

# ارائه رویکردی برای پایش پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت در فاز ۲

سید بابک خلیلی دیلمی

کارشناس ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، مرکز تهران شمال، ایران khalilideilami@yahoo.com

امیرحسین امیری

(نویسنده مسئول) دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران\*

پیمان خسروی

کارشناس ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران p\_khosravi70@yahoo.com

**چکیده** امروزه به دلیل تنوع تقاضای مشتری و حضور کوتاه محصول در بازار، استراتژی ساخت و تولید به سمت فرایندهای تولید کوتاه مدت سوق یافته است. در این شرایط فاز ۱ نمودار کنترل نمی‌تواند انجام شود و برآوردهای صحیحی برای پارامترهای فرایند در دسترس نمی‌باشد، لذا طراحی نمودارهای کنترل جدید برای پایش چنین فرایندهایی ضروری است. همچنین گاهی کیفیت به وسیله رابطه‌ای بین یک متغیر پاسخ و یک متغیر مستقل توصیف می‌شود که به آن پروفایل خطی ساده گفته می‌شود. در این مقاله به منظور پایش پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت، سه نمودار در فاز ۲ طراحی شده است که توانایی پایش پارامترهای پروفایل مذکور را داشته و بروزرسانی آن‌ها را از همان ابتدای فرایند مدنظر قرار می‌دهد. عملکرد نمودارهای پیشنهادی با نمودار کنترل رقیب بر اساس معیار متوسط طول دنباله مقایسه شده است. نتایج بیانگر عملکرد مناسب نمودارهای کنترل پیشنهادی در کشف تغییرات متوسط و بزرگ می‌باشد.

**کلمات کلیدی** متوسط طول دنباله، پایش پروفایل، فرایندهای تولید کوتاه مدت، پروفایل خطی ساده، کنترل فرایند آماری

\* (Corresponding author) amiri@shahed.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۲۹ / تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۷

دوره ۱۰ / شماره ۱

صفحات: ۱۶-۲۳

## ۱- مقدمه

در بعضی از موارد، عملکرد فرایند یا کیفیت محصول بجای اینکه توسط مشخصه‌های کیفی تک متغیره و یا چندمتغیره دارای توزیع خاص تعیین شود، به کمک رابطه بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود که این رابطه در ادبیات کنترل فرایند آماری تحت عنوان "پروفایل" مطرح می‌شود. در کنترل فرایند آماری به منظور پایش انواع پروفایل‌ها، روش‌های مختلف پایش پروفایل‌ها توسعه داده شده است. از طرفی، امروزه بدلیل تنوع تقاضای مشتری و دوره حضور کوتاه محصول در بازار، استراتژی‌های ساخت و تولید به سمت فرایندهای تولید کوتاه مدت با ویژگی تنوع بالا و حجم کم محصولات تولیدی سوق یافته و در نتیجه کنترل فرایند آماری چنین فرایندهایی بدلیل تعداد محدود بازرسیهای ممکن در یک زمان کوتاه شرایط خاصی را می‌طلبد. در این شرایط اغلب فاز ۱ نمودار کنترل نمی‌تواند انجام شود و برآوردهای صحیحی برای میانگین و انحراف استاندارد فرایند در دسترس نمی‌باشد و لذا باید روش‌ها و نمودارهای کنترل جدیدی برای پایش چنین فرایندهایی بجای نمودارهای کنترل متداول توسعه یابد. در این مقاله، مشخصه‌های کیفی مرتبط با فرایندهای تولید کوتاه مدت که توسط پروفایل‌های خطی ساده توصیف می‌شوند، مورد پایش قرار می‌گیرند. در واقع در فرایندهای تولید کوتاه مدتی که در آن مشخصه کیفی توسط پروفایل خطی ساده بیان می‌شود، مدل‌ها و روش‌ها و نمودارهای جدید متناسب با شرایط خاص فرایندهای کوتاه مدت و همچنین پروفایل‌های خطی ساده به گونه‌ای توسعه داده شده که فرایند مذکور بطور موثر و کارا توسط نمودارهای کنترل پیشنهادی پایش شود. قابل ذکر است که امروزه مبحث پایش پروفایل‌ها از به روزترین و پویاترین مباحث مهندسی کیفیت است که مورد توجه محققان بزرگ دنیا در این حوزه قرار گرفته است. در ادامه این بخش پژوهش‌های انجام شده در حوزه پروفایل‌ها مورد بررسی قرار گرفته و سپس مطالعات محققین در رابطه با فرایندهای تولید کوتاه مدت مد نظر قرار می‌گیرد. کنگ و آلباین [۱] دو نمودار کنترل برای پایش پروفایل خطی ساده طراحی نمودند. سپس کیم و همکاران [۲] سه نمودار میانگین متحرک موزون نمایی<sup>۱</sup> (EWMA) برای پایش پارامترهای پروفایل خطی ساده توسعه دادند. خدمتی و نیکی [۳] با استفاده از روش MaxEWMA پروفایل خطی ساده را در فرایندهای چند مرحله‌ای پایش نمودند. سقایی و همکاران [۴] با استفاده از نمودار جمع تجمعی<sup>۲</sup> (CUSUM) پروفایل‌های خطی ساده را

مورد پایش قرار دادند. سلیمانی و همکاران [۵] پروفایل‌های خطی ساده را در شرایط وجود خودهمبستگی درون پروفایل‌ها پایش نمودند. کاظم زاده و همکاران [۶] روشی برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در حالتی که اندازه نمونه متغیر است ارائه کردند. نیکی و همکاران [۷] یک نمودار کنترل براساس آزمون خطی تعمیم یافته برای پایش ضرایب پروفایل خطی ساده و یک نمودار R به منظور پایش واریانس خطا پیشنهاد دادند. اکثر محققان در مطالعات پایش پروفایل‌ها، متغیرهای مستقل را تحت مقادیر ثابت فرض می‌کنند با اینحال نورالسنا و همکاران [۸] متغیرهای مستقل را به صورت متغیرهای تصادفی در نظر گرفته و اثر این تصادفی بودن را روی پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز ۲ مورد بررسی قرار دادند. ژانگ و همکاران [۹] یک نمودار کنترل مبتنی بر نسبت درستی را برای پایش پروفایل‌های خطی ساده پیشنهاد کردند. برای پایش پروفایل‌های چند جمله‌ای نیز روشهایی ارائه شده است که به عنوان مثال می‌توان به کاظم زاده و همکاران [۱۰] اشاره کرد که روشی را برای پایش پروفایل‌های چند جمله‌ای در فاز ۲ با در نظر گرفتن فرایند خودهمبسته ارائه نمودند. در حوزه پایش پروفایل‌های خطی چندگانه، امیری و همکاران [۱۱] یک روش ساده سازی پارامترهای پروفایل‌های خطی چندگانه را پیشنهاد دادند. همچنین امیری و همکاران [۱۲] روشهای تشخیصی در پروفایل‌های چندگانه چند متغیره را ارائه کردند. قشقایی و امیری [۱۳] دو نمودار کنترل مجموع مربعات را برای پایش پروفایل‌های رگرسیون خطی چندگانه چند متغیره در فاز ۲ توسعه دادند. احمدی یزدی و همکاران [۱۴] پژوهشی را درباره پروفایل‌های خطی ساده چند متغیره انجام دادند این مطالعه به منظور مقایسه اثر تخمین پارامتر بر روی عملکرد حاصل از سه رویکرد پایش پروفایل‌های خطی ساده چند متغیره انجام شد. همچنین احمدی یزدی و همکاران [۱۵] یک نمودار کنترل بیزی چند متغیره MEWMA را برای پایش پروفایل‌های خطی چندگانه چند متغیره در فاز ۲ معرفی نمودند.

گاهی اوقات در رویه‌های پایش فرایندهای صنعتی امکان اجرای فاز ۱ بدلیل هزینه داشتن یا سختی نمونه گیری یا زمانبر بودن نمونه گیری وجود ندارد. یکی از بهترین مثال‌ها برای این نوع از فرایندها، فرایندهای تولید کوتاه مدت می‌باشند که در آنها نمونه کافی برای اجرای فاز ۱ و تخمین پارامترها وجود ندارد. همچنین در فرایندهای تولید کارگاهی با مشخصه تعداد کم محصول تولیدی و تنوع بالا محصولات و در سیستمهای تولید به موقع که در آن سطح موجودی کم مدنظر بوده و در نتیجه حجم کمتری از محصول، در دوره‌های تولیدی مد

<sup>۱</sup> Exponentially Weighted Moving Average<sup>۲</sup> Cumulative Sum

کنترل میانگین-واریانس و میانگین-انحراف معیار گسترش دادند. در روندهای دو مرحله‌ای فوق‌الذکر محدودیتی وجود دارد و آن این است که این روندها برای تخمین پارامترهای فرایند به تعدادی داده‌های اولیه نیاز دارند. برای رفع این مشکل کوسنبری [۱۸] مجموعه‌ای از نمودارهای کوتاه مدت تحت عنوان نمودارهای Q را پیشنهاد کرد. این نمودارها (Q) به خاطر اینکه به داده‌های اولیه خیلی کمی نیاز دارند، برای کشف تغییرات پارامترها در مراحل آغازین فرایند توسعه یافته‌اند. در واقع ایده اصلی برای این نمودارها ایجاد آماره‌های Q با استفاده از یک تبدیل معین است تا در شرایطی که فرایند تحت کنترل است، داده‌های فرایند به شکل مستقل و دارای توزیع یکسان با تابع احتمال مشخص در نظر گرفته شوند. چنین تبدیلاتی در [۱۸] برای شرایطی با متغیرهای پیوسته و در [۱۹] و [۲۰] برای مواردی با متغیرهای وصفی به ترتیب با توزیع‌های بینم (دوجمله‌ای) و پواسن، به طور کامل شرح داده شده است. سپس لی و همکاران [۲۱] و [۲۲] نمودارهای Q تطبیقی را برای اندازه نمونه‌های متغیر و فواصل نمونه‌گیری متغیر معرفی نمودند. در ادامه کاوامورا و همکاران [۲۳] از آماره‌های Q در مواردی که داده‌ها به صورت خود همبسته هستند، استفاده نمودند. نمودارهای Q شناخته شده ترین و متداول ترین نمودارهای خود آغازکننده برای پایش یک فرایند در دوره‌های تولید کوتاه مدت محسوب می‌شوند. در نمودارهای کنترل خودآغازکننده، رسم نمودار می‌تواند با نمونه دوم آغاز شود و همزمان نیز با هر مشاهده و نمونه جدید، تخمین‌های پارامترهای فرایند بروزسانی می‌شوند. قابل ذکر است که در فرایندهای تولید کوتاه مدت از آنجایی که اغلب پارامترهای فرایند ناشناخته هستند و همچنین نمونه‌های کافی برای تخمین پارامترها در دسترس نیستند، از نمودارهای کنترل خودآغازکننده برای پایش استفاده می‌شود. در ادامه روشها و نمودارهایی که تاکنون در این راستا توسعه داده شده‌اند، معرفی شده است. ب. رای اولین بار هاوکینز [۲۴] از نمودار کنترل خودآغازکننده CUSUM برای پایش میانگین و واریانس بهره جست. در این مقاله دو نمودار کنترل CUSUM ارائه شد که یکی برای پایش میانگین و دیگری برای پایش واریانس طراحی شده بود. پس از آن کوسنبری [۱۸] آماره Q را برای پایش فرایندهای موقتی توسعه داد که این آماره بر اساس معلوم بودن یا نبودن میانگین و واریانس فرایند در چهار حالت مورد بررسی قرار گرفت. همچنین کوسنبری [۲۵] مطالعه‌ای بر روی قوانین حساس سازی و تاثیر آنها بر عملکرد آماره Q انجام داد که در این مطالعه، قانون حساس سازی ۴ نمونه از ۵ نمونه متوالی خارج از حدود هشدار یک انحراف معیار به عنوان

