طی آن باید به قرارداد وارانتی عمل نمود؛ ۲) شیوه جبران شکست‌های محصول در طول دوره قرارداد؛ و ۳) شرایط نقض کننده قرارداد وارانتی [۶]. بر اساس این سه مشخصه، انواع متفاوتی از پیشنهادهای وارانتی ایجاد شده‌اند. با توجه به سهم تولیدکننده در

*(Corresponding author) m.nasrollahi@soc.ikiu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱/۳۱ / تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۳/۲۲
دوره ۹ / شماره ۱
صفحات: ۷۹-۷۲

جبران هزینه‌های وارانتی سه دسته سیاست کلی وجود دارد: تعویض رایگـان، تسـهیم هزینـه و ترکیبـی. بـه‌عـلاوه، براساس دورهٔ زمانی وارانتی نیز می‌توان دو سیاست دورهٔ ثابت و دورهٔ تجدیدپذیر را متمـایز کـرد [۷]. تولیدکنندگان به دنبال راهکارهایی هستند تا علاوه بر افزایش جذابیت وارانتی پیشنهادی، هزینه‌های مرتبط با قراردادهای وارانتی را به حداقل برسانند. بنابراین مدل‌های متفاوتی برای وارانتی محصولات گوناگون پیشنهاد شده است که هر کدام دارای ویژگی‌های خاصی هستند.

منکه هزینه‌های وارانتی تسهیم هزینه برای محصولات غیر قابل تعمیر با تابع توزیع شکست نمایی را برآورد نمود[۸]. در مطالعه‌ای دیگر، مدلی برای وارانتی تسهیم هزینه تجدید پذیر با فرض ثابت بودن نرخ شکست قطعات، هزینهٔ نگهداری پیش‌گیرانه و هزینه تعویض با توانایی تعیین تعداد و دوره‌های بهینهٔ نگهداری پیشگیرانه بعد از اتمام دورهٔ وارانتی ارائه شد [۹]. در پژوهش دیگری برای رفع مشکلاتی مانند در نظر نگرفتن زمان و کارکرد به صورت همزمان و همچنین در نظر نگرفتن تاثیر استراتژی‌های بازاریابی یک مدل تصمیم‌گیری بیزین[۱] در شرایط ناکافی بودن داده‌های تاریخی برای تعیین قیمت وارانتی تسهیم هزینه طراحی گردید [۱۰]. علاوه بر وارانتی پایه‌ای، تعیین سیاست بهینه وارانتی افزوده[۲] نیز مورد توجه پژوهشگران بوده است و مدل ریاضی برای تعیین هزینه بهینه ارائه وارانتی افزوده تسهیم هزینه طراحی با در نظر گرفتن مفروضاتی شده است [۱۱]. برای بهینه‌سازی استراتژی نگهداری و همچنین بهینه‌سازی طول دوره و قیمت وارانتی با هدف افزایش اعتماد مشتریان محصولات باز تولید شده، مدل‌های ریاضی وارانتی تسهیم هزینه تجدیدپذیر توسعه یافته‌اند [۱۲]. مدلی جامع برای تعیین هزینه وارانتی محصولات تعمیر پذیر با در نظر گرفتن دو نوع شکست طراحی شد که در این مدل، ترکیبی از وارانتی تعویض رایگان و تسهیم هزینه برای حداقل سازی هزینه کل ارائه گردید و با داده‌های واقعی مربوط به یک محصول اعتبار سنجی شد [۱۳]. وانگ و همکاران مدلی برای تخمین هزینه‌های کاهش یافته وارانتی ارائه دادند که در آن هزینه‌ها تحت تاثیر میزان فروش محصول، فرایندهای شکست، مفاد قرارداد وارانتی، و رفتار مشتری در یک دوره خاص قرار دارد. ضمنا در این مدل فرض شد که برخی محصولات دچار شکست می‌شوند اما مشتری ادعایی برای استفاده از وارانتی انجام نمی‌دهد [۱۴]. در مطالعه دیگری یک مدل ترکیبی وارانتی تسهیم هزینه برای محصولات تعمیر پذیر با تابع توزیع نمایی ارائه گردید و با استفاده از شبیه‌سازی آزمون شد که نتایج آن نشان دهنده کارایی بالای مدل پیشنهادی برای بهینه سازی هزینه بوده است [۱۵]. در پژوهش دیگری با در نظر گرفتن دو هدف بیشینه سازی درآمد و بیشینه سازی رضایت مشتریان در یک سیستم تولیدی ناقص با توجه به کیفیت محصول و بازده، فرض شده که دو سیاست وارانتی تعویض/تعمیر رایگان و تسهیم هزینه به طور همزمان قابل ارائه هستند و مشتریان می‌توانند یکی از دو سیاست را انتخاب نمایند. مدل‌های طراحی شده با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری حل و آزمون شدند و سیاست‌های بهینه مشخص گردیدند [۱۶].

