

یک مدل فضایی-زمانی به منظور پایش و آنالیز رنگ محصول، مطالعه موردی: محصولات لبنی

ناصر صفایی*

استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فرزاد خوانچه‌مهر

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، f.khanchehmehrf@email.kntu.ac.ir

یاسر صمیمی

استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، y_samimi@kntu.ac.ir

چکیده امروزه همگام با پیشرفت فناوری‌های تصویربرداری همچون سیستم‌های بینایی ماشین و اسکنرهای لیزری سه‌بعدی، پایش عملکرد فرایندهای تولیدی با استفاده از داده‌های تصویری به شکل چشمگیر رو به افزایش است. هدف این پژوهش به‌کارگیری مشاهدات حاصل از یک سیستم پردازش تصویر به‌منظور پیاده‌سازی کنترل آماری فرایند و ارزیابی کیفیت محصول بر اساس اندازه‌گیری مؤلفه‌های رنگ مربوط به تصویر سطح محصول است. در این تحقیق برای پردازش تصویر، محتوای رنگ هر پیکسل در فرمت $L^*a^*b^*$ تعریف می‌شود. سپس، با به‌کارگیری مدل اتورگرسیو فضایی مجموعه پارامترهای مربوط به هر تصویر برآورد می‌شوند. از طریق ترسیم نمودارهای کنترل چند متغیره بردار میانگین و ماتریس کوواریانس ضرایب تحت پایش قرار می‌گیرند. نهایتاً از روش آزمون نسبت درست‌نمایی تعمیم‌یافته برای تخمین نقطه تغییر استفاده شده است. نتایج حاصل از یک مطالعه موردی مربوط به صنایع تولید فرآورده‌های لبنی نحوه کاربرد روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: داده‌های تصویری، پردازش تصویر، سیستم بینایی ماشین، نمودار کنترل چند متغیره، فضای رنگ $L^*a^*b^*$

۱- مقدمه

این رویکرد، به‌عنوان یک شیوه آزمون غیر مخرب و کم‌هزینه، کارایی خود را به‌عنوان جایگزینی مناسب برای روش‌های آزمون فیزیکی، شیمیایی و میکروبیولوژیک که به‌صورت مرسوم در فرآیند تولید محصولات غذایی و کشاورزی به‌کاربرده می‌شوند نشان داده است [۴ و ۵]. تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از پردازش تصویر و رنگ محصول به کمک روش‌های داده‌کاوی [۶]، یادگیری ماشین [۷]، خوشه‌بندی [۸]، یادگیری عمیق [۹]، شناسایی الگو [۱۰] و روش‌های تجزیه و تحلیل داده‌های فضایی [۱۱] کمک شایانی به بهبود کیفیت در فرآیندهای تولید محصولات غذایی و کشاورزی نموده است. مطالعات متعدد به‌وضوح نشان می‌دهند که استفاده از داده رنگ، توصیف دقیق‌تری از کیفیت محصول یا فرآیند تولید محصول در اختیار کارشناس فرآیند یا بازرس کیفیت قرار می‌دهد. مشاهده رنگ امکان تشخیص بسیاری از ناهنجاری‌ها یا نقایص موجود در مواد غذایی و علل فرآیندی مربوط به آن‌ها را فراهم می‌سازد.

رنگ مشخصه مهمی از محصولات در صنایع غذایی به شمار می‌رود و عاملی است که مصرف‌کننده در بسیاری از موارد بر اساس آن، نسبت به کیفیت محصول استنباط نموده، یا تصمیم به خرید و استفاده از محصول می‌گیرد. امروزه، با کاربرد روزافزون کامپیوترها در صنعت، استفاده از آن‌ها در علم رنگ‌سنجی به‌منظور افزایش سرعت و دقت پردازش و نهایتاً نیل به روش‌های نوآورانه در تولید و نگهداری محصولات در صنایع غذایی و کشاورزی به شکل فزاینده‌ای رو به رشد است. با ارتقاء قابلیت اطمینان روش‌های اندازه‌گیری رنگ، طی سال‌های اخیر تمرکز بسیاری از تحقیقات به‌ویژه در زمینه‌ی کنترل کیفیت محصولات و فرآیندهای تولید مواد غذایی بر سنجش و پایش مشخصه‌های کیفیتی مرتبط با رنگ محصول واقع شده است [۱-۳].

* (Corresponding author) nsafaie@kntu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۱۷ / تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۲۴

دوره ۹ / شماره ۲

صفحات: ۱۵۳-۱۳۸

فرآیند قرار گرفته است. کنترل آماری فرآیند دربرگیرنده‌ی مجموعه‌ای از تکنیک‌های آماری است که برای کنترل و کاهش پراکندگی و بهبود کیفیت در مشخصه‌های کیفیتی کلیدی محصول یا فرآیند استفاده می‌شود. تحقیقات نشان داده‌اند می‌توان با بهره‌گیری از داده‌های تصویری اطلاعات تعداد زیادی از نقاط مانند مقدار ویژگی کیفیتی در هر نقطه، شدت رنگ، میزان وضوح، میزان تباین و غیره را به نمایندگی از تصویر موردنظر دریافت، پردازش و پایش نمود [۲۵-۲۳]. هورست و نگین [۲۶] جزء اولین مطالعاتی است که در خصوص مزایای استفاده از نمودارهای کنترل با داده‌های تصویر صنعتی بحث می‌کند. مقاله مذکور یک مرور اجمالی در رابطه با چگونگی استفاده از نمودارهای کنترل بر پایه داده حاصل از سیستم بینایی ماشین ارائه نموده و شامل یک نمونه مربوط به کنترل ابعادی است. جمشیدی عینی و همکاران [۲۷] با استفاده از پردازش تصویر بر پایه مشاهدات حاصل از دوربین مادون‌قرمز به منظور تشخیص اجزای الکتریکی معیوب به کمک نمودار کنترل فضایی توانستند محل بروز نقص را شناسایی کنند. هی و همکاران [۲۸] از نمودار کنترل نسبت درست‌نمایی تعمیم‌یافته^۲ (GLR) به منظور تشخیص و شناسایی نقص یا نقایص در محصولات تولیدی استفاده کردند. نمونه‌ی مورد مطالعه‌ی آن‌ها محصول لگو بود که با استفاده از میانگین شدت رنگ در تصویر سیاه‌سفید و به کارگیری نمودار GLR، نقص به دو صورت تغییر رنگ و تغییر شکل شناسایی شده است [۲۸]. در کاربردی دیگر نورالسنا و همکاران [۲۹] به پایش آماری فرآیند با استفاده از داده‌های تصویری و تحلیل موجک پرداختند. آن‌ها توانستند با تبدیل تصویر رنگی به تصویر سیاه‌وسفید و استفاده از نمودار کنترل نسبت درست‌نمایی تعمیم‌یافته، محل بروز نقص در محصول معیوب را شناسایی و همچنین نقطه تغییر در فرآیند تولید محصول کاشی را برآورد کنند.

هدف از نگارش این مقاله، تبیین نحوه استفاده از داده‌های رنگ محصول در فضای رنگ $L^*a^*b^*$ به منظور توسعه نمودار کنترل چند متغیره برای پایش فرآیند تولید یک محصول لبنی است. از این رو، در قسمت بعد، نحوه سنجش رنگ و تبدیل آن به ویژگی‌های کمی قابل اندازه‌گیری به عنوان مشخصه‌های کیفیتی محصول، مورد بحث واقع شده است. سپس، در قسمت سوم متدولوژی پایش کیفیت محصول مبتنی بر مشاهدات رنگ و نحوه ترسیم نمودار کنترل تشریح می‌شود. قسمت چهارم مقاله به طرح نتایج مطالعه موردی، و بحث و بررسی درباره‌ی نحوه کشف و تفسیر وضعیت خارج از کنترل

بر این اساس، امروزه استفاده از سیستم بینایی ماشین و تکنیک‌های پردازش تصویر در کنترل کیفیت محصولات غذایی رایج است. در اینجا به ذکر چند نمونه از تحقیقات مرتبط پرداخته می‌شود.