نظر است و در مرحله شروع یک فرایند جدید که تعداد کافی از محصول برای بازرسی در دسترس نیست، اغلب پارامترهای یک فرایند به طور دقیق در دسترس نبوده و نمودارهای کنترل سنتی و متداول عملکرد مناسبی ندارند، در چنین شرایطی محققان به فکرتراحی نمودارهایی افتادند که برای پایش فرایند نیازی به نمونه‌های اولیه زیادی نداشته باشند. تاکنون پژوهشهای متنوعی توسط محققین در زمینه کاربرد کنترل فرآیند آماری در فرایندهای تولید کوتاه مدت انجام شده است که بر اساس اهداف تحقیق و نوع داده‌ها می‌توان آنها را در قالب رویکردهای زیر طبقه بندی نمود. فرایندهای تولید کوتاه مدت با داده‌های وصفی، در مواردی که داده‌ها به صورت گسسته هستند به کار می‌روند. فرایندهای تولید کوتاه مدت با داده‌های چند متغیره در مواقعی که بیشتر از یک مشخصه کیفی باید به طور همزمان مورد پایش قرار گیرند. فرایندهای کوتاه مدت با داده‌های خود همبسته زمانی که داده‌ها مستقل و هم توزیع نمی‌باشند. روشهای با داده‌های فازی برای شرایطی که داده‌ها دقیق و قطعی نیستند. روشهای خودآغاز کننده که برای مرحله آغازین فرایندهای جدید مناسب بوده و در آن تخمین پارامترها با مشاهدات جدید بروزسانی می‌شود. رویکرد نمودارهای t که به منظور پایش پارامترهای مکان بکار می‌رود با این فرض که میانگین تحت کنترل روی مقدار خاصی تنظیم شده و یا اینکه خطای تنظیم اولیه معین است. روشهای نقطه تغییر که در آنها هدف، تخمین زمان ایجاد تغییر در پارامترها است. روشهای دوفازی که مربوط به شرایطی است که بتوان پارامترهای فرایند در فاز ۱ را توسط حدود کنترل اصلاح شده، تخمین زد. روشهایی برای چندین محصول که زمانی به کار می‌رود که پارامترهای فرایند معلوم بوده و قرار است که داده‌ها از مشخصه‌های کیفی مختلف یک یا چند محصول روی یک نمودار رسم شوند. در ادامه به پژوهشهای محققین در چهارچوب هر یک از رویکردهای فوق‌الذکر اشاره می‌شود. هیلیر [۱۶] یکی از نخستین پژوهشگرانی بود که با توسعه تئوری تولید کوتاه مدت دو مرحله‌ای برای نمودارهای کنترل میانگین و دامنه، راه حل‌هایی برای استفاده کنترل فرایند آماری در فرایندهای کوتاه مدت پیشنهاد کرد. به دلیل کمبود داده‌های در دسترس که خصیصه ذاتی فرایندهای تولید کوتاه مدت محسوب می‌شود، هنگام تخمین پارامترهای فرایند، خطای نوع اول به میزان زیادی افزایش می‌یابد. به همین دلیل هیلیر [۱۶] روابطی را توسعه داد تا حدود کنترل استاندارد مورد استفاده در نمودارهای کنترل میانگین و دامنه در فازهای ۱ و ۲ را بدست آورد. سپس یانگ و هیلیر [۱۷] تئوری دو مرحله‌ای را با استخراج معادلاتی برای محاسبه حدود کنترل نمودارهای

تغییر، دسته دیگری از رویکردهای مرتبط با فرآیندهای تولید کوتاه مدت را تشکیل می‌دهند. این روشها برای مواقعی بکار می‌رود که پارامترهای مکانی (مانند میانگین) و پراکندگی (مانند انحراف استاندارد) نامعلوم بوده و هدف، کشف زمان واقعی تغییرات در پارامترهای مذکور است. هاوکینز و همکاران [۳۶] یک مدل نقطه تغییر را برای پایش میانگین فرایند پیشنهاد کردند. در ادامه هاوکینز و زامبا [۳۷] مدلی را برای کشف تغییرات در واریانس فرایند توسعه دادند. سپس هاوکینز و زامبا [۳۸] تعمیمی از مدل نقطه تغییر را برای پایش میانگین و واریانس یک فرایند پیشنهاد کردند. همچنین زامبا و هاوکینز [۳۹] مدل نقطه تغییر را برای داده‌های چند متغیره گسترش دادند. آنها مدلی را برای پایش بردار میانگین (پارامتر مکانی) و ساختار کوواریانس (پارامتر پراکندگی) یک فرایند ارائه نمودند. برای بررسی داده‌های غیرنرمال در فرایندهای تولید کوتاه مدت، ژو و همکاران [۴۰] یک نمودار کنترل ناپارامتری را توسعه دادند که از مدل نقطه تغییر برای کنترل پارامتر مکانی الهام می‌گرفت.

در مقاله حاضر، نمودارهای کنترل پیشنهادی، پارامترهای خط رگرسیون مبین پروفایل خطی ساده (شیب خط و عرض از مبدا آن) و انحراف استاندارد مربوطه را مورد پایش قرار می‌دهند. عملکرد روش پیشنهادی با نمودار کنترل رقیب با استفاده از شبیه‌سازی و بر اساس معیار متوسط طول دنباله مقایسه شده است. روش پیشنهادی در این مقاله از عملکرد مناسبی در کشف تغییرات متوسط و بزرگ برخوردار است.

در ادامه مقاله، در بخش دوم به معرفی پروفایل‌های خطی ساده پرداخته شده است. در بخش سوم نمودارهای پیشنهادی مقاله آورده شده و از ادغام آنها نمودار کنترل نهایی توسعه داده شده است. بخش چهارم مطالعات شبیه‌سازی و ارزیابی عملکرد روش‌ها و نمودارها و مقایسات مربوطه را نشان می‌دهد در نهایت در بخش آخر نتیجه گیری و پیشنهادها برای پژوهشهای آتی ارائه شده است.

## ۲- پروفایل خطی ساده

فرض کنید  $j$  امین نمونه‌ای که در طول زمان از فرایند گرفته می‌شود بصورت  $(x_i, y_{ij})$  نمایش داده شود.  $i$  تعداد مشاهدات در هر نمونه  $j$  می‌باشد. در اینصورت در حالت تحت کنترل بودن فرایند، رابطه میان  $x_i$  و  $y_{ij}$  با یک رابطه رگرسیونی بصورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$y_{ij} = A_0 + A_1 x_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

که  $\varepsilon_{ij}$  ها متغیرهای تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_\varepsilon^2$  می‌باشند که مستقل و هم توزیع (i.i.d) هستند. متغیر

مناسب‌ترین قانون برای عملکرد رضایت‌بخش نمودارهای تلفیقی EWMA-Q و همچنین CUSUM-Q شناخته شد. سپس سالیوان و همکاران [۲۶] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده ارائه کردند که از انحراف هر بردار مشاهده شده نسبت به میانگین تمام مشاهدات قبلی برای پایش فرایند استفاده و آماره‌های مربوطه را در قالب نمودارهای کنترل چندمتغیره مانند  $T^2$  هتلینگ و MEWMA استفاده می‌کند. همچنین زانتک [۲۷] یک نمودار CUSUM برای پایش فرایندهای موقتی طراحی نمود. سپس زو و همکاران [۲۸] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده را برای پایش پروفایل خطی ساده بر پایه باقیمانده‌های بازگشتی پیشنهاد کردند. همچنین امیری و همکاران [۲۹] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده را تحت عنوان Max-CUSUM برای پایش همزمان پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده توسعه دادند. سپس تسانگ و همکاران [۳۰] یک نمودار پایش خود آغازکننده برای کشف همزمان تغییرات در واریانس و ضرایب رگرسیون در پروفایل‌های خطی با توزیع نامشخص خطا را پیشنهاد کردند. در ادامه تحقیقات، خسروی و امیری [۳۱] سه نمودار کنترل خودآغازکننده را برای پایش پروفایل‌های رگرسیون لجستیک پیشنهاد نمودند. پروفایل‌های مذکور که بیانگر ارتباط بین متغیرهای مستقل با یک متغیر پاسخ دارای توزیع بینم هستند، توسط این سه نمودار مورد پایش قرار می‌گیرند. راوی چاندران [۳۲] یک نمودار کنترل خودآغاز کننده را مبتنی بر کیفیت شش سیگما ارائه نمود. در این مطالعه یک نمونه اولیه موثر و کارا از نقطه نظر کیفیت شش سیگما انتخاب می‌شود. همچنین سوگندی و همکاران [۳۳] یک نمودار کنترل خودآغازکننده را برای پایش شاخصهای مدیریت ارزش کسب شده پروژه توسعه دادند. در این پژوهش یک چهارچوب آماری جدید مبتنی بر پایش خود آغازکننده و تخمین نقطه تغییر پیشنهاد شده تا شاخصهای فوق الذکر که به طور معمول همبسته و دارای توزیع غیرنرمال هستند را مورد پایش قرار دهند. رویکرد دیگر کنترل فرآیند آماری در فرایندهای کوتاه مدت استفاده از آماره‌های  $T$  می‌باشد. این آماره‌ها با تبدیل داده‌ها، به ترسیم مجموعه نمودارهای کنترل  $t$  کمک می‌کنند. این نمودارها به منظور پایش میانگین فرآیند، اولین بار توسط ژانگ و همکاران [۳۴] با عناوین  $(\bar{X}-t\text{-chart})$  و  $(EWMA\ t\text{-chart})$  معرفی شدند. سپس کاربرد دو نمودار فوق برای دوره‌های تولید کوتاه مدت توسط سلانو و همکاران [۳۵] بررسی و تشریح شد. نمودار  $t$  به تخمین اولیه برای انحراف استاندارد فرآیند در شرایط تحت کنترل نیازی ندارد، بنابراین این نمودار می‌تواند برای پایش مرحله آغازین فرآیند استفاده شود. روشهای نقطه

نمونه از یکدیگر مستقل شوند. بعد از کد کردن مقادیر مدل تغییر یافته (جایگزین) به صورت زیر معرفی می‌شود:

که در این رابطه  $B_1 = A_1$ ،  $B_0 = A_0 + A_1 \bar{x}$  می‌باشد برای  $j$ امین نمونه، برآوردکننده حداقل مربعات  $B_0$  به صورت  $b_{0j} = \bar{y}_j$  بوده و برآوردکننده حداقل مربعات  $B_1$  با برآوردکننده حداقل مربعات  $A_1$  در مدل اصلی (۱) یکسان بوده و به صورت

$$a_{1j} = b_{1j} = \frac{S_{xy}(j)}{S_{xx}} \text{ می‌باشد.}$$

که در روابط فوق  $S_{xy}(j) = \sum_{i=1}^n y_{ij}(x_i - \bar{x})$  و

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \text{ و } \bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ij}}{n} \text{ می‌باشند.}$$

در این شرایط برآوردکننده‌های حداقل مربعات پارامترهای  $B_0$  و  $B_1$  در مدل تغییر یافته (۵) به ترتیب  $b_{0j}$  و  $b_{1j}$  و دارای توزیع نرمال مستقل به ترتیب با میانگین‌های  $B_0$  و  $B_1$  و

$$\text{واریانس‌های } \frac{\sigma^2}{S_{xx}} \text{ و } \frac{\sigma^2}{n} \text{ می‌باشند.}$$

اکنون می‌توان از نمودارهای کنترل مجزابدون مشکل همبسته بودن برآوردکننده‌ها استفاده نمود. لذا پروفایل خطی ساده با عنوان مدل تغییر یافته در رابطه (۵)، مدل مورد استفاده در ادامه این مقاله بوده و در طراحی نمودارهای کنترل و همچنین مطالعات شبیه سازی و ارزیابی عملکرد نمودارها مد نظر قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که ایده اولیه استفاده از نمودارهای کنترل مستقل توسط کیم و همکاران [۲] مطرح شد. آنها با توسعه سه نمودار مستقل برای پایش عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد پروفایل‌های خطی ساده، روشی را بنام EWMA<sub>3</sub> معرفی نمودند. سپس روش مذکور را با روشهای پیشنهادی کنگ و آلباین [۱] مورد ارزیابی و مقایسه قرار دادند.