در برخی قراردادهای وارانتی، هزینه تولیدکننده برای اصلاح محصولات معیوب در هر بار خرابی محصول مشخص و محدود می‌شود. در چنین حالتی چنانچه محصول نیازمند اصلاح (تعمیر یا تعویض) باشد، تولیدکننده فقط تا مبلغی از پیش تعیین شده متعهد به جبران هزینه خواهد بود و در صورتی که هزینه اصلاح بیش از تعهد تولید کننده باشد، مابقی آن بایستی توسط مشتری پرداخت گردد. به علاوه، از یک سو، عدم اطمینان‌های مرتبط با شکست‌ها و هزینه‌های محصول با طولانی شدن دوره عمر محصول و دوره وارانتی افزایش می‌یابند و از سوی دیگر، متغیرهایی مانند هزینه‌های نیروی کار، تورم، و کاهش ارزش زمانی پول نیز در دوره‌های وارانتی بلند مدت بر هزینه کل وارانتی تاثیر گذار هستند [۲]. بنابراین برای محصولاتی که دوره وارانتی طولانی‌تری دارند بهتر است تاثیر نرخ تورم و نیز تغییر ارزش زمانی پول در مدل‌سازی هزینه‌ها مد نظر قرار گیرد.

بررسی مطالعات پیشین نشان می دهد که احتمالا تاکنون مطالعه‌ای برای هزینه‌های مورد انتظار وارانتی تسهیم هزینه تولیدکننده و خریدار با در نظر گرفتن محدودیت هزینه برای هر ادعای وارانتی در شرایط تورمی انجام نشده است. بنابراین در این مطالعه قصد داریم تا چنین مدلی را ارائه کنیم. به این منظور در بخش دوم، روش‌شناسی پژوهش به همراه نمادها و پیش‌فرض‌های مدل‌سازی مطرح می‌شوند. در بخش سوم و چهارم به طراحی مدل ریاضی و اعتبار سنجی آن می‌پردازیم و در نهایت بخش پنجم به ارائه بحث و نتیجه گیری اختصاص می‌یابد.

۲. روش‌شناسی پژوهش

پیش‌فرض‌های فلسفی طرح تحقیق و نیز چگونگی گردآوری داده‌ها در روش تحقیق مشخص می‌شوند. تحقیقات را از نظر هدف می‌توان

۱- Bayesian decision model

۲- extended Warranty

به سه دسته اکتشافی، توصیفی، و تبیینی تقسیم نمود [۱۷]. بر اساس این دسته‌بندی، تحقیق حاضر یک تحقیق اکتشافی-توصیفی است چرا که ضمن ارائه یک مدل ریاضی جدید، به توصیف روابط میان متغیرها می‌پردازد. به علاوه، روش تحقیق این مطالعه بر اساس یک طبقه‌بندی دیگر، از نوع روش‌های تحقیق تحلیلی و به طور دقیق‌تر تحقیق تحلیلی ریاضی است [۱۸].

برای طراحی مدل‌های ریاضی نیازمند در نظر گرفتن مفروضاتی هستیم تا دامنه مدل مورد بررسی محدود شده و حل آن نیز امکان‌پذیر گردد. مدل‌های وارانتی نیز عمدتا بر اساس پیش‌فرض‌هایی شکل می گیرند [۱۹]. حذف پیش‌فرض‌ها می‌تواند به افزایش پیچیدگی‌ها در تجزیه و تحلیل مدل منجر شود به نحوی که تجزیه و تحلیل چنین مدل‌هایی در برخی موارد ناممکن می شود. از این رو در مطالعه حاضر نیز باید پیش‌فرض‌هایی لحاظ شود. پیش فرض های مورد نظر به شرح زیر هستند:

۱- شکست محصولات مستقل از یکدیگر رخ می دهند؛
۲- شکست محصولات تابعی از عمر آنها است.
۳- شکست یک محصول منجر به بروز ادعای وارانتی شده و فرض می‌کنیم تمام ادعاها نیز صحیح هستند.
۴- برای اصلاح محصولات تمام قطعات معیوب با قطعات نو تعویض می‌شوند.
۵- زمان مورد نیاز برای انجام تعویض در مقایسه با میانگین زمان بین شکست‌ها ناچیز بوده و قابل نادیده گرفتن است.
۶- شکست‌ها در طول دوره وارانتی در سطح سیستم (محصول) مدل‌سازی می‌شوند.
۷- هزینه های اصلاح در طول دوره وارانتی ثابت نیستند و تحت تاثیر نرخ تورم و بهره قرار دارند.

