Journal of Quality Engineering and Management

www.pqprc.ir

J. Qual. Eng. Manag. Vol. 16, No. 1 (2026) 141–170.

Paper Type: Original Article

Development of an Adaptive Multi-Criteria Decision-Making Method based on a Dynamic Graph-Based Interval Neutrosophic Aggregation Operator (DG-INFAO) with Uncertainty-Aware Feedback Learning

Maryam Ghandehari[1], Seyed Esmaeil Najafi[1,*], Seyed Ahmad Edalatpanah[2,3], Seyed Mojtaba Sajadi[4]

[1] Department of Industrial Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; m.ghandehari@iau.ac.ir; e.najafi@srbiau.ac.ir.

[2] Department of Industrial Engineering, Ayandegan University, Tonekabon, Iran; s.a.edalatpanah@aihe.ac.ir.

[3] University College, Korea University, Seoul 02841, South Korea.

[4] Department of Operations and Supply Chain Simulation, Aston Business School, Aston University, Birmingham, UK; s.sajadi@aston.ac.uk.

Citation:

Received: 05 December 2025 *Revised: 19 February 2026* *Accepted: 10 March 2026*	Ghandehari, M., Najafi, S. E., Edalatpanah, S. A., & Sajadi, S. M. (2026). Development of an adaptive multi-criteria decision-making method based on a dynamic graph-based interval neutrosophic aggregation operator (DG-INFAO) with uncertainty-aware feedback learning. *Journal of Quality Engineering and Management*, *16*(1), 141-170.

Abstract

Purpose: Quality management in pharmaceutical supply chains requires the simultaneous evaluation of conflicting criteria, framework for pharmaceutical supplier selection that accounts for interdependencies among criteria and updates criterion weights based on performance among criteria, and uncertainty in decision-makers' judgments. This study aims to develop an adaptive.

Methodology: This study proposes the Dynamic Graph-Based Interval Neutrosophic Aggregation Operator with Uncertainty-Aware Feedback Learning (DG-INFAO) Multi-Criteria Decision-Making (MCDM) framework, which integrates graph-based aggregation with uncertainty-aware feedback learning. Within this framework, interval-valued trapezoidal neutrosophic numbers are used to represent uncertain evaluations, a graph structure is employed to model interdependencies among criteria, and an adaptive learning mechanism is used to update criterion weights. The framework is evaluated using simulated data for the selection of six pharmaceutical suppliers through convergence analysis, comparison with benchmark methods, ranking stability assessment, and sensitivity analysis.

Findings: The results indicate that the algorithm converges after 358 iterations, with the Root Mean Square Error (RMSE) decreasing from 0.067405 to 0.066898. The third and fifth suppliers rank first and second, respectively. Sensitivity analyses involving the graph aggregation parameter and random perturbations of the graph structure confirm the stability of these two suppliers' rankings across the scenarios examined. However, cross-validation does not demonstrate the superiority of the proposed framework across all evaluation metrics. Therefore, further investigation is required before the findings can be generalized to real-world data.

Originality/Value: The main contribution of this study lies in integrating interval-valued neutrosophic evaluations, graph-based modeling of criterion interdependencies, and uncertainty-aware feedback learning within a unified framework. The framework's added value is assessed through adaptive criterion-weight updating, ranking stability analysis, and sensitivity analysis of the results. Given the use of simulated data and the limited number of alternatives, the framework's empirical validity and generalizability should be further examined in future studies using real-world data and larger decision-making sets.

Keywords: Interval-valued trapezoidal neutrosophic numbers, Multi-criteria decision-making, Pharmaceutical supply chain, Quality management, Feedback learning.

Corresponding Author: e.najafi@srbiau.ac.ir

10.48313/jqem.2026.607372.1626

Licensee System Analytics. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

مهندسی و مدیریت کیفیت

www.pqprc.ir

دوره ۱۶، شماره (۱)، (۱۴۰۵)، ۱۷۰-۱۴۱

نوع مقاله: پژوهشی

توسعه یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره تطبیقی مبتنی بر عملگر تجمیع نوتروسوفیک بازه‌ای پویای گراف‌محور (DG-INFAO) با یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت

مریم قندهاری[۱]، سید اسماعیل نجفی[۱،*]، سید احمد عدالت پناه[۲،۳]، سید مجتبی سجادی[۴]

[۱]گروه مهندسی صنایع، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

[۲]گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آیندگان، تنکابن، ایران.

[۳]کالج دانشگاهی، دانشگاه کره، سئول ۰۲۸۴۱، کره جنوبی.

[۴]گروه مدیریت عملیات و اطلاعات، دانشگاه آستون، بیرمنگام، انگلستان.

چکیده

هدف: مدیریت کیفیت در زنجیره‌تامین دارویی مستلزم ارزیابی هم‌زمان معیارهای متعارض، وابستگی‌های متقابل و عدم‌قطعیت قضاوت‌های تصمیم‌گیرندگان است. هدف این پژوهش، توسعه چارچوبی تطبیقی برای انتخاب تامین‌کنندگان دارویی با لحاظ وابستگی میان معیارها و به‌روزرسانی وزن‌ها بر اساس بازخورد عملکردی است.

روش‌شناسی پژوهش: چارچوب تصمیم‌گیری چندمعیاره *DG-INFAO* بر پایه تجمیع گراف‌محور و یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت ارایه می‌شود. در این چارچوب، اعداد نوتروسوفیک ذوزنقه‌ای بازه‌ای برای نمایش ارزیابی‌های نامطمئن، ساختار گرافی برای مدل‌سازی وابستگی معیارها و یادگیری تطبیقی برای به‌روزرسانی وزن‌ها به کار می‌روند. عملکرد روش در انتخاب شش تامین‌کننده دارویی با داده‌های شبیه‌سازی‌شده، از طریق بررسی همگرایی، مقایسه با روش‌های مرجع، پایداری رتبه‌بندی و تحلیل حساسیت ارزیابی می‌شود.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد الگوریتم پس از ۳۵۸ تکرار همگرا شده و مقدار *RMSE* از ۰٫۰۶۷۴۰۵ به ۰٫۰۶۶۸۹۸ کاهش یافته است. تامین‌کنندگان سوم و پنجم به‌ترتیب رتبه‌های اول و دوم را کسب کرده‌اند. تحلیل حساسیت نسبت به پارامتر تجمیع‌گرافی و تغییرات تصادفی ساختار گراف نیز پایداری رتبه این دو تامین‌کننده را در سناریوهای بررسی‌شده تایید می‌کند. بااین‌حال، اعتبارسنجی متقابل برتری روش را در همه شاخص‌ها نشان نمی‌دهد و تعمیم نتایج به داده‌های واقعی نیازمند بررسی بیشتر است.

اصالت/ارزش‌افزوده علمی: نوآوری پژوهش در تلفیق ارزیابی‌های نوتروسوفیک بازه‌ای، مدل‌سازی گراف‌محور وابستگی معیارها و یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت در چارچوبی یکپارچه است. ارزش‌افزوده روش با بررسی به‌روزرسانی تطبیقی وزن‌ها، پایداری رتبه‌بندی و حساسیت نتایج ارزیابی می‌شود. با توجه به استفاده از داده‌های شبیه‌سازی‌شده و محدود بودن تعداد گزینه‌ها، اعتبار تجربی و قابلیت تعمیم چارچوب باید در مطالعات آتی با داده‌های واقعی و مجموعه‌های بزرگ‌تر بررسی شود.

کلیدواژه‌ها: اعداد نوتروسوفیک ذوزنقه‌ای بازه‌ای، تصمیم‌گیری چندمعیاره، زنجیره‌تامین دارویی، مدیریت کیفیت، یادگیری مبتنی بر بازخورد.

۱- مقدمه

زنجیره‌تامین دارو یکی از پیچیده‌ترین و حیاتی‌ترین سامانه‌های تصمیم‌گیری در حوزه سلامت است که عملکرد آن به تعامل هم‌زمان میان تامین‌کنندگان، تولیدکنندگان، مراکز توزیع، انبارها، مراکز درمانی و سایر بازیگران شبکه وابسته است. در چنین محیطی، تصمیم‌گیری موثر مستلزم

ایجاد توازن میان معیارهای متعارضی نظیر هزینه، زمان تامین، قابلیت اطمینان، کیفیت، ریسک، انعطاف‌پذیری، تاب‌آوری و سطح خدمت است [1]. این پیچیدگی در شرایط بحرانی، از جمله همه‌گیری‌ها، بلایای طبیعی، اختلالات زیرساختی و بحران‌های ژئوپلیتیکی، تشدید می‌شود؛ زیرا هم‌زمان با کاهش قابلیت اطمینان اطلاعات، ظرفیت منابع و مسیرهای تامین تغییر کرده، تقاضا دچار نوسان شده و وابستگی میان اجزای شبکه می‌تواند موجب انتشار آبشاری اختلالات شود [2]. ازاین‌رو، تصمیم‌گیری در چنین محیط‌هایی صرفا مساله انتخاب بهترین گزینه بر اساس مجموعه‌ای از معیارها نیست، بلکه نیازمند روشی است که بتواند اطلاعات نامطمئن، روابط وابستگی و تغییرات محیطی را به‌صورت هم‌زمان در فرایند تصمیم‌گیری لحاظ کند [3]. تصمیم‌گیری چندمعیاره[1] یکی از چارچوب‌های اصلی برای مواجهه با چنین مسایل پیچیده‌ای است، زیرا امکان ترکیب معیارهای کمی و کیفی و ارزیابی هم‌زمان گزینه‌های متعدد را فراهم می‌کند [4]. بااین‌حال، بسیاری از روش‌های متداول *MCDM* در شکل پایه خود بر اطلاعات قطعی، وزن‌های ثابت و استقلال نسبی گزینه‌ها یا معیارها استوار هستند؛ مفروضاتی که در محیط‌های واقعی و به‌ویژه در شرایط بحرانی الزاما برقرار نیستند [5]. قضاوت‌های انسانی نیز غالبا دقیق، قطعی و سازگار نیستند و ممکن است یک تصمیم‌گیرنده نسبت به یک گزینه هم‌زمان دارای درجه‌ای از پذیرش، عدم‌تعیین و رد باشد. علاوه‌براین، شدت این عدم‌قطعیت می‌تواند در طول زمان تغییر کند و اطلاعات جدید حاصل از عملکرد واقعی سیستم می‌تواند اعتبار ارزیابی‌های اولیه را تغییر دهد [6]؛ بنابراین، روش *MCDM* مناسب برای محیط‌های پویا باید فراتر از تجمیع ایستای ارزیابی‌های اولیه عمل کرده و قابلیت بازنمایی، انتشار و اصلاح عدم‌قطعیت را در چرخه تصمیم‌گیری داشته باشد.

توسعه نظریه مجموعه‌های فازی و سپس چارچوب‌های نوتروسوفیک، گام مهمی در جهت مدل‌سازی این نوع اطلاعات بوده است [7]. در محیط نوتروسوفیک، اطلاعات یک گزاره یا ارزیابی از طریق سه مولفه مستقل حقیقت (*T*) ، عدم‌تعیین (*I*) و کذب (*F*) توصیف می‌شود و در نتیجه، امکان نمایش هم‌زمان اطلاعات ناقص، مبهم و متناقض فراهم می‌گردد [8]. توسعه ساختارهای نوتروسوفیک بازه‌ای نیز امکان نمایش دامنه‌ای از مقادیر ممکن برای این مولفه‌ها را فراهم کرده و وابستگی روش به مقادیر نقطه‌ای و قطعی را کاهش می‌دهد [9]. با وجود این مزایا، بخش قابل‌توجهی از روش‌های *MCDM* نوتروسوفیک موجود، عمدتا یک فرایند تصمیم‌گیری ایستا را مدل می‌کنند؛ به‌گونه‌ای که ساختار شبکه، تغییرات زمانی و اطلاعات حاصل از عملکرد واقعی سیستم یا نادیده گرفته می‌شوند یا خارج از سازوکار اصلی تجمیع قرار می‌گیرند .در نتیجه، اگرچه نمایش عدم‌قطعیت در این روش‌ها ارتقا یافته است، اما خود فرایند تصمیم‌گیری الزاما به یک فرایند عدم‌قطعیت آگاه و یادگیرنده تبدیل نشده است [10].

محدودیت مهم دیگر به ساختار وابستگی میان اجزای تصمیم مربوط می‌شود. در بسیاری از روش‌های *MCDM*، ارزیابی هر گزینه عمدتا بر مجموعه‌ای از مقادیر معیارهای متناظر آن متکی است و روابط میان گزینه‌ها یا سایر اجزای سیستم در مرحله تجمیع به‌طور صریح مدل نمی‌شوند [11]. این فرض در سامانه‌هایی که اجزای آن‌ها دارای تعامل و وابستگی متقابل هستند، می‌تواند منجر به از دست رفتن بخشی از اطلاعات ساختاری مساله شود. نظریه گراف امکان نمایش چنین ساختاری را از طریق گره‌ها و یال‌های جهت‌دار فراهم می‌کند و می‌تواند شدت، جهت و اهمیت روابط میان عناصر تصمیم را در فرایند ارزیابی وارد سازد [12]. بااین‌حال، مدل‌سازی گرافی به‌تنهایی قادر به مدیریت ماهیت مبهم و نوتروسوفیک اطلاعات نیست و ترکیب آن با یک سازوکار تجمیع نوتروسوفیک مستلزم تعریف دقیق نحوه انتقال اثر روابط شبکه‌ای به ارزیابی گزینه‌ها است. از سوی دیگر، حتی در روش‌هایی که عدم‌قطعیت و وابستگی میان عناصر را مدل می‌کنند، پارامترهای تصمیم و وزن معیارها غالبا در ابتدای فرایند تعیین شده و در طول چرخه تصمیم‌گیری ثابت باقی می‌مانند [13]. این رویکرد، ماهیت یادگیرنده تصمیم‌گیری را محدود می‌کند؛ زیرا عملکرد واقعی حاصل از یک تصمیم می‌تواند اطلاعات ارزشمندی درباره اعتبار وزن معیارها، شدت عدم‌قطعیت و اهمیت روابط شبکه‌ای فراهم کند. چنانچه این اطلاعات به چرخه بعدی تصمیم‌گیری بازگردانده نشود، مدل عملا از تجربه حاصل از تصمیمات گذشته استفاده نمی‌کند. از این‌رو، ایجاد یک سازوکار بازخوردی که بتواند اختلاف میان عملکرد پیش‌بینی‌شده و واقعی را اندازه‌گیری و از آن برای اصلاح پارامترهای تصمیم استفاده کند، می‌تواند شکاف مهمی میان تصمیم‌گیری تحت عدم‌قطعیت و تصمیم‌گیری تطبیقی را پوشش دهد [1].

بر مبنای این ملاحظات، پژوهش حاضر با هدف توسعه یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره تطبیقی در محیط نوتروسوفیک بازه‌ای، با لحاظ وابستگی‌های گرافی و یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت انجام شده است. برای این منظور، یک عملگر جدید با عنوان عملگر تجمیع

[1] Multi-Criteria Decision-Making (MCDM)

نوتروسوفیک بازه‌ای پویای گراف‌محور با یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت توسعه داده می‌شود. *DG-INFAO*[1] هسته ریاضی و محاسباتی روش پیشنهادی است و برای تجمیع ارزیابی‌های نوتروسوفیک بازه‌ای تحت‌تاثیر هم‌زمان وزن معیارها، ساختار وابستگی گرافی، وضعیت عدم‌قطعیت و اطلاعات بازخوردی طراحی شده است .در این چارچوب، ارزیابی هر گزینه صرفا تابعی از مقادیر مستقیم معیارها نیست، بلکه اثر عناصر مرتبط شبکه و وضعیت یادگیری سیستم نیز در مقدار تجمیع‌شده منعکس می‌شود. وجه متمایز روش پیشنهادی در یکپارچه‌سازی سه لایه مکمل در سطح سازوکار تصمیم‌گیری است: ۱- ساختار نوتروسوفیک بازه‌ای برای بازنمایی صریح دامنه عدم‌قطعیت و اطلاعات ناقص، ۲- ساختار گرافی برای مدل‌سازی وابستگی و انتقال اثر میان اجزای مرتبط و ۳- سازوکار بازخوردی برای استفاده از عملکرد مشاهده‌شده در اصلاح پارامترهای تصمیم در دوره‌های بعدی. بدین ترتیب، فرایند تصمیم‌گیری از یک نگاشت ایستا از ارزیابی‌ها به رتبه‌بندی، به یک فرایند تطبیقی و تکرارشونده تبدیل می‌شود که در آن اطلاعات جدید می‌تواند ساختار تصمیم را اصلاح کند. در این چارچوب، وزن معیارها و شاخص‌های مرتبط با عدم‌قطعیت به‌صورت ثابت و مستقل از عملکرد سیستم فرض نمی‌شوند، بلکه بر اساس یک سازوکار یادگیری مشخص و تحت قیود پایداری، به‌روزرسانی می‌شوند.