### ۳-۱- نمودار پایش عرض از مبدا

فرض می‌شود که  $b_{01}$  برآوردکننده عرض از مبدا برای نمونه اول،  $b_{02}$  برآوردکننده عرض از مبدا برای نمونه دوم و به همین ترتیب  $b_{0(j-1)}$  برآوردکننده عرض از مبدا برای نمونه  $j-1$ ام و  $b_{0j}$  برآوردکننده عرض از مبدا برای نمونه  $j$ ام باشند. هر نمونه  $j$  دارای اندازه نمونه  $n$  بوده و با اندیس  $i$  به صورت  $i = 1, 2, \dots, n$  نمایش داده می‌شود. مقادیر  $b_{01}, b_{02}, \dots, b_{0(j-1)}, b_{0j}$  به عنوان زنجیره‌ای متوالی از برآوردکننده‌های عرض از مبدا برای نمونه‌های اول تا  $j$ ام در

$$y_{ij} = B_0 + B_1 x'_i + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (۵)$$

مستقل به ازای  $i = 1, 2, \dots, n$  در پروفایل خطی ساده مقادیر ثابتی را اتخاذ می‌کند. پارامترهای مدل پروفایل خطی ساده  $A_0$ ،  $A_1$  و  $\sigma^2$  در نمونه  $j$ ام با مشاهدات  $i = 1, 2, \dots, n$  در نمونه مذکور، با بهره جستن از برآوردکننده‌های نارایب زیر تخمین زده می‌شوند.

$$a_{1j} = \frac{S_{xy}(j)}{S_{xx}}, \quad (۲)$$

$$a_{0j} = \bar{y}_j - a_{1j} \bar{x}, \quad (۳)$$

$$MSE_j = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - a_{1j} x_i - a_{0j})^2, \quad (۴)$$

که در روابط فوق الذکر  $\bar{x} = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$  و

$$\bar{y}_j = (1/n) \sum_{i=1}^n y_{ij}, \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{و } S_{xy}(j) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_{ij} \text{ هستند.}$$

### ۳- نمودارهای پیشنهادی

در این بخش به منظور کنترل مشخصه‌های کیفی فرایندهای تولید کوتاه مدت که در قالب پروفایل خطی ساده توصیف شده اند، پارامترهای خط رگرسیون بین پروفایل خطی ساده شامل شیب و عرض از مبدا خط و همچنین انحراف استاندارد خطا توسط نمودارهای کنترل پیشنهادی مورد پایش قرار می‌گیرند. در ادامه سه نمودار مذکور به تفصیل معرفی می‌شوند. در ابتدا ذکر مقدمه‌ای درباره مدل مورد استفاده در روشهای پیشنهادی ضروری جلوه می‌کند. پروفایل خطی ساده به صورت یک خط رگرسیون خطی ساده با یک متغیر پاسخ و یک متغیر مستقل می‌باشد که تحت عنوان مدل اصلی در رابطه (۱) معرفی شد. در واقع مشخصه‌های کیفی که باید مورد پایش قرار گیرند پارامترهای  $A_0$  و  $A_1$  و انحراف استاندارد ( $\sigma$ ) مدل مزبور می‌باشد. ولی از آنجایی که پارامترهای  $A_0$  و  $A_1$  در مدل اصلی رابطه (۱) طبق فرمول کوواریانس  $\sigma_{01}^2 = -\sigma^2 \frac{\bar{x}}{S_{xx}}$  به یکدیگر وابسته هستند، لذا مطابق روشهای آماری، مقادیر  $x$  به گونه‌ای کد می‌گردد که میانگین مقادیر کد شده برابر صفر شود. این کار باعث می‌شود که برآوردکننده‌های حداقل مربعات شیب و عرض از مبدا برای هر

نمایی (EWMA) می‌تواند به طور مؤثر و سریع در کشف شیفت‌های کوچک کمک کند. این نمودار در مقایسه با نمودار کنترل شوهارت دارای متوسط طول دنباله کوتاه‌تری بوده و برای کشف یا پی بردن به وجود تغییرات کوچک مناسب است. این نمودار به طور مؤثر می‌تواند با تعداد نمونه کم به وجود تغییرات در فرایند واکنش لازم را نشان دهد. بنابراین با محاسبه آماره  $Q$  برای هر نمونه  $j$ ، از نمودار EWMA برای آماره  $Q_j$  استفاده می‌شود. نمودار کنترل EWMA برای آماره  $Q_j$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_j = \lambda Q_j + (1 - \lambda) Z_{j-1}. \quad (8)$$

اکنون مقادیر  $Z_j$  بر روی نمودار کنترل مزبور رسم شده و حدود کنترل بالا و پایین به شرح زیر بدست می‌آید:

$$UCL = E(Q_j) + L_I \sigma_{Q_j} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}, \quad (9)$$

$$LCL = E(Q_j) - L_I \sigma_{Q_j} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}},$$

از آنجایی که  $Q_j$  دارای توزیع نرمال استاندارد است لذا  $E(Q_i) = 0$  و  $\sigma_{Q_j} = 1$  می‌باشد، پس حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر درمی‌آیند:

$$UCL = L_I \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}, \quad (10)$$

$$LCL = -L_I \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}.$$

که در این روابط  $0 < \lambda \leq 1$  ثابت هموارسازی و  $L_I$  مقدار ثابت است که برای بدست آوردن ARL تحت کنترل مشخص، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار اولیه برای  $Z_j$  که در زمان نمونه اول از آن استفاده می‌شود برابر با میانگین آماره می‌باشد که در اینجا صفر است یعنی داریم  $Z_0 = 0$ .

برای پایش فرایند اگر مقادیر  $Z_j$  بین حدود کنترل  $UCL$  و  $LCL$  قرار گیرند فرایند تحت کنترل و اگر خارج از این حدود واقع شوند فرایند خارج از کنترل خواهد بود.

### ۲-۳- نمودار پایش شیب

فرض می‌شود که  $b_{11}$  برآوردکننده شیب برای نمونه اول،  $b_{12}$  برآوردکننده شیب برای نمونه دوم و به همین ترتیب  $b_{1(j-1)}$

نظر گرفته شده که همگی دارای توزیع نرمال با میانگین  $B_0$  و واریانس  $\frac{\sigma^2}{n}$  هستند که در فرایندهای تولید کوتاه مدت به دلیل محدودیت زمان برای گرفتن نمونه‌های کافی، اطلاعات اولیه درباره پارامتر توزیع وجود نداشته و میانگین و واریانس مذکور نامعلوم در نظر گرفته می‌شوند. لذا آماره  $T_j$  به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$T_j = \frac{a_j (b_{0j} - \bar{b}_{0(j-1)})}{\hat{\sigma}_{b_{0(j-1)}}}; \quad j = 3, 4, \dots, \quad (6)$$

که در این رابطه  $a_j = \sqrt{\frac{j-1}{j}}$  تعریف می‌شود و  $T_j$  آماره نمونه  $j$ ام است.

$\bar{b}_{0(j-1)}$  و  $\hat{\sigma}_{b_{0(j-1)}}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار نمونه برای نخستین  $j-1$  نمونه مربوطه می‌باشند. پس از محاسبه آماره  $T_j$  آنرا در رابطه زیر قرار داده و آماره  $Q_j$  معرفی می‌شود:

$$Q_j = \phi^{-1} \left[ G_{j-2} (T_j) \right], \quad (7)$$

که در رابطه فوق  $G_{j-2}(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی متغیر

تصادفی  $t_{j-2}$  درجه آزادی  $(\cdot)$  معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد هستند.

آماره معرفی شده  $Q_j$  دارای توزیع نرمال استاندارد است یعنی  $Q_j \sim N(0, 1)$  در مورد روابط (۶) و (۷) خاطر نشان می‌شود که ایده اولیه از مقاله زانتک [۲۷] با معرفی آماره  $T$  و تبدیل آن به آماره  $Q$  برای پایش مشخصه‌های کیفی تک منغیره در فرایندهای کوتاه مدت و مراحل آغازین فرایندها، گرفته شده است. سپس در مقاله حاضر ایده مذکور برای پایش مشخصه کیفی عرض از مبدا پروفایل خطی ساده توسعه داده شده است. آماره های  $Q$  نیازی به اطلاعات قبلی برای تخمین پارامترها ندارند و در یک مقیاس نرمال استاندارد قابل رسم هستند بطوریکه ترسیم آماره های مختلف روی یک نمودار میسر می‌شوند. از طرفی قابل ذکر است که در فرایندهای تولید کوتاه مدت در زمانی محدود تعداد کمی محصول تولید می‌شوند و در چنین شرایطی باید از نمودارهایی استفاده نمود که سریعاً نسبت به ایجاد تغییرات واکنش نشان دهند. در فرایندهای تولید کوتاه مدت نمودار میانگین متحرک موزون

کوچک کمک کند در دستور کار قرار داده می‌شود. لذا نمودار کنترل EWMA برای آماره  $Q_j$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_j = \lambda Q_j + (1 - \lambda) Z_{j-1}. \quad (13)$$

مقادیر  $Z_j$  بر روی نمودار کنترل مزبور رسم شده و حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$UCL = E(Q_j) + L_S \sigma_{Q_j} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}, \quad (14)$$

$$LCL = E(Q_j) - L_S \sigma_{Q_j} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}},$$

از آنجایی که  $E(Q_j) = 0$  و  $\sigma_{Q_j} = 1$  است،  $Q_j$  دارای توزیع نرمال استاندارد است، لذا حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$UCL = L_S \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}, \quad (15)$$

$$LCL = -L_S \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}},$$

که در روابط فوق‌الذکر  $0 < \lambda \leq 1$  ثابت هموارسازی و  $L_S$  به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا ARL تحت کنترل مشخصی به دست آید. مقدار اولیه برای  $Z_j$  که از آن برای نمونه اول استفاده می‌شود برابر با میانگین آماره یعنی میانگین  $Q_j$  است که در اینجا صفر می‌باشد پس داریم:  $Z_0 = 0$ .