برای طراحی مدل ریاضی هزینه وارانتی تولیدکننده و خریدار، نمادهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند:

x: زمان بروز شکست محصول؛
$F(x)$: تابع توزیع تجمعی برای اولین زمان شکست؛
$R(x)$: تابع قابلیت اطمینان (احتمال اینکه اولین شکست قبل از x رخ ندهد) برای اولین زمان شکست؛
$f(x)$: تابع چگالی برای اولین زمان شکست؛
λ: پارامتر مقیاس توزیع خرابی محصول؛
β: پارامتر شکل در توزیع وایبول؛
W: طول دوره وارانتی؛
n: تعداد شکست های محصول؛
C_t: کل هزینه تحمیلی به تولید کننده در هر بار شکست محصول تحت سیاست وارانتی تسهیم هزینه؛
f: نرخ تورم؛
d: نرخ بهره؛
I: نرخ بهره بدون تاثیر تورم $(I = d - f)$؛
$E[N_m(W)]$: تعداد مورد انتظار شکست‌های هر محصول برای تولیدکننده در طول دوره وارانتی؛
C_b: کل هزینه مورد انتظار خریدار بابت وارانتی به ازای هر واحد محصول
c_b: هزینه اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی محصول برای خریدار چنانچه محصول دارای وارانتی نباشد.
C_m: کل هزینه مورد انتظار تولیدکننده بابت وارانتی به ازای هر واحد محصول.
c_m: هزینه اصلاح (تعمیر یا تعویض) در هر بار خرابی برای تولیدکننده که هزینه واقعی اصلاح محصولات تحت پوشش وارانتی می‌باشد؛
C_W: قیمت وارانتی که به وسیله تولیدکننده در زمان خرید محصول تعیین و پیشنهاد می‌شود.

۳. مدل تعیین هزینه وارانتی در شرایط محدودیت هزینه هر بار اصلاح

در سیاست وارانتی تسهیم هزینه تک بعدی، تولیدکننده در صورتی متعهد به تعمیر/ تعویض محصول معیوب با دریافت بخشی از هزینه خواهد بود که محصول پیش از اتمام دوره وارانتی دچار شکست شود. در این حالت سهم مشتری از هزینه‌های تعمیر/ تعویض، تابعی خطی یا غیر خطی از عمر محصول می‌باشد [۲۰]. شکل متعارف سیاست تسهیم هزینه به صورت تسهیم خطی هزینه است. بدین معنی که چنانچه عمر محصول در زمان بروز شکست برابر $x < W$ باشد، آنگاه مشتری موظف به پرداخت مبلغ $\mathrm{Cm}(x/W)$ می‌باشد [۲۰]. مهمترین دلیل کاربرد این سیاست تاثیر مثبت آن بر کاهش هزینه‌های وارانتی است [۲۱]. بر اساس مطالعات پیشین [۲۲]، [۲۳]، [۲۴] و [۲۵]. کل هزینه‌ای که در سیاست PRW بابت تعمیر/ تعویض محصول به تولیدکننده تحمیل می‌گردد تابعی از زمان بروز شکست و هزینه انجام اصلاح توسط تولیدکننده بوده و به شکل رابطه ۱ محاسبه می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} C_m\left(1 - x/W\right) & 0 \le x < W \\ 0 & x \ge W \end{cases} \quad (1)$$

بنابراین چنانچه کل هزینه هر بار اصلاح یک محصول برای تولیدکننده برابر C_m باشد، خریدار می‌باید طبق مفاد قرارداد وارانتی PRW بخشی از این هزینه اصلاح که معادل $(C_m - C_t)$ است را به تولیدکننده پرداخت نماید و تولیدکننده نیز تنها تامین مبلغ C_t را بر عهده دارد. در نتیجه هزینه مورد انتظار تولیدکننده بابت وارانتی به ازای هر واحد محصول را می‌توان از رابطه ۲ بدست آورد.

$$E[C_m(W; C_t)] = C_m\left[F(W) - \mu_W/W\right] \quad (2)$$

به طوری که داریم $\mu_W = \int_0^W x dF(x)$ [۲۶].

همان‌طور که مشخص است در سیاست تسهیم هزینه وارانتی، توزیع عمر محصول مهمترین عامل موثر در تعیین هزینه مورد انتظار تولیدکننده است. هزینه واقعی خریدار برای هر بار اصلاح محصول معیوب، به ازای یک واحد محصول خریداری شده تحت PRW برابر است با:

$$C_b(W) = \begin{cases} c_m\left(X_1/W\right), & 0 \le x < W \\ c_b, & x \ge W \end{cases} \quad (3)$$

بنابراین کل هزینه مورد انتظار خریدار به ازای هر واحد تحت سیاست پایه‌ای وارانتی تسهیم هزینه، مطابق رابطه ۴ خواهد بود:

$$E[C_b(W)] = c_m\left[\mu_W/W - F(W)\right] \quad (4)$$

در مدل پیشنهادی، هزینه‌های هر بار ادعای وارانتی مشتری تا سقف C_I محدود می‌شود. در نتیجه تولیدکننده در هر بار اصلاح، حداکثر مبلغی معادل C_I را می‌پذیرد و چنانچه کل هزینه‌های سهم تولیدکننده بیشتر از C_I باشد، آنگاه مشتری علاوه بر سهم خود از هزینه‌های اصلاح می‌بایست مبلغ تفاوت میان هزینه‌های سهم تولیدکننده و C_I را نیز بپردازد. به عبارت دیگر در هنگام بروز خرابی jام، تولیدکننده تمامی هزینه‌ها تا سقف C_I را تقبل می‌کند و مشتری نیز علاوه بر هزینه‌های سهم خود، مبلغ $(C_J - C_I)$ را جهت اصلاح محصول می‌پردازد؛ که C_J نشان دهنده کل هزینه‌های اصلاح یک ادعای وارانتی است. بر طبق سیاست وارانتی PRW سهم هزینه‌های تولید کننده از کل هزینه‌های اصلاح محصول بر اساس رابطه ۵ محاسبه می‌شود.