از منظر روش‌شناختی، پژوهش حاضر صرفا به ارایه یک فرمول تجمیع جدید محدود نمی‌شود، بلکه یک روش تصمیم‌گیری کامل شامل بازنمایی اطلاعات، نرمال‌سازی، تعیین وزن‌ها، مدل‌سازی وابستگی‌های گرافی، تجمیع از طریق *DG-INFAO*، امتیازدهی و رتبه‌بندی گزینه‌ها، استخراج خطای بازخوردی و به‌روزرسانی تطبیقی پارامترهای تصمیم ارایه می‌کند. همچنین، برای تضمین قابلیت دفاع ریاضی روش، ویژگی‌های بنیادی عملگر پیشنهادی شامل کرانداری، یکنواختی، یکنواختی نسبت به وزن‌ها، خاصیت همانی[2]، اثر وابستگی‌های گرافی و رفتار آن تحت تغییر سطح عدم‌قطعیت بررسی می‌شوند. علاوه بر این، شرایط پایداری و همگرایی سازوکار یادگیری و پیچیدگی محاسباتی روش تحلیل خواهد شد تا عملکرد آن صرفا به نتایج تجربی وابسته نباشد. بنابراین، مشارکت اصلی پژوهش حاضر، توسعه یک روش *MCDM* تعمیم‌پذیر برای تصمیم‌گیری تطبیقی تحت عدم‌قطعیت است، نه ارایه یک مدل تصمیم‌گیری اختصاصی برای زنجیره‌تامین دارو. زنجیره‌تامین دارو در شرایط بحرانی صرفا به‌عنوان یک مطالعه موردی پیچیده و واقع‌گرایانه برای اعتبارسنجی قابلیت روش پیشنهادی به کار گرفته می‌شود؛ محیطی که در آن عدم‌قطعیت اطلاعات، وابستگی‌های شبکه‌ای و تغییرات شرایط عملیاتی به‌صورت هم‌زمان وجود دارند؛ بنابراین، کاربرد موردی صرفا نشان می‌دهد که روش پیشنهادی چگونه می‌تواند در یک مساله واقعی به کار گرفته شود، درحالی‌که ساختار ریاضی، الگوریتم و ویژگی‌های نظری *DG-INFAO* مستقل از این کاربرد بوده و قابلیت تعمیم به سایر مسایل تصمیم‌گیری چندمعیاره تحت عدم‌قطعیت را دارند. در نتیجه، شکاف پژوهشی موردنظر را می‌توان به‌صورت فشرده در فقدان یک سازوکار تجمیع نوتروسوفیک بازه‌ای پویا، گراف‌محور و بازخوردی صورت‌بندی کرد که بتواند عدم‌قطعیت را بازنمایی، وابستگی‌ها را مدل‌سازی و از عملکرد واقعی برای اصلاح تصمیم‌های آتی یادگیری کند. پژوهش حاضر با توسعه *DG-INFAO* درصدد پرکردن این شکاف و ارایه یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره تطبیقی، از نظر ریاضی قابل تحلیل و از نظر کاربردی قابل تعمیم است.

۲- مرور ادبیات

ادبیات مرتبط با پژوهش حاضر را می‌توان در امتداد پنج جریان اصلی شامل تصمیم‌گیری چندمعیاره در محیط‌های پیچیده، تکامل مدل‌های عدم‌قطعیت از فازی تا نوتروسوفیک بازه‌ای، توسعه عملگرهای تجمیع نوتروسوفیک، مدل‌سازی گراف‌محور وابستگی‌ها و سازوکارهای یادگیری تطبیقی و بازخوردی بررسی کرد. هدف این بخش صرفا مرور مطالعات پیشین نیست، بلکه تحلیل روند تکامل روش‌ها و شناسایی محدودیت‌هایی است که ضرورت توسعه *DG-INFAO* را توجیه می‌کنند.

۲-۱- تصمیم‌گیری چندمعیاره در زنجیره‌تامین دارو

زنجیره‌تامین دارو به دلیل ماهیت چندسطحی، حساسیت مستقیم به سلامت انسان، تعدد ذی‌نفعان و وابستگی شدید میان فعالیت‌های تامین، تولید، ذخیره‌سازی، توزیع و مصرف، یکی از محیط‌های پیچیده برای کاربرد روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره محسوب می‌شود [13]. در این محیط، تصمیم‌گیرنده معمولا با مجموعه‌ای از معیارهای ناهمگون و گاه متعارض مواجه است؛ به‌گونه‌ای که بهبود یک شاخص ممکن است به کاهش

[1] Idempotency

[2] Idempotency

عملکرد در شاخص دیگر منجر شود. هزینه، زمان تامین، کیفیت، قابلیت اطمینان، ریسک، انعطاف‌پذیری، تاب‌آوری و سطح خدمت از جمله معیارهایی هستند که در مطالعات مختلف برای ارزیابی گزینه‌های زنجیره‌تامین دارو مورد توجه قرار گرفته‌اند [1]. در مطالعات اولیه، بخش عمده‌ای از پژوهش‌ها بر روش‌های کلاسیک تصمیم‌گیری چندمعیاره نظیر *AHP*، *TOPSIS*، *VIKOR* و *ELECTRE* متمرکز بود. این روش‌ها امکان ساختاربندی مساله، تعیین اهمیت معیارها و رتبه‌بندی گزینه‌ها را فراهم کردند و به‌ویژه در مسایل انتخاب تامین‌کننده، ارزیابی ریسک، انتخاب مسیر و طراحی شبکه مورد استفاده قرار گرفتند [14]. بااین‌حال، این روش‌ها در شکل پایه خود عمدتا برای شرایطی مناسب هستند که اطلاعات تصمیم‌گیری نسبتا دقیق و ساختار مساله نسبتا پایدار باشد. در محیط‌های بحرانی، چنین مفروضاتی به‌دلیل تغییرات تقاضا، اختلالات عملیاتی، کمبود اطلاعات و افزایش ابهام در قضاوت خبرگان به‌سادگی نقض می‌شوند [15].

در پاسخ به این محدودیت، مطالعات بعدی به سمت مدل‌های فازی، مقاوم، تاب‌آور و عدم‌قطعیت‌محور حرکت کردند. این مطالعات نشان دادند که تصمیم‌گیری در زنجیره‌تامین دارو را نمی‌توان صرفا بر اساس داده‌های قطعی توصیف کرد و کیفیت تصمیم تا حد زیادی به نحوه بازنمایی اطلاعات ناقص و قضاوت‌های انسانی وابسته است [16]. بااین‌حال، افزایش توانایی مدل در نمایش عدم‌قطعیت لزوما به معنای ایجاد یک روش تصمیم‌گیری تطبیقی نیست؛ زیرا بسیاری از مدل‌ها همچنان اطلاعات را در یک مقطع زمانی دریافت کرده و پس از تجمیع، رتبه‌بندی ثابتی ارایه می‌کنند. در نتیجه، تغییر شرایط محیطی و اطلاعات حاصل از عملکرد واقعی تصمیم در فرایند تصمیم‌گیری بعدی وارد نمی‌شود [17]. از منظر ساختاری نیز، بسیاری از مطالعات زنجیره‌تامین دارو بر ارزیابی مستقل گزینه‌ها یا اجزای شبکه تمرکز داشته‌اند، درحالی‌که این زنجیره یک سیستم به‌هم‌پیوسته است و تغییر وضعیت یک جز می‌تواند بر سایر اجزا اثرگذار باشد [18]؛ بنابراین، اگرچه ادبیات موجود اهمیت *MCDM* و مدل‌سازی عدم‌قطعیت را به‌خوبی نشان می‌دهد، همچنان نیاز به روشی وجود دارد که عدم‌قطعیت، وابستگی ساختاری و تغییرات زمانی را در سطح خود فرایند تصمیم‌گیری و نه صرفا در داده‌های ورودی، یکپارچه کند.

۲-۲- تکامل مدل‌های عدم‌قطعیت از نظریه فازی تا نوتروسوفیک بازه‌ای

توسعه نظریه‌های فازی را می‌توان واکنشی به محدودیت مدل‌های قطعی در مواجهه با اطلاعات مبهم دانست [19]. مجموعه‌های فازی با جایگزین‌کردن عضویت قطعی با درجه عضویت، امکان نمایش تدریجی مفاهیم مبهم را فراهم کردند. این رویکرد اگرچه گام مهمی در مدل‌سازی عدم‌قطعیت بود، اما در ساختار اولیه خود امکان تفکیک صریح میان میزان پذیرش، عدم‌پذیرش و عدم‌تعیین را فراهم نمی‌کرد [19]. توسعه مجموعه‌های فازی شهودی با معرفی هم‌زمان درجه عضویت و عدم‌عضویت، ظرفیت بیشتری برای نمایش اطلاعات نامطمئن ایجاد کرد [20]. سپس مجموعه‌های فازی فیثاغورثی و مدل‌های مجموعه فازی متعامد-q رتبه‌ای[1] با افزایش فضای مجاز درجات عضویت و عدم‌عضویت، انعطاف‌پذیری بیشتری برای بیان قضاوت‌های انسانی فراهم کردند [21]. با وجود این توسعه‌ها، ساختارهای مذکور همچنان عدم‌قطعیت را عمدتا به‌صورت یک مولفه مشتق‌شده یا محدودشده در ارتباط با عضویت و عدم‌عضویت مدل می‌کردند.

در این مسیر، نظریه مجموعه‌های نوتروسوفیک با معرفی سه مولفه مستقل حقیقت (T)، عدم‌تعیین (I) و کذب (F)، چارچوبی انعطاف‌پذیرتر برای نمایش اطلاعات ناقص، مبهم و متناقض فراهم کرد [22]. این ویژگی موجب شد مدل‌های نوتروسوفیک در مسایل *MCDM*، به‌ویژه در شرایطی که ارزیابی‌های خبرگان با ابهام و ناسازگاری همراه هستند، موردتوجه قرار گیرند [23]. بااین‌حال، استفاده از مقادیر دقیق برای مولفه‌های نوتروسوفیک در بسیاری از کاربردهای واقعی همچنان می‌تواند با محدودیت مواجه باشد؛ زیرا خبرگان معمولا نمی‌توانند یک مقدار دقیق و قطعی برای میزان حقیقت، عدم‌تعیین یا کذب یک ارزیابی ارایه کنند. برای کاهش این محدودیت، مجموعه‌های نوتروسوفیک بازه‌ای توسعه یافتند که در آن هر یک از مولفه‌های T، I و F به‌صورت یک بازه نمایش داده می‌شود [24]. این ساختار امکان بیان دامنه‌ای از قضاوت‌های ممکن را فراهم کرده و نسبت به

[1] q-rung orthopair fuzzy

نمایش نقطه‌ای، انعطاف بیشتری در بازنمایی عدم‌قطعیت دارد. در ادامه، توسعه اعداد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای[1]، قابلیت ترکیب ساختار بازه‌ای با شکل‌پذیری اعداد فازی ذوزنقه‌ای را فراهم کرد و امکان نمایش دقیق‌تر ارزیابی‌های انسانی را در مسایل پیچیده تصمیم‌گیری افزایش داد [25].

با وجود این پیشرفت نظری، مساله اصلی صرفا نحوه نمایش عدم‌قطعیت نیست، بلکه نحوه استفاده پویا از این عدم‌قطعیت در فرایند تصمیم‌گیری است. بسیاری از مدل‌های موجود، حتی در محیط‌های نوتروسوفیک بازه‌ای، ساختار تصمیم را ثابت فرض کرده و عدم‌قطعیت را عمدتا به‌عنوان ویژگی داده ورودی در نظر می‌گیرند. در چنین مدل‌هایی، تغییر سطح عدم‌قطعیت، وابستگی میان گزینه‌ها و بازخورد حاصل از عملکرد سیستم الزاما موجب تغییر سازوکار تصمیم‌گیری نمی‌شود [26]. این محدودیت نشان می‌دهد که توسعه یک روش جدید باید از مرحله "نمایش عدم‌قطعیت" فراتر رفته و عدم‌قطعیت را به یک مولفه فعال در سازوکار تجمیع و یادگیری تبدیل کند.

۲-۳- عملگرهای تجمیع در محیط نوتروسوفیک

عملگر تجمیع یکی از اجزای بنیادی روش‌های *MCDM* است؛ زیرا ارزیابی‌های چندمعیاره، چندخبره یا چندمنبعی را به یک ساختار قابل مقایسه تبدیل می‌کند. در محیط نوتروسوفیک، اهمیت این مرحله افزایش می‌یابد، زیرا عملگر باید بتواند سه مولفه حقیقت، عدم‌تعیین و کذب را بدون از دست دادن اطلاعات معنادار ترکیب کند [27]. در نخستین نسل عملگرهای نوتروسوفیک، خانواده‌هایی مبتنی بر میانگین وزنی[2] و میانگین وزنی مرتب‌شده[3] توسعه یافتند. مزیت اصلی این عملگرها سادگی، تفسیرپذیری و کارایی محاسباتی مناسب بود، اما ساختار آن‌ها معمولا وابستگی و تعامل میان اطلاعات را به‌صورت محدود مدل می‌کرد [28]. به‌منظور غلبه بر این محدودیت، عملگرهای مبتنی بر میانگین بونفرونی و هرونیان توسعه یافتند که امکان لحاظ‌کردن تعامل میان ورودی‌ها را افزایش می‌دهند [29]. همچنین، عملگرهای مبتنی بر میانگین متقارن مک‌لورین، میانگین توانی و خانواده‌های اینشتین، هاماکر و دامبی[4] با هدف افزایش انعطاف‌پذیری در نحوه تجمیع اطلاعات نوتروسوفیک پیشنهاد شده‌اند [30].

در کنار این خانواده‌ها، برخی پژوهش‌ها از معیارهای مبتنی بر فاصله و واگرایی برای مقایسه اطلاعات استفاده کرده‌اند. در این میان، واگرایی جنسن–شانون[5] به‌دلیل تقارن و ویژگی‌های مناسب آن برای سنجش اختلاف میان توزیع‌های اطلاعاتی مورد توجه قرار گرفته است [31]. این رویکردها نشان می‌دهند که انتخاب سازوکار تجمیع می‌تواند تاثیر قابل‌توجهی بر حساسیت روش *MCDM* نسبت به اختلاف، وابستگی و پراکندگی اطلاعات داشته باشد. با وجود تنوع قابل‌توجه عملگرهای موجود، یک ویژگی مشترک در بخش بزرگی از این ادبیات مشاهده می‌شود: عملگر تجمیع عمدتا به‌عنوان یک نگاشت ثابت از مجموعه‌ای از ورودی‌ها به یک خروجی در نظر گرفته می‌شود. به‌عبارت‌دیگر، ساختار شبکه‌ای میان گزینه‌ها، تغییرات وضعیت محیط و اطلاعات حاصل از عملکرد واقعی سیستم معمولا در هسته عملگر وارد نمی‌شوند [32]. در نتیجه، حتی اگر عملگر از نظر مدیریت عدم‌قطعیت عملکرد مطلوبی داشته باشد، الزاما قادر به یادگیری از تجربه تصمیم‌گیری و اصلاح خود در دوره‌های بعد نیست. بنابراین، خلا موجود در این حوزه را نمی‌توان صرفا با توسعه یک خانواده جدید از عملگرهای ریاضی برطرف کرد. نیاز اساسی، توسعه عملگری است که تجمیع را به یک فرایند پویا تبدیل کند؛ فرایندی که در آن ساختار وابستگی‌ها، سطح عدم‌قطعیت و بازخورد عملکرد بتوانند به‌صورت هم‌زمان بر خروجی تجمیع اثر بگذارند .این نیاز، مبنای نظری توسعه *DG-INFAO* در پژوهش حاضر را شکل می‌دهد.

۲-۴- مدل‌سازی گراف‌محور در تصمیم‌گیری چندمعیاره

در سیستم‌های پیچیده، روابط میان عناصر تصمیم معمولا مستقل نیستند و ساختار ارتباطی میان آن‌ها می‌تواند اطلاعات مهمی درباره رفتار کل سیستم ارایه کند. نظریه گراف یکی از چارچوب‌های بنیادی برای نمایش چنین روابطی است که در آن عناصر سیستم به‌صورت گره و وابستگی‌های میان آن‌ها به‌صورت یال مدل‌سازی می‌شوند [33]. این ساختار امکان نمایش جهت، شدت و انتشار اثر میان اجزای یک سیستم را فراهم می‌کند و ازاین‌رو در تحلیل شبکه‌های پیچیده، زنجیره‌های تامین و سیستم‌های تصمیم‌گیری مورداستفاده قرار گرفته است [34]. در حوزه *MCDM*، استفاده

---

[1] Interval-Valued Trapezoidal Neutrosophic Number (IVTpNN)
[2] Weighted Average (WA)
[3] Ordered Weighted Averaging (OWA)
[4] Einstein ،Hamacher and Dombi
[5] Jensen–Shannon Divergence (JSD)

از ساختارهای شبکه‌ای موجب توسعه روش‌هایی شده است که وابستگی میان معیارها یا گزینه‌ها را به‌صورت صریح‌تر مدل می‌کنند. این رویکردها نسبت به مدل‌هایی که استقلال کامل اجزا را فرض می‌کنند، ظرفیت بیشتری برای بازنمایی تعاملات واقعی سیستم دارند [35]. بااین‌حال، بخش قابل‌توجهی از مدل‌های گراف‌محور بر ساختار شبکه تمرکز داشته و نحوه ترکیب این ساختار با عدم‌قطعیت‌های چندسطحی و اطلاعات نوتروسوفیک را به‌صورت محدود بررسی کرده‌اند. از سوی دیگر، در بسیاری از مدل‌های نوتروسوفیک، ساختار تصمیم به یک ماتریس تصمیم محدود می‌شود و روابط میان گزینه‌ها یا اجزای مرتبط خارج از فرایند اصلی تجمیع باقی می‌مانند [36]. در نتیجه، دو قابلیت مهم یعنی توانایی نمایش عدم‌قطعیت نوتروسوفیک و توانایی نمایش وابستگی شبکه‌ای در بسیاری از مطالعات به‌صورت جداگانه توسعه یافته‌اند و کمتر در یک سازوکار تجمیع واحد ادغام شده‌اند. این جدایی روش‌شناختی، به‌ویژه در محیط‌هایی که اثرات شبکه‌ای می‌توانند کیفیت و اعتبار ارزیابی گزینه‌ها را تغییر دهند، یک محدودیت اساسی محسوب می‌شود. بر این اساس، در روش پیشنهادی، گراف صرفا به‌عنوان ابزار توصیف ساختار سیستم استفاده نمی‌شود، بلکه ساختار گرافی مستقیما وارد فرایند تجمیع شده و وزن و جهت روابط میان اجزا بر ارزیابی نهایی گزینه‌ها اثر می‌گذارد .این رویکرد امکان می‌دهد اطلاعات محلی هر گزینه با اطلاعات حاصل از همسایگان ساختاری آن ترکیب شده و وابستگی‌های شبکه‌ای به بخشی از سازوکار تصمیم تبدیل شوند.