برای پایش فرآیند مربوطه اگر مقادیر  $Z_j$  بین حدود کنترل  $UCL$  و  $LCL$  قرار گیرند آنگاه فرآیند تحت کنترل و اگر خارج از حدود مذکور واقع شوند، فرآیند خارج از کنترل خواهد بود.

### ۳-۳- نمودار پایش انحراف استاندارد خطا

در مباحث پایش پروفایلها علاوه بر پایش عرض از مبدأ و شیب، پایش همزمان انحراف استاندارد خطا نیز مد نظر می‌باشد. به منظور پایش انحراف استاندارد خطا ( $\sigma$ ) نیز به نظر می‌رسد که باید برآورد کننده آن را در نظر گرفته و روند روش‌های دو بخش قبل را دنبال کرد. برآورد کننده انحراف استاندارد خطا ( $\sigma$ ) تحت عنوان میانگین مربع خطا (MSE) معرفی می‌شود. اگر  $MSE_j$  برآورد کننده انحراف استاندارد خطا برای نمونه  $Z_j$

برآورد کننده شیب برای نمونه  $j-1$  و  $b_{1j}$  برآورد کننده شیب برای نمونه  $Z_j$  باشد. هر نمونه  $Z_j$  دارای اندازه نمونه  $n$  می‌باشد.

اکنون مقادیر  $(b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1(j-1)}, b_{1j})$  را به عنوان زنجیره‌ای متوالی از برآورد کننده‌های شیب برای نمونه‌های اول تا  $Z_j$  در نظر می‌گیریم که همگی دارای توزیع نرمال با میانگین  $B_j$  و واریانس  $\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$  می‌باشند که در فرایندهای تولید کوتاه مدت به دلیل زمان محدود برای گرفتن نمونه‌های کافی، اطلاعات اولیه درباره پارامترهای توزیع موجود نبوده و میانگین و واریانس فوق‌الذکر نامعلوم در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به این موارد آماره  $T_j$  به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$T_j = \frac{a_j (b_{1j} - \bar{b}_{1(j-1)})}{\hat{\sigma}_{b_{1(j-1)}}}; \quad j = 3, 4, \dots, \quad (11)$$

که در این رابطه  $a_j = \sqrt{\frac{j-1}{j}}$  تعریف شده و  $T_j$  آماره نمونه  $Z_j$  می‌باشد.  $\bar{b}_{1(j-1)}$  و  $\hat{\sigma}_{b_{1(j-1)}}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار نمونه برای نخستین  $j-1$  نمونه مربوطه می‌باشند. پس از محاسبه آماره  $T_j$  آنرا در رابطه زیر قرار داده و آماره  $Q_j$  معرفی می‌شود:

$$Q_j = \phi^{-1} \left[ G_{j-2} (T_j) \right] \quad (12)$$

که در این رابطه  $G_{j-2}(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی متغیره تصادفی  $t$  با  $j-2$  درجه آزادی و  $\phi^{-1}(\cdot)$  معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد. هستند و آماره  $Q_j$  دارای توزیع نرمال استاندارد است. قابل ذکر است که روابط (۱۱) و (۱۲) با الهام از مقاله زانتک [۲۷]، برای پایش فرآیند در مواقعی که مشخصه کیفی در قالب پروفایل خطی ساده توصیف شده و پایش پارامتر شیب پروفایل خطی ساده مد نظر است و نمونه‌های کافی برای تخمین پارامترهای فرآیند در دسترس نیست، توسعه داده شده است.

از آنجایی که در فرایندهای تولید کوتاه مدت در زمانی کوتاه تعداد کمی محصول تولید می‌شوند، استفاده از نمودار EWMA را که سریعاً نسبت به ایجاد تغییرات واکنش نشان داده و می‌تواند به شکلی مؤثر و سریع در کشف شیفت‌های

می‌شود. اکنون مقدار  $Z_j(\sigma)$  برای نمونه  $Z_j$  به طور کامل مشخص شده است. لذا مقادیر حاصله از رابطه (۱۶) یعنی  $Z_j(\sigma)$ ها (دارای توزیع نرمال استاندارد) را میتوان معادل  $Q_j$  در نظر گرفت یعنی  $Q_j = Z_j(\sigma)$ . اکنون مقادیر  $Q_j$  را در رابطه EWMA قرار داده و آماره  $Z_j$  به این شکل معرفی می‌شود:

$$Z_j = \lambda Q_j + (1 - \lambda) Z_{j-1}. \quad (20)$$

مقدار  $Z_j$  مذکور روی نمودار کنترل مزبور رسم می‌شود و حدود کنترل بالا و پایین به شرح زیر است:

$$UCL = E(Q_j) + L_\sigma \cdot \sigma Q_j \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}, \quad (21)$$

$$LCL = E(Q_j) - L_\sigma \cdot \sigma Q_j \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}},$$

از آنجایی که  $E(Q_j) = 0$  و  $\sigma_{Q_j} = 1$  است، لذا حدود کنترل بالا و پایین به صورت زیر می‌باشند:

$$UCL = L_\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}, \quad (22)$$

$$LCL = -L_\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}},$$

در این روابط  $Z_0 = 0$  بوده و  $0 < \lambda \leq 1$  ثابت هموارسازی و  $L_\sigma$  مقدار ثابتی است که برای بدست آوردن ARL تحت کنترل مشخص، مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای پایش فرایند اگر مقادیر  $Z_j$  بین حدود کنترل  $UCL$  و  $LCL$  قرار گیرند فرایند تحت کنترل و در غیر این صورت فرایند خارج از کنترل خواهد بود.

قابل ذکر است نمودارهای توسعه داده شده در بخشهای (۱-۳) و (۲-۳) و (۳-۳) به طور مؤثر و کارابرای پایش پارامترهای عرض از مبدأ، شیب و انحراف استاندارد خطای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت کاربرد دارند. با جمع این نمودارها به منظور پایش یکپارچه پارامترهای مذکور، روشی با نام (RPCC) برای پایش پارامترهای رگرسیون معرفی شده و در مطالعات شبیه سازی و ارزیابی عملکرد در بخش ۴ مورد استفاده قرار گرفته است.

تعریف شود، نکته بسیار مهم این است که  $MSE_j$ ها دارای توزیع نرمال نبوده و نمی‌توان آنها را مانند برآوردکننده‌های عرض از مبدأ  $(b_{0j})$  و یا شیب  $(b_{1j})$  در آماره  $T_j$  ذکر شده در بخش‌های (۱-۳) و (۲-۳) قرار داد، لذا در مقاله حاضر با معرفی رابطه  $Z_j(\sigma)$  برای نمونه  $Z_j$ ، روش پیشنهادی زیر توسعه داده شده است:

$$Z_j(\sigma) = \phi^{-1} \left[ F \left( \frac{(n-2)\hat{\sigma}_j^2}{\sigma^2}; n-2 \right) \right], \quad (16)$$

$\phi^{-1}(\cdot)$  معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و  $F(\cdot, \nu)$  تابع توزیع کای اسکوتر (کای دو) با  $\nu$  درجه آزادی هستند. در رابطه فوق:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-2} (\mathbf{Y}_j - \mathbf{X}\hat{\beta}_j)^T (\mathbf{Y}_j - \mathbf{X}\hat{\beta}_j) \quad (17)$$

و همچنین در رابطه (۱۷) داریم:

$$\hat{\beta}_j = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}_j. \quad (18)$$

در روابط فوق  $\mathbf{X}$  ماتریس طراحی است که ستون اول آن عدد ۱ و ستون دوم آن مقادیر متغیر مستقل  $x$  است و  $\mathbf{Y}_j$  بردار مشاهدات نمونه  $Z_j$  (شامل  $n$  مشاهده) است. قابل توجه است که زو و همکاران [۴۱] مدل عمومی پروفایل‌های خطی را با استفاده از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی چند متغیره پیشنهاد نمودند. روابط (۱۶) و (۱۷) و (۱۸) با در نظر گرفتن این مقاله و انطباق با مدل پروفایل خطی ساده، توسعه یافته است. نکته مهم دیگر اینکه در رابطه (۱۶)، از آنجایی که در فرایندهای تولید کوتاه مدت، واریانس خطا یعنی  $\sigma^2$  معلوم نمی‌باشد. باید آن را تخمین زد تا مقدار  $Z_j(\sigma)$  کاملاً مشخص شود. برای تخمین واریانس  $\sigma^2$  رابطه زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{\sigma}_{j-1}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{j-1} \frac{1}{n-2} (y_k - x\hat{\beta}_k)^T (y_k - x\hat{\beta}_k)}{j-1}; j=2,3,\dots \quad (19)$$

به عبارتی برای تخمین  $\sigma^2$  از تخمین  $Z_j$  واریانس نمونه استفاده نموده که در واقع میانگین واریانس  $(j-1)$  نمونه قبلی است و هر بار پس از هر نمونه، برورسانی



## ۴- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی

در این بخش با استفاده از مطالعات شبیه سازی و ارائه مثال عددی به ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی تحت تغییرات در پارامترهای عرض از مبدأ، شیب و انحراف استاندارد پروفایل‌های خطی ساده‌تر تولید کوتاه مدت مبادرت شده است. به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی، نمودارهای کنترل مذکور به گونه‌ای طراحی شده‌اند که مقدار متوسط طول دنباله (Average Run Length) یا (ARL) تحت کنترل معادل ۲۰۰ بدست آید. بدین منظور در این نمودارها ضرایب حدود کنترل  $L_{in}$  (عرض از مبدأ) و  $L_{sl}$  (شیب) و  $L_{se}$  (انحراف استاندارد) به ترتیب برابر با  $3/0.16$  و  $3/0.19$  و  $3/0.34$  انتخاب شده‌اند تا ARL تحت کنترل برای هر نمودار مربوط به عرض از مبدأ، شیب و انحراف استاندارد معادل ۶۰۰ و برای کل روش معادل ۲۰۰ حاصل شود. ضمناً در تمامی آماره‌های EWMA ثابت هموارسازی ( $\lambda$ ) برابر  $0.12$  در نظر گرفته شده است. در مطالعات شبیه سازی هر مقدار ARL به کمک ۱۰۰۰۰ بار تکرار، تخمین زده شده است. برای ارزیابی روش پیشنهادی، مدل اصلی بر اساس رابطه (۱) به صورت  $y_{ij} = 3 + 2x_i + \varepsilon_{ij}$  و اندازه نمونه  $n=4$  می‌باشد. خطای تصادفی  $\varepsilon_{ij}$  ها مستقل و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2 = 1$  هستند که در مطالعات و مقایسه‌های مربوطه ۳ اشاره در نظر گرفته شده است. ولی همانطور که در بخش ۳ اشاره شد، به منظور مستقل کردن برآوردکننده‌های شیب و عرض از مبدأ برای هر نمونه، بعد از کد کردن مقادیر  $x$  و در نظر گرفتن روابط و انجام محاسبات مذکور در بخش ۳، مدل تغییر یافته بر اساس رابطه (۵) برای مثال عددی بصورت  $y_{ij} = 13 + 2x'_i + \varepsilon_{ij}$  بدست می‌آید که در آن  $\mathbf{x}' = [-3, -1, 1, 3]$  مقادیر متغیر مستقل است، همچنین انحراف استاندارد خطای تصادفی در مقایسات ( $\sigma = 1$ ) در نظر گرفته شده است. در رابطه  $y_{ij} = 13 + 2x'_i + \varepsilon_{ij}$  با قرار دادن هر یک از مقادیر  $\mathbf{x}' = [-3, -1, 1, 3]$  و جاگذاری اعداد تصادفی تولید شده برای  $\varepsilon_{ij}$  ها، مقادیر چهار مشاهده برای  $y_{ij}$  ها (مشاهدات برای نمونه  $j$ ام) بدست می‌آید، پس اندازه هر نمونه برابر ۴ است ( $n = 4$ ). ابتدا ۵ نمونه ابتدایی تحت کنترل با اندازه نمونه فوق‌الذکر  $n = 4$  در نظر گرفته می‌شود که از اطلاعات این نمونه‌ها برای بدست

