

آنالیز حساسیت و بررسی قابلیت اعتماد سیستم‌های منسجم با اجزاء وابسته در کارکرد

سیدمصطفی بنی‌طبا

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران (Ma_banitaba@yahoo.com)

رویا محمدعلی‌پور اهری

(نویسنده مسئول) استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

مهدی کرباسیان

دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان (mkarbasi@mut-es.ac.ir)

چکیده

بسیاری از مهندسان و محققان، مدل‌های قابلیت اطمینان خود را بر اساس این فرضیه قرار می‌دهند که اجزاء یک سیستم از نظر آماری به طور مستقل، کار می‌کنند و با شکست مواجه می‌شوند. این فرض اغلب در عمل نقض می‌گردد زیرا، عوامل خاص محیطی و سیستمی در کارکرد اجزاء تأثیر گذار بوده و در نتیجه به شکست‌های همبسته کمک می‌کند که می‌تواند قابلیت اطمینان یک سیستم را کاهش دهد. تعیین شاخص همبستگی اجزاء و تأثیر آن بر قابلیت اطمینان سیستم ضرورت دارد تا بتواند مدل‌ها را ملزم کند تا به طور صریح شکست‌های پیوسته را ترکیب و هماهنگ کند و برآورد درستی از قابلیت اطمینان سیستم ارائه دهند. رویکردهای قبلی برای مدل‌سازی همبستگی، محدود به سیستم‌هایی هستند که شامل دو یا سه جزء بوده و یا فرض می‌شوند که کارکرد اجزاء، از نظر آماری مستقل هستند. در این پژوهش ضمن در نظر گرفتن وابستگی بین کارکرد اجزاء به ارایه مدلی برای در نظر گرفتن این وابستگی و محاسبه قابلیت اطمینان سیستم‌های سری، موازی، سیستم‌های k -out of n ، موازی-سری و سری-موازی پرداخته شده است و برای درک بهتر مسئله مثال‌هایی همراه با تحلیل حساسیت ارایه گردیده که در آن اجزاء از لحاظ کارکرد بهم وابسته‌اند این مثال‌ها نشان می‌دهد که چگونه همبستگی بین اجزاء بر کارکرد آنها تأثیر گذار بوده است.

واژگان کلیدی: تحلیل حساسیت، میانگین مدت زمان تا خرابی، قابلیت اعتماد.

۱- مقدمه

ریسک ناشی از همبستگی کنترل شود. در صورت عدم وجود چنین رویکردی، مهندسان قابلیت اطمینان ممکن است همچنان کارکرد اجزاء را در یک روش آماری مستقل در نظر گرفته و منجر به ارزیابی یک سیستم با قابلیت اعتمادی شوند که احتمال شکست سیستم را دست کم گرفته و ایمنی سیستم را بیش از حد برآورد کند. روش‌های متفاوتی برای مدل‌سازی شکست‌های همبسته پیشنهاد شده است [۵]، [۶]. استفاده از توزیع‌های چند متغیره همبسته احتمالی [۷]، بکار بردن مدل‌های آماری و استفاده از خواص زنجیر مارکف در سیستم‌های تعمیر پذیر و غیر قابل تعمیر پذیر با در نظر گرفتن همبستگی بین اجزاء [۸]، استفاده از توابع ریاضی و سری‌های حسابی برای محاسبه قابلیت اطمینان سیستم‌های سری و موازی نمونه‌هایی از آن‌ها هستند [۹]. در سال ۱۹۹۴ یک مقاله مروری اکثر تحقیقاتی را که تا آن زمان در مورد شکست‌های مشترک با در نظر گرفتن همبستگی در محاسبه قابلیت اعتماد انجام شده بود ارایه داد [۱۰]. بعد از آن مطالعاتی در زمینه توزیع‌های پیوسته آماری و سری‌های احتمالی برای محاسبه قابلیت انجام شد [۱۱].

به طور کلی بخش زیادی از ادبیات تحقیق قابلیت اعتماد فرض بر این دارد که شکست‌های اجزاء تشکیل دهنده یک سیستم از نظر آماری مستقل و به طور یکسان توزیع می‌شوند. این فرض کاربرد مستقیم فنون ریاضی از تئوری احتمال کلاسیک را امکان‌پذیر می‌سازد [۱]، [۲] اما پدیده علت مشترک شکست‌ها را که اغلب در آن دو یا چند جزء به طور همزمان شکست می‌خورند را نادیده گرفته می‌شود. عوامل ترویج کننده شکست‌های همبسته شامل شرایط عملیاتی سخت مانند تغییرات آب و هوایی شدید و تغییر ناگهانی دمای محیط و است بنابراین نادیده گرفتن همبستگی نامطلوب است، زیرا عملکرد بد همزمان دو یا چند جزء می‌تواند به طور خاص برای سیستم‌های حساس و حیاتی که به دنبال حداکثر کردن قابلیت اعتماد هستند، مخرب باشد [۳]، [۴]. ساده‌ترین حالت برای به کمیت درآوردن تأثیر همبستگی اجزاء بر قابلیت اعتماد سیستم جهت بهبود کارکرد سیستم و افزایش قابلیت اعتماد آنست که

* (Corresponding author) roya.ahari@gmail.com

کرده و نهایتاً با استفاده از توزع برنولی مقادیر دقیق تری را برای قابلیت اعتماد سیستم‌های سری و موازی و k -out of- n موازی-سری و سری - موازی ارائه می‌دهد. این تحقیق در پنج بخش ارائه شده است که به ترتیب عبارتند از بخش (۲) مدل سازی و تحلیل قابلیت اطمینان، بخش (۳) تحلیل حساسیت مدل های ارائه شده، بخش (۴) شامل مثال کاربردی و بخش (۵) شامل نتیجه گیری است.

۲- مدل سازی و تحلیل قابلیت اعتماد

در این بخش به معرفی مدلی برای قابلیت اعتماد سیستمی با n جزء که دارای قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان هستند پرداخته می‌شود برای این منظور متغیر تصادفی X_i که نشان دهنده وضعیت کارکرد جزء i ام ($1 \leq i \leq n$) است به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر جزء } i \text{ ام کار کند} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (۱)$$

با تعریف X_i مطابق فرمول (۱)، یک متغیر تصادفی برنولی بدست می‌آید که اگر جزء i ام از سیستم سالم باشد مقدار یک و در صورت خراب بودن مقدار صفر می‌گیرد. در این صورت $E(X_i) = \Pr(X_i = 1)$ بیان کننده قابلیت اعتماد جزء i ام سیستم است. همچنین فرض کنید همبستگی بین دو جزء i و j ($i \neq j$) است. با استفاده از توزع پواسون و تابع علامت می‌توان وضعیت کارکرد جزء i و j را به شکل زیر نشان داد. با تعریف X_i مطابق فرمول (۱)، یک متغیر تصادفی برنولی بدست می‌آید که اگر جزء i ام از سیستم سالم باشد مقدار یک و در صورت خراب بودن مقدار صفر می‌گیرد. در این صورت $E(X_i) = \Pr(X_i = 1)$ بیان کننده قابلیت اعتماد جزء i ام سیستم است. همچنین فرض کنید همبستگی بین دو جزء i و j ($i \neq j$) است. با استفاده از توزع پواسون و تابع علامت می‌توان وضعیت کارکرد جزء i و j را به شکل زیر نشان داد.