پوردربانی و همکاران [۱۲] از پردازش تصویر برای درجه‌بندی کیفی سیب استفاده نموده‌اند که اساس آن درجه‌بندی صدمات سطحی بوده است. نعمتی نیا و همکاران [۱۳] از چهار روش پردازش تصویر، ارزیابی حسی، هانتربل^۱ و مینولتا^۲ برای سنجش رنگ اسپاگتی به عنوان یک شاخص کیفی استفاده نموده‌اند. نتایج مطالعه ایشان نشان داد که مدل‌های برازش شده برای روش‌های حسی و پردازش تصویر از صحت بالایی برخوردار است. مطالعاتی برای تجزیه و تحلیل ویژگی‌های بصری محصولات از جمله میوه‌ها و سبزیجات، آجیل، غلات، گوشت با استفاده از تکنولوژی بینایی ماشین انجام شده است [۱۴ و ۱۵]. در مطالعه‌ی دیگر، ویژگی‌های فضای رنگی RGB برای پیدا کردن لکه‌های سیب و هم‌چنین بررسی میزان تازگی یا رسیده بودن گوجه‌فرنگی، مورد استفاده قرار گرفته است [۱۶]. شریفی و وکیلی [۱۷] برای طبقه‌بندی کیفیت سیب از پردازش تصویر استفاده نمودند. بدین منظور شرایط یکسانی از جمله مکان و نور ثابت در نظر گرفته شده و پس از دریافت تصویر و محاسبه معیار سالم یا معیوب بودن تصویر محصول سیب درجه‌بندی شده است. به طور مشابه طیبی و همکاران [۱۸]، دهکردی و همکاران [۱۹]، سیاهویی و حسینی [۲۰] به مطالعه‌ی کیفیت و درجه‌بندی سیب‌زمینی با استفاده از پردازش تصویر و تجزیه و تحلیل رنگ محصول پرداخته‌اند. محمدکاملی و پناهی [۲۱] مطالعه‌ای برای ارزیابی رنگ میوه انبه با هدف درجه‌بندی کیفیت آن با استفاده از پردازش تصویر انجام دادند و میوه را در سه گروه سالم، لکه‌دار و فاسد درجه‌بندی کردند. از مزایای این روش می‌توان به سرعت بیشتر، هزینه و خطای کمتر اشاره کرد. رستم خانی و همکاران [۲۲] درجه‌بندی کیفیت گوشت با استفاده از پردازش تصویر را انجام دادند و به نتایجی با دقت قابل قبول دست یافتند.

کاربردهای استفاده از داده‌های تصویری و مشاهدات رنگ محصول تنها به بازرسی مواد غذایی یا محصولات کشاورزی محدود نمی‌شود؛ بلکه از آن در صنعت به منظور شناسایی نقص‌های ابعادی، نقص‌های ساختاری، نقص‌های سطحی و یا عملیاتی نیز استفاده می‌شود. این موضوع طی سال‌های اخیر مورد توجه محققین در زمینه کنترل آماری

^۱ HunterLab^۲ Minolta^۳ Generalized Likelihood Ratio

استحضار خواننده محترم در ضمیمه مقاله آمده است. به‌طور کلی ویژگی‌های یک تصویر از نقطه نظر رنگ با استفاده از مؤلفه‌هایی که در جدول ۱ ارائه شده است قابل بررسی است.

اختصاص یافته و نهایتاً در قسمت پنجم، جمع‌بندی مطالب و خلاصه نتایج ارائه خواهد شد.

۲- سنجش رنگ محصول

اگرچه ویژگی‌های رنگ محصول به‌صورت مرسوم در قالب مؤلفه‌های فضای رنگ RGB استخراج می‌شود، تحقیقات اخیر در زمینه کنترل کیفیت محصولات غذایی و کشاورزی از دیگر مؤلفه‌ها همچون مؤلفه‌های فضای رنگ $L^*a^*b^*$ استفاده می‌کنند. بنابراین، انتخاب فضای رنگ و استخراج ویژگی‌های مرتبط با رنگ محصول یکی از مراحل پایش کیفیت مبتنی بر سنجش رنگ محصول محسوب می‌شود.

در حال حاضر، فضاهاى رنگى متعدد و مقادير عددی مربوط به هر فضا برای ایجاد، نمایش و تجسم رنگ در فضای دوبعدی، سه‌بعدی و یا چهاربعدی استفاده می‌شود [۳۰]. فضاهاى رنگى مختلفی وجود دارد زیرا آنها اطلاعات رنگی را به شیوه‌ای ارائه می‌دهند که محاسبات خاصی را راحت‌تر می‌کند و یا به این دلیل که آنها روش‌هایی برای شناسایی رنگ‌هایی که به استنباط حسی انسان شبیه‌تر هستند ارائه می‌دهند. به‌عنوان مثال، فضای رنگی RGB یک رنگ را به‌عنوان ترکیبی از رنگ‌های پایه قرمز، سبز و آبی تعیین می‌کند. در دیگر مدل‌های رنگ، پرده‌ی رنگ^۱ (رنگ غالب)، میزان اشباع^۲ و روشنایی^۳ یا شدت^۴ مورد تأکید واقع می‌شوند. پرده رنگ، صفت مربوط به طول موج غالب در ترکیب موج‌های نور است. پرده رنگ، رنگ غالب را که توسط بیننده دریافت می‌شود نشان می‌دهد. بنابراین، وقتی شی‌ای را قرمز، نارنجی یا زرد می‌نامیم، به پرده رنگ آن اشاره داریم. اشباع، به درجه خلوص نسبی یا میزان ترکیب نور سفید با پرده رنگ مربوط می‌شود. رنگ‌های طیفی خالص کاملاً اشباع‌اند. رنگ‌هایی مانند صورتی (قرمز و سفید) و کمرنگ (بنفش و سفید) کمتر اشباع‌شده‌اند، به‌طوری‌که درجه اشباع به‌طور معکوس با میزان نور سفید اضافه‌شده متناسب است. پرده رنگ و اشباع را روی هم‌رفته رنگینگی^۵ می‌نامند [۳۱].