آوردن آماره‌های اولیه مورد نیاز، استفاده می‌شود. در واقع این ۵ نمونه روی نمودار کنترل رسم نمی‌شوند. از آنجایی که در فرایندهای تولید کوتاه مدت، اغلب وقت کافی برای اخذ نمونه‌های مورد نظر برای تخمین پارامترهای فرآیند در شرایط تحت کنترل وجود ندارد، ۵ نمونه مذکور به عنوان داده‌های اولیه برای تخمین آماره‌های مرتبط با دوره تولید کوتاه مدت مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس نمونه‌گیری اصلی آغاز شده و با استفاده از روابط (۲) الی (۲۲) مندرج در بخش‌های ۲، ۳، ۳-۱، ۳-۲ و ۳-۳ که متناسب با شرایط دوره‌های تولید کوتاه مدت هستند، آماره‌های مربوط روی نمودارهای کنترل پیشنهادی به همراه حدود بالا و پایین رسم شده و پایش فرآیند تولید کوتاه مدت آغاز می‌شود. برای تبیین بیشتر شرایط فرآیند تولید کوتاه مدت در مثال عددی، نمودار پایش عرض از مبدأ مد نظر قرار داده می‌شود. برای هر نمونه  $j$  ابتدا چهار مشاهده  $y_{ij}$  را در نظر گرفته و طبق روابط مندرج در بخش ۳: ( $n = 4$ ) و  $\bar{y}_j = (1/n) \sum_{i=1}^n y_{ij}$  و  $b_{0j} = \bar{y}_j$  اکنون با بدست آمدن مقدار  $b_{0j}$  آنرا در آماره  $T_j$  (رابطه ۶) قرار داده و با بدست آمدن  $T_j$  آنرا در رابطه (۷) قرار داده و آماره  $Q_j$  بدست می‌آید. سپس نمودار کنترل EWMA را برای آماره  $Q_j$  تعریف کرده و با حدود کنترل تعیین شده، پایش فرآیند تحت شرایط تولید کوتاه مدت از همان مراحل ابتدایی فرآیند آغاز می‌شود. اکنون با این فرض که یک شیفت (تغییر) در پارامتر (های) فرآیند بعد از نمونه  $\tau$  ام اتفاق بیفتد که به آن نقطه تغییر گفته می‌شود، براساس تغییرات پارامترهای مختلف پروفایل و همچنین  $\tau$  های مختلف، مقادیر ARL خارج از کنترل در فرآیند شبیه سازی محاسبه شده و در جداول مربوط به تفکیک هر پارامتر و نقاط تغییر مختلف  $\tau$  ارائه شده‌اند. مقادیر ARL خارج از کنترل در جداول مربوطه در حقیقت متوسط تعداد نقاطی (نمونه‌هایی) را نشان می‌دهد که بعد از ایجاد تغییر در پارامتر مربوطه در نمونه  $\tau$  ام باید روی نمودار رسم شوند تا یک نقطه (نمونه) خارج از حدود کنترل بیفتد. برای محلهای رخدادن تغییر در فرآیند ( $\tau$  ها)، مقادیر مختلف ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۵۰ در جداول مربوطه در نظر گرفته شده است. در جداول ۱ تا ۴ رویکرد پیشنهادی مقاله در قالب روش RPCC<sup>۳</sup> با روش پیشنهادی زو و همکاران [۲۸] در قالب نمودار SS Chart مقایسه شده است. این نمودار، یک نمودار کنترل خودآغازکننده است که براساس باقیمانده‌های

۳ Regression Parameters Control Chart

پروفایل یکسان مثال عددی فوق الذکر استفاده نموده‌اند. در جداول ۱ تا ۳ بر اساس مثال عددی مذکور، به ترتیب نتایج شبیه سازی مرتبط با تغییرات در پارامترهای عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد خطا در مدل اصلی (رابطه ۱) مورد مقایسه قرار گرفته است. در جدول ۴ نیز نتیجه شبیه سازی مربوط به تغییر در پارامتر شیب مدل تغییر یافته (رابطه ۵) ارائه شده است. در جداول مذکور، مقادیر شیب‌های پارامترهای مربوطه در ستون عمودی و مقادیر  $\tau$  های مختلف (نقاط تغییر) در سطر افقی ذکر شده و مقادیر ARL خارج از کنترل همان اعداد داخل جدول هستند که برای روش پیشنهادی RPCC و همچنین نمودار رقیب SS Chart مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است که در ابتدا متوسط طول دنباله تحت کنترل (ARL<sub>1</sub>) برای نمودارهای مذکور یکسان و معادل ۲۰۰ تعیین شده و سپس مقادیر ARL خارج از کنترل (ARL<sub>0</sub>) برای این نمودارها محاسبه شده‌اند. مقادیر ARL خارج از کنترل در جداول مربوطه در حقیقت متوسط تعداد نقاطی (نمونه‌هایی) را نشان می‌دهد که بعد از ایجاد تغییر در پارامتر مربوطه در نمونه  $\tau$  ام باید روی نمودار رسم شوند تا یک نقطه (نمونه) خارج از حدود کنترل بیفتد (کشف شود). هر روشی که ARL<sub>1</sub> کمتری داشته باشد یعنی سریع‌تر تغییر در پارامتر مربوطه را تشخیص داده و لذا روش بهتری محسوب می‌شود. هر جا در جداول مقادیر عددی به صورت پرننگ نمایش داده شده‌اند بیانگر عملکرد بهتر روش مربوطه تحت آن شرایط می‌باشد. به طور مثال در جدول ۲ در شرایط تغییر در پارامتر شیب در مدل اصلی به اندازه ۰/۰۲۵ و نقطه تغییر ۱۵، اعداد داخل جدول که بیانگر ARL خارج از کنترل برای روشهای RPCC و SS Chart هستند به ترتیب ۱۸۹/۶۵۹۲ و ۱۹۹/۶۲۵۷ می‌باشند که با توجه به اینکه عدد کوچکتر مربوط به روش پیشنهادی مقاله یعنی RPCC است به صورت پرننگ نشان داده شده و به معنی عملکرد بهتر روش پیشنهادی RPCC در کشف سریعتر تغییر در پارامتر مذکور نسبت به روش رقیب یعنی SS Chart است. در راستای تحلیل بیشتر جداول ارائه شده باید گفت که در ستونهای عمودی جداول و در نظر گرفتن یک نقطه تغییر مشخص، با حرکت از بالا به پایین جدول، به همراه افزایش میزان تغییرات در پارامتر مربوطه ملاحظه می‌شود که هر دو روش با میزان ARL<sub>1</sub> (ARL خارج از کنترل) کمتری تغییرات را کشف می‌کنند و یا به عبارتی تغییرات مربوطه را سریع‌تر کشف می‌کنند. به طور مثال در جدول ۱ در ستونی که نقطه تغییر  $\tau$  برابر ۱۵ است، روش پیشنهادی مقاله یعنی RPCC میزان تغییر در عرض از مبدا به میزان ۰/۲ را با متوسط طول دنباله ۱۸۲/۶۶۱۰ کشف میکند، در حالیکه میزان تغییر ۱/۸ در پارامتر

بازگشتی طراحی شده و به منظور کشف تغییرات در پارامترهای عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد پروفایل های خطی در مرحله آغازین یک فرایند بکار می‌رود. نمودار مذکور در شرایط نامعلوم بودن پارامترهای فرایند و عدم وجود تعداد نمونه های کافی اولیه، دارای عملکرد مناسبی است. همچنین در مقاله زو و همکاران [۲۸]، ابزار مفیدی مبتنی بر نسبت درستنمایی ماکزیمم برای تخمین زمان وقوع تغییرات معرفی شده است. بعلاوه در کاربردهای عملی، اگر شخصی بخواهد بفهمد که تغییرات در کدام پارامترهای پروفایل، منجر به تغییر در فرآیند شده است، سه تست پارامتر برای کمک به این هدف پیشنهاد شده است. برای اطلاع بیشتر درباره این روش به مقاله زو و همکاران [۲۸] رجوع فرمایید. بطور کلی در فرایندهای تولید کوتاه مدت، از آنجایی که اغلب پارامترهای فرایند ناشناخته بوده و نمونه های کافی برای تخمین این پارامترها در دسترس نیست، می‌توان از روشها و نمودارهای کنترل خودآغاز کننده برای پایش فرایندها بهره جست. این نمودارها با بهره گیری از آماره های متعددی که نیازی به معلوم بودن پارامترهای مکانی و پراکندگی فرآیند ندارند و در نهایت استفاده از نمودارهای EWMA و CUSUM برای کشف سریع تغییرات کوچک، تطابق و جایگاه مناسبی برای مقایسه با روش پیشنهادی مقاله دارند. در روش پیشنهادی مقاله به دلیل محدودیت زمانی برای گرفتن نمونه های اولیه و در نتیجه فقدان اطلاعات کافی برای تخمین پارامترهای فرآیند، در ابتدا از آماره T و سپس از آماره Q (به منظور نرمال کردن) استفاده شده است. سپس بدلیل اینکه نمودار EWMA نسبت به نمودارهای کنترل متداول مانند شوارت دارای متوسط طول دنباله کمتری برای کشف تغییرات کوچک هستند، آماره Q مذکور را برای هر نمونه  $j$  بعنوان ورودی برای تعیین آماره نهایی نمودار EWMA در نظر گرفته و با ارائه حدود کنترل نمودار مذکور، پایش فرایند انجام شده است. در روش رقیب (SS Chart) که مبتنی بر باقیمانده های بازگشتی است، ابتدا باقیمانده های بازگشتی با تابع توزیع  $t$  معرفی شده و سپس با تبدیل آماری به آماره ای با توزیع نرمال استاندارد تبدیل شده است. آماره اخیر را در نمودارهای EWMA مرتبط با عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد وارد کرده و با توجه به آماره نهایی و حدود کنترل نمودار EWMA، پایش فرآیند آغاز شده است. لذا با در نظر گرفتن رویکردهای ذکر شده در روش پیشنهادی یعنی RPCC و روش رقیب (SS Chart) منطقی بنظر می‌رسد که برای مقایسه و ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی مقاله، روش SS Chart بعنوان رقیب مد نظر قرار گیرد. روش پیشنهادی و روش رقیب برای قابل مقایسه بودن از

به روش رقیب SS Chart بهتر است. همچنین در شیفت کوچک ۰/۵ به ازای نقطه تغییر  $\tau = 10$  روش پیشنهادی عملکرد بهتری دارد. در سایر موارد روش رقیب عملکرد مناسب‌تری دارد. همچنین از جدول مشخص است که با افزایش  $\tau$  ها و در شیفت‌های بزرگ عملکرد روشها به یکدیگر نزدیک شده و از نظر سرعت کشف شیفت، هر دو مناسب به نظر می‌رسند. جدول ۳ مقادیر ARL خارج از کنترل را برای تغییرات مختلف در انحراف استاندارد (معیار) به ازای نقاط تغییر ( $\tau$ ) مختلف نشان می‌دهد. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که در شیفت‌های بزرگ و به ازای نقاط تغییر بزرگ‌تر از ۲۰ عملکرد دو روش، یکسان و از نقطه نظر سرعت کشف شیفت عملکرد مطلوبی دارند ولی بطور کلی عملکرد روش SS Chart نسبت به روش RPCC در تغییرات پارامتر مذکور مطلوب‌تر ارزیابی می‌شود. جدول ۴ بیانگر مقادیر خارج از کنترل برای تغییرات مختلف در پارامتر شیب مربوط به مدل تغییر یافته (رابطه ۵) است که برای مثال عددی در ارزیابی عملکرد به صورت  $y_{ij} = 13 + 2x_i + \varepsilon_{ij}$  مدل شده و به ازای  $\tau$  های (نقاط تغییر) مختلف انعکاس یافته است. عملکرد روش پیشنهادی RPCC در شیفت‌های کوچک و متوسط و به ازای نقاط تغییر ( $\tau$ ) مختلف، بهتر از روش رقیب یعنی روش SS Chart می‌باشد. همچنین در شیفت‌های بزرگ ۰/۹ و ۱ روش رقیب SS Chart با اختلاف نسبتاً کمی عملکرد بهتری نسبت به روش پیشنهادی RPCC دارد. قابل ذکر است که هر دو روش در شیفت‌های بزرگ و نقاط تغییر بزرگ‌تر از ۲۰، عملکرد تقریباً یکسان و مناسبی را به منظور کشف شیفتها از خود نشان می‌دهند. در انتهای مقاله، جدول ۱ تا ۴ ارائه شده است.