$$X_i = I_{\{0\}}(Y_i(\theta_i)) \quad (۲)$$

$$X_j = I_{\{0\}}(Y_j(\theta_j)) \quad (۳)$$

Y_i و Y_j متغیرهای تصادفی مستقل از توزع پواسون اند که به راحتی می‌توان نشان داد که $E(Y_i) = \theta_i$ ، $E(Y_j) = \theta_j$ ، $\text{corr}(X_i, X_j) = \gamma_{i,j} \geq 0$ و $E(X_i) = R_i$ ، ($1 \leq i \leq j \leq n$)

تحقیقات دیگری در زمینه قابلیت اعتماد سیستم‌های سلسله مراتبی کامپیوتری با شرط وجود همبستگی بین اجزاء ارائه و خرابی‌های اجزاء همبسته در سیستم‌های چندگانه مورد بررسی قرار گرفت و تاثیرات آن را در قابلیت اعتماد سیستم، تجزیه و تحلیل شد [۱۲]، [۱۳]. الگوی دیگر، با استفاده از تقریب سری تیلور و در نظر گرفتن توزیع چند متغیره برنولی که بین متغیرها همبستگی وجود داشت برای محاسبه قابلیت اعتماد سیستم ارائه شد [۱۴]. در مطالعات دیگر، شبکه انتقال قدرتی را مدل سازی نمودند که در آن ظرفیت خطوط انتقال، چند حالتی بوده و به موجب آن مقدار قابلیت اعتماد سیستم و احتمال ارضای تقاضا، مورد ارزیابی قرار گرفت، از نکات مهم این تحقیق، در نظر گرفتن میزان همبستگی بین خطوط انتقال و تاثیر آن در ارزیابی قابلیت اعتماد نهایی سیستم بود این همبستگی با استفاده از توزیع دو جمله‌ای مدل سازی شد و برای ساختار بزرگ شبکه انتقال برق مورد استفاده قرار گرفت. نشان داده شد که در این شبکه انتقال بزرگ، وجود همبستگی مثبت بین خطوط انتقال باعث کاهش قابلیت اعتماد کل سیستم شده و نسبت به حالتی که خطوط انتقال مستقل از یکدیگر باشند قابلیت اعتماد کمتری را دارا می‌باشند [۱۵]. مطالعه دیگری در زمینه قابلیت اعتماد با در نظر گرفتن همبستگی بین اجزاء و در نظر گرفتن خواص توزیع پواسون ارائه شد [۱۶] بر اساس یافته‌های دیگر با فرض نرمال بودن توزیع احتمالات وقوع خرابی‌ها، تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌هایی با اجزاء وابسته به هم انجام شد که در این مطالعه، در صورتی که اجزاء دارای همبستگی منفی با یکدیگر باشند، چنانچه ساختار قابلیت اعتماد آنها به صورت سری باشد، قابلیت اعتماد کل سیستم کمتر از حالت مستقل بودن اجزاء می‌شود و در صورتی که ساختار قابلیت اعتماد به صورت موازی باشد، قابلیت اعتماد کل سیستم، افزایش می‌یابد [۱۷]. همچنین آنالیز حساسیت مدل ارائه شده نسبت به تغییرات قابلیت اعتماد اجزاء و میزان همبستگی انجام شده است. استفاده از مدل‌های بیزی و احتمال شرطی روشی دیگری بود که محققان برای محاسبه قابلیت اعتماد سیستم‌های چندگانه با عامل شکست مشترک ارائه دادند [۱۸]. در اکثر مدل‌های ارائه شده در قبل یا در محاسبه قابلیت اعتماد با مدل‌های پیچیده مواجه می‌شویم که محاسبه احتمال کارکرد را مشکل و یا در مقابل سادگی مدل، ازدقت در برآورد قابلیت اطمینان کاسته شده است. این مقاله مدل جدید و ساده‌ای را با در نظر گرفتن سیستمی با n جزء که همه اجزاء قابلیت اطمینان و همبستگی زوجی یکسان دارند ارائه می‌دهد. مدل ارائه شده ضمن سادگی برای اساس تعداد شکست‌های اجزاء سیستم که با در نظر گرفتن توزیع پواسون رخ می‌دهند عمل

$$Pr(X_i = 1 \& X_j = 0) = R_i \left(1 - R_j (1 + \gamma_{i,j} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}}) \right) \quad (9)$$

۳- در صورتی که هیچکدام از اعضا سیستم کار نکنند در این صورت احتمال کارکرد سیستم به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$Pr(X_i = 0 \& X_j = 0) = 1 - R_i - R_j + R_i R_j (1 + \gamma_{i,j} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}}) \quad (10)$$

برای راحتی در نوشتار و محاسبه فرض می‌شود $\eta_{i,j} = (1 + \gamma_{i,j} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}}) = e^{\theta_{i,j}}$ که با استفاده از این فرض می‌توان $\theta_{i,j}$ را به شکل $\theta_{i,j} = \ln \left(1 + \gamma_{i,j} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}} \right)$ محاسبه کرد. می‌توان روش فوق را برای سیستمی که دارای سه جزء i ، j و k است نیز تعمیم داد بدین منظور متغیرهای تصادفی X_i ، X_j و X_k را که بیان‌کننده وضعیت اجزاء i ، j و k است با در نظر گرفتن همبستگی بین آنها به شکل زیر تعریف کرد.

$$X_i = I_{\{0\}} \{ Y_i(\theta_i - \theta_{i,j} - \theta_{i,k}) + Y_{i,j}(\theta_{i,j}) + Y_{i,k}(\theta_{i,k}) \} \quad (11)$$

$$X_j = I_{\{0\}} \{ Y_j(\theta_j - \theta_{i,j} - \theta_{j,k}) + Y_{i,j}(\theta_{i,j}) + Y_{j,k}(\theta_{j,k}) \} \quad (12)$$

$$X_k = I_{\{0\}} \{ Y_k(\theta_k - \theta_{i,k} - \theta_{j,k}) + Y_{i,k}(\theta_{i,k}) + Y_{j,k}(\theta_{j,k}) \} \quad (13)$$

$Y_{i,j}(\theta_{i,j})$ ، $Y_{i,k}(\theta_{i,k})$ و $Y_{j,k}(\theta_{j,k})$ در معادلات (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) بعنوان عمل همبستگی بین اجزاء i ، j و k در نظر گرفته شده‌اند. واضح است که $E(X_i) = R_i$ ، $E(X_j) = R_j$ ، $E(X_k) = R_k$

$$\theta_{i,j} = \ln \left(1 + \gamma_{i,j} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}} \right) \quad \text{و} \quad \theta_{i,k} = \ln \left(1 + \gamma_{i,k} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_k)}{R_i R_k}} \right)$$

با در نظر گرفتن تعاریف و معادلات فوق میتوان فرم کلی زیر را برای وضعیت عملکرد جزء i ام سیستمی که دارای n جزء است بشکل زیر تعریف کرد.

$$X_i = I_{\{0\}} \{ Y_i(\theta_i - \sum_{j \neq i}^n \theta_{i,j}) + \sum_{j \neq i}^n Y_{i,j}(\theta_{i,j}) \} \quad (14)$$

حال اگر فرض شد همه اجزاء دارای قابلیت اعتماد و ضریب همبستگی برابر باشند یعنی $\theta_i = \theta$ ، $\theta_{i,j} = \theta_0$ ، $\eta_{ij} = \eta$ ، $E(X_j) = R = e^{-\theta}$ ، $E(X_i) = R = e^{-\theta}$ و $var(X_i) = R(1 - R)$ ، $corr(X_i, X_j) = \gamma \geq 0$