لازم به ذکر است فضاهاى رنگى دیگر مانند HSV، HSI و YCbCr نیز وجود دارند که معرفی مختصر، کاربرد و همچنین روابط محاسباتی برای تبدیل آن‌ها به فضای رنگ مرسوم جهت

جدول ۱. ویژگی‌های قابل اندازه‌گیری در تصاویر رنگی		RGB	XYZ	YCbCr	HSV (HSI)	$L^*a^*b^*$ (CIELAB)
مؤلفه ↓	فضای رنگ →					
	R (قرمز)		●			
G (سبز)		●				
B (آبی)		●				
Y (لومینانس)				●		
Cb (آبی منهای مرجع)				●		
Cr (قرمز منهای مرجع)				●		
I (شدت)					●	
H (پرده رنگ)					●	
S (اشباع)					●	
V (ارزش یا مقدار)					●	
تسهیل‌کننده رنگ (مقدار)	X		●			
	Y		●			
	Z		●			
L^* (روشنایی)						●
a^* (سبز تا قرمز)						●
b^* (آبی تا زرد)						●

در فضای رنگ مرسوم RGB، هر رنگ در مؤلفه‌های طیفی اصلی سبز، قرمز و آبی ظاهر می‌شود. این مدل بر اساس دستگاه مختصات دکارتی طراحی شده است. شایان ذکر است که فضای RGB از نظر ادراکی یک فضای رنگی یکنواخت نیست، چون تفاوت رنگ در این فضا مطابق با تفاوت رنگ دریافت شده توسط انسان نیست و به‌علاوه، ابعاد RGB به میزان زیادی به هم وابسته هستند. مدل RGB انتخاب مناسبی برای تحلیل رنگ و الگوریتم‌های تشخیص مبتنی بر رنگ نمی‌باشد [۳۲]. رنگ مواد غذایی معمولاً در فضای رنگ $L^*a^*b^*$ با استفاده از رنگ‌سنج یا دستگاه‌های پردازش تصویر اندازه‌گیری می‌شود. L^*

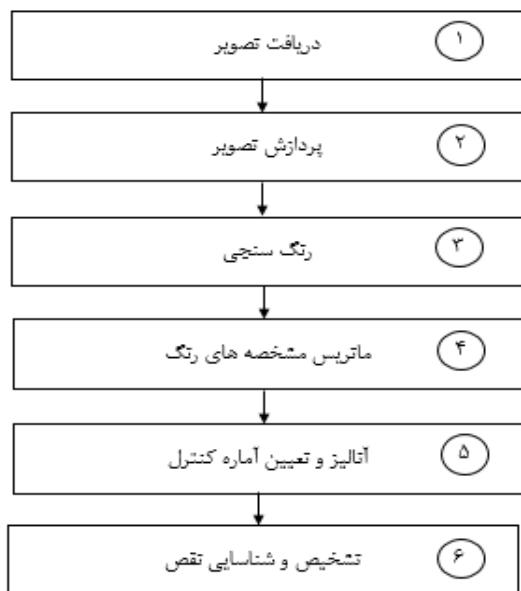
¹ Hue
² Saturation
³ Luminance
⁴ Intensity
⁵ Chromaticity

ابزاری سنجش رنگ می‌توان با استفاده از روش‌های غیرعینی مانند ارزیابی حسی نیز رنگ را مورد قضاوت و سنجش قرارداد [۳۶]. استفاده از عطر و طعم، ماندگاری، رنگ و ظاهر یک ماده غذایی می‌تواند به ارزیابی حسی آن کمک کند. مارکازان و همکاران [۳۷] از روش ارزیابی حسی برای تعیین اثر رنگ و بررسی کیفیت محصول عسل اثر استفاده کردند. رولاند و همکاران [۳۸] تأثیر چربی بر خواص حسی و ویسکوزیته شیر کم‌چرب را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها پانل‌های حسی آموزش داده‌شده رنگ شیر را مورد ارزیابی قرار می‌دهند. نتیجه این ارزیابی نشان داد که بین مقادیر $L^*a^*b^*$ شیر با رنگ درک شده و احساس دهان همبستگی وجود دارد.

۳- متدولوژی تحقیق

۳-۱ مراحل اصلی تحقیق

مگاهد و همکاران [۳۹] یک روش گام‌به‌گام برای پایش داده‌های تصویری مبتنی بر مدل تغییرپذیری فضایی-زمانی ارائه نموده‌اند. اگرچه متدولوژی مذکور در مرحله دوم، بر تبدیل تصویر به مقیاس خاکستری تصریح دارد در پژوهش حاضر با اقتباس از آن، نمودار جریان مراحل انجام مطالعه مطابق شکل ۱ تعریف می‌شود.



شکل ۱. مراحل کنترل آماری فرآیند مبتنی بر سنجش و پردازش رنگ محصول در پژوهش حاضر

بر این اساس، فرآیند تصویربرداری با انتخاب دستگاه تصویربرداری و تدارک شرایط محیطی مناسب از نقطه نظر نوع پس‌زمینه، شدت نور محیطی و نحوه بازتاب نور انجام می‌شود. پس‌از آن مرحله پردازش تصویر آغاز می‌شود. همان‌طور که ذکر

مؤلفه‌ی روشنایی یا درخشندگی است که از ۰ تا ۱۰۰ مقدار می‌گیرد و پارامترهای a^* (دامنه سبز تا قرمز) و b^* (دامنه آبی تا زرد) دو مؤلفه رنگینگی هستند که از ۱۲۰- تا ۱۲۰+ تغییر می‌کنند [۳۳]. فضای رنگ $L^*a^*b^*$ از نظر ادراکی یکنواخت است. مطابق استاندارد کمیسیون بین‌المللی روشنایی^۱ (CIE) مقادیر $L^*a^*b^*$ از روی RGB و با استفاده از روابط ۱ تا ۴ حاصل می‌شوند [۳۴].

$$L^* = \begin{cases} 116 \left(\frac{Y}{Y_n} \right)^{\frac{1}{3}} - 16 & \text{if } \frac{Y}{Y_n} > 0.008856 \\ 903.3 \left(\frac{Y}{Y_n} \right) & \text{if } \frac{Y}{Y_n} \leq 0.008856 \end{cases} \quad (1)$$

$$a^* = 500 \left[f \left(\frac{X}{X_n} \right) \right] - \left[f \left(\frac{Y}{Y_n} \right) \right] \quad (2)$$

$$b^* = 200 \left[f \left(\frac{Y}{Y_n} \right) \right] - \left[f \left(\frac{Z}{Z_n} \right) \right] \quad (3)$$

$$f(t) = \begin{cases} t^{\frac{1}{3}} & t > 0.008856 \\ 7.787t + 16/166 & t \leq 0.008856 \end{cases} \quad (4)$$

پارامترهای $Z_n=82.5188$ و $Y_n=100$ ، $X_n=96.4212$ مقادیر محرکه‌های سه‌گانه برای سفید مرجع هستند که با توجه به منبع نوری و مشاهده کننده تغییر می‌کنند، همچنین مقادیر X ، Y و Z در روابط فوق‌الذکر، بر اساس درصد رنگ‌های اصلی و از طریق حل دستگاه معادلات ۵ محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} X &= 0.607R + 0.174G + 0.201B \\ Y &= 0.299R + 0.587G + 0.114B \\ Z &= 0.000R + 0.066G + 1.117B \end{aligned} \quad (5)$$

برای انجام ارزیابی دقیق مشخصه‌های کیفیتی از تصویر یک ماده غذایی لازم است که مقدار رنگ هر پیکسل سطح آن را بدانیم. باین‌حال، در حال حاضر رنگ‌سنج‌های تجاری موجود $L^*a^*b^*$ تنها در حدود چند سانتی‌متر مربع از سطح را اندازه‌گیری می‌کنند که در مواد ناهمگن مانند بسیاری اقلام مواد غذایی اندازه‌گیری رنگ قسمتی از نمونه نمی‌تواند بیانگر وضعیت کلی محصول باشد. به‌طورکلی، از نقطه نظر فناوری بازرسی، رنگ محصولات غذایی با ابزار مختلف از جمله اسپکتروفتومتر، رنگ‌سنج‌ها، نمودارهای رنگی، و روش‌های بینایی ماشین اندازه‌گیری می‌شود [۳۵]. همراه با روش‌های