$$C_m = C_J(1 - x/W) \quad (5)$$

بنابراین مشتری حداقل ملزم به پرداخت مبلغ $(C_J - C_m)$ است. حال بر اساس این مدل، میزان هزینه نهایی در هر بار اصلاح برای تولیدکننده و مشتری طبق رابطه ۶ و ۷ محاسبه خواهد شد.

$$M_J = min\{C_I, C_m\} \quad (6)$$

و

$$B_J = (C_J - C_m) + max\{0, (C_m - C_I)\} \quad (7)$$

به طوری که در این روابط M_J و B_J به ترتیب نشان‌دهنده هزینه‌های تولیدکننده و مشتری جهت اصلاح شکست Jام هستند.

اگر هزینه اصلاح یک ادعای وارانتی (C_I) را با تابع توزیع $G(c)$ و تابع چگالی $g(c)$ نشان دهیم، آنگاه هزینه مورد انتظار اصلاح برای تولیدکننده در هر شکست محصول از رابطه ۸ حاصل می‌شود:

$$\bar{C}_m = \int_0^{C_I} C\left(1 - x/W\right) g(C) d(C) + C_I \bar{G}(C_I) \quad (8)$$

به طوری که $\bar{G}(C_I) = \int_{C_I}^{\infty} g(C) d(C)$ می‌باشد و این هزینه برای خریدار از رابطه ۹ مشخص می‌شود:

$$\bar{C}_b = C\, x/W + \int_{C_I}^{\infty} (C - C_I)\, g(C) d(C) \quad (9)$$

تعداد مورد انتظار شکست ها در طول دوره وارانتی برابر است با:

$$E[N(0, W)] = \int_0^W \Lambda(x) dx \quad (10)$$

با در نظر گرفتن اثر تورم [۲۷]، کل هزینه مورد انتظار تولیدکننده در طول دوره وارانتی بر اساس رابطه ۱۱ محاسبه می‌گردد.

$$E[C_m(0, W)] = e^{IW} \bar{C}_m \left[\int_0^W \Lambda(x) dx\right] \quad (11)$$

و کل هزینه مورد انتظار مشتری در طول دوره وارانتی برای اصلاح محصول معیوب برابر است با:

$$E[C_b(0, W)] = e^{IW} \bar{C}_b \left[\int_0^W \Lambda(x) dx\right] \quad (12)$$

۴. نتایج

برای اعتبارسنجی مدل‌ها و انجام تجزیه و تحلیل حساسیت، داده‌های مربوط به ۱۵۴۶ دریل برقی از یک تولیدکننده ابزار و تجهیزات برقی ساختمانی گردآوری گردید. بررسی اولیه داده‌ها نشان دهنده وجود کمبودهای زیادی بود. به عنوان مثال در برخی داده‌ها که بیانگر یک ادعای وارانتی بودند، نوع قطعه معیوب و هزینه واقعی اصلاح آن ثبت نشده بود. در ضمن داده‌های مورد بررسی مربوط به مدل‌های متفاوتی از دریل‌ها بود. البته مدل‌سازی توزیع شکست‌ها بر اساس داده‌های موجود بر مبنای مفروضاتی انجام پذیرفت و یکی از مفروضات این بود که ادعاها بر مبنای فرایند ناهمگن پواسان رخ می‌دهند. بر این اساس، تابع توزیع مناسب جهت برآورد خرابی برازش گردید و پارامترهای توزیع وایبول با نرخ شکست افزایشی محاسبه شد. همچنین به منظور اعتبارسنجی تابع

توزیع، یک آزمون نیکویی برازش[۱] بر مبنای روش کای مربع[۲] انجام شده است. مقدار آماره آزمون χ^2 مشاهده شده برای محصول برابر برابر ۶,۱۰۶ بدست آمده در حالی که مقدار بحرانی χ^2 در سطح معنی‌داری ۵٪ و درجه آزادی ۱۸=۲-۲۰ برابر با ۲۸,۸۷ می‌باشد. بنابراین دلایل کافی برای رد این تابع توزیع وجود ندارد و در نتیجه شکست این محصول از تابع توزیع وایبول دو پارامتری با پارامتر شکل $\beta = ۲$ و $\lambda = ۰.۳۲۵$ به ازای هر سال پیروی می‌نماید. فرض کنیم تولیدکننده سقف هزینه‌های هر ادعای وارانتی را برابر $C_I =$ ۱۵ قرار داده و بنابراین خریدار موظف است کل هزینه‌های مازاد بر این مبلغ را پرداخت نماید. بر این اساس هزینه‌های مورد انتظار برای تولیدکننده و خریدار به ازای دوره‌های متفاوت وارانتی به ترتیب در جدول ۱ و۲ نشان داده شده است.