۰. با توجه به معادلات (۲) و (۳) جزء i ام زمانی کار می‌کند که متغیر تصادفی Y_i مقداری برابر با صفر انتخاب کند. برای آنکه بتوان عامل همبستگی بین دو جزء i و j ($i \neq j$) را ایجاد کرد می‌توان با در نظر گرفتن خواص متغیرهای مستقل تصادفی با توزیع پواسون متغیرهای تصادفی X_i و X_j را به صورت زیر تعریف کرد.

$$X_i = I_{\{0\}} \{ Y_i(\theta_i - \theta_{i,j}) + Y_{i,j}(\theta_{i,j}) \} \quad (4)$$

$$X_j = I_{\{0\}} \{ Y_j(\theta_j - \theta_{i,j}) + Y_{i,j}(\theta_{i,j}) \} \quad (5)$$

هرگاه متغیرهای تصادفی Y_i و $Y_{i,j}$ در معادله (۴) مقدار صفر اختیار کند جزء i ام سیستم سالم است و به وظیفه خود عمل می‌کند در غیر اینصورت شکست اتفاق افتاده است. دقت شود که متغیر تصادفی $Y_{i,j}$ در هر دو معادله (۴) و (۵) وجود دارد که این همان علت همبستگی بین دو جزء i و j ($i \neq j$) است. واضح است که $E(X_i) = R_i = e^{-\theta_i}$ ، $E(X_j) = R_j = e^{-\theta_j}$ و $var(X_i) = R_i(1 - R_i)$ ، $var(X_j) = R_j(1 - R_j)$ ، $E(Y_j) = \theta_j - \theta_{i,j}$ ، $E(Y_i) = \theta_i - \theta_{i,j}$ ، $R_j(1 - R_j)$ ، $E(Y_{i,j}) = \theta_{i,j}$ برای هر i و j ($1 \leq i < j \leq n$) می‌باشد. مقادیر θ_i ، θ_j و $\theta_{i,j}$ را پارامترهای (متوسط رخدادها) توزیع پواسون می‌نامیم. می‌توان معادلات (۴) و (۵) را به شکل زیر نیز نشان داد.

$$X_i = \begin{cases} 1 & Y_i(\theta_i - \theta_{i,j}) + Y_{i,j}(\theta_{i,j}) = 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (6)$$

$$X_j = \begin{cases} 1 & Y_j(\theta_j - \theta_{i,j}) + Y_{i,j}(\theta_{i,j}) = 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (7)$$

اکنون یک سیستم با دو جزء که بصورت سری بسته شده‌اند را در نظر بگیرید با توجه به معادلات (۵) و (۶) میتوان احتمال کارکرد این سیستم را در حالت‌های مختلف کارکرد اجزاء با در نظر گرفتن همبستگی بین آنها به شکل زیر محاسبه کرد.

۱- هرگاه هر دو جزء سیستم سالم بوده و کار کنند در این صورت احتمال کارکرد آن عبارت است از:

$$Pr(X_i = 1 \& X_j = 1) = R_i R_j (1 + \gamma_{i,j} \sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}}) \quad (8)$$

۲- هرگاه یکی از اجزاء i یا j خراب باشد احتمال کارکرد سیستم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

(۲) - اگر یکی از اجزاء سیستم خراب باشد (فرض کنید جزء k خراب است) در اینصورت احتمال کارکردن سیستم برابر است با:

$$Pr(X_1 = 1 \& X_2 = 1 \& \dots \& X_k = 0 \& \dots \& X_n = 1) = R^{n-1} \eta^{n-2} (1 - R\eta) \quad (21)$$

(۳) - اگر دو جزء از اجزاء سیستمی شامل n جزء خراب باشد (فرض کنید اجزاء k و l خراب است) در اینصورت احتمال کارکردن چنین سیستمی عبارت است از:

$$Pr(X_1 = 1 \& X_2 = 1 \& X_3 = 1 \& \dots \& X_k = 0 \& \dots \& X_l = 0 \& \dots \& X_n = 1) = R^{n-2} \eta^{n-3} (1 - 2R\eta + R^2\eta^2) \quad (22)$$

(۴) - اگر سه جزء از اجزاء سیستمی شامل n جزء خراب باشد (فرض کنید اجزاء k ، l و f است) در اینصورت احتمال کارکردن چنین سیستمی برابر است با:

$$Pr(X_1 = 1 \& X_2 = 1 \& X_3 = 1 \& \dots \& X_k = 0 \& \dots \& X_l = 0 \& \dots \& X_f = 0 \& \dots \& X_n = 1) = R^{n-3} \eta^{n-4} (1 - 3R\eta + 3R^2\eta^2 + R^3\eta^3) \quad (23)$$

(۵) - اگر m جزء از اجزاء سیستم سالم و $n-m$ خراب باشد در اینصورت احتمال کارکردن این سیستم از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$Pr(X_1 = 1 \& X_2 = 1 \& X_3 = 1 \& \dots \& X_m = 1 \& X_{m+1} = 0 \& \dots \& X_n = 0) = R^m \eta^{m-1} \left(\binom{n-m}{0} - \binom{n-m}{1} R + \binom{n-m}{2} R^2 \eta - \binom{n-m}{3} R^3 \eta^2, \dots, (-1)^{n-1} \binom{n-m}{n-m} R^{n-1} \eta^{n-2} \right) \quad (24)$$

(۶) - اگر هیچ کدام از اجزای سیستم کار نکنند در این صورت احتمال کارکردن سیستم عبارت است از:

$$Pr(X_1 = 0 \& \dots \& X_n = 0) = 1 - \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \binom{n}{k} R^k \eta^{k-1} \quad (25)$$

معادله (۲۰) قابلیت اعتماد یک سیستم سری را محاسبه می کند اگر بخواهیم با توجه به معادلات فوق قابلیت اعتماد یک سیستم موازی را محاسبه کنیم می توان با استفاده از معادله (۲۵) این مقدار را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$R_{parallel} = Pr(\text{حداقل یکی از اجزاء سیستم کار کند}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \binom{n}{k} R^k \eta^{k-1} \quad (26)$$

با استفاده از عملیات ساده ریاضی و همچنین خواص بسط دو جمله ای می توان معادله (۲۶) را به شکل ساده زیر نوشت.

$$R_{parallel} = 1 - [(1 - \eta^{-1}) - \eta^{-1}(1 - R\eta)]^n = \eta^{-1}(1 - (1 - R\eta)^n) \quad (27)$$

می توان مدلی را برای قابلیت اعتماد یک سیستم با n جزء ارائه کرد. با در نظر گرفتن خواص و روابط موجود بین متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع پواسن معادله (۱۴) را می توان بفرم زیر تبدیل کرد.

$$X_i = I_{\{0\}} \{Y_i(\theta - \sum_{j \neq i} \theta_0) + \sum_{j \neq i} Y_{i,j}(\theta_0)\} = I_{\{0\}} \{Y_i(\theta - \theta_0) + Y(\theta_0)\} \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

که در معادله (۱۵)، $Y(\theta_0)$ مجموع متغیر تصادفی مستقل از توزیع پواسن با پارامتر $\theta_0 = \ln\left(1 + \gamma \frac{(1-R)}{R}\right)$ است و $\eta = e^{\theta_0} = 1 + \gamma \frac{(1-R)}{R}$ تعریف می شود. با در نظر گرفتن معادلات (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) و (۱۵) برای یک سیستم که دارای سه جزء i ، j و k است می توان احتمال کارکرد اجزاء را با در نظر گرفتن شرط برابری قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان بین کارکرد اجزاء در حالت های مختلف سالم یا شکست اجزاء به فرم زیر محاسبه کرد.