۲-۵- یادگیری تطبیقی و سازوکارهای بازخوردی در تصمیم‌گیری

محیط‌های تصمیم‌گیری واقعی معمولا ایستا نیستند و پارامترهای موثر بر تصمیم در طول زمان تغییر می‌کنند. در چنین شرایطی، روش‌هایی که وزن معیارها و سایر پارامترهای خود را در ابتدای فرایند تعیین کرده و سپس ثابت نگه می‌دارند، قادر به استفاده کامل از اطلاعات جدید نیستند [37]. این مساله موجب توسعه روش‌های تطبیقی، یادگیری آنلاین و سازوکارهای بازخوردی شده است که هدف آن‌ها اصلاح تدریجی پارامترهای تصمیم بر اساس داده‌ها و عملکرد مشاهده‌شده است [38]. در چارچوب‌های بازخوردی، خروجی حاصل از یک تصمیم می‌تواند با عملکرد واقعی سیستم مقایسه شود و اختلاف حاصل به‌عنوان اطلاعات جدید برای اصلاح تصمیم‌های بعدی مورد استفاده قرار گیرد. چنین ساختاری اساسا یک چرخه تصمیم–اجرا–مشاهده–یادگیری–تصمیم مجدد ایجاد می‌کند و امکان سازگاری با تغییرات محیطی را افزایش می‌دهد [39]. در روش‌های *MCDM*، این سازوکار می‌تواند برای اصلاح وزن معیارها، تنظیم پارامترهای تجمیع یا بازنگری در میزان اعتماد به اطلاعات مورد استفاده قرار گیرد.

با وجود اهمیت این رویکرد، ادغام یادگیری بازخوردی با محیط‌های نوتروسوفیک همچنان با چالش‌های نظری و محاسباتی همراه است. در بسیاری از مطالعات، بازخورد صرفا برای اصلاح یک پارامتر خارجی استفاده می‌شود و مستقیما در سازوکار تجمیع اطلاعات نوتروسوفیک وارد نمی‌شود [40]. همچنین، در برخی مدل‌ها، افزایش خطای پیش‌بینی صرفا به اصلاح وزن‌ها منجر می‌شود، بدون آنکه تغییر سطح عدم‌قطعیت اطلاعات نیز در فرایند یادگیری لحاظ شود. در نتیجه، رابطه میان خطای مشاهده‌شده، عدم‌قطعیت و تغییر وزن‌ها به‌صورت یک سازوکار یکپارچه مدل نشده است. این مساله اهمیت ویژه‌ای دارد؛ زیرا خطای تصمیم الزاما فقط ناشی از نامناسب‌بودن وزن یک معیار نیست و ممکن است از افزایش عدم‌قطعیت محیط، تغییر ساختار شبکه یا کاهش اعتبار اطلاعات اولیه ناشی شود؛ بنابراین، یک روش تطبیقی پیشرفته باید بتواند بازخورد عملکرد را نه صرفا به‌عنوان یک خطای عددی، بلکه به‌عنوان سیگنالی برای بازتنظیم هم‌زمان پارامترهای تصمیم و وضعیت عدم‌قطعیت تفسیر کند.

۲-۶- تحلیل انتقادی و شکاف پژوهشی

مرور پنج جریان اصلی ادبیات نشان می‌دهد که هر یک از رویکردهای موجود بخش مهمی از مساله تصمیم‌گیری تحت عدم‌قطعیت را پوشش داده‌اند، اما این قابلیت‌ها غالبا به‌صورت مجزا توسعه یافته‌اند. روش‌های کلاسیک *MCDM* ساختار مناسبی برای ارزیابی و رتبه‌بندی گزینه‌ها فراهم می‌کنند، اما در برابر اطلاعات مبهم و تغییرات محیطی محدود هستند. مدل‌های فازی و نوتروسوفیک ظرفیت بالایی برای نمایش عدم‌قطعیت دارند، اما در بسیاری از موارد فرایند تصمیم‌گیری آن‌ها ایستا باقی می‌ماند. عملگرهای پیشرفته نوتروسوفیک، تعامل میان اطلاعات را بهتر مدل می‌کنند، ولی غالبا ساختار شبکه‌ای و بازخورد عملکرد را مستقیما در هسته تجمیع وارد نمی‌کنند. مدل‌های گراف‌محور نیز توانایی مناسبی در نمایش وابستگی‌های ساختاری دارند، اما معمولا مساله تجمیع اطلاعات نوتروسوفیک و یادگیری تطبیقی را به‌طور هم‌زمان پوشش نمی‌دهند. در نهایت، روش‌های یادگیری بازخوردی قابلیت سازگاری با محیط متغیر را فراهم می‌کنند، اما ادغام آن‌ها با یک ساختار نوتروسوفیک بازه‌ای و گراف‌محور هنوز به یک چارچوب یکپارچه و از نظر ریاضی قابل تحلیل نیاز دارد.

بنابراین، شکاف اصلی ادبیات در فقدان یک روش *MCDM* است که سه ویژگی مکمل را در سطح یک سازوکار تجمیع واحد یکپارچه کند: ۱- نمایش بازه‌ای و صریح عدم‌قطعیت در مولفه‌های حقیقت، عدم‌تعیین و کذب، ۲- انتقال اثر وابستگی‌های ساختاری از طریق یک شبکه گرافی و ۳- استفاده از بازخورد عملکرد برای یادگیری و اصلاح تطبیقی پارامترهای تصمیم. اهمیت این شکاف زمانی بیشتر می‌شود که بدانیم ترکیب ساده این سه مولفه الزاما یک روش منسجم ایجاد نمی‌کند؛ بلکه باید مشخص شود عدم‌قطعیت چگونه بر وزن روابط اثر می‌گذارد، اثر گرافی چگونه وارد تجمیع می‌شود، خطای عملکرد چگونه به سیگنال یادگیری تبدیل می‌شود و شرایط پایداری به‌روزرسانی‌ها چگونه تضمین خواهد شد. بر این اساس، پژوهش حاضر *DG-INFAO* را به‌عنوان یک عملگر تجمیع نوتروسوفیک بازه‌ای پویا و گراف‌محور با یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت توسعه می‌دهد. تفاوت اساسی این رویکرد با مطالعات پیشین در آن است که عدم‌قطعیت، ساختار شبکه و بازخورد عملکرد سه مولفه مستقل و الحاقی نیستند، بلکه به‌صورت درهم‌تنیده در سازوکار تجمیع و به‌روزرسانی تصمیم عمل می‌کنند.

به این ترتیب، *DG-INFAO* زمینه انتقال از تجمیع ایستای اطلاعات نوتروسوفیک به تجمیع تطبیقی، ساختارآگاه و بازخوردی را فراهم می‌کند. در این چارچوب، سهم روش پیشنهادی در ادبیات *MCDM* نه صرفا ارایه یک عملگر با ساختار جبری جدید، بلکه ارایه یک منطق تصمیم‌گیری جدید برای محیط‌های دارای عدم‌قطعیت پویا است؛ منطقی که در آن مقدار نهایی یک گزینه حاصل تعامل میان ارزیابی‌های چندمعیاره، وزن معیارها، ساختار وابستگی شبکه، سطح عدم‌قطعیت و تجربه حاصل از تصمیمات پیشین است. مطالعه موردی زنجیره‌تامین دارو در شرایط بحرانی در بخش‌های بعدی صرفا برای اعتبارسنجی تجربی، تحلیل پایداری و ارزیابی قابلیت کاربرد روش پیشنهادی استفاده خواهد شد و دامنه نظری *DG-INFAO* به این حوزه محدود نمی‌شود.

۳- پیش‌نیازها

در این بخش، مفاهیم و تعاریف ریاضی موردنیاز برای توسعه روش پیشنهادی ارایه می‌شوند. برای جلوگیری از ابهام در پیاده‌سازی، عملگرهای نوتروسوفیک، شاخص عدم‌قطعیت، تابع امتیازدهی و سازوکار بازخورد به‌صورت سازگار و عملیاتی تعریف می‌شوند.

۳-۱- عدد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای

یک عدد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای برای نمایش ارزیابی‌هایی استفاده می‌شود که ساختار ذوزنقه‌ای فازی را با درجات بازه‌ای حقیقت، عدم‌تعیین و کذب ترکیب می‌کنند.

تعریف ۱ - یک عدد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای $\tilde{x}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{x} = \langle (a_1, a_2, a_3, a_4); [T^L, T^U]; [I^L, I^U]; [F^L, F^U] \rangle,$$

که در آن

$$a_1 \le a_2 \le a_3 \le a_4,$$

پارامترهای عدد فازی ذوزنقه‌ای و

$$0 \le T^L \le T^U \le 1,$$
$$0 \le I^L \le I^U \le 1,$$
$$0 \le F^L \le F^U \le 1 .$$

به‌ترتیب کران‌های پایین و بالای درجه حقیقت[1]، عدم‌تعیین[2] و کذب[3] هستند.

[1] Truth
[2] Indeterminacy
[3] Falsity

برای یک ارزیابی $\tilde{x}$ بردار نوتروسوفیک متناظر را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد:

$$N(\tilde{x}) = ([T^L, T^U]; [I^L, I^U]; [F^L, F^U]), \quad (۱)$$

این بردار برای محاسبه شاخص‌های نوتروسوفیک و امتیازدهی به‌کار می‌رود؛ بااین‌حال، بخش ذوزنقه‌ای نیز در عملیات *IVTpNN* حفظ می‌شود.

۲-۳- مجموعه نوتروسوفیک بازه‌ای

تعریف ۲- یک مجموعه نوتروسوفیک بازه‌ای[1] $\tilde{A}$ بر روی فضای مرجع X به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{A} = \{ \langle x, [T_A^L(x), T_A^U(x)], [I_A^L(x), I_A^U(x)], [F_A^L(x), F_A^U(x)] \rangle \mid x \in X \}, \quad (۲)$$

در این رابطه، برای هر $x \in X$، سه تابع بازه‌ای

$$T_A(x) = [T_A^L(x), T_A^U(x)],$$
$$I_A(x) = [I_A^L(x), I_A^U(x)],$$
$$F_A(\mathrm{x}) = [\mathrm{F}_A^L(\mathrm{x}), \mathrm{F}_A^U(\mathrm{x})].$$

به‌ترتیب بیانگر درجه حقیقت، عدم‌تعیین و کذب هستند. وجود بازه در هر سه مولفه این امکان را فراهم می‌کند که به‌جای تحمیل یک مقدار قطعی به قضاوت تصمیم‌گیرنده، دامنه‌ای از مقادیر ممکن حفظ شود. این ویژگی به‌ویژه زمانی اهمیت دارد که اطلاعات حاصل از خبرگان دارای اختلاف نظر، ناقص یا وابسته به شرایط محیطی باشد. مجموعه نوتروسوفیک بازه‌ای در این تعریف، مفهوم عمومی‌تری از عدد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای دارد؛ بنابراین، این دو مفهوم در ادامه به‌جای یکدیگر استفاده نمی‌شوند.

۳-۳- عملگرهای پایه بر روی IVTpNN

فرض کنید دو عدد نوتروسوفیک بازه‌ای به‌صورت زیر باشند:

$$\tilde{x} = \{\langle \mathrm{a}, [\mathrm{T}_x^L, \mathrm{T}_x^U], [\mathrm{I}_x^L, \mathrm{I}_x^U], [\mathrm{F}_x^L, \mathrm{F}_x^U] \rangle,$$
$$\tilde{y} = \{\langle \mathrm{b}, [\mathrm{T}_y^L, \mathrm{T}_y^U], [\mathrm{I}_y^L, \mathrm{I}_y^U], [\mathrm{F}_y^L, \mathrm{F}_y^U] \rangle,$$

که در آن a و b چهارتایی‌های ذوزنقه‌ای هستند.

برای تعریف کامل عملگرها، بخش ذوزنقه‌ای و مولفه‌های نوتروسوفیک باید جداگانه و به‌صورت سازگار محاسبه شوند. در این پژوهش، برای بخش ذوزنقه‌ای، جمع و ضرب اسکالر به‌صورت مولفه‌ای در نظر گرفته می‌شوند:

$$a + b = (a^1 + b^1, a^2 + b^2, a^3 + b^3, a^4 + b^4),$$
$$\lambda a = (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3, \lambda a_4), \quad \lambda \geq 0,$$

برای مولفه‌های نوتروسوفیک، عملگر جمع به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{x} \oplus \tilde{y} = \langle a \oplus b; [T_x^L + T_y^L - T_x^L T_y^L, T_x^U + T_y^U - T_x^U T_y^U], [I_x^L I_y^L, I_x^U I_y^U], [F_x^L F_y^L, F_x^U F_y^U] \rangle, \quad (۳)$$

برای مولفه‌های نوتروسوفیک، عملگر جمع به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{\mathrm{x}} \otimes \tilde{\mathrm{y}} = \langle \mathrm{a} \otimes \mathrm{b}; [\mathrm{T}_x^L \mathrm{T}_y^L, \mathrm{T}_x^U \mathrm{T}_y^U], [\mathrm{I}_x^L + \mathrm{I}_y^L - \mathrm{I}_x^L \mathrm{I}_y^L, \mathrm{I}_x^U + \mathrm{I}_y^U - \mathrm{I}_x^U \mathrm{I}_y^U], [\mathrm{F}_x^L + \mathrm{F}_y^L - \mathrm{F}_x^L \mathrm{F}_y^L, \mathrm{F}_x^U + \mathrm{F}_y^U - \mathrm{F}_x^U \mathrm{F}_y^U] \rangle, \quad (۴)$$

در رابطه بالا، $a \cdot b$ فقط هنگامی یک چهارتایی ذوزنقه‌ای معتبر تولید می‌کند که تعریف ضرب بخش فازی و شرایط اعتبار آن مشخص شده باشد.

---

[1] Interval-Valued Neutrosophic Set (IVNS)

در پیاده‌سازی، باید از تعریف معتبر و یکسان ضرب اعداد فازی ذوزنقه‌ای استفاده شود؛ ضرب مولفه به مولفه نباید بدون بررسی اعتبار آن، معادل ضرب عمومی اعداد فازی تلقی شود.

برای ضریب اسکالر $\lambda \geq 0$ ، عملگر وزن‌دهی نوتروسوفیک به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\lambda \otimes \tilde{x} = \langle \lambda a; [1-(1-T_x^L)^\lambda, 1-(1-T_x^U)^\lambda], [(I_x^L)^\lambda, (I_x^U)^\lambda], [(F_x^L)^\lambda, (F_x^U)^\lambda] \rangle, \quad (۵)$$

این تعریف برای مولفه‌های نوتروسوفیک در نظر گرفته شده است؛ استفاده از آن در الگوریتم باید با عملگر تجمیع نهایی و خواص مورد انتظار آن سازگار باشد. در پیاده‌سازی عددی، حالت $\lambda = 0$ نیز باید مطابق تعریف حدی یا قرارداد عملگر مدیریت شود.

۳-۴- واگرایی جنسن-شانون

برای سنجش میزان اختلاف میان دو توزیع نرمال‌شده یا دو نمایش احتمالی از اطلاعات، واگرایی جنسن-شانون به‌عنوان یک معیار متقارن و کراندار مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای دو توزیع احتمال P و Q، ابتدا توزیع میانگین به‌صورت:

$$M = \frac{1}{2}(P+Q),$$

تعریف می‌شود. سپس،

$$JSD(P,Q) = \frac{1}{2}D_{KL}(P \parallel M) + \frac{1}{2}D_{KL}(Q \parallel M),$$

که در آن واگرایی کولبک-لایبلر[1] برابر است با:

$$D_{KL}(P \parallel Q) = \sum_k P_k \, ln\left(\frac{P_k}{Q_k}\right), \quad (۶)$$

بنابراین:

$$JSD(P,Q) = JSD(Q,P),$$

و با استفاده از لگاریتم طبیعی، مقدار آن در بازه

$$0 \leq JSD(P,Q) \leq ln2,$$

در صورت استفاده از لگاریتم پایه ۲، کران بالای واگرایی برابر با ۱ است. همچنین، در محاسبات باید قرارداد $ln(0/q) = 0$ رعایت شود.