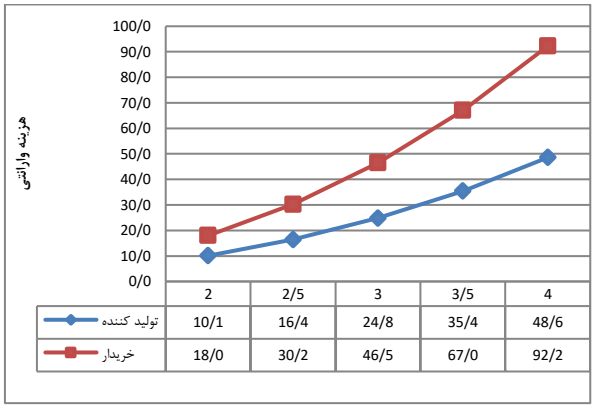
جدول ۱- هزینه مورد انتظار وارانتی برای تولیدکننده به ازای دوره‌های متفاوت وارانتی

W	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴
$E[C_m(\cdot,W)]$	۵,۴۳	۸,۸۵	۱۳,۳۵	۱۹,۰۵	۲۶,۱۵

جدول ۲- هزینه مورد انتظار وارانتی برای خریدار به ازای دوره‌های متفاوت وارانتی

W	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴
$E[C_b(\cdot,W)]$	۹,۲۸	۱۵,۷۱	۲۴,۳۲	۳۵,۳۵	۴۹,۰۷

شکل ۱ بر اساس داده‌های جدول ۱ و۲ قابل ترسیم است. این شکل نشان می‌دهد که کل هزینه‌های مورد انتظار تولیدکننده و خریدار تابعی افزایشی از طول دوره وارانتی هستند.



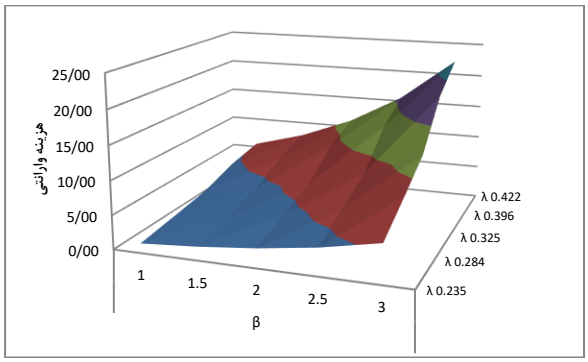
شکل ۱- هزینه مورد انتظار برای تولیدکننده و خریدار به ازای دوره‌های متفاوت وارانتی

در ادامه مقادیر متفاوت برای نرخ شکست و پارامتر شکل در نظر گرفته می‌شود تا تاثیر آنها بر هزینه مورد انتظار وارانتی تولیدکننده وارانتی مشاهده شود. برای بررسی این موضوع مقدار λ بین ۰/۲ تا ۰/۴ و مقدار β نیز در در دامنه ۱ تا ۳/۵ تغییر می‌کند. طول دوره وارانتی برابر $W = ۲$ خواهد بود. جدول ۳ حاصل اجرای مدل به ازای مقادیر مختلف است.

جدول ۳- هزینه مورد انتظار وارانتی برای نرخ شکست و پارامتر شکل متفاوت

$W = ۲$		β				
		۱	۱,۵	۲	۲,۵	۳
λ	۰,۲۳۵	۱,۴۲	۲,۰۱	۲,۸۴	۴,۰۱	۵,۶۷
	۰,۲۸۴	۲,۱۶	۳,۰۶	۴,۳۳	۶,۱۲	۸,۶۵
	۰,۳۲۵	۲,۹۷	۴,۱۹	۵,۹۳	۸,۳۹	۱۱,۸۶
	۰,۳۹۶	۴,۶۲	۶,۵۳	۹,۲۴	۱۳,۰۶	۱۸,۴۷
	۰,۴۲۲	۵,۵۱	۷,۷۹	۱۱,۰۲	۱۵,۵۹	۲۲,۰۴

شکل ۲ را می‌توان بر اساس جدول ۳ ترسیم نمود. با توجه به شکل کاملا مشخص است که هزینه مورد انتظار وارانتی تولیدکننده متناسب با افزایش نرخ شکست (λ) و پارامتر شکل (β) افزایش می‌یابد. در $\beta = ۱$ که بیانگر توزیع ثابت شکست است، هزینه مورد انتظار وارانتی با افزایش نرخ شکست به آهستگی زیاد می‌شود در حالی که در $\beta = ۳$ قیمت وارانتی به سرعت زیاد می‌شود. دلیل چنین رفتاری این است که با داشتن نرخ شکست ثابت، افزایش عمر تاثیری بر بروز شکست ندارد اما برای β بالاتر افزایش عمر محصول بر هزینه مورد انتظار وارانتی از دیدگاه تولید کننده تاثیر می‌گذارد.