##### ۵ - نتیجه گیری و پیشنهادها برای مطالعه آتی

در این مقاله رویکردی برای پایش پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده در فرایندهای تولید کوتاه مدت پیشنهاد شد. در این روش ابتدا سه نمودار طراحی شد که پارامترهای عرض از مبدأ، شیب و انحراف استاندارد خطای پروفایل‌های خطی ساده را مورد پایش قرار می‌دهند و با ادغام این سه نمودار، روش پیشنهادی RPCC به منظور پایش همزمان پارامترهای مذکور توسعه داده شد. در ادامه، روش پیشنهادی یادشده با نمودار کنترل مطرح شده در یکی از روشهای مندرج در ادبیات تحت عنوان SS Chart از طریق مطالعات شبیه‌سازی مقایسه و نتایج در قالب جداول متعددی ارائه شد. نتایج شبیه سازی نشان داد که روش توسعه داده شده، دارای عملکرد مناسبی در کشف تغییرات متوسط و بزرگ بر اساس معیار متوسط طول دنباله

در همان ستون برای روش RPCC با متوسط طول دنباله ۳/۴۳۴۱ کشف می‌گردد. یعنی تغییرات بزرگ‌تر در پارامترها، سریعتر نیز کشف می‌شوند. از طرفی با در نظر گرفتن سطرهای افقی جداول و مد نظر قرار دادن میزان معینی از تغییر در پارامتر، با حرکت از سمت چپ به راست ملاحظه می‌شود که در هر دو روش، هر چه مقدار  $\tau$  ها بزرگتر می‌شود، آنگاه ARL کمتری برای کشف تغییر مربوطه بدست می‌آید. یعنی هر چه پس از رسم نمونه‌های بیشتری تغییر در پارامتر رخ دهد یا عبارت دیگر هر چه اطلاعات بیشتری از نمونه‌های اولیه در دسترس باشد و تخمین بهتری از پارامترها در حالت تحت کنترل وجود داشته باشد، آنگاه تغییرات سریع تر کشف می‌شوند. به طور مثال در همین جدول ۱ در سطری که میزان تغییر در پارامتر عرض از مبدأ ۱/۴ است، روش پیشنهادی RPCC تغییر مزبور را در نقطه تغییر  $\tau = 10$  با متوسط طول دنباله ۴۲/۵۲۸۹ کشف می‌کند در حالیکه همین روش، تغییر یاد شده را در نقطه تغییر  $\tau = 50$  با متوسط طول دنباله ۲/۱۳۹۰ کشف می‌نماید. یعنی تغییر در پارامتر مربوطه در نمونه پنجاهم نسبت به تغییر در پارامتر در نمونه دهم، با تعداد نمونه کمتر و در نتیجه زودتر کشف می‌شود و این به آن دلیل است که در نمونه پنجاهم اطلاعات بیشتری از فرآیند در دسترس بوده و تخمین بهتری از پارامتر عرض از مبدأ در شرایط تحت کنترل بدست می‌آید. در ادامه تحلیل جداول ۱ تا ۴ به تفکیک ارائه شده است. جدول ۱ مقادیر خارج از کنترل ARL ناشی از تغییر در پارامتر عرض از مبدأ را به ازای مقادیر مختلف تغییرات و به ازای  $\tau$  های مختلف برای روش پیشنهادی RPCC و روش رقیب SS Chart ارائه نموده است. گفتنی است عملکرد هر دو نمودار با افزایش میزان تغییرات در پارامتر عرض از مبدأ ( $\delta_0$ ) بهبود می‌یابد. همچنین عملکرد نمودارها با افزایش در  $\tau$  ها (نقاط تغییر) نیز بهبود می‌یابد (به این دلیل که ARL ها در هر دو مورد کاهش نشان می‌دهند و این نشانه کشف سریع‌تر تغییر و در نتیجه بهبود عملکرد نمودارها می‌باشد). قابل ذکر است که در شیفت کوچک ۰/۲ در عرض از مبدأ برای  $\tau$  های ۱۰ و ۱۵ روش پیشنهادی RPCC عملکرد مناسب‌تری نسبت به روش رقیب یعنی SS Chart دارد. در سایر موارد روش رقیب عملکرد بهتری نسبت به روش RPCC دارد. ولی در شیفت‌های بزرگ و از  $\tau = 20$  به بعد (مقادیر  $\tau$  بزرگ‌تر از ۲۰) عملکرد هر دو نمودار نسبتاً یکسان به نظر می‌رسد. در جدول ۲ مقادیر خارج از کنترل ARL برای تغییرات مختلف در پارامتر شیب و به ازای نقاط تغییر ( $\tau$ ) مختلف ارائه شده است. این جدول نشان می‌دهد که در شیفت کوچک ۰/۲۵ عملکرد روش پیشنهادی RPCC نسبت

آنجایی که در این مطالعه رویکرد پایش همزمان پارامترهای پروفایل خطی ساده در نظر گرفته شده است لذا در ادامه به عنوان زمینه مطالعاتی برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود که توسعه و طراحی نمودارهایی برای پایش پارامترها در دیگر انواع پروفایلها شامل پروفایلهای خطی چندگانه، چند جمله ای و چند متغیره در فرایندهای تولید کوتاه مدت مد نظر قرار گیرد. از طرفی توسعه روشهای شناسایی نقطه تغییر در فرایندهای تولید کوتاه مدت نیز زمینه مناسبی برای تحقیقات آینده است.

خارج کنترل می‌باشد. همچنین با بررسی تعداد نمونه های اولیه تحت کنترل این نتیجه حاصل شد که هر چقدر پس از نمونه های اولیه بیشتری تغییر پارامتر رخ دهد یا به عبارت بهتر هر چه اطلاعات بیشتری از نمونه های اولیه در دسترس باشد و تخمین بهتری از پارامترها در حالت تحت کنترل وجود داشته باشد، آنگاه مقدار ARL خارج از کنترل کمتری برای کشف تغییر مربوطه بدست می‌آید و این به معنای کشف سریعتر تغییرات و در نتیجه بهبود عملکرد روشها است. از

جدول ۱: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در پارامتر عرض از مبدأ از  $A_0$  به  $A_0 + \delta_0\sigma$  و به ازای نقاط تغییر مختلف

$\delta$	Methods	$\tau = 1.0$	$\tau = 1.5$	$\tau = 2.0$	$\tau = 2.5$	$\tau = 3.0$	$\tau = 5.0$
۰/۲	RPCC	۱۸۶/۸۴۲۱	۱۸۲/۶۶۱۰	۱۷۷/۹۵۳۵	۱۷۳/۹۱۴۶	۱۶۹/۶۵۶۷	۱۵۰/۸۱۱۲
	SSchart	۱۹۷/۲۵۶۰	۱۸۳/۵۴۹۸	۱۶۸/۷۶۴۴	۱۶۴/۶۲۰۷	۱۵۴/۱۲۶۷	۱۲۰/۳۳۰۷
۰/۴	RPCC	۱۶۵/۷۶۸۷	۱۴۳/۲۲۰۰	۱۲۶/۴۰۲۰	۱۰۸/۲۹۳۱	۹۶/۹۷۷۵	۵۸/۶۴۳۲
	SSchart	۱۳۳/۴۸۰۶	۱۰۵/۴۹۱۸	۷۷/۹۸۲۰	۶۳/۱۹۱۱	۵۰/۳۵۲۷	۲۹/۴۵۶۳
۰/۶	RPCC	۱۳۶/۸۴۲۲	۹۸/۱۳۴۴	۶۷/۶۷۳۳	۴۹/۷۱۱۱	۳۵/۰۲۲۴	۱۴/۵۵۶۶
	SSchart	۶۷/۶۳۱۱	۳۳/۲۴۰۷	۲۰/۸۰۵۸	۱۵/۲۰۷۳	۱۲/۰۰۴۰	۸/۶۱۸۷
۰/۸	RPCC	۱۰۸/۱۲۵۳	۵۵/۵۶۰۳	۲۹/۲۸۴۶	۱۷/۶۴۲۵	۱۱/۳۷۲۶	۶/۵۰۱۸
	SSchart	۲۱/۸۰۲۹	۹/۵۶۸۵	۶/۶۴۶۲	۵/۹۲۳۶	۵/۷۱۵۷	۵/۱۴۵۳
۱/۰	RPCC	۸۰/۳۳۲۰	۲۹/۵۱۴۲	۱۱/۸۴۶۸	۶/۷۱۰۴	۵/۲۲۳۲	۴/۳۸۲۷
	SSchart	۶/۸۵۷۸	۴/۶۴۰۲	۴/۲۵۸۵	۴/۰۵۹۳	۳/۹۴۵۷	۳/۷۰۹۷
۱/۲	RPCC	۵۷/۴۴۹۱	۱۳/۹۹۵۸	۵/۵۰۲۰	۴/۳۷۷۴	۳/۸۸۱۵	۳/۴۶۱۶
	SSchart	۴/۰۸۴۴	۳/۴۵۸۰	۳/۲۶۰۵	۳/۱۷۵۵	۳/۰۸۱۰	۲/۹۸۸۳
۱/۴	RPCC	۴۲/۵۲۸۹	۶/۹۴۸۱	۳/۷۷۳۹	۳/۳۶۷۵	۳/۲۰۶۲	۲/۱۳۹۰
	SSchart	۳/۱۱۸۴	۲/۸۰۴۹	۲/۷۰۲۵	۲/۶۶۲۷	۲/۵۸۵۰	۲/۵۲۰۳
۱/۶	RPCC	۳۰/۳۲۵۶	۴/۵۴۴۰	۳/۱۱۷۱	۲/۸۵۳۳	۲/۷۴۸۱	۲/۵۰۴۷
	SS chart	۲/۶۰۱۵	۲/۴۲۷۱	۲/۳۴۰۲	۲/۲۹۷۵	۲/۲۵۴۷	۲/۲۱۶۰
۱/۸	RPCC	۲۳/۵۰۸۳	۳/۴۳۴۱	۲/۷۳۶۹	۲/۵۳۹۸	۲/۴۳۳۲	۲/۲۴۴۰
	SS chart	۲/۲۹۷۱	۲/۱۵۳۸	۲/۰۹۷۳	۲/۰۶۶۷	۲/۰۳۵۷	۲/۰۱۱۷