۳-۵- تابع امتیازدهی IVTpNN

برای مقایسه و رتبه‌بندی خروجی‌های نوتروسوفیک، تابع امتیازدهی اسکالر تعریف می‌شود. برای عدد $\tilde{x}$، مقادیر مرکزی مولفه‌های نوتروسوفیک عبارت‌اند از:

$$\bar{T} = \frac{T^L + T^U}{2}, \qquad \bar{I} = \frac{I^L + I^U}{2}, \qquad \bar{F} = \frac{F^L + F^U}{2}.$$

[1] Kullback-Leibler Divergence (KLD)

تابع امتیاز مورد استفاده در این پژوهش به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(\tilde{x}) = \frac{1 + \bar{T} - \bar{F}}{1 + \bar{I}}, \quad (۷)$$

در این تعریف، افزایش درجه حقیقت امتیاز را افزایش می‌دهد و افزایش درجه کذب یا عدم‌تعیین، با ثابت بودن سایر مولفه‌ها، امتیاز را کاهش می‌دهد. برای مقایسه دو ارزیابی $\tilde{x}$ و $\tilde{y}$، اگر $S(\tilde{x}) > S(\tilde{y})$ باشد، $\tilde{x}$ بر اساس تابع امتیاز تعریف‌شده ارجح است. در صورت برابر بودن امتیازها، می‌توان از یک قاعده ثانویه از پیش تعیین‌شده، مانند مقایسه درجه دقت یا میزان عدم‌تعیین، استفاده کرد. این قاعده باید پیش از اجرای الگوریتم مشخص شود. آنگاه $\tilde{x}$ نسبت به $\tilde{y}$ ارجح است. در صورت برابری امتیازها، می‌توان از شاخص دقت یا پهنای بازه‌ها به‌عنوان معیار ثانویه استفاده کرد.

۳-۶- نرمال‌سازی اطلاعات تصمیم

با توجه به تفاوت مقیاس و ماهیت معیارها، ارزیابی‌های اولیه پیش از تجمیع باید به یک مقیاس مشترک منتقل شوند. برای یک معیار سود، تبدیل خطی مقدار قطعی x_{ij} به بازه $[0,1]$ به‌صورت:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{min}}{x_j^{max} - x_j^{min}},$$

و برای معیار هزینه به‌صورت:

$$r_{ij} = \frac{x_j^{max} - x_{ij}}{x_j^{max} - x_j^{min}},$$

تعریف می‌شود. بدیهی است که این روابط تنها زمانی تعریف‌پذیرند که $x_j^{max} \neq x_j^{min}$ باشد. در محیط نوتروسوفیک، این تبدیل به‌صورت مولفه‌ای بر کران‌های مربوط به درجات حقیقت، عدم‌تعیین و کذب اعمال می‌شود؛ به‌گونه‌ای که ساختار بازه‌ای اطلاعات در فرایند نرمال‌سازی حفظ گردد. هدف از این مرحله حذف اثر مقیاس و فراهم‌کردن شرایط لازم برای مقایسه و تجمیع ارزیابی‌های مربوط به معیارهای ناهمگن است.

۳-۷- ساختار گراف جهت‌دار وزن‌دار

گراف وابستگی به‌صورت $G = (V, E, W)$ تعریف می‌شود؛ در آن V مجموعه گره‌ها، E مجموعه یال‌های جهت‌دار و W ماتریس شدت وابستگی است. برای مساله‌ای با n گزینه، $V = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ در نظر گرفته می‌شود. مقدار w_{ik} شدت اثر گزینه A_k بر گزینه A_i را نشان می‌دهد و نامنفی است. برای نبود رابطه مستقیم، $w_{ik} = 0$ در نظر گرفته می‌شود.

مجموعه همسایگان ورودی گزینه A_i عبارت است از:

$$N_i = \{ k \mid (A_k, A_i) \in E \}.$$

برای هر گزینه‌ای که مجموع وزن یال‌های ورودی آن مثبت باشد، وزن‌های نرمال‌شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{w}_{ik} = \frac{w_{ik}}{\sum_{l \in N_i} w_{il}},$$

در نتیجه

$$\sum_{k \in N_i} \bar{w}_{ik} = 1.$$

اگر گزینه‌ای هیچ همسایه ورودی نداشته باشد، نباید رابطه نرمال‌سازی بالا محاسبه شود؛ در این حالت، مولفه اطلاعات شبکه‌ای آن گزینه برابر با ارزیابی مستقیم تعریف می‌شود.

۳-۸- وزن‌دهی معیارها

فرض شود مجموعه معیارهای تصمیم‌گیری به‌صورت:

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\},$$

تعریف شده و بردار وزن معیارها برابر باشد با

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_m),$$

وزن‌ها باید شرایط زیر را ارضا کنند:

$$w_j \geq 0, j = 1, \dots, m,$$

و

$$\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$$

این وزن‌ها اهمیت نسبی معیارها را نشان می‌دهند. در *DG-INFAO*، وزن اولیه به‌عنوان نقطه شروع در نظر گرفته می‌شود و به‌روزرسانی آن فقط در صورت دسترسی به بازخورد عملکردی و وجود یک قاعده یادگیری تعریف‌شده انجام می‌شود.

۳-۹- معیار خطای بازخوردی

برای ارزیابی اختلاف میان نتیجه پیش‌بینی‌شده و عملکرد واقعی، فرض کنید S_i^{pred} امتیاز پیش‌بینی‌شده گزینه A_i و S_i^{real} عملکرد واقعی متناظر باشد. خطای گزینه i به‌صورت:

$$e_i = S_i^{real} - S_i^{pred} \quad (۸)$$

تعریف می‌شود.

خطای کلی مجموعه گزینه‌ها با میانگین قدرمطلق خطا محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |e_i| \quad (۹)$$

این شاخص، اندازه کلی اختلاف میان امتیازهای پیش‌بینی‌شده و مشاهده‌شده را نشان می‌دهد. از آنجا که E نامنفی است، به‌تنهایی جهت اصلاح وزن‌ها را تعیین نمی‌کند و برای یادگیری وزن‌ها باید از اطلاعات حساسیت یا گرادیان خطا استفاده شود. در مجموع، این تعاریف مبانی ریاضی روش *DG-INFAO* را فراهم می‌کنند. در بخش بعد، اجزای یادشده در یک چارچوب تصمیم‌گیری تطبیقی به هم متصل می‌شوند.

۴- روش پیشنهادی

روش *DG-INFAO* با هدف ترکیب ارزیابی‌های *IVTpNN*، وابستگی‌های گرافی و یادگیری مبتنی بر بازخورد طراحی می‌شود. برای جلوگیری از ابهام در پیاده‌سازی، لازم است خروجی عملگر پیشنهادی، نقش ضریب عدم‌قطعیت و قاعده به‌روزرسانی وزن‌ها به‌صورت عملیاتی تعریف شوند. صورت‌بندی زیر یک نسخه مشخص از این سازوکار را ارایه می‌کند.

گام ۱ (تعریف مجموعه گزینه‌ها، معیارها و دوره‌های تصمیم‌گیری)- مجموعه گزینه‌ها و معیارها به‌ترتیب برابرند با:

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$
$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$$

افق تصمیم‌گیری به‌صورت $t = \{0,1,2, \dots, T_{max}\}$ تعریف می‌شود؛ در آن T_{max} حداکثر تعداد تکرارهای الگوریتم است.

گام ۲ (تشکیل ماتریس تصمیم نوتروسوفیک بازه‌ای)- ارزیابی گزینه A_i نسبت به معیار C_j در دوره t با یک عدد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای نمایش داده می‌شود:

$$\tilde{x}_{ij}^{(t)} = \left((a_{ij1}^{(t)}, a_{ij2}^{(t)}, a_{ij3}^{(t)}, a_{ij4}^{(t)}); [T_{ij}^{L(t)}, T_{ij}^{U(t)}]; [I_{ij}^{L(t)}, I_{ij}^{U(t)}]; [F_{ij}^{L(t)}, F_{ij}^{U(t)}] \right) \quad (۱۰)$$

به‌طوری‌که ترتیب پارامترهای ذوزنقه‌ای و قیود کران‌های بازه‌ای تعریف‌شده در بخش ۳ برقرار باشند.

ماتریس تصمیم به‌صورت $\tilde{X}(t) = [\tilde{x}_{ij}(t)]_{n\times m}$ با ابعاد $n \times m$ تعریف می‌شود.

گام ۳ (تعیین نوع معیارها و نرمال‌سازی)- معیارها بر اساس ماهیت ترجیح به دو گروه سودی و هزینه‌ای تقسیم می‌شوند. در معیار سودی، مقادیر بزرگ‌تر مطلوب‌تر و در معیار هزینه‌ای، مقادیر کوچک‌تر مطلوب‌تر هستند. برای جلوگیری از ایجاد ابهام در معنای مولفه‌های I و F، تبدیل این دو مولفه مطابق قواعد تعریف‌شده برای *IVTpNN* در بخش ۳ انجام می‌شود. خروجی این گام ماتریس نرمال‌شده $\tilde{R}(t)$ است که در آن جهت ترجیح تمام معیارها یکسان شده است. در صورت وجود معیارهای بدون قدرت تفکیک یا داده‌های ثابت، قاعده نرمال‌سازی آن‌ها باید مشخص و در تمام دوره‌ها به‌صورت یکسان اجرا شود:

$$\tilde{R}^{(t)} = \left[\tilde{r}_{ij}^{(t)}\right]_{n\times m}$$

گام ۴ (تعیین وزن اولیه معیارها)- بردار وزن اولیه معیارها در شروع فرایند به‌صورت $w^{(0)} = (w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, w_m^{(0)})$ تعریف می‌شود، به‌طوری‌که

$$w_j^{(0)} \geq 0, \qquad j = 1, \dots, m,$$

و

$$\sum_{j=1}^{m} w_j^{(0)} = 1$$

وزن‌های اولیه می‌توانند از طریق قضاوت خبرگان، روش‌های عینی، روش‌های ترکیبی یا سایر سازوکارهای معتبر وزن‌دهی تعیین شوند. با این حال، در *DG-INFAO* وزن‌های اولیه نقطه شروع فرایند یادگیری هستند و در ادامه بر اساس بازخورد عملکردی به‌صورت تطبیقی اصلاح می‌شوند. به‌روزرسانی وزن‌ها تنها زمانی انجام می‌شود که اطلاعات عملکردی یا معیار مرجعی برای محاسبه خطای پیش‌بینی در دسترس باشد.

گام ۵ (تشکیل گراف وابستگی پویا)- گراف دوره t به‌صورت $G(t) = (V, E(t), W(t))$ تعریف می‌شود. مقدار $w_{ik}^{G(t)}$ شدت اثر گزینه A_k بر گزینه A_i را نشان می‌دهد.

برای روابط موجود، $w_{ik}^{G(t)} \geq 0$ و برای روابط ناموجود، مقدار آن صفر است. وزن‌های ورودی هر گزینه با رابطه زیر نرمال می‌شوند:

$$\overline{w}_{ik}^{G(t)} = \frac{w_{ik}^{G(t)}}{\sum_{l\in N_i^{(t)}} w_{il}^{G(t)}}, \quad k \in N_i^{(t)} \quad (۱۱)$$

این رابطه فقط برای گزینه‌هایی با مجموع وزن ورودی مثبت محاسبه می‌شود. در صورت نبود همسایه ورودی، خروجی شبکه‌ای آن گزینه برابر با ارزیابی مستقیم تعریف خواهد شد.

گام ۶ (محاسبه ارزیابی مستقیم گزینه‌ها)- برای هر گزینه A_i، ارزیابی مستقیم با استفاده از عملگر تجمیع *IVTpNN* محاسبه می‌شود:

$$\tilde{Z}_i^{(t)} = \mathrm{Agg}\left(\tilde{R}_{\sim i}^{(t)}, \mathrm{w}^{(t)}\right) \quad (۱۲)$$

در این رابطه، $\tilde{R}_i^{(t)}$ بردار ارزیابی نرمال‌شده گزینه A_i و *Agg* عملگر تجمیع وزن‌دار *IVTpNN* است:

گام ۷ (محاسبه اطلاعات شبکه‌ای گزینه‌ها)- برای گزینه A_i، ارزیابی‌های همسایگان ورودی با وزن‌های وابستگی ترکیب می‌شوند:

$$\tilde{G}_i^{(t)} = \mathrm{Agg}^G\{\bar{w}_{ik}^{G(t)} \otimes \tilde{Z}_k^{(t)} \mid k \in N_i^{(t)})\} \quad (۱۳)$$

در این رابطه، Agg^G عملگر تجمیع شبکه‌ای است که باید به‌صورت صریح تعریف شود. اگر $N_i^{(t)}$ تهی باشد، $\tilde{G}_i^{(t)} = N_i^{(t)}$ در نظر گرفته می‌شود.

گام ۸ (محاسبه شاخص عدم‌قطعیت) - شاخص عدم‌قطعیت بر اساس عرض بازه‌های عدم‌تعیین ماتریس تصمیم تعریف می‌شود:

$$Uobs(t) = \frac{1}{nm}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(I_{ij}^{U(t)} - I_{ij}^{L(t)}\right) \quad (۱۴)$$

از آنجا که عرض هر بازه بین صفر و یک قرار دارد، $0 \le Uobs(t) \le 1$ برقرار است.

این شاخص فقط پراکندگی بازه‌های عدم‌تعیین را اندازه‌گیری می‌کند و معادل اندازه‌گیری جامع همه منابع عدم‌قطعیت نیست. همچنین *Uobs(t)* از داده‌های موجود محاسبه می‌شود و نباید بدون توجیه به‌عنوان متغیری مستقل از داده‌ها در نظر گرفته شود. برای تبدیل این شاخص به ضریب اعتماد، رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\eta(t) = 1 - Uobs(t) \quad (۱۵)$$

بنابراین، $0 \le \eta(t) \le 1$ است و افزایش عرض بازه‌های عدم‌تعیین، ضریب اعتماد را کاهش می‌دهد.

این رابطه یک انتخاب مشخص برای نسخه عملیاتی *DG-INFAO* است، نه یک نتیجه اجتناب‌ناپذیر از نظریه نوتروسوفیک. انتخاب آن باید در تحلیل حساسیت ارزیابی شود.

گام ۹ (محاسبه خروجی *DG-INFAO*)- ابتدا ضریب اثر موثر شبکه تعریف می‌شود:

$$\lambda eff(t) = \lambda(t)\eta(t) \quad (۱۶)$$

که در آن $0 \le \lambda(t) \le 1$ است. سپس خروجی نهایی با ترکیب ارزیابی مستقیم و اطلاعات شبکه‌ای محاسبه می‌شود:

$$\tilde{Z}_i^{DG(t)} = [1 - \lambda eff(t)] \otimes \tilde{Z}_i^{(t)} \oplus \lambda eff(t) \otimes \tilde{G}_i^{(t)} \quad (۱۷)$$

این رابطه، تعریف عملیاتی مشخصی از نسخه پیشنهادی *DG-INFAO* ارایه می‌دهد: با افزایش عدم‌قطعیت، سهم موثر اطلاعات شبکه‌ای کاهش می‌یابد و سهم ارزیابی مستقیم افزایش پیدا می‌کند. در این رابطه، عملگرهای $\oplus$ و $\otimes$ باید دقیقا مطابق بخش ۳ پیاده‌سازی شوند. همچنین باید بررسی شود که خروجی محاسبه‌شده شرایط اعتبار *IVTpNN* را حفظ می‌کند.

گام ۱۰ (تبدیل خروجی *IVTpNN* به شاخص امتیاز)- امتیاز هر گزینه با تابع امتیازدهی بخش ۳ محاسبه می‌شود:

$$\mathrm{S}_i^{(t)} = \mathrm{S}\left(\tilde{Z}_i^{DG(t)}\right)$$

در این گام تابع امتیاز جدیدی تعریف نمی‌شود. مقدار بیشتر $\mathrm{S}_i^{(t)}$ نشان‌دهنده ارجحیت بیشتر بر اساس تابع امتیاز انتخاب‌شده است.

گام ۱۱ (رتبه‌بندی گزینه‌ها و انتخاب گزینه برتر)- گزینه‌ها بر اساس امتیاز نزولی مرتب می‌شوند و گزینه برتر به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$A^*(t) = arg\max_{A_i \in A} S_i^{(t)} \quad (۱۸)$$

در صورت برابر بودن امتیازها، قاعده ثانویه‌ای که در بخش ۳ تعریف شده است به‌کار می‌رود. قاعده رفع تساوی باید قبل از اجرای الگوریتم مشخص شود تا نتایج قابل بازتولید باشند.

گام ۱۲ (دریافت بازخورد عملکردی)- برای هر گزینه، امتیاز پیش‌بینی‌شده و امتیاز حاصل از عملکرد واقعی به‌ترتیب با $S_{i,pred}^{(t)}$ و $S_{i,real}^{(t)}$ نمایش داده می‌شوند. پس از مشاهده عملکرد واقعی گزینه‌ها، خطای علامت‌دار هر گزینه محاسبه می‌شود:

$$e_i^{(t)} = S_{i,real}^{(t)} - S_{i,pred}^{(t)}$$

خطای کلی نیز برابر است با:

$$E^{(t)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|e_i^{(t)}|$$

دو امتیاز پیش‌بینی‌شده و واقعی باید در یک مقیاس مشترک تعریف شوند. اگر امتیاز واقعی مستقیما قابل مقایسه با تابع امتیاز *IVTpNN* نباشد، ابتدا باید نگاشت کالیبراسیون مشخصی اعمال شود.