¹ Commission International d'Eclairage

فرض شده است $W_1 = W_2$. همچنین، $\rho(3 \times 3)$ ، $\varphi(3 \times 3)$ ، و $\lambda(3 \times 3)$ ماتریس‌های قطری به ترتیب با عناصر ρ_3, ρ_2, ρ_1 ، $\varphi_3, \varphi_2, \varphi_1$ و نهایتاً $\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1$ می‌باشند. $u_t(n \times 3)$ مقادیر خطا در معادله مشاهدات است که به‌نوبه‌ی خود از مدل رگرسیون فضایی تبعیت نموده و $\varepsilon_t(n \times 3)$ از یک توزیع نرمال سه متغیره پیروی می‌کند. $\Sigma(3 \times 3)$ نشان‌دهنده ماتریس کوواریانس متغیرها و I_n ماتریس همانی با بعد n است. \otimes بیانگر عملگر ضرب کرونکر است. به عبارت دیگر مقادیر ε_{ijt} ، $(i = 1, \dots, n)$ و $(j = 1, 2, 3)$ بیانگر مقادیر متغیر ε در لحظه t است که از توزیع نرمال سه متغیره $MVN(0, \Sigma)$ حاصل می‌شود. بر اساس مفروضات بیان‌شده، در این تحقیق برآورد مدل از طریق روش بیشترین درست‌نمایی حاصل می‌شود. برای این منظور، در مرحله اول مجموعه پارامترهای μ, ρ, φ و λ برای متغیرهای Y_j ، $(j = 1, 2, 3)$ ، به صورت مجزا محاسبه‌شده، و سپس با استفاده از بردار باقیمانده رگرسیون، برآورد پارامتر Σ به دست می‌آید.

۳-۳ پایش فرآیند در فاز یک کنترل فرآیند آماری

در ادامه با استفاده از نمودار کنترل آماری فرآیند، مجموعه پارامترهای مدل تحت پایش قرار می‌گیرد. برای این منظور، به دلیل ماهیت چند متغیره مدل، ابتدا از نمودار کنترل T^2 هتلینگ برای پایش مجموعه ضرایب μ, ρ, φ و λ استفاده می‌شود. در نظر بگیرید بردار ستونی v دربرگیرنده مجموعه ضرایب فوق‌الذکر است که به صورت رابطه ۷ تعریف می‌شود:

$$v' = [\text{diag}(\mu), \text{diag}(\rho), \text{diag}(\varphi), \text{diag}(\lambda)] \quad (7)$$

که در آن، عملگر $\text{diag}(\square)$ عناصر قطر اصلی ماتریس مربعی را به بردار تبدیل می‌کند. بنابراین، آماره کنترل به صورت رابطه ۸ تعریف می‌شود:

$$T^2 = (v - \bar{v})' S^{-1} (v - \bar{v}) \quad (8)$$

به طوری که \bar{v} و S ، به ترتیب، بردار میانگین و ماتریس واریانس v را نشان می‌دهند. چنانچه تعداد m تصویر به‌عنوان مجموعه داده اولیه برای طراحی نمودار کنترل در اختیار باشد، حد بالای نمودار کنترل از رابطه ۹ حاصل می‌شود [۴۰]:

شد، در این مطالعه به منظور بهره‌گیری بهتر از ویژگی‌های تصویر مانند درخشندگی، زردی و سفیدی از تبدیل فضای رنگ RGB به فضای رنگ $L^*a^*b^*$ به ازای هر یک از پیکسل‌های تصویر استفاده‌شده است. در این مرحله، با توجه به ابعاد بزرگ تصویر که فرآیند پردازش را کند و دشوار می‌سازد فشرده‌سازی صورت می‌گیرد. تصویر فشرده‌سازی شده از طریق بلوک‌بندی برای استخراج آماره آزمون آماده می‌شود. دقت موردنیاز برای نظارت بر محصول با تعداد بلوک‌ها رابطه‌ی مستقیم دارد. در ادامه، فرآیند طراحی و تجزیه و تحلیل نمودار کنترل انجام می‌شود. برای این منظور، بردار میانگین و ماتریس کوواریانس داده‌های حاصل از سنجش رنگ برآورد می‌شود و همچنین در خصوص حدود نمودار کنترل تصمیم‌گیری می‌شود. در نهایت، مرحله نظارت بر فرآیند یا اصطلاحاً فاز دوم کنترل آماری فرآیند قابل پیاده‌سازی است. در این مرحله، داده‌های محصولات به صورت بر خط جمع‌آوری‌شده و چنانچه مقدار آماره کنترل از حدود نمودار تجاوز کند با جمع‌آوری اطلاعات تشخیصی در مورد نحوه انجام اقدام اصلاحی موردنیاز تصمیمات مناسب اتخاذ می‌شود. در ادامه جزئیات مربوط به مدل‌سازی داده‌های حاصل از سنجش رنگ محصول و نحوه استخراج آماره کنترل تشریح خواهد شد.

۳-۲ مدل رگرسیون فضایی-زمانی برای مؤلفه‌های رنگ

کاهش اندازه تصویر و تبدیل فضای رنگ از RGB به $L^*a^*b^*$ با استفاده از نرم‌افزار متلب نسخه ۲۰۱۵ انجام شد. به‌طور کلی، با در نظر گرفتن همبستگی فضایی بین پیکسل‌های تصویر، چنانچه متغیرهای L^* ، a^* و b^* به ترتیب به‌عنوان متغیرهای Y_j ، $(j = 1, 2, 3)$ ، منظور شوند فرض می‌شود مقادیر آن‌ها برای یک تصویر شامل n پیکسل از طریق مدل زیر تحت عنوان مدل خودهمبستگی مکانی-زمانی^۱ (STAR) حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} Y_t &= \mu + W_1 Y_t \rho + Y_{t-1} \varphi + u_t \\ u_t &= W_2 u_t \lambda + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (6)$$

$$\varepsilon_t \sim MVN(0, \Sigma \otimes I_n)$$

به طوری که $Y_t(n \times 3)$ ماتریس مشاهدات در لحظه t ، $W_1(n \times n)$ و $W_2(n \times n)$ ماتریس متقارن مجاورت فضایی به ترتیب برای معادله مشاهدات و معادله خطای مدل می‌باشند. این دو ماتریس دارای وضعیت استاندارد هستند به این معنا که مجموع مقادیر هر سطر آن‌ها برابر با واحد است. در این مقاله

^۱ Spatio-Temporal Autoregressive Model

برای هر تصویر به طور مجزا قابل انجام است، از یک نمودار کنترل واریانس تعمیم یافته استفاده می شود. به عبارت دیگر، به منظور پایش تصاویر حاصل از فرآیند، برای هر تصویر، مقادیر آماره T^2 برای پایش بردار ضرایب رگرسیون، و دو آماره واریانس تعمیم یافته یکی برای پایش تغییرپذیری فرآیند در بلندمدت و دیگری برای پایش تغییرات درون نمونه‌ای بکار برده می شود.