$\delta_1$	Methods	$\tau=10$	$\tau=15$	$\tau=20$	$\tau=25$	$\tau=30$	$\tau=50$
۲	RPCC	۱۵/۲۸۹۳	۲/۸۵۹۵	۲/۴۷۹۱	۲/۳۰۳۱	۲/۲۰۸۲	۲/۰۲۹۳
	SSchart	۲/۰۸۰۴	۱/۹۶۵۱	۱/۹۲۱۳	۱/۹۰۰۲	۱/۸۶۸۰	۱/۸۲۸۰

جدول ۲: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در پارامتر شیب از  $A_1$  به  $A_1 + \delta_1 \sigma$  و به ازای نقاط تغییر مختلف

$\delta_1$	Methods	$\tau=10$	$\tau=15$	$\tau=20$	$\tau=25$	$\tau=30$	$\tau=50$
۰/۰۲۵	RPCC	۱۹۰/۳۶۵۷	۱۸۹/۶۵۹۲	۱۸۷/۶۷۹۸	۱۸۴/۸۹۶۰	۱۸۳/۱۲۸۱	۱۷۶/۰۶۷۲
	SS chart	۲۱۰/۵۵۲۷	۱۹۹/۶۲۵۷	۱۹۵/۲۹۲۰	۱۸۸/۶۵۹۷	۱۸۵/۹۳۵۳	۱۷۰/۰۱۴۰
۰/۰۵	RPCC	۱۷۹/۴۷۱۶	۱۷۰/۴۲۴۴	۱۶۱/۵۸۰۴	۱۵۲/۷۰۲۵	۱۴۴/۷۷۰۴	۱۱۸/۷۷۷۳
	SS chart	۱۸۴/۰۷۱۳	۱۶۷/۴۴۰۳	۱۵۰/۹۰۹۷	۱۳۷/۲۷۷۷	۱۲۵/۲۲۸۷	۱۰۰/۲۷۳۰
۰/۰۷۵	RPCC	۱۶۶/۲۷۴۴	۱۴۳/۰۹۵۶	۱۲۳/۸۶۲۰	۱۰۹/۳۹۲۴	۹۵/۵۲۷۸	۶۰/۵۳۵۲
	SS chart	۱۴۵/۲۹۲۰	۱۰۹/۷۱۶۷	۹۰/۱۷۰۷	۷۷/۹۳۵۳	۶۰/۴۵۴۰	۳۴/۱۷۰۷
۰/۱	RPCC	۱۴۳/۱۸۶۶	۱۱۰/۹۳۵۷	۸۴/۸۲۱۷	۶۴/۵۱۳۹	۵۰/۱۸۵۶	۲۴/۹۰۱۸
	SS chart	۱۰۲/۲۰۳۰	۶۳/۷۰۱۳	۴۴/۱۸۹۰	۳۲/۹۶۵۷	۲۴/۸۳۱۰	۱۳/۸۴۱۳
۰/۱۲۵	RPCC	۱۲۴/۱۸۲۱	۷۹/۹۲۲۰	۵۰/۸۶۸۸	۳۵/۰۶۹۴	۲۴/۸۹۴۷	۱۰/۹۲۴۴
	SS chart	۶۳/۳۰۸۳	۲۶/۹۱۴۰	۱۷/۹۰۸۰	۱۳/۲۵۴۷	۱۰/۷۳۴۷	۷/۸۸۰۰
۰/۱۵	RPCC	۱۰۶/۸۱۱۱	۵۵/۵۴۶۶	۳۰/۴۷۳۶	۱۶/۴۵۴۷	۱۱/۷۱۴۸	۶/۹۲۳۳
	SS chart	۲۷/۳۰۷۰	۱۲/۵۴۹۷	۸/۴۷۷۷	۶/۹۶۱۰	۶/۴۱۸۳	۵/۶۰۵۷
۰/۱۷۵	RPCC	۸۵/۱۳۲۲	۳۶/۲۸۰۸	۱۵/۴۶۶۶	۹/۶۳۳۵	۶/۵۶۴۸	۵/۱۹۱۳
	SS chart	۱۳/۴۸۱۷	۶/۹۹۴۰	۵/۴۳۶۰	۵/۰۸۵۷	۴/۸۹۴۰	۴/۵۲۴۰
۰/۲	RPCC	۶۵/۴۵۸۷	۲۰/۳۴۷۵	۸/۶۷۸۰	۶/۱۶۰۲	۴/۹۷۸۱	۴/۲۳۱۴
	SS chart	۶/۷۸۷۰	۴/۵۹۶۳	۴/۲۳۱۷	۴/۰۵۱۰	۳/۹۲۸۰	۳/۷۴۰۳

$\delta_1$	Methods	$\tau = 10$	$\tau = 15$	$\tau = 20$	$\tau = 25$	$\tau = 30$	$\tau = 50$
۰/۲۲۵	RPCC	۵۱/۸۲۹۳	۱۳/۸۹۵۹	۵/۵۹۷۵	۴/۵۴۸۰	۴/۰۸۵۴	۳/۶۱۵۱
	SSchart	۴/۶۲۴۳	۳/۹۰۵۰	۳/۵۹۴۷	۳/۴۴۶۰	۳/۳۳۴۰	۳/۲۵۱۷
۰/۲۵	RPCC	۴۰/۰۸۲۴	۸/۹۹۲۸	۴/۴۲۰۷	۳/۷۱۷۴	۳/۵۱۲۵	۳/۱۹۴۰
	SS chart	۳/۶۹۹۰	۳/۲۷۳۳	۳/۰۵۵۰	۳/۰۲۳۷	۲/۹۳۸۷	۲/۸۴۸۳

جدول ۳: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در انحراف استاندارد از  $\sigma$  به  $\gamma\sigma$  و به ازای نقاط تغییر مختلف

$\gamma$	Methods	$\tau = 10$	$\tau = 15$	$\tau = 20$	$\tau = 25$	$\tau = 30$	$\tau = 50$
۱/۲	RPCC	۱۵۱/۹۶۷۶	۱۳۷/۸۲۹۸	۱۲۸/۸۰۱۳	۱۲۰/۲۳۰۴	۱۱۳/۱۰۲۷	۹۰/۵۷۹۵
	SS chart	۷۲/۳۳۸۷	۶۸/۸۰۶۷	۶۱/۸۴۱۳	۵۸/۴۹۵۷	۵۶/۹۰۲۷	۵۰/۷۸۰۳
۱/۴	RPCC	۱۰۴/۴۳۲۲	۸۱/۰۵۸۴	۶۵/۱۳۱۰	۵۴/۴۳۳۷	۴۶/۷۷۴۵	۲۷/۹۹۵۵
	SS chart	۲۷/۶۹۸۰	۲۳/۰۶۹۳	۲۰/۸۱۰۳	۱۸/۵۸۲۷	۱۷/۳۴۵۳	۱۴/۰۵۳۳
۱/۶	RPCC	۶۴/۶۳۶۵	۴۱/۱۹۹۳	۲۸/۱۲۴۶	۲۱/۰۲۰۶	۱۶/۲۷۴۹	۱۰/۴۲۰۲
	SS chart	۱۳/۰۳۸۳	۱۰/۴۹۸۷	۹/۰۴۱۷	۷/۹۳۷۷	۷/۵۰۲۷	۶/۵۴۶۷
۱/۸	RPCC	۳۷/۵۰۷۶	۲۰/۲۵۴۴	۱۲/۵۸۵۷	۹/۹۲۰۳	۷/۷۷۰۸	۶/۰۹۹۸
	SS chart	۷/۲۴۶۳	۶/۰۳۰۷	۵/۲۳۱۰	۵/۰۹۴۰	۴/۶۹۷۳	۴/۳۳۹۰
۲	RPCC	۲۲/۳۸۰۰	۹/۸۶۱۷	۶/۹۶۳۶	۵/۶۵۵۶	۵/۰۶۸۰	۴/۴۷۱۴
	SS chart	۴/۹۹۱۷	۴/۰۸۵۳	۳/۷۸۳۷	۳/۵۶۰۰	۳/۳۹۲۳	۳/۲۰۰۰
۲/۲	RPCC	۱۱/۷۹۶۶	۵/۸۳۳۲	۴/۵۶۱۹	۴/۰۸۷۶	۳/۸۷۱۳	۳/۵۶۵۱
	SS chart	۳/۶۵۲۷	۳/۱۵۰۷	۲/۹۹۲۷	۲/۸۵۳۳	۲/۷۶۹۰	۲/۶۱۶۰
۲/۴	RPCC	۷/۰۸۳۸	۴/۲۲۷۰	۳/۵۲۹۴	۳/۳۱۴۰	۳/۱۷۴۲	۳/۰۰۴۹
	SS chart	۳/۰۳۱۳	۲/۶۰۱۰	۲/۴۶۴۰	۲/۳۱۷۷	۲/۲۴۴۷	۲/۲۰۲۰

$\gamma$	Methods	$\tau=10$	$\tau=15$	$\tau=20$	$\tau=25$	$\tau=30$	$\tau=50$
۲/۶	RPCC	۵/۱۴۵۲	۳/۳۷۶۱	۲/۹۹۴۳	۲/۸۵۹۱	۲/۷۳۳۹	۲/۵۹۰۳
	SS chart	۲/۵۲۹۷	۲/۲۸۴۷	۲/۰۹۷۰	۲/۰۵۶۰	۲/۰۱۲۷	۱/۹۱۵۳
۲/۸	RPCC	۳/۷۸۸۴	۲/۷۸۲۲	۲/۶۱۰۰	۲/۵۱۳۰	۲/۴۱۳۱	۲/۳۳۹۰
	SS chart	۲/۲۳۲۳	۱/۹۶۵۰	۱/۸۷۷۳	۱/۸۳۶۰	۱/۷۹۶۰	۱/۷۲۶۳
۳	RPCC	۳/۰۴۹۰	۲/۴۳۷۳	۲/۳۴۱۱	۲/۲۶۵۱	۲/۱۹۴۵	۲/۰۹۰۸
	SS chart	۱/۹۸۳۷	۱/۷۹۴۰	۱/۷۱۶۳	۱/۶۶۶۳	۱/۶۲۳۳	۱/۵۹۰۳

جدول ۴: مقادیر خارج از کنترل ARL با تغییر در پارامتر شیب مدل تغییر یافته از  $B_1$  به  $B_1 + \delta_1 \sigma$  و به ازای نقاط تغییر مختلف