گام ۱۳ (به‌روزرسانی وزن معیارها)- در اینجا، یادگیری وزن‌ها بر اساس تابع زیان و حساسیت خروجی نسبت به وزن‌ها تعریف می‌شود. تابع زیان به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\mathrm{L(w)} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[S_{i,real}^{(t)} - S_{i,pred}^{(t;w)}\right]^2 \quad (۱۹)$$

گرادیان تابع زیان نسبت به وزن معیار j برابر است با:

$$g_j(t) = \frac{\partial L\big(w(t)\big)}{\partial w_j} \quad (۲۰)$$

در صورت مشتق‌پذیر نبودن عملگر تجمیع یا تابع امتیاز، گرادیان را می‌توان با تفاضل محدود تقریب زد؛ برای مثال، با تغییر کوچک وزن j و محاسبه مجدد تابع زیان. به‌روزرسانی وزن‌ها با تصویرسازی روی مجموعه وزن‌های مجاز انجام می‌شود:

$$w(t+1) = Proj_v\,[w(t) - \alpha g(t)] \quad (۲۱)$$

که در آن $\alpha > 0$ نرخ یادگیری و Δ مجموعه سیمپلکس وزن‌هاست:

$$\Delta = \{w \,|w_j \geq 0\,, \sum_j w_j = 1\}$$

عملگر $Proj_\Delta$ برداری را به نزدیک‌ترین بردار در مجموعه Δ تصویر می‌کند؛ در نتیجه، نامنفی بودن وزن‌ها و مجموع واحد آن‌ها حفظ می‌شود. برای پیاده‌سازی، باید روش تصویرسازی به‌صورت مشخص تعیین شود. اگر گرادیان صفر باشد یا بازخورد عملکردی در دسترس نباشد، وزن‌ها در آن دوره تغییر نمی‌کنند.

گام ۱۴ (به‌روزرسانی سطح عدم‌قطعیت)- سطح عدم‌قطعیت مشاهده‌شده از ماتریس تصمیم محاسبه می‌شود؛ بنابراین، افزودن دایمی خطای نامنفی به آن می‌تواند به اشباع در کران بالایی منجر شود و از نظر مفهومی با اندازه‌گیری عدم‌قطعیت داده‌ها یکسان نیست. در نسخه پیشنهادی، عدم‌قطعیت جاری با مقدار مشاهده‌شده ترکیب می‌شود:

$$U(t+1) = (1 - \beta)U(t) + \beta Uobs(t)$$

که در آن $0 \leq \beta \leq 1$ نرخ تعدیل است.

اگر $U(0)$ و $Uobs(t)$ در بازه $[0,1]$ باشند، آنگاه $U(t+1)$ نیز در همین بازه قرار می‌گیرد.

این رابطه یک به‌روزرسانی هموارکننده برای شاخص عدم‌قطعیت است. اگر در کاربرد موردنظر، هدف یادگیری عدم‌قطعیت پنهان از خطای پیش‌بینی باشد، باید متغیر هدف و تابع زیان جداگانه‌ای برای آن تعریف شود؛ رابطه بالا به‌تنهایی چنین یادگیری را انجام نمی‌دهد.

گام ۱۵ (به‌روزرسانی گراف وابستگی)- در صورتی که ساختار روابط میان گزینه‌ها در طول زمان تغییر کند، شدت یال‌ها می‌تواند به‌روزرسانی شود:

$$\widehat{w}_{ik}^{G(t+1)} = w_{ik}^{G(t)} + \gamma \Delta_{ik}^{(t)} \qquad (۲۲)$$

که در آن γ نرخ یادگیری گراف و $\Delta_{ik}^{(t)}$ تغییر برآوردشده در شدت رابطه است.

برای آنکه این رابطه عملیاتی و قابل بازتولید باشد، $\Delta_{ik}^{(t)}$ باید از داده یا قاعده‌ای مشخص محاسبه شود؛ برای مثال، از تغییر ارتباط خطاهای گزینه‌های مرتبط. بدون چنین تعریفی، به‌روزرسانی گراف صرفا یک رابطه کلی است.

برای حفظ نامنفی بودن وزن‌ها می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\widetilde{w}_{ik}^{G(t+1)} = max\{0, \widehat{w}_{ik}^{G(t+1)}\} \qquad (۲۳)$$

سپس وزن‌های ورودی هر گره دوباره نرمال می‌شوند. اگر مجموع وزن‌های ورودی صفر باشد، گره بدون همسایه ورودی در نظر گرفته می‌شود. در صورت ثابت بودن روابط، گراف بدون تغییر باقی می‌ماند:

$$W(t+1) = W(t)$$

گام ۱۶ (تشکیل وضعیت تصمیم‌گیری دوره بعد)- پس از به‌روزرسانی وزن معیارها، سطح عدم‌قطعیت و در صورت نیاز ساختار گراف، وضعیت تصمیم‌گیری دوره بعد تشکیل می‌شود:

$$D^{(t+1)} = \Phi\left(X^{(t+1)}, G^{(t+1)}, w^{(t+1)}, U^{(t+1)}\right),$$

در این رابطه، Φ نشان‌دهنده کل فرایند محاسباتی تعریف‌شده در گام‌های قبل است. این نماد صرفا نمایش فشرده فرایند است و جایگزین روابط عملیاتی گام‌های قبلی نمی‌شود.

گام ۱۷ (شرط توقف)- برای تشخیص توقف الگوریتم، تغییرات متوالی وزن‌ها، عدم‌قطعیت و ساختار گراف بررسی می‌شوند:

$$d_w(t) = \|w(t+1) - w(t)\|^1$$
$$d_U(t) = |U(t+1) - U(t)|$$
$$d_G(t) = \|W(t+1) - W(t)\|^1$$

در صورت ثابت بودن گراف، $d_G(t)$ برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. شرط توقف الگوریتم به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$max\{d_w(t), d_U(t), d_G(t)\} \leq \varepsilon \qquad (۲۴)$$

که در آن $\varepsilon > 0$ آستانه توقف است. همچنین الگوریتم پس از T_{max} تکرار، حتی در صورت برقرار نشدن شرط توقف، خاتمه می‌یابد.

برقراری شرط توقف به معنای کوچک بودن تغییرات پارامترها در دو تکرار متوالی است؛ این شرط به‌تنهایی اثبات همگرایی نظری الگوریتم نیست. اثبات همگرایی مستلزم بررسی شرایطی مانند رفتار تابع زیان، نرخ یادگیری و پایداری نگاشت به‌روزرسانی است.

گام ۱۸ (تحلیل حساسیت و پایداری رتبه‌بندی)- به‌منظور ارزیابی استحکام *DG-INFAO*، حساسیت نتایج نسبت به پارامترهای اصلی روش بررسی می‌شود. مهم‌ترین پارامترهای مورد مطالعه عبارت‌اند از نرخ یادگیری وزن‌ها α، نرخ یادگیری عدم‌قطعیت β، شدت اثر شبکه‌ای λ و مقدار اولیه یا سطح عدم‌قطعیت U.

در هر سناریو، یک پارامتر در دامنه از پیش تعیین‌شده تغییر کرده و سایر پارامترها ثابت نگه داشته می‌شوند. سپس تغییرات امتیازها، رتبه‌ها و گزینه منتخب بررسی می‌شود. حساسیت نسبی امتیاز گزینه A_i نسبت به پارامتر θ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{i,\theta} = \frac{\Delta S_i / S_i}{\Delta \theta / \theta}$$

این شاخص فقط زمانی تعریف‌پذیر است که مقادیر S_i و θ صفر نباشند. در غیر این صورت، باید از شاخص حساسیت مطلق یا تفاضل محدود استفاده شود. برای سنجش توافق رتبه‌بندی دو سناریو، ضریب اسپیرمن در حالت نبود رتبه‌های مساوی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

که در آن d_i اختلاف رتبه گزینه A_i بین سناریوی پایه و سناریوی مورد بررسی است. مقدار ρ نزدیک به یک بیانگر پایداری بالای رتبه‌بندی در برابر تغییر پارامتر مورد مطالعه است. علاوه بر این، ثبات گزینه برتر در سناریوهای مختلف به‌عنوان شاخص عملی استحکام تصمیم بررسی خواهد شد.

بنابراین، *DG-INFAO* یک چارچوب تصمیم‌گیری چندمعیاره مبتنی بر *IVTpNN*، اطلاعات شبکه‌ای و بازخورد عملکردی است. ویژگی تطبیقی روش از طریق به‌روزرسانی صریح وزن‌ها و در صورت تعریف قاعده یادگیری معتبر، ساختار گراف حاصل می‌شود. شاخص عدم‌قطعیت نیز با داده‌های مشاهده‌شده به‌روزرسانی می‌شود .اعتبار نظری و تجربی این چارچوب باید با بررسی خواص عملگر تجمیع، تحلیل پایداری، مقایسه با روش‌های پایه و آزمایش‌های حساسیت ارزیابی شود.

۵- تحلیل نظری و ویژگی‌های DG-INFAO

این بخش، خواص نظری و ویژگی‌های بنیادی عملگر *DG-INFAO* را بررسی می‌کند. هدف، تحلیل کرانداری خروجی، شرایط اعتبار یکنواختی و خاصیت همانی، اثر وابستگی‌های گرافی، رفتار سازوکار کنترل عدم‌قطعیت، ویژگی‌های یادگیری بازخوردی و پیچیدگی محاسباتی روش است. برای حفظ دقت ریاضی، میان ویژگی‌هایی که تحت فرض‌های مشخص قابل اثبات‌اند و رفتارهایی که صرفا از طراحی الگوریتم انتظار می‌روند، تمایز گذاشته می‌شود.

۵-۱- ویژگی‌های ساختاری عملگر تجمیع

۵-۱-۱- خاصیت کرانداری

قضیه ۱ – فرض کنید تمام مولفه‌های نوتروسوفیک ورودی در بازه *[0,1]* قرار داشته باشند، وزن معیارها نامنفی باشند و شرط زیر برقرار باشد:

$$\sum_{j=1}^{m} \omega_j(t) = 1$$

همچنین فرض کنید عملگرهای مورد استفاده در تجمیع پایه، تجمیع گرافی و ترکیب نهایی، فضای معتبر *IVTpNN* را حفظ کنند. در این صورت، خروجی نهایی شرایط زیر را ارضا می‌کند:

$$0 \le T_i^L(t) \le T_i^U(t) \le 1$$
$$0 \le I_i^L(t) \le I_i^U(t) \le 1$$
$$0 \le F_i^L(t) \le F_i^U(t) \le 1$$

اثبات: از آنجا که تمامی ورودی‌ها در *[0,1]* قرار دارند و ضرایب ترکیب شامل $\omega_j^{(t)}$، $\lambda^{(t)}$ و ضرایب نرمال‌شده گرافی نامنفی و مجموع آن‌ها برابر یک است، ترکیب محدب ورودی‌ها نمی‌تواند از کران‌های فضای تعریف‌شده خارج شود؛ بنابراین، خروجی مستقیم، خروجی گرافی و ترکیب نهایی آن‌ها در فضای *IVTpNN* باقی می‌مانند. در نتیجه، *DG-INFAO* دارای خاصیت کرانداری است. این ویژگی از نظر محاسباتی اهمیت اساسی دارد، زیرا از تولید مقادیر نامعتبر در فرایندهای تکراری جلوگیری کرده و امکان اجرای پایدار سازوکار یادگیری را فراهم می‌سازد.

۲-۱-۵- یکنواختی

قضیه ۲- اگر ارزیابی یک گزینه نسبت به یک یا چند معیار، بدون تغییر سایر مولفه‌ها، در جهت مطلوبیت افزایش یابد، امتیاز نهایی گزینه نباید کاهش یابد؛ مشروط بر آنکه وزن معیارها، ساختار گراف و سطح عدم‌قطعیت ثابت باشند.

به‌صورت رسمی، برای دو بردار ارزیابی R_i و R_i'، اگر

$$R_i' \ge R_i$$

در معنای ترتیب مطلوبیت *IVTpNN* برقرار باشد، آنگاه:

$$DG - INFAO(R_i', \omega, G, U) \ge DG - INFAO(R_i, \omega, G, U)$$

در نتیجه، تابع امتیاز نیز باید شرط

$$S_i' \ge S_i$$

را ارضا کند.

استدلال: از آنجا که عملیات تجمیع وزنی و ترکیب گرافی با ضرایب نامنفی انجام می‌شوند، افزایش مولفه‌های مطلوبیت یک گزینه اثر کاهشی بر خروجی آن ایجاد نمی‌کند؛ بنابراین، روش پیشنهادی نسبت به تغییرات یکنواخت اطلاعات تصمیم سازگار است.

این خاصیت مانع از ایجاد رتبه‌بندی‌های متناقض در اثر بهبود واقعی عملکرد یک گزینه می‌شود.

۳-۱-۵- خاصیت همانی

قضیه ۳- چنانچه تمام ورودی‌های عملگر دارای یک *IVTpNN* یکسان x باشند و وزن‌ها شرط نرمال‌سازی را ارضا کنند، خروجی تجمیع پایه باید همان مقدار ورودی باشد:

$$Agg(x, x, \dots, x; \omega) = x$$

زیرا

$$\sum_{j=1}^{m} \omega_j = 1$$

و در نتیجه، ترکیب وزنی مقادیر یکسان، مقدار اولیه را حفظ می‌کند.

برای بخش گرافی نیز، اگر تمام گره‌های موثر بر گزینه A_i دارای مقدار یکسان x باشند و وزن‌های روابط نرمال شده باشند، آنگاه:

$$Agg_G(x, x, \dots, x; \omega) = x$$

بنابراین:

$$Z_i^{G(t)} = \left(1 - \lambda^{(t)}\right)x \oplus \lambda^{(t)}x = x$$

در نتیجه، *DG-INFAO* نسبت به حالت همگن دارای خاصیت همانی است. این ویژگی نشان می‌دهد که عملگر در شرایطی که هیچ تفاوت اطلاعاتی میان ورودی‌ها وجود ندارد، مصنوعا اطلاعات جدید ایجاد نمی‌کند.

۲-۵- تحلیل اثر وابستگی‌های گرافی و عدم‌قطعیت

۱-۲-۵- اثر وابستگی‌های گرافی

وابستگی میان گزینه‌ها یکی از اجزای اصلی ساختار پیشنهادی است. برای گزینه A_i، اطلاعات شبکه‌ای به‌صورت:

$$G_i(t) = Agg_G\{\, e_{ik}(t) \otimes Z_k(t) \mid k \in N_i(t) \,\}$$

محاسبه می‌شود. سپس خروجی مستقیم و گرافی با استفاده از $\lambda^{(t)}$ ترکیب می‌شوند:

$$Z_i^G(t) = \left(1 - \lambda(t)\right) \otimes Z_i(t) \otimes \lambda^{(t)} \otimes G_i(t)$$

از این رابطه، دو حالت حدی به‌صورت مستقیم حاصل می‌شود:

$$\lambda^{(t)} = 0 \Rightarrow Z_i^G(t) = Z_i(t)$$

و

$$\lambda^{(t)} = 1 \Rightarrow Z_i^G(t) = G_i(t)$$

بنابراین، $\lambda^{(t)}$ نقش یک پارامتر کنترل‌کننده برای انتقال اطلاعات از ارزیابی مستقل به ارزیابی شبکه‌ای را ایفا می‌کند. در نتیجه، هرچه شدت وابستگی‌های معتبر میان گزینه‌ها افزایش یابد، سهم اطلاعات شبکه‌ای در خروجی افزایش خواهد یافت. این ویژگی، *DG-INFAO* را از روش‌هایی که گزینه‌ها را به‌صورت کاملا مستقل ارزیابی می‌کنند متمایز می‌سازد.

۲-۲-۵- رفتار تحت افزایش عدم‌قطعیت

در *DG-INFAO*، شاخص عدم‌قطعیت بر اساس پهنای بازه‌های مولفه عدم‌تعیین تعریف می‌شود:

$$Uobs(t) = \frac{1}{nm}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(I_{ij}^{U}(t) - I_{ij}^{L}(t)\right)$$

از آنجا که پهنای هر بازه نامنفی است، $Uobs(t)$ در بازه *[0,1]* قرار می‌گیرد. افزایش پهنای بازه‌های مولفه عدم‌تعیین، در صورت ثابت ماندن سایر پهناها، این شاخص را افزایش می‌دهد.

$$\eta^{(t)} = 1 - Uobs(t)$$

$$\lambda eff^{(t)} = \lambda^{(t)} \times \eta^{(t)}$$

ضریب تعدیل عدم‌قطعیت و ضریب موثر شبکه به‌ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند؛ برای کنترل اثر آن بر خروجی، ضریب تعدیل عدم‌قطعیت به‌صورت

بنابراین، با ثابت بودن $\lambda(t)$، افزایش شاخص عدم‌قطعیت موجب کاهش یا ثابت ماندن ضریب موثر شبکه می‌شود. این سازوکار اثرگذاری اطلاعات گرافی را متناسب با شاخص عدم‌قطعیت مشاهده‌شده تعدیل می‌کند.

برای کنترل تغییرات شاخص عدم‌قطعیت در طول یادگیری، به‌روزرسانی هموارشده آن مطابق بخش ۴ به‌صورت زیر است:

$$\mathrm{U(t\ +\ 1)\ =\ (1\ -\ \beta)\times U(t)+\ \beta\ \times U_{o\beta s}(t)}$$

که در آن $0 \leq \beta \leq 1$ است.

اگر $U(t)$ و $U_{o\beta s}(t)$ در بازه $[1,0]$ باشند، مقدار به‌روزشده نیز در همین بازه باقی می‌ماند. اگر $U_{o\beta s}(t)$ در تکرارهای متوالی برابر مقدار ثابتی مانند u باشد و $0 < \beta \leq 1$، آنگاه $U(t)$ به u میل می‌کند. این نتیجه رفتار هموارسازی شاخص عدم‌قطعیت را بیان می‌کند، نه همگرایی کل الگوریتم *DG-INFAO* را.