۱ - Goodness of fit test

۲- Chi-Square method

شکل ۲- تاثیر پارامترهای شکست بر هزینه مورد انتظار وارانتی تولیدکننده

تغییر نرخ تورم و بهره و در نتیجه تغییر عامل ارزش فعلی هزینه‌ها هزینه مورد انتظار و نهایتا قیمت پیشنهادی وارانتی تولیدکننده را تغییر خواهد داد. در جدول ۴ تاثیر عامل ارزش فعلی هزینه‌های وارانتی بر روی میزان هزینه مورد انتظار وارانتی تولیدکننده و هزینه مورد انتظار اصلاح محصول معیوب برای خریدار نشان داده شده است.

جدول ۴- تاثیر نرخ ارزش فعلی هزینه‌ها بر هزینه مورد انتظار وارانتی

I	۰	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۱۵	۰/۲۰
$E[C_m(\cdot,W)]$	۴,۴۴	۴,۹۱	۵,۴۳	۶,۰۰	۶,۶۳
$E[C_b(\cdot,W)]$	۷,۶۰	۸,۴۰	۹,۲۸	۱۰,۲۶	۱۱,۳۴

همان‌طور که مشخص است با افزایش نرخ تورم هزینه مورد انتظار اصلاح محصول معیوب برای تولیدکننده و خریدار افزایش می‌یابد. این موضوع بر قیمت پیشنهادی وارانتی توسط تولیدکننده و تمایل خریدار برای پذیرش وارانتی تاثیر می‌گذارد.

۵. بحث و نتیجه گیری

اگرچه از زمان مطرح شدن مدل‌های وارانتی تا کنون مطالعات بسیار زیادی در این حوزه صورت گرفته است اما مطالعات مرتبط با وارانتی PRW هنوز جایگاه محدودی در طراحی مدل‌ها و سیاست‌های وارانتی در مقایسه با سایر رویکردهای وارانتی دارند. هر چند که بسیاری از محصولات با وارانتی PRW فروخته می‌شوند اما همچنان سیاست‌های متفاوت و جدیدی برای این نوع از وارانتی قابل ارائه است. بنابراین در این مطالعه یک سیاست جدید وارانتی PRW ارائه گردید.

خریداران برای تعیین ارزشمند بودن خرید وارانتی ابتدا کل هزینه تعمیر محصول در صورت وارانتی نبودن را برآورد نموده و سپس آنرا با قیمت وارانتی تعیین شده و هزینه‌های مرتبط مقایسه می‌کنند. وارد نمودن نرخ تورم و تنزیل علاوم بر افزایش پیچیدگی‌های مدل موجب می شود تا ارزش فعلی کل هزینه مورد انتظار وارانتی برای دوره های طولانی (معمولا بیشتر از یک سال) محاسبه شود.

در مدل پیشنهادی وارانتی PRW یک سقف هزینه برای هر ادعای وارانتی تعریف شد و تاثیر ارزش زمانی پول بر برآورد هزینه مورد انتظار تولیدکننده و خریدار در طول دوره وارانتی اعمال گردید. در این مدل هزینه اصلاح به عنوان یک متغیر تصادفی در نظر گرفته شد و یک تابع احتمال برای برآورد آن به جای ثابت فرض نمودن هزینه اصلاح در هر بار شکست قرار گرفت. مدل پیشنهادی را می‌توان برای محصولاتی که تعداد شکست مورد انتظارشان در طول دوره وارانتی زیاد است بکار گرفت.

همانطور که در جدول ۱ و ۲ مشخص شد با افزایش طول دوره وارانتی، هزینه‌های مورد انتظار افزایش خواهد یافت. بنابراین بهینه‌سازی مدت وارانتی برای کمینه کردن هزینه‌های مورد انتظار تولیدکننده یا خریدار می‌تواند به عنوان یک مساله جداگانه بررسی شود. در تحقیقات آتی می‌توان تاثیر نگهداری پیشگیرانه و انجام تعویض‌های دوره‌ای در طول دوره وارانتی را بر نرخ شکست محصول و هزینه‌های مورد انتظار بررسی نمود. ضمن اینکه در این مطالعه سیاست های یک بعدی PRW معرفی گردید. در مطالعات بعدی می‌توان این سیاست‌ها را برای شرایط دو بعدی توسعه داد. تاثیر اهمیت و نوع شکست‌ها نیز موضوع دیگری است که می‌تواند در مطالعات آتی مدنظر قرار گیرد. فاصله زمانی بین دو خرابی هم بر تعداد خرابی‌ها در طی دوره وارانتی و در نهایت هزینه مورد انتظار تاثیر می گذارد که سایر پژوهشگران می‌توانند تاثیرات آن را مورد مطالعه قرار دهند.