(۱) - اگر سیستم دارای سه جزء i ، j و k بوده و همه اجزاء سالم باشند در این صورت احتمال کارکردن سیستم عبارت است از:

$$Pr(X_i = 1 \& X_j = 1 \& X_k = 1) = R^3 \eta^2 \quad (16)$$

(۲) - در حالتی که یکی از اجزاء i ، j و k خراب باشد (فرض کنید جزء k خراب است) در این صورت احتمال کارکرد سیستم را می توان با در نظر گرفتن قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان به شکل زیر محاسبه کرد.

$$Pr(X_i = 1 \& X_j = 1 \& X_k = 0) = R^2 \eta (1 - R\eta) \quad (17)$$

(۳) - در حالتی که دو جزء از سه جزء i ، j و k خراب باشد (فرض کنید اجزاء j و k خراب است) در اینصورت احتمال کارکرد سیستم از رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$Pr(X_i = 1 \& X_j = 0 \& X_k = 0) = R(1 - 2R\eta + R^2\eta^2) \quad (18)$$

(۴) - در صورتی که همه اجزاء سیستم خراب باشند در اینصورت احتمال کارکرد سیستم با توجه به رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$Pr(X_i = 0 \& X_j = 0 \& X_k = 0) = 1 - 3R + 3R^2\eta - R^3\eta^2 \quad (19)$$

که در معادلات فوق $\eta = e^{\theta_0} = \left(1 + \gamma \frac{(1-R)}{R}\right)$ است. با در نظر گرفتن مراحل فوق و با توجه به رابطه (۱۵) می توان در حالت کلی برای سیستمی که دارای n جزء است با در نظر گرفتن قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان بین اجزاء حالت های مختلف کارکرد بین اجزاء به صورت زیر محاسبه می شود.

(۱) - اگر همه اجزاء سیستمی که دارای n جزء است سالم باشد در این صورت احتمال کارکردن این سیستم عبارت است از:

$$Pr(X_1 = 1 \& X_2 = 1 \& X_3 = 1 \& \dots \& X_n = 1) = R^n \eta^{n-1} \quad (20)$$

۲-۲- سیستم های k -out-of- n

سیستم های k -out-of- n یکی از پر کاربردترین سیستم های مورد استفاده در صنعت است در این بخش سعی بر آن است که با استفاده از معادلات بخش قبل مدلی برای قابلیت اطمینان چنین سیستم هایی با قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان ارائه شود برای این منظور اگر $R_{k,n}$ نشان دهنده قابلیت اعتماد سیستم k -out-of- n باشد می توان با در نظر گرفتن معادلات (۲۰) تا (۲۶) فرمول عمومی زیر را برای قابلیت اعتماد این سیستم ارائه داد.

$$R_{k,n} = \frac{1}{\eta} \sum_{m=0}^{n-k} \binom{n}{m} (R\eta)^{(n-m)} (1-R\eta)^m \quad (29)$$

بطور مثال اگر سیستمی دارای $n=3$ جزء و $k=1,2$ باشد می توان مقادیر $R_{1,3}$ و $R_{2,3}$ با توجه به معادله (۲۷) به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} R_{1,3} &= Pr(X_i = 1 \& X_j = 1 \& X_k = 1) \\ &+ 3 Pr(X_i = 1 \& X_j = 1 \& X_k = 0) \\ &+ 3 Pr(X_i = 1 \& X_j = 0 \& X_k = 0) \\ &= \binom{3}{3} R^3 \eta^2 + \binom{3}{2} R^2 \eta (1-R\eta) \\ &+ \binom{3}{1} R (1-2R\eta + R^2 \eta^2) \\ R_{2,3} &= Pr(X_i = 1 \& X_j = 1 \& X_k = 1) + 3 Pr(X_i = \\ &1 \& X_j = 1 \& X_k = 0) = \binom{3}{3} R^3 \eta^2 + \binom{3}{2} R^2 \eta (1-R\eta) \end{aligned}$$

۲-۳- سیستم های منسجم^۱

در بخش های قبلی راجع به قابلیت اعتماد سیستم های سری، موازی و k -out-of- n فرمولی هایی ارائه شد در این قسمت برای قابلیت اعتماد سیستم های منسجم شامل سیستم های سری-موازی، موازی-سری و سیستم های پیچیده با توجه به معادلات (۲۰) تا (۲۷) ارائه می شود برای محاسبه قابلیت اعتماد چنین سیستم های با استفاده از تابع ساختار سیستم، تمام حالتها و ترکیبات اجزاء سیستم را که در آن سیستم قابل اعتماد و غیر قابل اعتماد است مشخص می شود. سپس ترکیباتی از اجزاء سیستم را در نظر گرفته که در آنها سیستم قابل اعتماد است و با توجه به اینکه فرض شده همه اجزاء دارای قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان هستند با محاسبه احتمال کارکرد برای هر یک از این ترکیبات و جمع آنها قابلیت اعتماد کل سیستم محاسبه می شود. استفاده از این روش در مثال کاربردی بخش (۴) این پژوهش به طور واضح نشان داده شده است.

^۱ Coherent Systems

معادلات فوق به راحتی توسط نرم افزارهای *MATLAB* و *MAPLE* قابل محاسبه است.

۲-۱- دامنه همبستگی

سیستمی را با n جزء در نظر بگیرید اگر بردار $X = (X_1 \& X_2 \& X_3 \& \dots \& X_n)$ نشان دهنده وضعیت هر کدام از اجزاء سیستم از نظر سالم یا خراب بودن باشد که توسط متغیر های تصادفی برنولی X_i نشان داده شود بطوریکه هر کدام از X_i ها با معادله (۱۴) ایجاد شده و $E(X_i) = R_i$ بیان کننده قابلیت اعتماد جزء i ام باشد می توان ماتریس ضریب همبستگی $\Gamma_{n \times n}$ را برای بردار متغیر های تصادفی $X = (X_1 \& X_2 \& X_3 \& \dots \& X_n)$ در نظر گرفت.

$$\Gamma_{n \times n} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & \gamma_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n,1} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

که در این ماتریس $\gamma_{i,j} = \gamma_{j,i}$ ضریب همبستگی بی دو جزء i و j ($i \neq j$) است. با توجه به روابط احتمالی و آماری واضح است که:

$E(X_i X_j) = Pr(X_i = 1 \& X_j = 1) \leq Pr(X_i = 1) = R_i$ و $cov(X_i, X_j) \leq R_i(1-R_j)$ می توان از روابط فوق و تعریف ضریب همبستگی نتیجه گرفت که $\gamma_{i,j} \leq \sqrt{\frac{R_j(1-R_i)}{R_i(1-R_j)}}$ و $\gamma_{i,j} \leq \sqrt{\frac{R_i(1-R_j)}{R_j(1-R_i)}}$ بنابراین ضریب همبستگی استفاده شده در این حالت نمی تواند هر مقدار دلخواهی را انتخاب کند و در محدوده زیر قرار می گیرد.