۳-۴ عملیات تشخیصی در وضعیت خارج از کنترل

۳-۴-۱ برآورد نقطه تغییر بر اساس مدل خودهمبستگی مکانی-زمانی

در این قسمت پس از کشف تغییر در مدل رگرسیون مکانی-زمانی با استفاده از نمودارهای کنترل چند متغیره، نحوه به کارگیری برآورد کننده بیشترین درستنمایی برای نقطه تغییر در فرآیند تولید توضیح داده می شود. برای این منظور، با استفاده از مدل مفروض در رابطه ۶، از آماره نسبت درستنمایی که بر اساس فرض توزیع نرمال چند متغیره توسعه یافته است به شکل زیر استفاده می شود [۴۱]:

$$\ln l[m_1] = (m_1(p-k_1) + m_2(p-k_2))(1 + \log[2\pi]) + m \times \log[\hat{S}] - m_1 \times \log[S_{1k_1}] - m_2 \times \log[S_{2k_2}] \quad (16)$$

در این رابطه، $\ln l[m_1]$ مقدار آماره نسبت درستنمایی است که پس از تفکیک مشاهدات به دو بخش شامل m_1 تصویر و $m_2 = m - m_1$ تصویر حاصل شده است. همچنین ماتریس S_1 برآورد بیشترین درستنمایی ماتریس کوواریانس مشاهدات است که با استفاده از m_1 مشاهده اول به صورت رابطه ۱۷ محاسبه شده است:

$$S_1 = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} (v_i - \bar{v}_1)(v_i - \bar{v}_1)^T \quad (17)$$

و \bar{v}_1 بردار میانگین نمونه‌ای است که حاصل برآورد مربوط به m_1 مشاهده اول است:

$$\bar{v}_1 = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} v_i \quad (18)$$

$$UCL = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, p/2, (Q-p-1)/2} \quad (9)$$

به طوری که $\beta_{\alpha, p/2, (Q-p-1)/2}$ نقطه متناظر با احتمال جمعی $1-\alpha$ از توزیع بتا با درجات آزادی $p/2$ و $(Q-p-1)/2$ است. Q به صورت $2(m-1)^2 / (3m-4)$ محاسبه شده و p تعداد متغیرها یا همان عناصر بردار v را نشان می دهد. همچنین، ماتریس واریانس برای بردار v به صورت رابطه ۱۰ قابل برآورد است:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} v_i v_i^T}{2(m-1)} \quad (10)$$

به طوری که

$$v_i = v_{i+1} - v_i; i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (11)$$

برای پایش تغییرپذیری بردار مشاهدات در بلندمدت از نمودار کنترل واریانس تعمیم یافته^۱ (GVCC) استفاده می شود که در آن آماره کنترل عبارت است از $|S_i|$ به طوری که داریم:

$$|S_i| = v_i v_i^T / 2; i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (12)$$

حدود کنترل برای این نمودار از طریق رابطه ۱۳ قابل استخراج است:

$$UCL, LCL = |S| (1 \pm 3\sqrt{b_2} / b_1) \quad (13)$$

همچنین پارامترهای b_1 و b_2 عبارتند از:

$$b_1 = \frac{1}{(n-1)^p} \prod_{i=1}^p (n-i) \quad (14)$$

$$b_2 = \frac{1}{(n-1)^{2p}} \prod_{i=1}^p (n-i) \left[\prod_{j=1}^p (n-j+2) - \prod_{j=1}^p (n-j) \right] \quad (15)$$

این نمودار امکان پایش "تغییرات بین نمونه‌ای"^۲ را در طول زمان فراهم می سازد. همچنین به منظور تجزیه و تحلیل "تغییرپذیری درون هر نمونه"^۳، پس از تخمین Σ ، که مطابق توضیحات بخش قبل به کمک بردار باقیمانده‌های رگرسیون

¹ Generalized Variance Control Chart

² Between-sample variation

³ Within-sample variability

۴- مطالعه موردی

فرآورده‌های لبنی به‌عنوان یک منبع پروتئین دامی و باارزش غذایی بالا، جایگاه ویژه‌ای در تغذیه انسان دارند و از جمله بهترین منابع تأمین کلسیم نیز محسوب می‌شوند، اهمیت مصرف مواد لبنی زمانی بیش‌ازپیش آشکار می‌شود که بدانیم کلسیم پس از آهن، دومین ماده‌ای است که کمبود آن در رژیم غذایی افراد در ایران مشاهده شده است. در این تحقیق به‌منظور بررسی کیفیت محصول تولیدی حاصل از فرآیند تولید یکی از برندهای شناخته‌شده در زمینه تولید محصولات لبنی، ۵ بسته ماست با چربی ۲۰ درصد و حجم ۴۵۰ گرم تهیه‌شده از شیر گاو به‌صورت تصادفی از پنج فروشگاه سطح تهران جمع‌آوری گردید. برای تولید داده مربوط به شرایط خارج از کنترل، یکی از نمونه‌ها در شرایط دمای محیط نگهداری شده و در فواصل زمانی مشخص به ترتیبی که در قسمت بعد آمده است مورد عکس‌برداری واقع می‌شود.

۴-۱- جمع‌آوری داده و پردازش تصویر

مرحله پردازش تصویر و تجزیه و تحلیل شامل سه مرحله اصلی (۱) دریافت تصویر (۲) پیش‌پردازش تصویر و (۳) اندازه‌گیری رنگ است. به‌منظور تصویربرداری از نمونه‌ها ۱۵۰ گرم از محصول ماست در یک ظرف آزمایشی با عمق ۲۵ میلی‌متر و شعاع ۷ سانتی‌متر ریخته شد و دریافت تصاویر تحت نور لامپ سفید با استفاده از دوربین دیجیتال کانن SX530 HS که به‌صورت عمودی و در ارتفاع ۲۰ سانتی‌متری از نمونه‌ها واقع شده است صورت گرفت. تصاویر به‌وسیله‌ی (USB) به لپ‌تاپ ایسوس مدل K556U با مشخصات ظرفیت حافظه ۸ گیگابایت و ظرفیت داخلی یک ترابایت منتقل شدند. تصاویر به‌دست‌آمده مورد پیش‌پردازش قرار گرفتند. به‌منظور کاهش و حذف بخش‌های اضافه تصویر و کاهش حجم کاری پردازش تصویر، وضوح تصویر با استفاده از نرم‌افزار متلب کاهش یافت. مشخصات فنی روش عکس‌برداری به‌صورت دستی به شرح جدول ۲ است.

همچنین k_1 نشادهنده رتبه S_1 است که برابر با $k_1 = \text{Min}[p, m_1 - 1]$ است. زمانی که $m_1 < p + 1$ است S_1 از رتبه کامل برخوردار نیست. در این صورت عبارت $|S_1|_{k_1}$ بیانگر دترمینان تعمیم‌یافته‌ی S_1 است که به‌صورت حاصل‌ضرب k_1 مقدار ویژه مثبت ماتریس S_1 حاصل می‌شود. بر این اساس، سایر عبارات موجود در رابطه ۱۶ به شکل مشابه قابل محاسبه‌اند.

نشان داده شده است که $\text{lrt}[m_1]$ به‌صورت مجانبی از توزیع مربع کای با درجه آزادی $p(p+3)/2$ تبعیت می‌کند، به‌طوری‌که مقادیر بزرگ آن بیانگر وضعیت خارج از کنترل می‌باشد. نهایتاً، از آنجاکه توزیع آماره $\text{lrt}[m_1]$ در وضعیت تحت کنترل، به مقدار m_1 وابسته است، مطابق توصیه سالیوان و وودال [۴۱]، مقدار آماره نسبت درست‌نمایی به امید ریاضی آن تقسیم می‌شود. جزییات بیشتر در مرجع مذکور ارائه شده است.