۳-۵- تحلیل یادگیری بازخوردی و شرایط توقف

۱-۳-۵- سازگاری وزن‌ها و یادگیری بازخوردی

بردار وزن معیارها در تکرار t به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$w^{(t)} = \left(w_1^{(t)}, w_2^{(t)}, \dots, w_m^{(t)}\right)$$

به‌گونه‌ای که

$$\omega_j^{(t)} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^{m} \omega_j^{(t)} = 1$$

در صورت‌بندی بخش ۴، وزن‌ها با استفاده از گرادیان تابع خطای بازخوردی و تصویرسازی روی مجموعه سیمپلکس به‌روزرسانی می‌شوند. تابع خطا به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{L(w)}\ =\ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[S_{i,real}^{(t)} - S_{i,pred}^{(t;w)}\right]^2,$$

قانون به‌روزرسانی وزن‌ها عبارت است از:

$$\omega(t\ +\ 1)\ =\ Proj_v\left[w(t) - \alpha\ \times \nabla L\left(\omega(t)\right)\right]$$

که در آن مجموعه مجاز وزن‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta\ =\ \{\omega\ \in\ \mathbb{R}^{\mathrm{m}}\,|\omega_{\mathrm{j}}\ \geq\ 0\,, \Sigma_{\mathrm{j=1}}{}^{\mathrm{m}}\,\omega_{\mathrm{j}}\ =\ 1\}$$

تصویرسازی روی مجموعه Δ تضمین می‌کند که وزن‌های به‌روزشده نامنفی باشند و مجموع آن‌ها برابر یک بماند .بااین‌حال، این ویژگی به‌تنهایی همگرایی وزن‌ها به جواب بهینه را تضمین نمی‌کند.

برای اثبات همگرایی روش گرادیانی، لازم است فرض‌های مناسب درباره تابع خطا، از جمله همواری و شرایط تحدب یا شرایط کافی دیگر و همچنین انتخاب نرخ یادگیری برقرار باشند .در نبود چنین اثباتی، نمی‌توان از محدود بودن تغییرات هر تکرار نتیجه گرفت که تغییرات وزن‌ها در حد به صفر میل می‌کنند.

۲-۳-۵- شرایط توقف و پایداری عددی

معیار توقف باید تغییرات متغیرهای یادگیری را از همگرایی نظری الگوریتم متمایز کند .اگر وزن‌ها و شاخص عدم‌قطعیت بین دو تکرار متوالی تغییر اندکی داشته باشند، می‌توان از شرط زیر برای توقف محاسبات استفاده کرد:

$$max\left\{\left|\left|\omega(t+1)-\omega(t)\right|\right|^{1}, |U(t+1)-U(t)|\right\} \leq \varepsilon$$

که در آن $\varepsilon > 0$ آستانه توقف است.

اگر ساختار گراف نیز در طول یادگیری به‌روزرسانی شود، تغییرات ماتریس وزن‌های گراف باید به معیار توقف افزوده شود؛ در غیر این صورت، نیازی به افزودن آن نیست.

انتخاب نرخ یادگیری α و ضریب هموارسازی β بر رفتار عددی الگوریتم اثر می‌گذارد. نرخ یادگیری بزرگ ممکن است تغییرات شدید وزن‌ها را ایجاد کند، در حالی که نرخ یادگیری کوچک می‌تواند روند سازگاری را کند سازد. ازاین‌رو، انتخاب این پارامترها باید با توجه به رفتار تجربی الگوریتم و معیارهای ارزیابی انجام شود. برقرار شدن شرط توقف صرفا نشان می‌دهد که تغییرات متغیرهای بررسی‌شده از آستانه تعیین‌شده کمتر شده‌اند.

$$max\{\| w(t+1)-w(t) \|_1, |\, U^{(t+1)}-U^{(t)} \,|, \| W(t+1)-W(t) \|_1 \} \leq \varepsilon$$

اگر ساختار گراف ثابت باشد، شرط سوم حذف شده و معیار پایداری به شکل

$$max\{\| w(t+1)-w(t) \|_1, |\, U^{(t+1)}-U^{(t)} \,|\} \leq \varepsilon$$

۵-۴- پیچیدگی زمانی و فضایی

پیچیدگی محاسباتی *DG-INFAO* به تعداد گزینه‌ها n، تعداد معیارها m، تعداد یال‌های گراف $|E|$ و تعداد تکرارهای یادگیری T وابسته است . تشکیل و پردازش ماتریس تصمیم دارای پیچیدگی $O(nm)$ است.

اگر محاسبه ارزیابی‌های پایه و تجمیع معیارها برای هر گزینه و معیار در زمان ثابت انجام شود، هزینه هر مرحله پایه نیز از مرتبه $O(nm)$ خواهد بود. پردازش وابستگی‌های گرافی با نمایش تنک متناسب با تعداد یال‌ها انجام می‌شود و پیچیدگی آن $O(|E|)$ است. با فرض اینکه محاسبه گرادیان تابع خطا نیز در هر تکرار با هزینه‌ای از مرتبه $O(nm)$ انجام شود و عملیات دیگری با هزینه بالاتر وجود نداشته باشد، پیچیدگی زمانی کل الگوریتم برابر است با:

$$O\big(T \times (nm + |E|)\big)$$

در حالت گراف متراکم که $|E| = O(n^2)$، این رابطه به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$O\big(T \times (nm + n^2)\big)$$

از نظر حافظه، ذخیره ماتریس تصمیم و متغیرهای مرتبط با معیارها به $O(nm)$ حافظه نیاز دارد. در صورت ذخیره ماتریس کامل وابستگی‌ها، هزینه حافظه گراف $O(n^2)$ خواهد بود؛ اما در نمایش تنک، ذخیره یال‌ها به $O(|E|)$ حافظه نیاز دارد؛ بنابراین، پیچیدگی فضایی در نمایش متراکم برابر است با:

$$O(nm + n^2)$$

و در نمایش تنک، با صرف‌نظر از حافظه اضافی موردنیاز الگوریتم گرادیانی، به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$O(nm + |E|)$$

در نتیجه، مقیاس‌پذیری *DG-INFAO* به اندازه ماتریس تصمیم، تراکم گراف و هزینه محاسبه گرادیان وابسته است. برای مسایل دارای گراف تنک، استفاده از نمایش تنک می‌تواند هزینه ذخیره‌سازی و پردازش وابستگی‌ها را کاهش دهد.

در مجموع، تحلیل فوق شرایط حفظ اعتبار خروجی، نقش ضریب موثر شبکه، رفتار شاخص عدم‌قطعیت، محدودیت‌های تحلیل همگرایی و هزینه محاسباتی *DG-INFAO* را مشخص می‌کند. ویژگی‌های ساختاری عملگر تحت فرض‌های بیان‌شده قابل بررسی‌اند؛ در مقابل، یکنواختی کلی و همگرایی یادگیری نیازمند فرض‌ها و اثبات‌های اختصاصی هستند. این تمایز، مبنای دقیق‌تری برای ارزیابی نظری روش فراهم می‌کند و از تعمیم نتایج فراتر از آنچه روابط ریاضی تضمین می‌کنند جلوگیری می‌کند.

۱-۴-۵- مطالعه موردی و نتایج محاسباتی

تعریف سناریوی مطالعه موردی: انتخاب تامین‌کننده در چارچوب مدیریت کیفیت زنجیره‌تامین دارو در این مطالعه، روش پیشنهادی *DG-INFAO* برای ارزیابی و رتبه‌بندی تامین‌کنندگان در چارچوب مدیریت کیفیت زنجیره‌تامین دارو به کار گرفته می‌شود. هدف، شناسایی تامین‌کننده‌ای است که با توجه به معیارهای هزینه، زمان تحویل، قابلیت اطمینان، سطح خدمت، تاب‌آوری و انعطاف‌پذیری، عملکرد مطلوب‌تری داشته باشد. اهمیت این مساله از آنجا ناشی می‌شود که انتخاب تامین‌کننده در زنجیره‌تامین دارو، علاوه بر هزینه و سرعت تحویل، به استمرار تامین، قابلیت اطمینان عملیاتی و توانایی پاسخ‌گویی به شرایط متغیر نیز وابسته است.

در سناریوی محاسباتی، شش تامین‌کننده بالقوه $(A_1, \dots, A_6)$، بر اساس شش معیار ارزیابی می‌شوند. برای بازنمایی عدم‌قطعیت و ابهام موجود در اطلاعات تصمیم، چارچوب پیشنهادی از نمایش *IVTpNN* استفاده می‌کند. همچنین، وابستگی‌های میان گزینه‌ها از طریق یک گراف جهت‌دار وزن‌دار وارد فرایند ارزیابی می‌شوند تا اثر اطلاعات شبکه‌ای بر امتیاز نهایی گزینه‌ها بررسی شود.

در اجرای گزارش‌شده، اهداف مرجع مورد استفاده برای یادگیری شبیه‌سازی‌شده‌اند؛ بنابراین، نتایج این بخش بیانگر عملکرد محاسباتی روش در سناریوی طراحی‌شده هستند و نباید به‌عنوان اعتبارسنجی تجربی مبتنی بر داده‌های واقعی تامین‌کنندگان دارویی تفسیر شوند. بر این اساس، مطالعه حاضر بر بررسی رفتار الگوریتم، تغییر وزن معیارها، روند کاهش خطا، رتبه‌بندی نهایی و حساسیت نتایج نسبت به تغییرات پارامترها متمرکز است.

۲-۴-۵- ساختار معیارهای تصمیم‌گیری

شش معیار مورد استفاده در مطالعه محاسباتی و وزن‌های اولیه آن‌ها در **جدول ۱** ارایه شده‌اند.

جدول ۱- معیارهای ارزیابی تامین‌کنندگان و وزن‌های اولیه.
Table 1- Supplier evaluation criteria and initial weights.

کد	معیار	نوع معیار	وزن اولیه
C_1	هزینه (Cost)	هزینه‌ای	0.1500
C_2	زمان تحویل(Delivery Time)	هزینه‌ای	0.1800
C_3	قابلیت اطمینان(Reliability)	سودی	0.2200
C_4	سطح خدمت (Service Level)	سودی	0.1800

C_5	تاب‌آوری (Resilience)	سودی	0.1500
C_6	انعطاف‌پذیری(Flexibility)	سودی	0.1200
جمع			1.0000

وزن‌های اولیه بیانگر وضعیت آغازین مدل پیش از اعمال یادگیری بازخوردی هستند. در این مرحله، قابلیت اطمینان با وزن ۰٫۲۲۰۰ بالاترین وزن را دارد و انعطاف‌پذیری با وزن ۰٫۱۲۰۰ کمترین وزن اولیه را به خود اختصاص می‌دهد.

۳-۴-۵- تشکیل گراف وابستگی

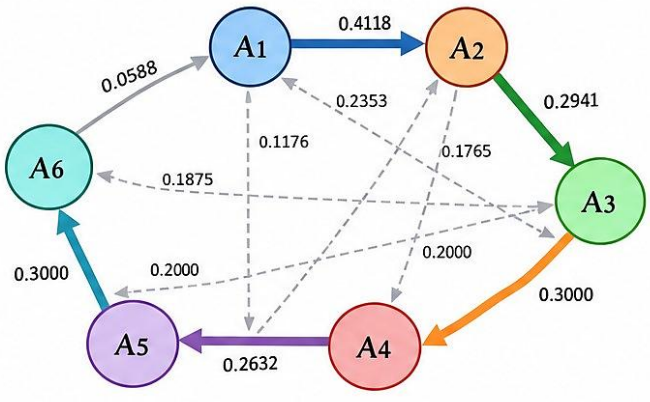
برای لحاظ‌کردن وابستگی‌های شبکه‌ای میان گزینه‌ها، یک گراف جهت‌دار وزن‌دار با شش گره متناظر با شش تامین‌کننده در نظر گرفته شد. ماتریس وابستگی نرمال‌شده حاصل از اجرای مدل در **جدول ۲** ارایه شده است.

جدول ۲- ماتریس وابستگی گرافی نرمال‌شده.

Table 2- Normalized graph dependency matrix.

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	0	0.4118	0.2353	0.1176	0.1765	0.0588
A_2	0.3529	0	0.2941	0.1765	0.1176	0.0588
A_3	0.1500	0.2500	0	0.3000	0.2000	0.1000
A_4	0.1053	0.1579	0.3158	0	0.2632	0.1579
A_5	0.1500	0.1000	0.2000	0.2500	0	0.3000
A_6	0.0625	0.1250	0.1875	0.2500	0.3750	0

مقادیر ماتریس نشان‌دهنده شدت نسبی روابط شبکه‌ای در ساختار تعریف‌شده برای سناریو هستند. بیشترین مقدار ثبت‌شده در ماتریس برابر با ۰٫۴۱۱۸ است.



شکل ۱- ساختار گراف وابستگی میان تامین‌کنندگان.

Figure 1- Graph structure of dependencies among suppliers.

در **شکل ۱**، گره‌ها تامین‌کنندگان و یال‌های جهت‌دار روابط شبکه‌ای تعریف‌شده در مدل را نشان می‌دهند. وزن یال‌ها شدت نسبی وابستگی را بازنمایی می‌کند.

۵-۴-۴- تنظیمات اجرای الگوریتم

الگوریتم *DG-INFAO* با شش گزینه و شش معیار اجرا شد. وزن‌های اولیه مطابق **جدول ۱** تعیین شدند. حداکثر تعداد تکرارهای مجاز برابر با ۵۰۰ بود؛ بااین‌حال، الگوریتم در تکرار ۳۵۸، پس از برقراری معیار توقف مربوط به تابع هدف و وزن‌ها، خاتمه یافت.

جدول ۳- تنظیمات و خروجی‌های اصلی اجرای DG-INFAO.
Table 3- Main settings and outputs of the DG-INFAO execution.

پارامتر	مقدار
تعداد گزینه‌ها	6
تعداد معیارها	6
حداکثر تکرارهای مجاز	500
تعداد تکرارهای انجام‌شده	358
RMSE اولیه	06740451

جدول ۳- ادامه.
Table 3- Continued.

پارامتر	مقدار
RMSE نهایی	0.06689756
MSE اولیه	0.0045433685
MSE نهایی	0.0044752831
کاهش نسبی RMSE	0.7521%
شاخص عدم‌قطعیت نهایی	0.066898
مجموع وزن‌های نهایی	1.000000

مشاهده می‌شود که شاخص عدم‌قطعیت نهایی برابر با ۰٫۰۶۶۸۹۸، مطابق خروجی گزارش شده است.

۵-۴-۵- روند یادگیری و تغییر وزن معیارها

یکی از خروجی‌های اصلی *DG-INFAO*، به‌روزرسانی وزن معیارها بر اساس سازوکار یادگیری بازخوردی است. **جدول ۴** وزن‌های اولیه و نهایی معیارها را مقایسه می‌کند.

جدول ۴- مقایسه وزن‌های اولیه و نهایی معیارها.
Table 4. Comparison of initial and final criterion weights.

معیار	وزن اولیه	وزن نهایی	تغییر وزن
C_1ـ هزینه	0.150000	0.125768	-0.024232
C_2ـ زمان تحویل	0.180000	0.191134	+0.011134
C_3ـ قابلیت اطمینان	0.220000	0.206227	-0.013773
C_4ـ سطح خدمت	0.180000	0.197044	+0.017044
C_5ـ تاب‌آوری	0.150000	0.168297	+0.018297
C_6ـ انعطاف‌پذیری	0.120000	0.11530	-0.008470
جمع	1.000000	1.000000	0.000000

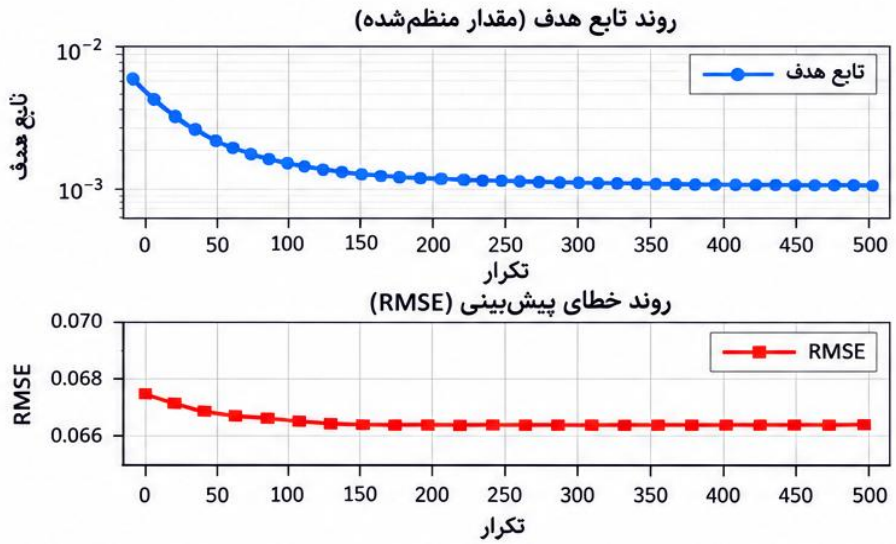
نتایج نشان می‌دهند که وزن زمان تحویل، سطح خدمت و تاب‌آوری افزایش یافته است؛ در مقابل، وزن هزینه، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری کاهش یافته است. بیشترین افزایش مطلق وزن مربوط به تاب‌آوری، با مقدار ۰٫۰۱۸۲۹۷ و بیشترین کاهش مطلق وزن مربوط به هزینه، با مقدار ۰٫۰۲۴۲۳۲، است. بیشترین وزن نهایی متعلق به قابلیت اطمینان، برابر با ۰٫۲۰۶۲۲۷، است؛ پس از آن سطح خدمت با وزن ۰٫۱۹۷۰۴۴ و زمان تحویل با وزن ۰٫۱۹۱۱۳۴ قرار دارند.