$$\begin{aligned} \max\left(-\sqrt{\frac{R_i R_j}{(1-R_j)(1-R_i)}}, -\sqrt{\frac{(1-R_i)(1-R_j)}{R_i R_j}}\right) &\leq \gamma_{i,j} \\ &\leq \min\left(\sqrt{\frac{R_i(1-R_j)}{R_j(1-R_i)}}, \sqrt{\frac{R_j(1-R_i)}{R_i(1-R_j)}}\right) \end{aligned}$$

از آنجا که در این پژوهش عامل همبستگی بین اجزاء توسط یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون تولید شده و این توزیع مقادیر مثبت اختیار می کند حدود ضریب همبستگی به فرم معادله (۲۸) تغییر حدود می یابد.

$$0 \leq \gamma_{i,j} \leq \min\left(\sqrt{\frac{R_i(1-R_j)}{R_j(1-R_i)}}, \sqrt{\frac{R_j(1-R_i)}{R_i(1-R_j)}}\right) \quad (28)$$

در صورتی که همه اجزاء سیستم دارای قابلیت اعتماد و همبستگی یکسان باشند یعنی $E(X_i) = R$ ، $E(X_j) = R$ و $var(X_i) = R(1-R)$ و $var(X_j) = R(1-R)$ آنگاه $\gamma_{i,j}$ هر مقداری بین صفر و یک را می تواند اختیار کند.

می‌کند. تجزیه و تحلیل حساسیت اثر همبستگی اجزاء بر قابلیت اعتماد سیستم را نشان می‌دهد. این اثر توسط چندین مثال نمایش داده شده است.

۳-۱- تحلیل حساسیت برای سیستم با دو جزء

سیستمی را با دو جزء در نظر بگیرید که قابلیت اعتماد برای هر یک از اجزاء $R = 0.9$ و $\gamma = 0.7$ باشد با استفاده از معادلات (۲۰) تا (۲۷) می‌توان احتمال کارکرد برای حالت‌های مختلف اجزاء این سیستم را در جدول (۱) نشان داد. در این جدول احتمال کارکرد در هر دو حالت وابسته و مستقل نشان داده شده است. جدول (۱) نشان می‌دهد، هنگامی که هر دو مورد جزء وضعیت یکسانی از لحاظ کارکرد (هر دو سالم یا هر دو خراب) دارند، مقادیر احتمال کارکرد در حالت وابسته بیشتر از حالت مستقل است و این نشان دهنده تأثیر همبستگی اجزاء است. طبق جدول (۱) و معادلات (۸) تا (۱۰) مقادیر زیر برای قابلیت اعتماد سیستم سری و موازی بدست آمده است. طبق جدول (۲)، قابلیت اعتماد سیستم سری در حالت وابسته بیشتر از حالت استقلال و در حالت موازی، این رابطه معکوس است. شکل (۱) تأثیر همبستگی در سیستم سری و موازی را نشان می‌دهد. شکل (۱) نشان می‌دهد که با افزایش همبستگی بین اجزاء، قابلیت اعتماد در سیستم سری افزایش و در سیستم موازی کاهش می‌یابد. همچنین هرگاه کارکرد اجزاء مستقل از یکدیگر در نظر گرفته شود سیستم سری داری کمترین قابلیت اعتماد و سیستم موازی داری بیشترین قابلیت اعتماد است. قابلیت اعتماد این دو سیستم زمانی با هم برابر می‌شود که همبستگی کامل و مستقیم بین اجزاء وجود داشته باشد. شکل (۲) به طور دقیق تر اثر همبستگی بین اجزاء را نشان می‌دهد. این نمودار طبق جدول (۱) ترسیم شده است. همان طور که در شکل (۲) نشان داده شده است هرگاه وضعیت دو جزء از لحاظ کارکرد یکسان باشد (هر دو سالم یا هر دو خراب)، با افزایش همبستگی بین آنها، احتمال کارکرد افزایش می‌یابد و در غیر این صورت کاهش می‌یابد. اگرچه این مقادیر احتمال کارکرد بسیار ناچیز است.

جدول ۱: احتمال کارکرد سیستم با دو جزء

حالت مستقل	حالت وابسته ($\gamma = 0.7$)	جزء شماره ۲	جزء شماره ۱
0.01000	0.0730000	$X_2 = 0$	$X_1 = 0$
0.09000	0.0269999	$X_2 = 1$	$X_1 = 0$
0.09000	0.0269999	$X_2 = 0$	$X_1 = 1$

۲-۴- میانگین مدت زمان تا خرابی

هرگاه قابلیت اعتماد سیستم تابعی از زمان باشد، میانگین مدت زمان تا خرابی ($MTTF$) نیز مطرح می‌گردد. میانگین مدت زمان تا خرابی ($MTTF$) عبارت است از $MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt$ است. اکنون می‌توان با توجه به معادلات بخش قبل $MTTF$ را برای سیستم های سری، موازی و $k-out-of-n$ به صورت زیر محاسبه کرد با در نظر گرفتن معادله (۲۰)، $MTTF$ برای سیستم سری با قابلیت اعتماد و ضریب همبستگی یکسان برای اجزاء، به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-n\theta t} \left(1 + \gamma \frac{(1 - e^{-\theta t})}{e^{-\theta t}} \right)^{n-1} dt = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\gamma^k}{n\theta} \quad (30)$$

برای یک سیستم موازی با توجه به معادله (۲۷)، $MTTF$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{1 - (1 - R\eta)^n}{\eta} dt = \int_0^{\infty} \frac{1 - \left(1 - e^{-\theta t} \left(1 + \gamma \frac{(1 - e^{-\theta t})}{e^{-\theta t}} \right) \right)^n}{\left(1 + \gamma \frac{(1 - e^{-\theta t})}{e^{-\theta t}} \right)} dt = \int_0^{\infty} \frac{1 - (1 - e^{-\theta t} (1 + \gamma(e^{\theta t} - 1)))^n}{1 + \gamma(e^{\theta t} - 1)} dt. \quad (31)$$

به طور مثال اگر $n = 2$ در نظر گرفته شود $MTTF = \frac{3-\gamma}{2\theta}$ که وابسته به همبستگی بین اجزاء است. برای یک سیستم $k-out-of-n$ با توجه به معادله (۲۹) می‌توان $MTTF$ را به صورت زیر محاسبه کرد.

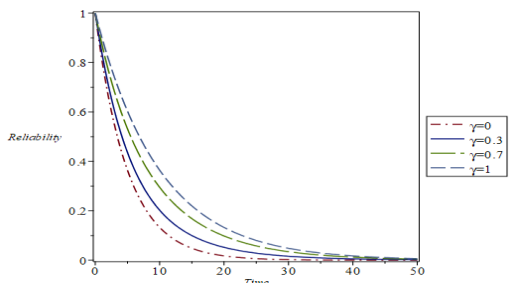
$$R_{k,n}(t) = \frac{1}{\eta} \sum_{m=0}^{n-k} \binom{n}{m} (e^{-\theta t} \eta)^{(n-m)} (1 - e^{-\theta t} \eta)^m \quad (32)$$

که در این فرمول $\eta = \left(1 + \gamma \frac{(1 - e^{-\theta t})}{e^{-\theta t}} \right)$ است. ملاحظه می‌شود که در تمام سیستم‌ها سری، موازی و $k-out-of-n$ ، میانگین مدت زمان تا خرابی تابعی از همبستگی بین اجزاء است.