برای ساده‌سازی مدل، پیش‌فرض‌هایی در نظر گرفته شدند. به منظور واقعی‌تر شدن مدل‌های طراحی شده می‌توان یک یا چند پیش فرض موجود را حذف نمود. به عنوان مثال، در مدل‌سازی هزینه‌ها فرض شد که شکست محصولات وابسته به زمان است. در پژوهش‌های آینده می‌توان یک تابع نرخ شکست کلی را برای محصول در نظر گرفت. به علاوه، در هنگام برآورد نمودن هزینه‌های وارانتی فرض شده که هر شکست در محصول منجر به ادعای وارانتی شده و تمامی ادعاهای صورت گرفته توسط خریدار نیز معتبر هستند. در عمل برخی از ادعاها صحیح نیستند و یا برخی شکست‌ها منجر به بروز ادعا نمی‌شوند. بنابراین نسبت خریدارانی که از وارانتی خود استفاده می‌کنند نامشخص است. عوامل بسیاری مانند زمان بروز شکست، و عدم آگاهی خریدار از حقوق خود بر این نامعلومی تاثیر می‌گذارند. تصحیح نرخ ادعاهای معتبر نیز بر نتایج نهایی تاثیر می‌گذارد.

منابع

[۱] Wang, Y., Liu, Z., & Liu, Y. (۲۰۱۵). Optimal preventive maintenance strategy for repairable items under two-dimensional warranty. *Reliability Engineering and System Safety*, *142*, ۳۲۶-۳۳۳.

https://doi.org/۱۰,۱۰۱٦/j.ress.۲۰۱۵,۰٦,۰۰۳

[۲] نصراللهی، م. (۱۳۹۶). مدل تعیین قیمت وارانتی PRW با تولید کنندگان ریسک گریز. *مطالعات مدیریت صنعتی*، *۱۵*(۴۵)، ۷۵–۹۶.

[۳] Shang, L., Cai, Z., Chen, H., & Zhang, S. (۲۰۱۸). Post-warranty maintenance optimization for products with deterioration depending on aging and shock. *Quality Technology and Quantitative Management*, *00*(۰۰), ۱–۲۱. https://doi.org/۱۰,۱۰۸۰/۱٦۸٤۳۷۰۳,۲۰۱۸,۱۵۰۹٤۳۱

[۴] افصحی، م.، حسین زاده کاشان، ع.، استادی، ب. و ذگردی، ح. ا. (۱۳۹۷). بهینه‌سازی یکپارچه قیمت، سیاست‌های وارانتی پایه و تمدید وارانتی با در نظر گرفتن محصولات از وارانتی خارج‌شده. *مهندسی و مدیریت کیفیت*، *۸*(۱)، ۶۳–۷۴.

[۵] Murthy, D. N. P. (۲۰۰۷). Product reliability and warranty: an overview and future research. *Production*, *17*(۳), ٤۲٦–٤۳٤.

[٦] Thomas, M. U., & Rao, S. S. (۱۹۹۹). Warranty Economic Decision Models_ A Summary and some suggested Directions for Future Research. *Operations Research*, *47*(٦), ۸۰۷–۸۲۰.

[۷] نصراللهی، م.، اصغری زاده، ع.، جعفرنژاد، ا. و صنیعی منفرد، م. (۱۳۹۳). توسعه سیاست جدید وارانتی PRW برای برآورد هزینه‌ها. مدیریت صنعتی، ۶(۱)، ۱۳۷–۱۵۰.

[۸] Menke, W. W. (۱۹٦۹). Determination of Warranty Reserves. *Management Science*, *۱۵*(۱۰), ۵۴۲–۵۴۹. https://doi.org/۱۰,۱۲۸۷/mnsc.۱۵,۱۰.b۵٤۲

[۹] Jain, M., & Maheshwari, S. (۲۰۰٦). Discounted costs for repairable units under hybrid warranty. *Applied Mathematics and Computation*, *173*(۲), ۸۸۷–۹۰۱. https://doi.org/۱۰,۱۰۱٦/j.amc.۲۰۰۵,۰٤,۰۲۲

[۱۰] Tsai, P.-C., & Fang, C.-C. (۲۰۱۵). A Bayesian Analysis in Determining Pro-rata Warranty Decision with Two-Dimensional Deterioration. *International Journal of Knowledge Engineering-IACSIT*, *1*(۲), ۱٦۰–۱٦٤. https://doi.org/۱۰,۷۷٦۳/ijke.۲۰۱۵.v۱,۲۸

[۱۱] Alqahtani, A. Y., & Gupta, S. M. (۲۰۱۷). Warranty as a marketing strategy for remanufactured products. *Journal of Cleaner Production*, *161*, ۱۲۹٤–۱۳۰۷. https://doi.org/۱۰,۱۰۱٦/j.jclepro.۲۰۱۷,۰٦,۱۹۳