این تغییرات نشان می‌دهند که سازوکار یادگیری، وزن‌های اولیه را اصلاح کرده است و وزن‌های نهایی از نظر مدیریتی یا تجربی بهینه‌اند.

۶-۴-۵- تغییر خطا و رفتار همگرایی عددی

خطای پیش‌بینی در اجرای *DG-INFAO* از *RMSE*[1] اولیه برابر با ۰٫۰۶۷۴۰۴۵۱ به *RMSE* نهایی برابر با ۰٫۰۶۶۸۹۷۵۶ کاهش یافت. مقادیر متناظر *MSE* نیز از ۰٫۰۰۴۵۴۳۳۶۸۵ به ۰٫۰۰۴۴۷۵۲۸۳۱ رسیدند.

کاهش نسبی *RMSE* برابر با ۰٫۷۵۲۱% است. این کاهش نشان‌دهنده بهبود عددی محدود در برازش اهداف شبیه‌سازی‌شده است. بر اساس گزارش اجرا، الگوریتم پس از ۳۵۸ تکرار و با برقراری معیار توقف مبتنی بر تابع هدف و وزن‌ها متوقف شده است.



شکل ۲- روند تغییر تابع هدف و خطای پیش‌بینی در طول تکرارها.

Figure 2- Evolution of the objective function and prediction error over iterations.

توقف الگوریتم بر اساس معیار عددی تعریف‌شده، به معنای اثبات همگرایی نظری یا رسیدن به جواب بهینه سراسری نیست. افزون بر این، چون اهداف مرجع شبیه‌سازی‌شده‌اند، کاهش *RMSE* باید به‌عنوان نتیجه برازش در همان چارچوب شبیه‌سازی تفسیر شود، نه به‌عنوان شواهدی از افزایش عملکرد در زنجیره‌تامین واقعی دارو.

۷-۴-۵- رتبه‌بندی نهایی تامین‌کنندگان

پس از پایان اجرای الگوریتم، امتیاز نهایی گزینه‌ها محاسبه و گزینه‌ها بر اساس امتیاز نزولی رتبه‌بندی شدند. نتایج در **جدول ۵** ارایه شده‌اند.

جدول ۵- رتبه‌بندی نهایی تامین‌کنندگان بر اساس DG-INFAO.

Table 5- Final ranking of suppliers based on DG-INFAO.

رتبه	گزینه	امتیاز نهایی
1	Supplier S3-A_3	0.796445
2	Supplier S5-A_5	0.739959
3	Supplier S4-A_4	0.721911
4	Supplier S2-A_2	0.721787
5	Supplier S6-A_6	0.721523

[1] Root Mean Square Error (RMSE)

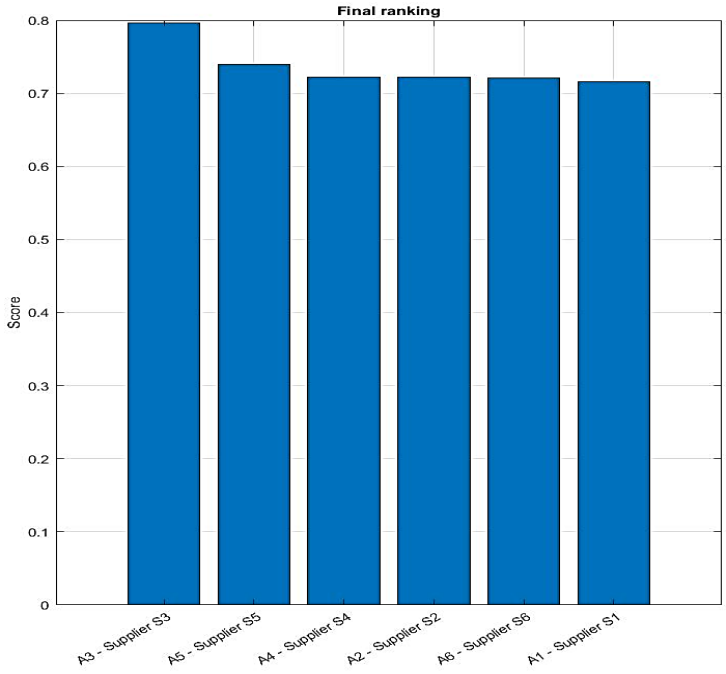
0.715797	Supplier S1-A_1	6

بر اساس خروجی محاسباتی، A_3 *(Supplier S3)* رتبه نخست را به دست آورده است و A_5 در رتبه دوم قرار دارد. اختلاف امتیاز این دو گزینه برابر است با:

$$\Delta S = 0.796445 - 0.739959 = 0.056486$$

این اختلاف از فاصله امتیاز میان گزینه‌های A_4، A_2و A_6 بزرگ‌تر است؛ سه گزینه‌ای که امتیازهای آن‌ها به یکدیگر نزدیک‌اند. به‌طور مشخص، اختلاف امتیاز A_4 و A_2 برابر با ۰٫۰۰۰۱۲۴ و اختلاف امتیاز A_2 و A_6 برابر با ۰٫۰۰۰۲۶۴ است.

بنابراین، رتبه نخست A_3 در خروجی نهایی مشخص است، اما نزدیکی امتیازهای A_4، A_2 و A_6 نشان می‌دهد که تفکیک این گزینه‌ها باید با احتیاط تفسیر شود. رتبه‌بندی به‌تنهایی مشخص نمی‌کند که اختلاف‌های کوچک از نظر عملیاتی معنادار هستند یا خیر.



شکل ۳- رتبه‌بندی نهایی شش تامین‌کننده بر اساس امتیاز DG-INFAO.
Figure 3- Final ranking of the six suppliers based on DG-INFAO scores.

۸-۴-۵- مقایسه با روش‌های مبنا

برای ارزیابی عملکرد محاسباتی، خروجی *DG-INFAO* با سه روش مبنا شامل وزن‌های اولیه، وزن‌های برابر و وزن‌های آنتروپی مقایسه شد. بر اساس گزارش اجرا، این مقایسه با استفاده از اهداف شبیه‌سازی‌شده انجام شده است.

جدول ۶- مقایسه روش‌ها بر اساس اهداف شبیه‌سازی‌شده.
Table 6- Comparison of methods based on simulated objectives.

روش	RMSE	MSE	همبستگی رتبه اسپیرمن با رتبه مرجع
DG-INFAO با وزن‌های یادگرفته‌شده	0.066898	0.0044753	1.00000
وزن‌های اولیه	0.067405	0.0045434	0.77143

وزن‌های برابر	0.067489	0.0045548	0.77143
وزن‌های آنتروپی	0.068268	0.0046606	1.00000

در مقایسه درون‌نمونه‌ای، *DG-INFAO* کمترین *RMSE* و *MSE* را در میان روش‌های گزارش‌شده به دست آورده است. بااین‌حال، اختلاف خطای آن با روش وزن‌های اولیه محدود است. همچنین، همبستگی رتبه اسپیرمن برای روش وزن‌های آنتروپی نیز برابر با ۱ گزارش شده است.

ارزیابی متقاطع حذف یک گزینه

برای بررسی تکمیلی، اعتبارسنجی متقاطع حذف یک گزینه (*LOOCV*) اجرا شد. نتایج در **جدول ۷** ارایه شده‌اند.

جدول ۷- نتایج LOOCV برای اهداف شبیه‌سازی‌شده.
Table 7- LOOCV results for simulated objectives.

روش	RMSE در LOOCV	MAE در LOOCV
DG-INFAO با وزن‌های یادگرفته‌شده	0.069231	0.062390
وزن‌های اولیه	0.069226	0.062496
وزن‌های برابر	0.068781	0.063466
وزن‌های آنتروپی	0.070114	0.067133

در *LOOCV*، *RMSE* روش *DG-INFAO* برابر با ۰٫۰۶۹۲۳۱ است؛ این مقدار اندکی بیشتر از *RMSE* روش وزن‌های اولیه و روش وزن‌های برابر است. در مقابل، *MAE* روش *DG-INFAO* از روش وزن‌های اولیه کمتر، اما از روش وزن‌های برابر بیشتر است.
در نتیجه، نتایج *LOOCV* برتری یکنواخت *DG-INFAO* را در معیارهای خطا نشان نمی‌دهند. همچنین، با توجه به تعداد محدود شش گزینه و شبیه‌سازی‌شده بودن اهداف، این ارزیابی صرفا اکتشافی است.

۹-۵-۴- تحلیل حساسیت و پایداری رتبه‌بندی

برای بررسی حساسیت نتایج، سه تحلیل شامل تغییر ضریب شبکه، اغتشاش تصادفی گراف و تغییر وزن‌های اولیه انجام شد.

حساسیت نسبت به ضریب شبکه

در تحلیل حساسیت ضریب شبکه، رتبه هر گزینه در شبکه‌ای از مقادیر λ محاسبه شد. نتایج گزارش‌شده در **جدول ۸** خلاصه شده‌اند.

جدول ۸- حساسیت رتبه‌ها نسبت به ضریب شبکه.
Table 8- Rank sensitivity to the network coefficient.

گزینه	میانگین رتبه	انحراف معیار رتبه	بهترین رتبه	بدترین رتبه
A_1	6.0000	0.0000	6	6
A_2	3.6667	0.5000	3	4
A_3	1.0000	0.0000	1	1
A_4	4.2222	0.9718	3	5
A_5	2.0000	0.0000	2	2
A_6	4.1111	0.9280	3	5

در دامنه مقادیر بررسی‌شده، A_3 همواره رتبه نخست و A_5 همواره رتبه دوم را حفظ کرده‌اند. در مقابل، رتبه‌های A_4 و A_6 تغییرپذیری بیشتری نشان داده‌اند. این نتیجه بیانگر پایداری رتبه A_3 در دامنه آزموده شده از ضریب شبکه است.

حساسیت نسبت به اغتشاش گراف

در تحلیل دوم، ۱۰۰ گراف تصادفی‌شده با پارامتر اغتشاش گزارش‌شده برابر با ۰٫۲۰ بررسی شدند. نتایج در **جدول ۹** ارایه شده‌اند.

جدول ۹- حساسیت رتبه‌بندی نسبت به اغتشاش گراف.
Table 9- Ranking sensitivity to graph perturbations.

گزینه	میانگین رتبه	انحراف معیار رتبه	بهترین رتبه	بدترین رتبه
A_1	6.00	0.0000	6	6
A_2	4.19	0.5449	3	5
A_3	1.00	0.0000	1	1
A_4	3.66	0.8554	3	5
A_5	2.00	0.0000	2	2
A_6	4.15	0.9031	3	5

نتایج نشان می‌دهند که A_3 و A_5 در تمام آزمون‌های اغتشاش گراف، به‌ترتیب رتبه‌های اول و دوم را حفظ کرده‌اند. رتبه سایر گزینه‌ها متغیر بوده است.

حساسیت نسبت به وزن‌های اولیه

در تحلیل سوم، ۵۰ بردار وزن اولیه اغتشاش‌یافته بررسی شدند. نتایج در **جدول ۱۰** آمده است.

جدول ۱۰- حساسیت رتبه‌بندی نسبت به تغییر وزن‌های اولیه.
Table 10- Ranking sensitivity to changes in initial weights.

گزینه	میانگین رتبه	انحراف معیار رتبه	بهترین رتبه	بدترین رتبه
A_1	5.40	1.1066	3	6
A_2	4.18	0.6606	3	6
A_3	1.00	0.0000	1	1
A_4	4.06	1.2191	2	6
A_5	2.02	0.1414	2	3
A_6	4.34	0.9392	3	6

A_3 در تمام ۵۰ سناریوی گزارش‌شده رتبه نخست را حفظ کرده است A_5 .نیز عمدتا در رتبه دوم قرار گرفته و فقط تغییر محدودی در رتبه خود نشان داده است. در مقابل، رتبه A_4 و A_1 نسبت به تغییر وزن‌های اولیه نوسان بیشتری داشته است.

در مجموع، سه آزمون حساسیت گزارش‌شده از پایداری رتبه A_3 در محدوده سناریوهای بررسی‌شده پشتیبانی می‌کنند. بااین‌حال، این شواهد به معنای اثبات پایداری مطلق روش نیستند؛ زیرا نتیجه به دامنه تغییرات، نحوه تولید سناریوها و ساختار داده‌های مورد استفاده وابسته است.

بنابراین، نتایج اجرای *DG-INFAO* نشان می‌دهند که الگوریتم با شش گزینه و شش معیار، پس از ۳۵۸ تکرار متوقف شده و *RMSE* را از ۰٫۰۶۷۴۰۴۵۱ به ۰٫۰۶۶۸۹۷۵۶ کاهش داده است. وزن معیارهای زمان تحویل، سطح خدمت و تاب‌آوری افزایش یافته‌اند؛ در مقابل، وزن هزینه، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری کاهش یافته است.

در رتبه‌بندی نهایی، A_3 با امتیاز ۰٫۷۹۶۴۴۵ در جایگاه نخست قرار گرفت و A_5 با امتیاز ۰٫۷۳۹۹۵۹ رتبه دوم را کسب کرد. نتایج تحلیل حساسیت نیز نشان دادند که A_3 در آزمون‌های گزارش‌شده نسبت به تغییر ضریب شبکه، اغتشاش گراف و تغییر وزن‌های اولیه رتبه نخست را حفظ کرده است. بااین‌حال، مقایسه روش‌های مبنا و نتایج *LOOCV* نشان می‌دهند که کاهش خطا نسبت به وزن‌های اولیه محدود است و برتری *DG-INFAO* در همه معیارهای پیش‌بینی تایید نمی‌شود. علاوه بر این، اهداف مورد استفاده شبیه‌سازی‌شده‌اند و تعداد گزینه‌ها نیز محدود است؛ بنابراین، نتایج فعلی برای نشان‌دادن امکان اجرای محاسباتی روش و بررسی رفتار آن در سناریوی طراحی‌شده مناسب‌اند، اما برای اثبات برتری تجربی یا تعمیم‌پذیری در زنجیره‌تامین واقعی دارو کافی نیستند. در نتیجه، مهم‌ترین یافته این مطالعه محاسباتی، حفظ رتبه نخست A_3 در سناریوهای حساسیت بررسی‌شده و امکان به‌روزرسانی تطبیقی وزن معیارها در چارچوب *DG-INFAO* است.

۶- بحث

نتایج مطالعه محاسباتی حاضر نشان می‌دهد که چارچوب *DG-INFAO* می‌تواند وابستگی میان معیارهای تصمیم‌گیری، اطلاعات نوتروسوفیک بازه‌ای و سازوکار یادگیری تطبیقی وزن‌ها را در یک فرایند یکپارچه ترکیب کند. اهمیت این رویکرد در آن است که ارزیابی گزینه‌ها صرفا بر وزن‌های ازپیش‌تعیین‌شده یا فرض استقلال معیارها متکی نیست، بلکه اثر ساختار وابستگی معیارها نیز در محاسبه امتیاز نهایی لحاظ می‌شود. این ویژگی از نظر مفهومی با رویکردهای متداول تصمیم‌گیری چندمعیاره که معمولا وزن‌های ثابت یا ساختارهای ساده‌تری برای تعامل معیارها به کار می‌گیرند، تفاوت دارد. بااین‌حال، برتری عملی این چارچوب نسبت به سایر روش‌ها باید بر اساس داده‌های واقعی و مقایسه‌های تجربی گسترده‌تر ارزیابی شود.

تغییر وزن معیارها در فرایند یادگیری نشان می‌دهد که سازوکار تطبیقی پیشنهادی قادر است وزن‌های اولیه را در پاسخ به مقادیر هدف شبیه‌سازی‌شده تعدیل کند، درحالی‌که قید نامنفی‌بودن و مجموع واحد وزن‌ها را حفظ می‌کند. افزایش وزن تاب‌آوری، سطح خدمت و زمان تحویل و کاهش وزن هزینه، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری در این اجرای محاسباتی نشان می‌دهد که وزن‌های نهایی الزاما بازتابی از ترجیحات اولیه نیستند، بلکه تحت‌تاثیر ساختار داده‌ها و تابع هدف قرار می‌گیرند. با وجود این، این تغییرات نباید به‌عنوان شواهدی از اهمیت عمومی و قطعی معیارها در همه مسایل تصمیم‌گیری تفسیر شوند؛ زیرا وزن‌های نهایی به داده‌های ورودی، مقادیر هدف و تنظیمات مدل وابسته‌اند.

کاهش خطای ریشه میانگین مربعات از مقدار اولیه ۰٫۰۶۷۴۰۵ به ۰٫۰۶۶۸۹۸، بیانگر بهبود عددی محدود در برازش مقادیر هدف شبیه‌سازی‌شده است. این بهبود نشان می‌دهد که یادگیری وزن‌ها در اجرای حاضر توانسته است خطا را کاهش دهد، اما اندازه نسبتا کوچک کاهش خطا، ضرورت پرهیز از ادعاهای اغراق‌آمیز درباره عملکرد الگوریتم را برجسته می‌کند. مقایسه درون‌نمونه‌ای با وزن‌های اولیه، وزن‌های مساوی و وزن‌های آنتروپی نیز نشان می‌دهد که *DG-INFAO* در این مجموعه شبیه‌سازی‌شده کمترین *RMSE* را به دست آورده است. بااین‌حال، نتایج اعتبارسنجی متقاطع حذف یک گزینه در هر مرحله (*LOOCV*) برتری یکپارچه روش پیشنهادی را تایید نمی‌کنند؛ به‌گونه‌ای که *RMSE* روش *DG-INFAO* اندکی بیشتر از روش وزن‌های مساوی و وزن‌های اولیه بوده است، هرچند مقدار *MAE* آن در مقایسه با این دو روش کمتر گزارش شده است. این تفاوت میان عملکرد درون‌نمونه‌ای و اعتبارسنجی متقاطع نشان می‌دهد که بهبود برازش داده‌های مورد استفاده برای یادگیری لزوما به بهبود پیش‌بینی برای گزینه‌های کنارگذاشته‌شده منجر نمی‌شود.