۴-۳- تجزیه آماره T^2

علاوه بر کشف زمان تغییر در فرآیند، به‌منظور انجام اقدام اصلاحی اثربخش، شناسایی متغیر یا متغیرهای مؤثر در ایجاد وضعیت خارج از کنترل کمک شایانی می‌نماید. در این زمینه به‌ویژه مطابق مطالعات متعدد، نشان داده شده است در فرآیندهای چند متغیره، غالباً تعداد کمی از متغیرها در ایجاد شرایط خارج از کنترل تأثیرگذار هستند. در این پژوهش از روش پیشنهادی رانگر و همکاران [۴۲] برای تعیین سهم هر یک از متغیرها در مقدار آماره کنترل T^2 استفاده می‌شود. در روش مذکور، مطابق رابطه ۱۹، آماره کنترل برای مجموعه متغیرهای $\{v\}$ به دو آماره مجزا برای زیرمجموعه‌ی $\{v-i\}$ و $\{i\}$ تجزیه می‌شود.

$$T_{\{v\}}^2 = T_{\{v-i\}}^2 + T_{\{i\}|\{v-i\}}^2; i = 1, 2, \dots, p \quad (19)$$

با استفاده از داده مربوط به متغیرهای مجموعه‌ی $\{v\}$ با صرف‌نظر از متغیر i حاصل می‌شود و $T_{\{i\}|\{v-i\}}^2$ مقدار سهم متغیر i ام را نشان می‌دهد. مقادیر بزرگ این آماره، بیانگر متغیر با تأثیر بالا می‌باشد. برای منظور آزمون معناداری سهم متغیرها در فاز یک برای نقاط خارج از کنترل، از توزیع $\beta_{1/2, (m-2)/2}$ استفاده می‌شود.

عملیات بلوک‌بندی تصویر توسط نرم‌افزار متلب به صورت 10×10 انجام شد که این ابعاد بسته به نوع و سایز نقص می‌تواند بیشتر و یا کمتر گردد. بالطبع با افزایش تعداد بخش‌ها دقت بالا می‌رود و توانایی شناسایی نقص‌های کوچک‌تر بیشتر می‌شود. اما به دلیل زمان‌بر بودن برآورد مدل همبستگی فضایی برای تعداد بالاتر بلوک‌های تصویر، از انجام آن در مطالعه حاضر اجتناب شده است.

برای تولید داده تحت کنترل، ۲۰ تصویر بر اساس ۴ نمونه که تحت شرایط نگهداری استاندارد در فواصل زمانی منظم مورد تصویربرداری قرار گرفته‌اند تهیه شد. به منظور رفع خودهمبستگی در مشاهدات حاصل، بر اساس اطلاعات بیست تصویر اولیه، بیست تصویر جدید که هر بلوک آن به صورت تصادفی از یکی از ۲۰ بلوک متناظر (مربوط به ۲۰ تصویر اولیه) انتخاب شده است تشکیل شد. تحلیل تابع همبستگی بر روی داده حاصل نشان می‌دهد مشاهدات از همبستگی پیاپی در طول زمان برخوردار نیستند. سپس، برای هر بلوک مؤلفه‌های رنگ در مقیاس $L^*a^*b^*$ اندازه‌گیری و ثبت شد. به منظور دسترسی به داده خارج از کنترل، پنجمین نمونه تحت بررسی در شرایط دمایی محیط و در فواصل زمانی مشابه مورد عکس‌برداری واقع شد. انتظار می‌رود تنزل کیفیت از طریق تجزیه و تحلیل رنگ محصول قابل‌شناسایی باشد. نحوه برآورد مدل همبستگی فضایی بر اساس ۲۵ نمونه تحت بررسی، و ترسیم نمودار کنترل برای پایش مدل در فاز یک در ادامه ذکر می‌شود.

۲-۴ برآورد مدل همبستگی فضایی و پایش فرآیند در فاز یک

روال کلی برای بهره‌گیری از کنترل آماری فرآیند مبتنی بر سنجش رنگ داده‌های تصویری، در شکل ۱ ذکر شده است. حال ما به مرحله سه یعنی فاز اول تجزیه و تحلیل و طراحی نمودار کنترل وارد می‌شویم و در گام سوم با استفاده از نمودارهای کنترل چند متغیره T^2 و $GVCC$ نظارت بر فرآیند انجام می‌شود. به منظور برآورد مدل همبستگی فضایی STAR که در رابطه ۶ معرفی شد، فرض می‌شود که داده‌های به دست آمده از مقادیر متغیرهای فضای رنگ Lab در مجموعه بلوک‌های هر

جدول ۲. تنظیمات دوربین دیجیتال	
فلش	خاموش
بزرگنمایی	بدون بزرگنمایی
دیافراگم	f4.0
سرعت شاتر	۱/۲ ثانیه
حساسیت به نور فلورسنت	فعال
حساسیت حس‌گر به نور (ISO)	۱۰۰



برش 10×10



تبدیل فضای رنگ



شکل ۲. عملیات پیش‌پردازش تصویر

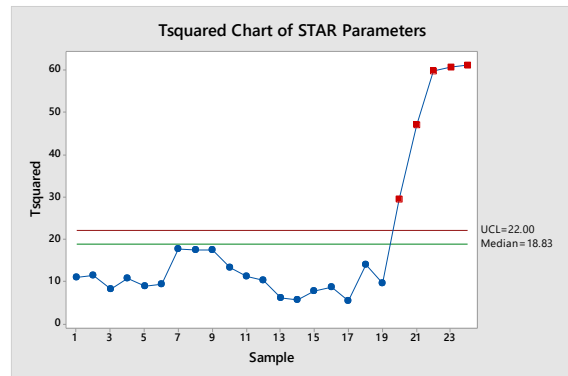
بر اساس نمودارهای شکل ۳، آماره‌های سه‌گانه به‌روشنی وضعیت خارج از کنترل را برای مشاهدات ۲۱ الی ۲۵ نشان می‌دهند. در نمودار سوم، یک نقطه خارج از کنترل ناشی از خطای نوع یک برای نمونه ۱۵ مشاهده می‌شود. بر اساس مشاهدات تحت کنترل، پارامترهای مدل همبستگی فضایی در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳. برآورد پارامترهای مدل همبستگی فضایی در فاز یک						
	L		a		b	
	مقدار	آماره t	مقدار	آماره t	مقدار	آماره t
μ	۵/۰۳	۱۳/۸۵	-۰/۰۳	-۲/۹۱	-۰/۰۸	-۱/۴۱
φ	-۰/۸۹	۱/۱۵ ۱۷۱	۰/۲۹	۲۲/۵۸	۰/۸۲	۱/۲۸ ۱۲۶
ρ	-۰/۰۳	۵۱/۶۱	۰/۶۷	۱/۱۵ ۳۰۰	۰/۱۹	۱/۶۷ ۱۲۹
λ	-۰/۰۰	۰/۰۱	-۰/۶۱	۱۳/۶۲ -	-۰/۱۰	-۱/۸۵
R^2	۰/۸۵		۰/۴۹		۰/۹۱	
LL	۸/۰۳		۶/۴۸		۷/۵۷	
Σ	$\begin{bmatrix} ۳/۰۰ & ۰/۴۱ & -۰/۴۲ \\ ۰/۴۱ & ۰/۱۹ & -۰/۰۸ \\ -۰/۴۲ & -۰/۰۸ & ۰/۰۰ \end{bmatrix}$					

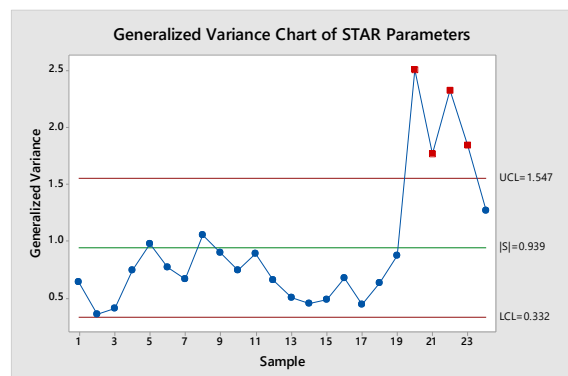
۳-۴ برآورد زمان تغییر و انجام عملیات تشخیصی

در شکل ۴ یک نمونه تصویر از ماست معیوب ارائه شده است. نقص به‌صورت تغییر رنگ سطحی ماست منجر به تغییر در مقادیر مؤلفه‌های رنگینگی Lab می‌شود. در واقع از نظر رنگ سطح محصول، بین مقادیر مؤلفه‌های تصویر نمونه‌ی سالم و معیوب تفاوت وجود دارد.