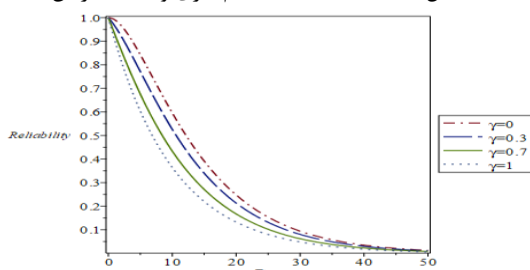
۳- تحلیل حساسیت

این قسمت معادلات موجود در بخش (۲) را در نظر گرفته و در مورد تأثیر همبستگی بین اجزاء بر قابلیت اعتماد سیستم بحث

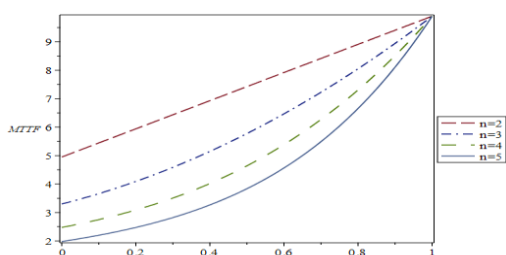
افزایش می یابد. شکل (۶) $MTTF$ یک سیستم موازی را با تعداد متفاوتی از اجزای سیستم نشان می دهد. ($n=2, 3, 4, 5$) همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است



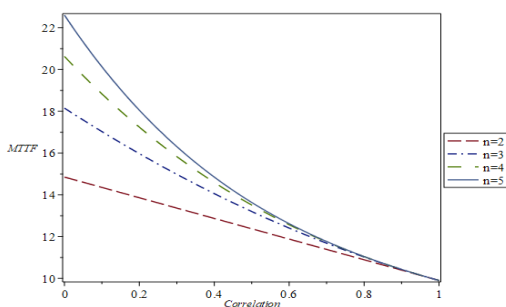
شکل ۳: قابلیت اعتماد سیستم سری وابسته به زمان



شکل ۴: قابلیت اعتماد سیستم موازی وابسته به زمان



شکل ۵: $MTTF$ برای سیستم سری



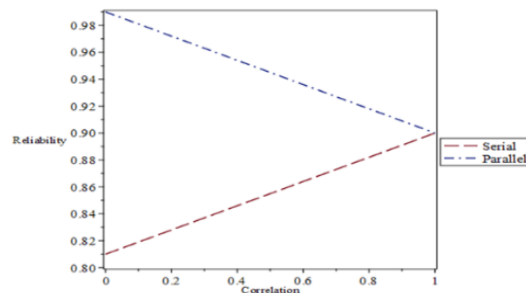
شکل ۶: $MTTF$ برای سیستم موازی

با افزایش تعداد اجزاء و افزایش همبستگی بین آنها در این سیستم، $MTTF$ کاهش می یابد.

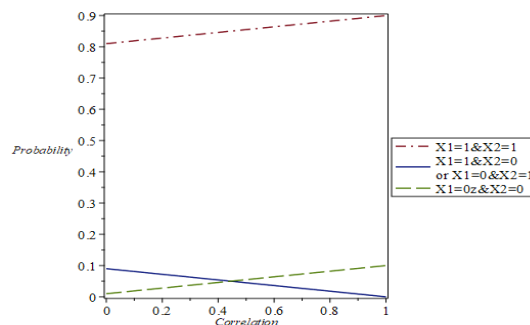
$X_1 = 1$	$X_2 = 1$	0.8730000	0.81000
-----------	-----------	-----------	---------

جدول ۲: قابلیت اعتماد برای سیستم سری و موازی

حالت مستقل	حالت وابسته	
0.99	0.927	موازی
0.810	0.873	سری



شکل ۱: نمودار قابلیت اعتماد سیستم سری و موازی



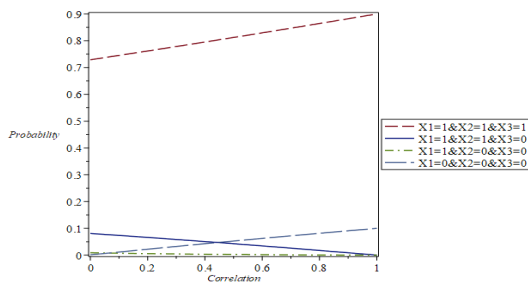
شکل ۲: احتمال کارکرد اجزاء سیستم دو جزئی

شکل (۳) قابلیت اعتماد یک سیستم سری با دو جزء را در مقابل زمان، برای مقادیر $\gamma = 0, 0.3, 0.7, 1$ نشان می دهد. برای این سیستم هرگاه اجزاء مستقل از هم باشند کمترین مقدار قابلیت اعتماد و زمانی که اجزاء کاملاً بهم وابسته باشند بیشترین قابلیت اعتماد رخ می دهد. گرچه با افزایش زمان، قابلیت اعتماد سیستم به صفر میل می کند. شکل (۴) قابلیت اعتماد یک سیستم موازی با دو جزء را در مقابل زمان، برای مقادیر $\gamma = 0, 0.3, 0.7, 1$ نشان می دهد. برای این سیستم هرگاه اجزاء مستقل از هم باشند بیشترین مقدار قابلیت اعتماد و زمانی که اجزاء کاملاً بهم وابسته باشند کمترین قابلیت اعتماد رخ می دهد. گرچه با افزایش زمان، قابلیت اعتماد سیستم به صفر میل می کند. شکل (۵) $MTTF$ یک سیستم سری را با تعداد متفاوتی از اجزای سیستم نشان می دهد. ($n=2, 3, 4, 5$) همانطور که در شکل (۵) نشان داده شده است، با افزایش تعداد اجزاء و افزایش همبستگی بین آنها در این سیستم، $MTTF$

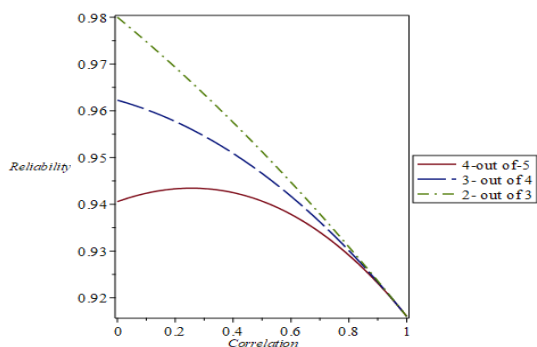
سیستمی براساس معادله (۲۹) و مقادیر مختلف n و k در جدول (۴) نشان داده شده است. جدول (۴) نشان می‌دهد که قابلیت اطمینان یک سیستم k -out-of- n در حالت وجود همبستگی بین اجزاء کمتر از حالت استقلال در کارکرد است. این جدول همچنین نشان می‌دهد که با افزایش تعداد اجزای سیستم در هر دو حالت وابسته و مستقل، قابلیت اطمینان سیستم کاهش می‌یابد.