$\delta_1$	Methods	$\tau=10$	$\tau=15$	$\tau=20$	$\tau=25$	$\tau=30$	$\tau=50$
۰/۲	RPCC	۱۵۹/۲۲۰۰	۱۳۲/۹۷۱۶	۱۱۲/۰۴۶۴	۹۶/۴۰۷۰	۸۰/۸۳۰۸	۴۲/۹۸۹۵
	SS chart	۲۲۰/۹۱۹۳	۲۱۹/۰۸۵۰	۲۱۲/۱۹۳۰	۲۰۴/۳۳۳۵	۲۰۹/۲۵۳۵	۱۹۵/۷۹۷۰
۰/۳	RPCC	۱۲۴/۷۳۵۴	۸۱/۲۷۰۸	۵۲/۸۱۰۷	۳۴/۴۲۶۹	۲۳/۴۸۱۲	۱۰/۱۲۹۷
	SS chart	۲۱۸/۲۰۴۰	۲۱۵/۷۳۶۰	۲۰۰/۴۵۶۰	۱۹۵/۴۲۳۰	۱۸۷/۹۵۶۰	۱۶۴/۴۹۶۰
۰/۴	RPCC	۹۱/۷۱۷۶	۴۳/۰۸۸۸	۱۹/۱۴۳۲	۱۰/۲۶۶۲	۷/۵۷۹۱	۵/۲۱۰۱
	SS chart	۲۱۶/۵۰۳۰	۲۰۰/۵۸۲۰	۱۸۲/۵۴۳۰	۱۶۱/۱۹۲۰	۱۵۱/۱۴۲۵	۸۵/۱۴۵۸
۰/۵	RPCC	۶۷/۲۲۷۴	۱۸/۴۹۵۹	۷/۶۴۲۰	۴/۸۵۵۵	۴/۳۲۳۸	۳/۷۹۶۰
	SS chart	۲۱۰/۴۲۸۰	۱۵۸/۱۸۰۵	۱۲۱/۰۴۳۵	۹۶/۳۳۳۵	۶۵/۲۱۵۵	۲۲/۱۵۰۸
۰/۶	RPCC	۴۸/۴۰۴۲	۸/۰۶۳۴	۴/۱۹۷۹	۳/۵۲۱۱	۳/۳۱۵۳	۳/۰۴۴۷
	SS chart	۱۶۵/۲۵۱۱	۹۰/۹۱۹۵	۵۸/۴۲۹۵	۲۸/۳۹۹۰	۱۷/۹۰۵۰	۵/۹۲۳۲
۰/۷	RPCC	۳۲/۴۱۰۴	۵/۰۳۷۳	۳/۲۰۵۴	۲/۹۴۷۵	۲/۷۹۵۳	۲/۵۷۸۴
	SS chart	۱۰۴/۹۸۴۲	۳۵/۶۲۳۰	۱۲/۹۵۰۸	۵/۵۱۴۴	۴/۹۱۴۵	۲/۹۸۱۸
۰/۸	RPCC	۲۱/۳۶۸۰	۳/۶۳۳۵	۲/۷۵۰۵	۲/۵۵۶۵	۲/۴۴۳۳	۲/۲۴۸۵
	SS chart	۴۸/۴۹۴۴	۱۰/۵۲۹۸	۳/۲۴۱۶	۲/۶۱۳۶	۲/۴۱۲۵	۲/۲۱۴۶

$\delta_1$	Methods	$\tau = 10$	$\tau = 15$	$\tau = 20$	$\tau = 25$	$\tau = 30$	$\tau = 50$
۰/۹	RPCC	۱۳/۳۸۵۶	۲/۸۹۹۱	۲/۴۴۹۰	۲/۲۸۸۳	۲/۱۹۵۶	۲/۰۲۴۰
	SSchart	۱۵/۱۸۴۲	۲/۷۷۶۲	۲/۱۱۲۰	۱/۹۴۱۰	۱/۸۹۷۵	۱/۷۵۵۰
۱/۰۰	RPCC	۱۰/۱۵۶۶	۲/۵۷۶۶	۲/۲۳۵۰	۲/۰۹۸۵	۲/۰۱۴۶	۱/۸۵۴۱
	SS chart	۴/۰۱۲۸	۱/۷۷۵۴	۱/۶۳۲۸	۱/۵۶۰۶	۱/۵۱۶۰	۱/۴۷۰۲

polynomial profiles in AR(1) processes, *ScientiaIranica, Transactions E: Industrial Engineering*, 17(1), 12-24.

[11] Amiri A., Eyvazian, M., Zou, C. & Noorossana R. (2012). A parameters reduction method for monitoring multiple linear regression profiles. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 58(5-8), 621-629.

[12] Amiri A., Saghaei A., Mohseni, M. & Zerehsaz, Y. (2014). Diagnosis aids in multivariate multiple linear regression profiles monitoring. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 43(14), 3057-3079.

[13] Ghashghaei, R., & Amiri, A. (2017). Sum of squares control charts for monitoring of multivariate multiple linear regression profiles in phase II. *Quality and Reliability Engineering International*, 33, 767-784.

[14] Ahmadi Yazdi, A., Hamadani, A.Z. & Amiri, A. (2019). Phase II monitoring of multivariate simple linear profiles with estimated parameters. *Journal of Industrial Engineering International*, 5(4), 557-570

[15] Ahmadi Yazdi, A., Hamadani, A.Z., Amiri, A. & Grzegorzczak, M. (2019). A new Bayesian multivariate exponentially weighted moving average control chart for phase II monitoring of multivariate multiple linear profiles. *Quality and Reliability Engineering International*, 35(7), 2152-2177.

[16] Hillier F.S. (1969). X-bar and R-chart control limits based on a small number of subgroups. *Journal of Quality Technology*, 1(1), 17-26.

[17] Yang, C.H. & Hillier, F.S. (1970). Mean and variance control chart limits based on a small number of subgroups. *Journal of Quality Technology*, 2(1), 9-16.

[18] Quesenberry, C.P. (1991). SPC Q charts for start-up processes and short or long

## مراجع

[1] Kang, L. & Albin, S.L. (2000). On-line monitoring when the process yields a linear profile. *Journal of Quality Technology*, 32(4), 418-426.

[2] Kim, K., Mahmoud, M.A. & Woodall, W.H. (2003). On the monitoring of linear profiles. *Journal of Quality Technology*, 35(3), 317-347.

[3] Khedmati, M. & Niaki, S.T.A. (2016). Monitoring simple linear profiles in multistage processes by a MaxEWMA control chart. *Computers & Industrial Engineering*, 98, 125-143.

[4] Saghaei, A., Mehrjoo, M., & Amiri, A. (2010). Monitoring simple linear profiles using cumulative sum control charts. *Amirkabir Journal of Science & Research- Mechanical Engineering*, 41(2), 73-82 (In Persian).

[5] Soleimani, P., Noorossana, R. & Amiri, A. (2009). Simple linear profiles monitoring in the presence of within profile autocorrelation. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3), 1015-1021.

[6] Kazemzadeh, R.B., Amiri, A., & Kouhestani, B. (2016). Monitoring simple linear profiles using variable sample size schemes. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 86(15), 2923-2945.

[7] Niaki, S.T.A., Abbasi, B., & Arkat, J. (2007). A generalized linear statistical model approach to monitor profiles. *International Journal of Engineering Transactions A Basics*, 20(3), 233-242.

[8] Noorossana, R., Fatemi, S.A., & Zerehsaz, Y. (2015). Phase II monitoring of simple linear profiles with random explanatory variables. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 779-787.

[9] Zhang, J., Li, Z. & Wang, Z. (2009). Control chart based on likelihood ratio for monitoring linear profiles. *Computational Statistics & Data Analysis*, 53(4), 1440-1448.

[10] Kazemzadeh, R.B., Noorossana, R. & Amiri, A. (2010). Phase II monitoring of autocorrelated



- [30]Tsung, F. & Xia,Z. (2019). A computationally efficient self-starting scheme to monitor general linear profiles with abrupt changes. *Quality Technology&QuantitativeManagement*, 16(3), 278-296.
- [31]Khosravi, P. & Amiri,A. (2019). Self-Starting control charts for monitoring logistic regression profiles. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 48(6), 1860-1871.
- [32] Ravichandran,J.(2019). Self-starting X-bar control chart based on Six Sigma quality and sometimes pooling procedure. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 89(2), 362-377
- [33] Sogandi,F.,Mousavi,S.M.&Amiri,A.(2018). Self-starting control chart and post signal diagnostics for monitoring project earned value management indices. *Journal of International and Systems Engineering*, 11(2), 85-100.
- [34] Zhang,G., Chen,G.& Castagliola,P.(2009).On t and EWMA t charts for monitoring changes in the process mean. *Quality and Reliability Engineering International*,25(8), 933-945
- [35]Celano,P.,Castagliola,P.,Trovato,E.&Fichera,S. (2011).Shewhart and EWMA t control charts for short production runs.*Quality and Reliability Engineering International*,27(3),313-326.
- [36]Hawkins,D.M.,Qiu,P.&Kang,C.W.(2003).The change point model for statistical process control. *Journal of Quality Technology*,35(4),355-366.
- [37]Hawkins,D. M.& Zamba,K.D.(2005).A change point model for a shift in variance.*Journal of Quality Technology*,37(1),21-31.
- [38]Hawkins,D.M. &Zamba,K.D.(2005).Statistical process control for shifts in mean or variance using a change point formulation. *Technometrics*,47(2),164-172.
- [39]Zamba,K.D.& Hawkins,D.M.(2006).A multivariate change point model for statistical process control. *Technometrics*,48(4),539-549.
- [40]Zhou,C.,Zou,C.,Zhang,Y.&Wang,Z.(2009).Nonparametric control chart based on change-point model. *Statistical Papers*,50(1),13-28.
- runs. *Journal of Quality Technology*, 23(3), 213-224.
- [19] Quesenberry, C.P.(1991).SPC Q charts for a binomial parameter p: short or long runs. *Journal of Quality Technology*,23(3),239-246.
- [20] Quesenberry, C.P.(1991).SPC Q charts for a poisson parameter $\lambda$ : short or long runs. *Journal of Quality Technology*,23(4),296-303.
- [21] Li,Z.,Luo,Y.,&Wang,Z.(2010).CUSUM of Q chart with variable sampling intervals for monitoring the process mean. *International Journal of Production Research*,48(16),4861-4876.
- [22] Li,Z., & Wang,Z.(2010). Adaptive CUSUM of Q chart. *International Journal of Production Research*,48(5),1287-1301.
- [23]Kawamura,H.,Nishina,K.,Higashide,M.& Suzuki T.(2013).Application of Q charts for short run autocorrelated data. *International Journal of Innovative Computing Information and Control*,9(6),3667-3676.
- [24]Hawkins, D. M. (1987).Self-starting CUSUM charts for location and scale, *The Statistician*,36(4),299-316.
- [25]Quesenberry, C. P. (1995). On properties of Q charts for variables. *Journal of Quality Technology*, 27(3), 184-203.
- [26]Sullivan, J. H., & Jones, L. A.. (2002). A self-starting control chart for multivariate individual observations, *Technometrics*, 44(1), 24-33.
- [27]Zantek, P.F. (2006). Design of cumulative sum schemes for start-up processes and short runs. *Journalof QualityTechnology*, 38(4),365-375.
- [28]Zou, C., Zhou, C., Wang, Z. &Tsong, F. (2007). A self-starting control chartfor linear profiles. *Journal of Quality Technology*, 39(4), 364-375.
- [29]Amiri, A., Khosravi, P. & Ghashghaei, R. (2016). A self-starting control chart for simultaneous monitoring of mean and variance of simple linear profiles, *International Journal of Engineering, Transactions C: Aspects*, 29(9), 1257-1266.

schemes. *Technometrics*, 49(4), 395-408.

[41] Zou, C., Tsung, F. & Wang, Z. (2007). Monitoring general linear profiles using multivariate EWMA