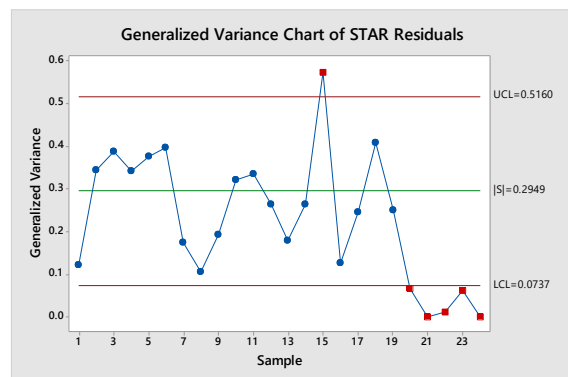
تصویر به‌صورت مجزا از همبستگی فضایی و زمانی مرتبه اول برخوردار بوده و به‌علاوه خطای مدل از یک توزیع نرمال سه متغیره تبعیت می‌کند. بنابراین، داده مربوط به سه متغیر برای ۱۰۰ بلوک در یک از ۲۵ تصویر امکان برآورد پارامتر همبستگی فضایی، همبستگی زمانی، همبستگی فضایی مابین مقادیر خطای مدل و همبستگی ناشی از ارتباط متقابل مؤلفه‌های رنگ در هر بلوک را فراهم می‌کند.



شکل ۳-الف. نمودار کنترل T^2 برای پایش میانگین فرآیند

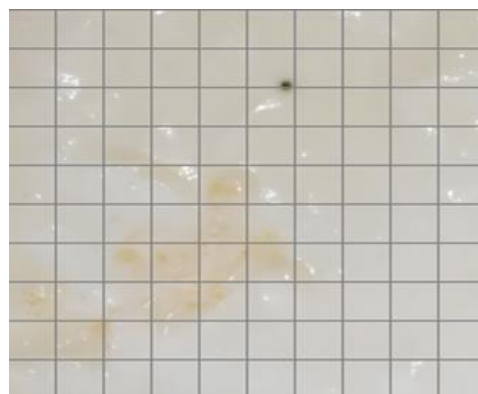


شکل ۳-ب. نمودار کنترل GV برای پایش تغییرات بین نمونه‌ای



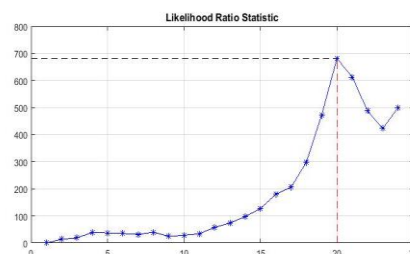
شکل ۳-ج. نمودار کنترل GV برای پایش تغییرات درون نمونه‌ای

	μ_L	۹/۸۳	۰/۰۰۰۴
	ρ_L	۹/۱۴	۰/۰۰۰۷
	φ_L	۸/۸۵	۰/۰۰۰۹
	φ_b	۵/۳۰	۰/۰۱۵۰
	λ_b	۴/۹۸	۰/۰۱۸۹
	ρ_a	۴/۲۵	۰/۰۳۱۸
۲۴	φ_a	۲۸/۷۵	۰/۰۰۰۰
	μ_L	۲۶/۳۸	۰/۰۰۰۰
	λ_L	۲۴/۴۹	۰/۰۰۰۰
	ρ_L	۲۲/۶۱	۰/۰۰۰۰
	φ_L	۲۲/۳۲	۰/۰۰۰۰
	ρ_a	۱۶/۴۱	۰/۰۰۰۰
	μ_a	۷/۶۵	۰/۰۰۲۵
	λ_b	۷/۲۰	۰/۰۰۳۵



شکل ۴. یک نمونه نقص به صورت تغییر رنگ محصول

برای برآورد زمان تغییر در فرآیند مطابق با ۲۵ نمونه تحت بررسی از محصول لبنی، روش برآورد بیشترین درست‌نمایی بکار برده شد. نتیجه حاصل از آماره درست‌نمایی تعمیم‌یافته در شکل ۵ بیانگر نقطه ماکزیمم در زمان ۲۰ منطبق بر زمان وقوع وضعیت خارج از کنترل می‌باشد. برای مجموعه نقاط خارج از کنترل، نتایج تجزیه‌ی آماره کنترل T^2 که بیانگر سهم هر یک از متغیرها در ایجاد وضعیت خارج از کنترل است در جدول ۴ قابل مشاهده است.



شکل ۵. نمودار آماره درست‌نمایی تعمیم‌یافته برای برآورد زمان تغییر

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

استفاده از روش تصویربرداری دیجیتال و پردازش تصویر به متخصصین این اجازه را می‌دهد تا سنجش و تجزیه و تحلیل رنگ مواد غذایی در مقایسه با روش‌های رنگ سنجی مرسوم مبتنی بر روش‌های آزمایشگاهی با صرف هزینه کمتر و در زمان کوتاه‌تر انجام شود. مزایای استفاده از این روش با توجه به دسترسی به پیشرفت امکانات تصویربرداری دقیق در دوربین‌های دیجیتال، در زمینه مطالعه رنگ مواد غذایی بیش‌ازپیش قابل‌لمس است. در این پژوهش با اقتباس از متدولوژی پیشنهادی مگاهد و همکاران [۳۹] در زمینه پایش تصویر مبتنی بر مدل تغییرات مکانی-زمانی، یک روش جدید که حاصل به‌کارگیری تکنیک پردازش رنگ و نمودارهای کنترل چند متغیره است به‌منظور بازرسی، شناسایی نقص و ارزیابی یکنواختی سطح محصول لبنی مورد استفاده قرار گرفت.

در بررسی مورد مطالعاتی، تعدادی نمونه تحت کنترل از یکی محصول لبنی مشخص جمع‌آوری شد. سپس با استفاده از دوربین دیجیتال با مشخصات یادشده تصویربرداری از سطح محصول صورت پذیرفت. پس از انتقال تصاویر به سیستم نرم‌افزاری پردازش تصویر، عملیات سنجش رنگ تصویر و تبدیل آن مطابق استاندارد CIE-LAB انجام شد. در ادامه برای هر تصویر با به‌کارگیری مدل STAR چند متغیره، ضرایب مدل و ماتریس کوواریانس برای مؤلفه‌های سه‌گانه رنگ برآورد شد. به‌منظور پایش کیفیت تصاویر رنگی از ترکیب سه نمودار کنترل چند متغیره استفاده شد. نمودار اول، بر اساس بهره‌گیری از یک نمودار T^2 به پایش میانگین ضرایب مدل پرداخته، درحالی‌که

جدول ۴. متغیرهای مؤثر در وضعیت خارج از کنترل به ترتیب اهمیت			
نقطه	پارامتر	سهم	p-value
۲۰	μ_a	۱/۹۴	۰/۱۵۸۷
۲۱	μ_a	۸/۳۲	۰/۰۰۱۴
	ρ_a	۴/۹۲	۰/۰۱۹۷
۲۲	λ_L	۸/۴۸	۰/۰۰۱۲
	φ_b	۶/۹۸	۰/۰۰۴۲
	μ_a	۳/۹۷	۰/۰۳۸۸
۲۳	λ_L	۱۵/۹۰	۰/۰۰۰۰
	φ_a	۹/۸۹	۰/۰۰۰۳

Quality in the Vegetable Industry (pp. 113-159). Springer, Cham.