جدول ۴: قابلیت اعتماد سیستم k -out-of- n

n	k	$R_{k,n}$ در حالت همبستگی	$R_{k,n}$ در حالت استقلال
3	2	0.9308	0.9800
4	2	0.9316	0.9977
4	3	0.9301	0.9622
5	2	0.9317	0.9997
5	3	0.9316	0.9947
5	4	0.9291	0.9406



شکل ۷: احتمال کارکرد سیستم با سه جزء



شکل ۸: نمودار قابلیت اعتماد سیستم k -out-of- n

۲-۳- تحلیل حساسیت برای سیستم با سه جزء

سیستمی را با سه جزء در نظر بگیرید که قابلیت اعتماد برای هر یک از اجزاء $R = 0.9$ و $\gamma = 0.8$ باشد با استفاده از معادلات (۲۰) تا (۲۷) می‌توان احتمال کارکرد برای حالت‌های مختلف اجزاء این سیستم را در جدول (۳) نشان داد. در این جدول احتمال

جدول ۳: احتمال کارکرد سیستم با سه جزء

(X_1) جزء اول	(X_2) جزء دوم	(X_3) جزء سوم	حالت همبسته $\gamma = 0.8$	حالت مستقل $\gamma = 0$
1	1	1	0.8868	0.721
1	1	0	0.0262	0.081
1	0	1	0.0262	0.081
0	1	1	0.0262	0.081
1	0	0	0.0008	0.009
0	1	0	0.0008	0.009
0	0	1	0.0008	0.009
0	0	0	0.0722	0.001

کارکرد در هر دو حالت وابسته و مستقل نشان داده شده است. با توجه به مقادیر مشاهده در جدول (۳)، در صورتی که هر سه جزء دارای وضعیت یکسان در کارکرد باشند (همه سالم یا همه خراب) احتمال کارکرد اجزاء در حالت وجود همبستگی بین اجزاء بیشتر از حالت مستقل است این احتمال در صورتی که یک یا دو جزء خراب باشد نسبت به حالت استقلال بشدت کاهش می‌یابد و این بدلیل وجود همبستگی بین اجزاء است. با توجه به شکل (۷)، هنگامی که همبستگی بین اجزاء افزایش می‌یابد، احتمال پیشامدهای $(1, 0, 0)$ و $(0, 0, 0)$ همچنین افزایش می‌یابد، اگرچه این مقدار ناچیز است. همچنین مشاهده می‌شود که هنگامی که همبستگی بین اجزاء در پیشامد $(1, 1, 0)$ افزایش می‌یابد، احتمال کارکرد کاهش یافته و به سمت صفر میل می‌کند که این ناشی از وجود همبستگی بین اجزاء می‌باشد.

۳-۳- تحلیل حساسیت سیستم k -out-of- n

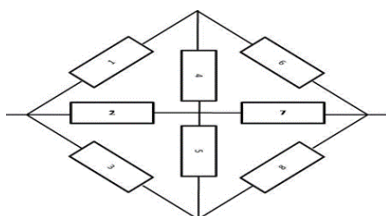
همانطور که قبلاً نیز اشاره شد سیستم‌های k -out-of- n یکی از پرکاربردترین سیستم‌های صنعتی است. در این قسمت بر اساس فرمول‌های ارائه شده در بخش (۲) به تحلیل حساسیت این سیستم‌ها پرداخته شده است. برای این منظور سیستمی را در نظر بگیرید که قابلیت اعتماد هر جزء $R = 0.916$ و همبستگی بین اجزاء $\gamma = 0.8$ باشد مقادیر قابلیت اعتماد برای چنین

(۱) - زمانی که تمام اجزای سیستم سالم باشند سیستم کار می‌کند در این حالت فقط یک مجموعه ۸ تایی شامل تمام اعضای سیستم وجود دارد.

(۲) - در حالتی که یکی از اجزاء خراب باشد به تعداد $\binom{8}{7} = 8$ مجموعه ۷ عضوی وجود دارد که در همه آنها سیستم فعال است. (۳) - در حالتی که دو جزء از اجزاء خراب باشد به تعداد $\binom{8}{6} = 28$ مجموعه شش تایی از اجزاء وجود دارد که تمام ۲۸ حالات از این ترکیبات سیستم فعال است.

(۴) - در حالتی که سه جزء از اجزای سیستم خراب باشد به تعداد $\binom{8}{5} = 56$ ترکیب از اجزای سالم سیستم وجود دارد که فقط در ۵۴ حالت از آنها سیستم فعال است.

(۵) - در حالتی که دو جزء از اجزاء خراب باشد به تعداد $\binom{8}{4} = 70$ مجموعه ۴ تایی از اجزاء وجود دارد که ۵۶ حالات از این ترکیبات سیستم فعال است.

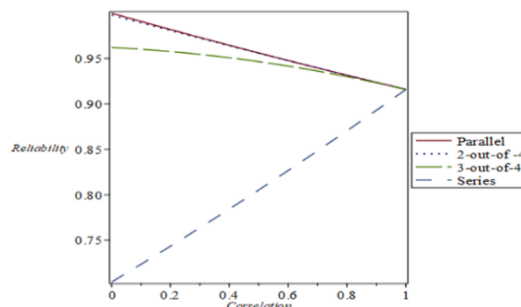


شکل ۱۰: سیستم شبکه پل

(۶) - در حالتی که سه جزء از اجزای سیستم خراب باشد به تعداد $\binom{8}{3} = 56$ ترکیب از اجزای سه تایی سالم سیستم وجود دارد که فقط در ۲۱ حالت از آنها سیستم فعال است.

(۷) - در حالتی که سه جزء از اجزای سیستم خراب باشد به تعداد $\binom{8}{2} = 28$ ترکیب از اجزای دو تایی سالم سیستم وجود دارد که

فقط در ۳ حالت از آنها سیستم فعال است. این ترکیبات عبارتند از: $\{1,6\}$ ، $\{2,7\}$ و $\{3,8\}$. اکنون میتوان با در نظر گرفتن تعداد ترکیباتی که سیستم در آنها فعال است و محاسبه احتمال این پیشامدها و جمع کردن هر کدام از احتمالات با یکدیگر قابلیت احتمال کل سیستم را محاسبه کرد. برای مثال اگر فرض شود قابلیت اعتماد هر جزء از این سیستم پل برابر با $R = 0.7$ و ضریب همبستگی بین همه اجزاء برابر با $\gamma = 0.6$ باشد آنگاه می‌توان با استفاده توضیحات بخش (۲) د رمورد سیستم های منسجم و مدل زیر قابلیت اعتماد چنین سیستمی را محاسبه کرد.



شکل ۹: نمودار قابلیت اطمینان سیستم k -out-of- n

یابد. شکل (۸) نشان می‌دهد که قابلیت اطمینان سیستم k -out-of- n با افزایش همبستگی کاهش می‌یابد.

شکل (۹) قابلیت اطمینان سیستم k -out-of- n را برای مقادیر مختلف k نشان می‌دهد که برای $k=1$ یک سیستم موازی ایجاد می‌شود و برای $k=4$ یک سیستم سری شکل می‌گیرد. همانطور که در شکل (۹) مشاهده می‌شود، سیستم در حالت موازی دارای بیشترین قابلیت اعتماد و در حالت سری دارای حداقل قابلیت اعتماد است. قابلیت اطمینان سیستم سری با افزایش همبستگی بین اجزاء افزایش و در نتیجه حالتها با افزایش همبستگی قابلیت اعتماد سیستم کاهش می‌یابد.