تحلیل حساسیت، شواهد مکملی درباره پایداری رتبه‌بندی فراهم می‌کند. گزینه *A3* در تمام مقادیر بررسی‌شده برای پارامتر نفوذ گراف، در ۱۰۰ گراف تصادفی‌شده و در ۵۰ اجرای مبتنی بر تغییر وزن‌های اولیه، رتبه نخست خود را حفظ کرده است. همچنین، گزینه *A5* در آزمون‌های حساسیت پارامتر گراف و نفوذ آن عمدتا رتبه دوم را به دست آورده است. این نتایج نشان می‌دهند که در سناریوی شبیه‌سازی‌شده حاضر، انتخاب گزینه برتر نسبت به تغییرات بررسی‌شده در ساختار گراف و وزن‌های اولیه پایدار است. در مقابل، جابه‌جایی رتبه برخی گزینه‌های دیگر، به‌ویژه *A2*، *A4* و *A6*، نشان می‌دهد که تمایز میان گزینه‌های میانی محدود است و نباید ترتیب آن‌ها را مستقل از تنظیمات مدل قطعی تلقی کرد.

از منظر مقایسه با روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره مبتنی بر وزن‌دهی ثابت، ویژگی متمایز *DG-INFAO* در ترکیب وابستگی‌های گرافی با تعدیل تطبیقی وزن‌ها و نمایش اطلاعات نامعین است. این ترکیب می‌تواند برای مسایلی مفید باشد که معیارها مستقل نیستند و اطلاعات ارزیابی نیز با عدم‌قطعیت همراه است. بااین‌حال، نتایج حاضر به‌تنهایی اثبات نمی‌کنند که این چارچوب در همه شرایط از روش‌هایی مانند *AHP*، *TOPSIS*، *VIKOR* یا روش‌های وزن‌دهی آنتروپی عملکرد بهتری دارد؛ زیرا مقایسه انجام‌شده صرفا شامل چند خط مبنای مشخص و یک مجموعه کوچک از مقادیر هدف شبیه‌سازی‌شده بوده است. افزون بر این، تعداد شش گزینه برای ارزیابی تعمیم‌پذیری آماری کافی نیست و نتایج *LOOCV* نیز باید اکتشافی تلقی شوند.

محدودیت اصلی پژوهش، استفاده از مقادیر هدف شبیه‌سازی‌شده به‌جای داده‌های تجربی یا قضاوت‌های مستند خبرگان است؛ بنابراین، نتایج فعلی برای بررسی رفتار عددی الگوریتم، سازگاری قیود وزن‌ها و ارزیابی اولیه پایداری رتبه‌بندی مناسب‌اند، اما برای نتیجه‌گیری درباره اثربخشی *DG-INFAO* در محیط‌های واقعی کافی نیستند. در پژوهش‌های آتی، لازم است روش پیشنهادی با داده‌های واقعی، مجموعه‌های بزرگ‌تر از گزینه‌ها و معیارها و مقایسه‌های کنترل‌شده با روش‌های مرجع ارزیابی شود. همچنین، تعیین پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های آموزشی و اعتبارسنجی مستقل، بررسی پایداری در سناریوهای مختلف و تحلیل هزینه محاسباتی می‌تواند در ارزیابی دقیق‌تر قابلیت کاربرد روش نقش داشته باشد.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، چارچوب *DG-INFAO* به‌عنوان رویکردی برای تلفیق ارزیابی نوتروسوفیک بازه‌ای، وابستگی گرافی معیارها و یادگیری تطبیقی وزن‌ها بررسی شد. نتایج مطالعه محاسباتی نشان داد که الگوریتم توانست وزن‌های معیارها را با حفظ نامنفی‌بودن و مجموع واحد تعدیل کند و در داده‌های هدف شبیه‌سازی‌شده، کاهش محدودی در خطای پیش‌بینی ایجاد کند. همچنین، پایداری رتبه نخست گزینه *A3* در آزمون‌های حساسیت انجام‌شده، نشانه‌ای امیدوارکننده از استحکام رتبه‌بندی در سناریوی مورد بررسی فراهم کرد. بااین‌حال، نتایج اعتبارسنجی متقاطع برتری قطعی روش پیشنهادی را نسبت به تمام خطوط مبنا نشان ندادند؛ ازاین‌رو، یافته‌ها باید به‌عنوان شواهد اولیه محاسباتی و نه اثبات برتری تجربی تفسیر شوند.
برای توسعه و اعتبارسنجی بیشتر *DG-INFAO* پیشنهاد می‌شود این چارچوب با داده‌های واقعی و مجموعه‌های بزرگ‌تر آزمون شود، عملکرد آن در مقایسه با روش‌های مرجع تحت شرایط یکسان ارزیابی گردد و تنظیم پارامترها با استفاده از فرایند اعتبارسنجی مستقل انجام شود. بررسی کاربرد روش در مسایل واقعی زنجیره‌تامین دارو، به‌ویژه در شرایط بحرانی و همراه با عدم‌قطعیت، می‌تواند مسیر مناسبی برای سنجش ارزش عملی آن باشد. در نهایت، قابلیت اتکای *DG-INFAO* باید نه‌تنها بر اساس کاهش خطای محاسباتی، بلکه با توجه به تعمیم‌پذیری، پایداری تصمیم‌ها، شفافیت فرایند یادگیری و عملکرد آن در داده‌های مستقل ارزیابی شود.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از تمامی افرادی که به‌طور غیرمستقیم در شکل‌گیری ایده‌ها و پیشرفت علمی این پژوهش نقش داشته‌اند، قدردانی می‌کنند.

منابع مالی

این پژوهش از هیچ‌گونه حمایت مالی خاصی برخوردار نبوده است.

تعارض با منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه تعارض منافعی وجود ندارد و مقاله حاصل پژوهش اصیل آنان است و پیش‌تر منتشر نشده است.

منابع

[1] Duong, L., Sanderson, H. S., Phillips, W., Roehrich, J. K., & Uwalaka, V. (2025). Achieving resilient supply chains: Managing temporary healthcare supply chains during a geopolitical disruption. *International Journal of Operations & Production Management*, *45*(5), 1090–1118. https://doi.org/10.1108/IJOPM-03-2024-0243
[2] Ghandehari, M., Najafi, S. E., & Edalatpanah, S. A. (2025). The application of artificial intelligence in decision-making and sensitivity analysis for predicting shortages of pharmaceuticals and medical equipment during health crises. *Annals of Healthcare Systems Engineering*, *2*(2), 76–86. https://doi.org/10.22105/ahse.v2i2.35
[3] Bednarski, L., Roscoe, S., Blome, C., & Schleper, M. C. (2025). Geopolitical disruptions in global supply chains: A state-of-the-art literature review. *Production Planning & Control*, *36*(4), 536–562. https://doi.org/10.1080/09537287.2023.2286283
[4] Kayani, S. A., Warsi, S. S., & Liaqait, R. A. (2023). A smart decision support framework for sustainable and resilient supplier selection and order allocation in the pharmaceutical industry. *Sustainability*, *15*(7), 5962. https://doi.org/10.3390/su15075962
[5] Veljović, M., Jorgaćević, T., Tadić, S., Krstić, M., & Perović, V. (2026). Multi-criteria evaluation of key performance indicators in pharmaceutical supply chains. *Science, Engineering and Technology*, *6*(S1), 1–20. https://doi.org/10.54327/set2026/v6.iS1.339
[6] Momena, A. F., Gazi, K. H., & Mondal, S. P. (2025). Multi-criteria decision analysis for sustainable medicinal supply chain problems with adaptability and challenges issues. *Logistics*, *9*(1), 31. https://doi.org/10.3390/logistics9010031
[7] Sarkar, A., Goswami, S. S., Behera, D. K., & Bozanic, D. (2026). Criteria weighting methods in multi-criteria decision making: A comprehensive review of subjective, objective, and hybrid approaches. *Journal of Contemporary Decision Science*, *3*(1), 1–34. https://doi.org/10.67334/cds202619
[8] Fujita, T., & Smarandache, F. (2025). Advancing uncertain combinatorics through graphization, hyperization, and uncertainization: Fuzzy, neutrosophic, soft, rough, and beyond. *EngrXiv*. https://doi.org/10.31224/4317
[9] Li, T., Sun, J., & Fei, L. (2025). Application of multiple-criteria decision-making technology in emergency decision-making: Uncertainty, heterogeneity, dynamicity, and interaction. *Mathematics*, *13*(5), 731. https://doi.org/10.3390/math13050731
[10] Mallik, S., Mohanty, S., & Mishra, B. S. (2022). Neutrosophic logic and its scientific applications. *Biologically inspired techniques in many criteria decision making: Proceedings of bitmdm 2021* (pp. 415–432). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-16-8739-6_38

[11] Bajpai, S., & Sameer, A. (2025). The dynamics of uncertainty: A systematic review of non-linear dynamical systems in decision-making. *Nonlinear Dynamics*, *113*(15), 18951–18967. https://doi.org/10.1007/s11071-025-11180-6
[12] Tsolakis, N., Harrington, T. S., & Srai, J. S. (2023). Digital supply network design: A circular economy 4.0 decision-making system for real-world challenges. *Production Planning & Control*, *34*(10), 941–966. https://doi.org/10.1080/09537287.2021.1980907
[13] Laganà, I. R., & Colapinto, C. (2022). Multiple criteria decision-making in healthcare and pharmaceutical supply chain management: A state-of-the-art review and implications for future research. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, *29*(1–2), 122–134. https://doi.org/10.1002/mcda.1778
[14] Kovács, G., & Falagara Sigala, I. (2021). Lessons learned from humanitarian logistics to manage supply chain disruptions. *Journal of Supply Chain Management*, *57*(1), 41–49. https://doi.org/10.1111/jscm.12253
[15] Katsaliaki, K., Galetsi, P., & Kumar, S. (2022). Supply chain disruptions and resilience: A major review and future research agenda. *Annals of Operations Research*, *319*(1), 965–1002. https://doi.org/10.1007/s10479-020-03912-1
[16] Kochakkashani, F., Kayvanfar, V., & Baldacci, R. (2024). Innovative applications of unsupervised learning in uncertainty-aware pharmaceutical supply chain planning. *IEEE Access*, *12*, 107984–107999. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3435439
[17] Avramova, T., Peneva, T., & Ivanov, A. (2025). Overview of existing multi-criteria decision-making (MCDM) methods used in industrial environments. *Technologies*, *13*(10), 444. https://doi.org/10.3390/technologies13100444
[18] Sarikaya, H. A. (2025). A hybrid MCDM model for personnel evaluation: Integrating AHP, fuzzy TOPSIS and VIKOR with composite scoring. *Uygulamalı Mühendislik ve Tarım Dergisi*, *2*(1), 44-71. https://izlik.org/JA95RR85XJ
[19] Metzner, C., Schilling, A., Traxdorf, M., Tziridis, K., Maier, A., Schulze, H., & Krauss, P. (2022). Classification at the accuracy limit: Facing the problem of data ambiguity. *Scientific Reports*, *12*(1), 22121. https://doi.org/10.1038/s41598-022-26498-z
[20] Abdulbaqi, A. S., Radhi, A. D., Qudr, L. A. Z., Penubadi, H. R., Sekhar, R., Shah, P., ... & Gheni, H. M. (2025). Neutrosophic sets in big data analytics: A novel approach for feature selection and classification. *International Journal of Neutrosophic Science*, *25*(1), 428-438. https://doi.org/10.54216/IJNS.250138
[21] Khan, S., Haleem, A., & Khan, M. I. (2024). A risk assessment framework using neutrosophic theory for the Halal supply chain under an uncertain environment. *Arab Gulf Journal of Scientific Research*, *42*(3), 852–870. https://doi.org/10.1108/AGJSR-12-2022-0312
[22] Liu, J., Li, P., & Wang, Y. (2026). Graph neural networks for modeling complex dependencies in global supply chain networks. *Journal of Computing and Electronic Information Management*, *20*(3), 9–20. https://doi.org/10.54097/6fcw2b19
[23] Salamai, A. A. (2025). A robust neutrosophic model for risk management in livestock supply chains: A case study towards sustainable practices. *Neutrosophic Sets and Systems*, *78*, 191–205. https://doi.org/10.5281/zenodo.14241621
[24] Polo, A., Morillo-Torres, D., & Escobar, J. W. (2025). Toward adaptive and immune-inspired viable supply chains: A PRISMA systematic review of mathematical modeling trends. *Mathematics*, *13*(14), 2225. https://doi.org/10.3390/math13142225
[25] Zheng, S., Liu, J., Chen, Y., Fan, Y., & Xu, D. (2025). Causal graph-based spatial-temporal attention network for RUL prediction of complex systems. *Computers & Industrial Engineering*, *201*, 110892. https://doi.org/10.1016/j.cie.2025.110892
[26] Polo-Triana, S., Gutierrez, J. C., & Leon-Becerra, J. (2024). Integration of machine learning in the supply chain for decision making: A systematic literature review. *Journal of Industrial Engineering and Management*, *17*(2), 344–372. https://doi.org/10.3926/jiem.6403
[27] Saqlain, M., Merigó, J. M., & Kumam, P. (2025). Neutrosophic probabilistic ordered weighted averaging (NPOWA) operator. *Research in Mathematics*, *12*(1), 2535135. https://doi.org/10.1080/27684830.2025.2535135
[28] Zou, C., Yang, Y., Zhou, C., & Zhang, H. (2025). Decision algorithm of teaching quality evaluation for higher education system based on intuitionistic fuzzy geometric yager heronian mean operators. *Systems*, *14*(1), 20. https://doi.org/10.3390/systems14010020
[29] Karabacak, M. (2023). Interval neutrosophic multi-criteria group decision-making based on Aczel-Alsina aggregation operators. *Computational and Applied Mathematics*, *42*(3), 136. https://doi.org/10.1007/s40314-023-02236-7
[30] Wang, Z., Xiao, F., & Ding, W. (2022). Interval-valued intuitionistic fuzzy Jenson-Shannon divergence and its application in multi-attribute decision making. *Applied Intelligence*, *52*(14), 16168–16184. https://doi.org/10.1007/s10489-022-03347-0
[31] Amman, M., Rashid, T., & Ali, A. (2025). Comparative analysis of multi-criteria decision-making methods using q-rung orthopair fuzzy set: Evaluating the impact of distance measures and aggregation operators. *Engineering Computations*, *42*(9), 3215–3239. https://doi.org/10.1108/EC-04-2025-0375
[32] Zhao, T., Yue, M., & Wang, J. (2022). Structure-informed graph learning of networked dependencies for online prediction of power system transient dynamics. *IEEE Transactions on Power Systems*, *37*(6), 4885–4895. 10.1109/TPWRS.2022.3153328
[33] Hosouli, S., Elvins, J., Searle, J., Boudjabeur, S., Bowyer, J., & Jewell, E. (2023). A multi-criteria decision making (MCDM) methodology for high temperature thermochemical storage material selection using graph theory and matrix approach. *Materials & Design*, *227*, 111685. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2023.111685
[34] Peng, C., Xia, F., Naseriparsa, M., & Osborne, F. (2023). Knowledge graphs: Opportunities and challenges. *Artificial Intelligence Review*, *56*(11), 13071–13102. https://doi.org/10.1007/s10462-023-10465-9
[35] Fuchsgruber, D., Wollschläger, T., & Günnemann, S. (2024). Energy-based epistemic uncertainty for graph neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, *37*, 34378–34428. https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.04043
[36] Meenakshi, A., Mishra, J. S., Lee, J. G., Kalampakas, A., & Samanta, S. (2025). Advanced risk prediction in healthcare: Neutrosophic graph neural networks for disease transmission. *Complex & Intelligent Systems*, *11*(9), 413. https://doi.org/10.1007/s40747-025-02029-x

[37] Yuensook, T., Jantakoon, T., & Limpinan, P. (2026). AI-Driven adaptive learning systems in higher education: A systematic review. *Journal of Education and Learning*, *15*(2), 117–132. 10.5539/jel.v15n2p117
[38] Munenakoppa, M., Rane, N. L., Rane, J., & Heggond, S. (2026). Generative artificial intelligence-driven adaptive learning for sustainable, personalized, and resilient education systems. *International Journal of Applied Resilience and Sustainability*, *2*(2), 279–311. https://doi.org/10.70593/deepsci.0202011
[39] Gupta, N., & Heggond, S. (2026). Agentic artificial intelligence-driven tutoring: A multi-agent cognitive architecture for personalized adaptive learning in education. *International Journal of Applied Resilience and Sustainability*, *2*(2), 572–598. https://doi.org/10.70593/deepsci.0202022
[40] Zhang, D., Zhao, M., Wei, G., & Chen, X. (2022). Single-valued neutrosophic TODIM method based on cumulative prospect theory for multi-attribute group decision making and its application to medical emergency management evaluation. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, *35*(1), 4520–4536. https://doi.org/10.1080/1331677X.2021.2013914