[۱۲] Alqahtani, A. Y., & Gupta, S. M. (۲۰۱۷a). Optimizing two-dimensional renewable warranty policies for sensor embedded remanufactured products. *Journal of Industrial Engineering and Management*, *10*(۲), ۱٤۵. https://doi.org/۱۰,۳۹۲٦/jiem.۲۱۸۷

[۱۳] Chen, Z., Zhao, T., Luo, S., & Sun, Y. (۲۰۱۷). Warranty Cost Modeling and Warranty Length Optimization under Two Types of Failure and Combination Free Replacement and Pro-Rata Warranty. *IEEE Access*, *5*, ۱۱۵۲۸–۱۱۵۳۹. https://doi.org/۱۰,۱۱۰۹/ACCESS.۲۰۱۷,۲۷۱۵۸٤۰

[۱٤] Wang, X., Xie, W., Ye, Z. S., & Tang, L. C. (۲۰۱۷). Aggregate discounted warranty cost forecasting considering the failed-but-not-reported events. *Reliability Engineering and System Safety*, *168*(April), ۳۵۵–۳٦٤. https://doi.org/۱۰,۱۰۱٦/j.ress.۲۰۱۷,۰٤,۰۰۹

[۱۵] Ahmed, E. A., Mabrouk, I. S., & Mahran, B. A. (۲۰۱۸). Hybrid repair warranty cost model for repairable products based on generalized exponential distribution with simulation study. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*, *13*(٦), ۲٦۳–۲۷۸. https://doi.org/۱۰,۱۲۹۸۸/ijcms.۲۰۱۸,۸۱۰۳۱

[۱٦] Taleizadeh, A. A., Pourrezaie Khaligh, P., & Moon, I. (۲۰۱۹). Hybrid NSGA-II for an imperfect production system considering product quality and returns under two warranty policies. *Applied Soft Computing Journal*, *75*, ۳۳۳–۳٤۸. https://doi.org/۱۰,۱۰۱٦/j.asoc.۲۰۱۸,۱۱,۰۱۳

[۱۷] Babbie, E. R. (۲۰۱۲). *The Practice of Social Research* (۱۳th ed.). Wadsworth Publishing.

[۱۸] Wacker, J. G. (۱۹۹۸). A definition of theory: research guidelines for different theory-building research methods in operations management. *Journal of Operations Management*, (۱٦), ۳٦۱–۳۸۵.

[۱۹] اصغری زاده, ع. ا. (۱۳۷۹). مقدمه‌ای بر خط مشی‌ها و مدل‌های وارانتی: مولود تازه مدیریت مهندسی و تولید. *دانش مدیریت*, (۵۱), ۶۱–۸۷.

[۲۰] Blischke, W. R., Karim, M. R., & Murthy, D. N. P. (۲۰۱۱). *Warranty Data Collection and Analysis*. *Thermoplastics and Thermoplastic Composites*. Springer Science & Business Media. https://doi.org/۱۰,۱۰۰۷/۹۷۸-۱-٤٤۷۱-٤۵۸۸-۲

[۲۱] Murthy, D. N. P., & Blischke, W. R. (۲۰۰٦). *Warranty Management and Product Manufacture*. Springer Science & Business Media.

[۲۲] Chen, J.-A., & Chien, Y.-H. (۲۰۰۷). Renewing Warranty and Preventive Maintenance for Products with Failure Penalty Post-Warranty. *QUALITY AND RELIABILITY ENGINEERING INTERNATIONAL*, *23*, ۱۰۷–۱۲۱.

https://doi.org/۱۰,۱۰۰۲/qre

[۲۳]Matti Kurvinen, Töyrylä, I., & Murthy, D. N. P. (۲۰۱٦). *Warranty Fraud Management Reducing Fraud and Other Excess Costs in Warranty and Service Operations*. John Wiley & Sons.

[۲٤]Popovic, V., Stamenkovic, D., & Rakicevic, B. (۲۰۱۳). Choosing the Right Warranty Policy – from the Customer'sto the Manufacturer's Point of View. *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, *2*(٥), ۳۳۳–۳۳٥. https://doi.org/۱۰,۷۷٦۳/ijapm.۲۰۱۲.v۲,۱۲٦

[۲٥]Stamenković, D., Popović, V., Spasojević-Brkić, V., & Radivojević, J. (۲۰۱۱). Combination free replacement and pro-rata warranty policy optimization model. *Journal of Applied Engineering Science*, *9*(٤), ٤٥٦–٤٦٤. https://doi.org/۱۰,٥۹۳۷/JAES۹-۱۲۰۲

[۲٦]Murthy, D. N. P., & Blischke, W. R. (۱۹۹۲). Product warranty management - III: A review of mathematical models. *European Journal of Operational Research*, *62*, ۱–۳٤.

[۲۷]جولای، ف. و اسودی، ت. (۱۳۸۳). مدل کنترل موجودی دوسطحی اقلام فاسد شدنی با در نظر گرفتن اثرات تورم. *نشریه دانشکده فنی*، *۳۸*(۱)، ۱۲۱–۱۳۲.