۴ - مثال کاربردی

در این بخش یک مثال کاربردی ارائه شده است و نشان می‌دهد که چگونه می‌توان از روش ارائه شده در بخش (۲) برای محاسبه قابلیت اعتماد سیستم منسجم با اجزای همبسته استفاده کرد. برای این منظور یک سیستم شبکه پل را در نظر بگیرید که همان اجزای آن همبسته است. شکل (۱۱) این سیستم را با $n=8$ جزء نشان می‌دهد. اگرچه به نظر این سیستم ساده است، اما در بسیاری از سیستمهای صنعتی و مدارهای الکترونیکی کاربرد دارد. برای محاسبه قابلیت اعتماد این سیستم با توجه به توضیحات مربوط به بخش (۲) این مقاله، ابتدا تابع ساختار این سیستم مشخص و با استفاده از آن ترکیباتی مختلف اجزاء این سیستم که در این ترکیبات سیستم قابل اعتماد و غیر قابل اعتماد است مشخص می‌گردد. برای این سیستم تعداد ۹ مجموعه مینمال عبور وجود دارد که عبارتند از $\{1,6\}$ ، $\{2,7\}$ ، $\{3,8\}$ ، $\{1,4,7\}$ ، $\{2,4,6\}$ ، $\{2,5,8\}$ ، $\{3,5,7\}$ ، $\{1,4,5,8\}$ و $\{3,4,5,6\}$ که اگر حداقل یکی از این مجموعه ها سالم باشد سیستم قابل اعتماد است و کار می‌کند اکنون تمام حالتها مورد نظر را بررسی می‌کنیم.

مراجع

- [۱] Bain & Englehardt, 1991; Chae & Clark, 1986; Devore, 2011, 2015; Dhillon & Anude, 1994;
- [۲] Chae, K.C. and G.M. Clark, *System reliability in the presence of common-cause failures*. IEEE Transactions on Reliability, 1986. **35**(1): p. 32-35.
- [۳] Devore, J.L., *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. 2011: Cengage learning.
- [۴] Dhillon, B. and O. Anude, *Common-cause failures in engineering systems: A review*. International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, 1994. **1**(01): p. 103-129.
- [۵] FIONDELLA, L., *Reliability and sensitivity analysis of coherent systems with negatively correlated component failures*. International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, 2010. **17**(05): p. 505-529.
- [۶]. Fiondella, L., & Gokhale, S. S. (2010). Estimating system reliability with correlated component failures. *International Journal of Reliability and Safety*, **4**(2-3), 188-205.
- [۷] Fiondella, L., S. Rajasekaran, and S.S. Gokhale, *Efficient software reliability analysis with correlated component failures*. IEEE Transactions on reliability, 2013. **62**(1): p. 244-255.
- [۸] Fiondella, L., Rajasekaran, S., & Gokhale, S. S. (2013). Efficient software reliability analysis with correlated component failures. *IEEE Transactions on Reliability*, **62**(1), 244-255.
- [۹] Levitin, G., & Xing, L. (2010). Reliability and performance of multi-state systems with propagated failures having selective effect. *Reliability Engineering & System Safety*, **95**(6), 655-661.
- [۱۰] Li, Y.-F., Huang, H.-Z., Mi, J., Peng, W., & Han, X. (2019). Reliability analysis of multi-state systems with common cause failures based on Bayesian network and fuzzy probability. *Annals of Operations Research*, 1-15.
- [۱۱] Lin, S.-W., Liu, Y.-T., & Jerusalem, M. A. (2018). Bayesian reliability analysis of a products of probabilities model for parallel systems with dependent components. *International Journal of Production Research*, **56**(4), 1521-1532.
- [۱۲]. Lin, Y.-K., Chang, P.-C., & Fiondella, L. (2012). A study of correlated failures on the

$$R_{bridge} = R^8\eta^7 + 8R^7\eta^6(1 - R\eta) + 28R^6\eta^5(1 - R\eta)^2 + 54R^5\eta^4(1 - R\eta)^3 + 56R^4\eta^3(1 - R\eta)^4 + 21R^3\eta^2(1 - R\eta)^5 + 3R^2\eta(1 - R\eta)^6 \quad (۳۲)$$

در این حالت $R_{bridge} = 0.66377$ بدست می آید. اگر فرض شود که اجزاء سیستم به طور مستقل از هم کار می کنند در این صورت با در نظر گرفتن معادله (۳۳) قابلیت اطمینان این سیستم به شکل زیر محاسبه می گردد.

$$R_{Ind.bridge} = 1 - (1 - R_1R_6)(1 - R_3R_8)(1 - R_2R_7)(1 - R_1R_4R_7)(1 - R_2R_4R_6)(1 - R_2R_5R_8)(1 - R_3R_5R_7)(1 - R_1R_4R_5R_8)(1 - R_3R_4R_5R_6) \quad (۳۳)$$

در این حالت با در نظر گرفتن $R = 0.7$ برای همه اجزاء و با توجه به معادله (۳۳) قابلیت اعتماد این سیستم برابر است با $R_{Ind.bridge} = 0.985727$ این اختلاف در مقادیر قابلیت اعتماد سیستم پل ناشی از وجود همبستگی در بین اجزای است که در صورت در نظر نگرفتن آن دچار صدمات جبران ناپذیر در سیستم های حساس الکترونیکی و پزشکی می شویم.

۵ - نتیجه گیری

در این مقاله مدلی برای قابلیت اعتماد سیستم های سری ، موازی، $k-out-n$ سیستم های سری-موازی و سیستم های موازی - سری و منسجم در دو حالت گسسته و پیوسته از زمان ارائه شد. همچنین مشخص شد که وجود همبستگی بین کارکرد اجزاء یک سیستم می تواند در قابلیت اعتماد سیستم اثر مثبت یا منفی داشته باشد، چنانچه در سیستم های سری افزایش همبستگی باعث افزایش قابلیت اعتماد سیستم و در سیستم های موازی باعث کاهش قابلیت اعتماد سیستم گردید. همچنین آنالیز حساسیت نشان داد که در نظر نگرفتن همبستگی در زمان کارکرد و شکست بین اجزاء می تواند باعث برآورد نادرست از قابلیت اعتماد سیستم و در نتیجه صدمات جبران ناپذیری را برای سیستم های حساس در بر داشته باشد. در تحقیقات آتی سعی بر آن است تا مدل هایی برای قابلیت اعتماد سیستم ها با اجزای وابسته ارائه داد که اجزاء دارای قابلیت اعتماد غیر یکسان و همبستگی نابرابر داشته باشند همچنین از مدل های ارائه شده در زمینه نگهداری و تعمیرات و همچنین مباحث مربوط به وارانتی و گارانتی یک سیستم در بحث سرویس دهی و افزایش کیفیت استفاده نمود.

- network reliability of power transmission systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 43(1), 954-960.
- [۱۳] Qin, J., & Li, Z. (2019). Reliability and sensitivity analysis method for a multistate system with common cause failure. *Complexity*, 2019.
- [۱۴] Tuckwell, H. C. (2018). *Elementary applications of probability theory*: Routledge.
- [۱۵] van Casteren, J. F., Bollen, M. H., & Schmieg, M. E. (2000). Reliability assessment in electrical power systems: the Weibull-Markov stochastic model. *IEEE Transactions on industry applications*, 36(3), 911-915.
- [۱۶] Xing, L., & Levitin, G. (2013). BDD-based reliability evaluation of phased-mission systems with internal/external common-cause failures. *Reliability Engineering & System Safety*, 112, 145-153.
- [۱۷] Xing, L., Meshkat, L., & Donohue, S. K. (2007). Reliability analysis of hierarchical computer-based systems subject to common-cause failures. *Reliability Engineering & System Safety*, 92(3), 351-359.
- [۱۸] Yang, Q., Zhang, N., & Hong, Y. (2013). Reliability analysis of repairable systems with dependent component failures under partially perfect repair. *IEEE Transactions on Reliability*, 62(2), 490-498.