[5] Liu, J., Tang, Z., Chen, Q., Xu, P., Liu, W., & Zhu, J. (2016). Toward automated quality classification via statistical modeling of grain images for rice processing monitoring. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 9(1), 120-132.

[6] Kiani, S., van Ruth, S. M., & Minaei, S. (2018). Hyperspectral imaging, a non-destructive technique in medicinal and aromatic plant products industry: Current status and potential future applications. *Computers and Electronics in Agriculture*, 152, 9-18.

[7] Li, B., Lecourt, J., & Bishop, G. (2018). Advances in non-destructive early assessment of fruit ripeness towards defining optimal time of harvest and yield prediction—a review. *Plants*, 7(1), 3.

[8] Solak, S., & Altinişik, U. (2018). A new method for classifying nuts using image processing and k-means++ clustering. *Journal of Food Process Engineering*, 41(7), e12859.

[9] Rodríguez, F. J., García, A., Pardo, P. J., Chávez, F., & Luque-Baena, R. M. (2018). Study and classification of plum varieties using image analysis and deep learning techniques. *Progress in Artificial Intelligence*, 7(2), 119-127.

[10] Mogol, B. A., & Gökmen, V. (2014). Computer vision-based analysis of foods: A non-destructive colour measurement tool to monitor quality and safety. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, 94(7), 1259-1263.

[11] Al-Sarayreh, M., M Reis, M., Qi Yan, W., & Klette, R. (2018). Detection of Red-Meat Adulteration by Deep Spectral-Spatial Features in Hyperspectral Images. *Journal of Imaging*, 4(5), 63.

[۱۲] پوردربانی، ر.، قاسم‌زاده، ح. و بهفر، ح. (۱۳۸۸). امکان‌سنجی درجه‌بندی کیفی سیب با استفاده از پردازش تصویر، پژوهش‌های صنایع غذایی، جلد(۱۹)، شماره ۱.

[۱۳] نعمتی‌نیا، الف.، مهدی‌زاده، س. و ناصحی، ب. (۱۳۹۶). اندازه‌گیری پارامترهای رنگ در اسپاگتی با استفاده از سیستم بینایی ماشین، علوم و صنایع غذایی، جلد(۱۴)، شماره ۷۳.

[14] L. Fernández, C. Castellero, and J. M. Aguilera, 'An application of image analysis to

دو نمودار دیگر مبتنی بر آماره واریانس تعمیم‌یافته برای پایش تغییرات بین نمونه‌ای و درون نمونه‌ای تعریف شدند. برای ریشه‌یابی انحراف با دلیل، در ادامه از روش مبتنی بر آماره درست‌نمایی تعمیم‌یافته (GLR) برای تخمین زمان تغییر استفاده شد. نتایج بررسی بر روی نمونه‌های خارج از کنترل بیانگر عملکرد موفق روش ارائه‌شده در تشخیص وضعیت خارج از کنترل و برآورد صحیح زمان تغییر است. ویژگی منحصر به فرد روش ارائه‌شده، توجه به همبستگی بین مؤلفه‌های رنگ تصویر در کنار همبستگی فضایی و زمانی پیکسل‌های مختلف در یک تصویر است. با استفاده از مدل فضایی ارائه‌شده، امکان تفکیک و تحلیل تغییرات فضایی، زمانی و همبستگی ذاتی مؤلفه‌های رنگ محصول فراهم شده است. موضوع سنجش و پایش رنگ مبتنی بر پردازش تصویر در صنایع غذایی موضوعی است که از اهمیت فراوان برخوردار است؛ چراکه مقدار زیادی اطلاعات در خصوص کیفیت و ویژگی‌های شیمیایی-میکروبی محصولات غذایی را می‌توان از طریق اندازه‌گیری رنگ در سطح هر پیکسل به دست آورد. با توجه به وجود پتانسیل تحقیقاتی موجود در این زمینه، می‌توان به برخی فرصت‌های پژوهشی مانند استفاده از سایر ویژگی‌های تصویر از جمله بافت، اندازه زاویه رنگ، رنگینگی و بو و همچنین افزودن روش‌های ارزیابی حسی برای افزایش دقت روش بازرسی نام برد. به‌علاوه یکی از زمینه‌های تحقیقاتی دیگر می‌تواند شامل ارائه روش آماری مناسب برای شناسایی محل وقوع نقص در داده‌های تصویری باشد.

مراجع

[1] D. Wu and D.-W. Sun, 'Colour measurements by computer vision for food quality control – A review', *Trends Food Sci. Technol.*, vol. 29, no. 1, pp. 5–20, Jan. 2013.

[2] Brosnan, T., & Sun, D. W. (2004). Improving quality inspection of food products by computer vision—a review. *Journal of food engineering*, 61(1), 3-16.

[3] Huang, H., Yu, H., Xu, H., & Ying, Y. (2008). Near infrared spectroscopy for on/in-line monitoring of quality in foods and beverages: A review. *Journal of food engineering*, 87(3), 303-313.

[4] Huang, W., Li, J., Zhang, B., & Fan, S. (2018). Quality of Vegetable Products: Assessment of Physical, Chemical, and Microbiological Changes in Vegetable Products by Nondestructive Methods. In *Quantitative Methods for Food Safety and*

- [24] Megahed, F. M., Woodall, W. H., & Camelio, J. A. (2011). A review and perspective on control charting with image data. *Journal of Quality Technology*, 43(2), 83-98.
- [25] Yan, H., Paynabar, K., & Shi, J. (2015). Image-based process monitoring using low-rank tensor decomposition. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 12(1), 216-227.
- [26] R. L. Horst and M. Negin, 'Vision system for high-resolution dimensional measurements and on-line SPC: web process application', *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, no. 4, pp. 993-997, Aug. 1992.
- [27] Jamshidieini, B. and Fazaee, R., 2016. Detecting defective electrical components in heterogeneous infra-red images by spatial control charts. *Infrared Physics & Technology*, 76, pp.510-520.
- [28] Z. He, L. Zuo, M. Zhang, and F. M. Megahed, 'An image-based multivariate generalized likelihood ratio control chart for detecting and diagnosing multiple faults in manufactured products', *Int. J. Prod. Res.*, vol. 54, no. 6, pp. 1771-1784, Mar. 2016.
- [29] M. Koosha, R. Noorossana, and F. Megahed, 'Statistical process monitoring via image data using wavelets', *Qual. Reliab. Eng. Int.*, vol. 33, no. 8, pp. 2059-2073, Dec. 2017.
- [30] H. J. Trussell, E. Saber, and M. Vrhel, 'Color image processing: Basics and special issue overview', *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 22, no. 1, 2005.
- [31] <http://www.olomrayaneh.net/BookInfoTest.aspx?bookID=167&cat=P>
- [32] K. L. Yam and S. E. Papadakis, 'A simple digital imaging method for measuring and analyzing color of food surfaces', *J. Food Eng.*, vol. 61, no. 1, pp. 137-142, Jan. 2004.
- [33] W. Liu, J. Ji, H. Chen, and C. Ye, 'Optimal Color Design of Psychological Counseling Room by Design of Experiments and Response Surface Methodology', *PLoS ONE*, vol. 9, no. 3, p. e90646, Mar. 2014.
- [34] K. León, D. Mery, F. Pedreschi, and J. León, 'Color measurement in L*a*b* units from RGB dehydration of apple discs', *J. Food Eng.*, vol. 67, no. 1-2, pp. 185-193, Mar. 2005.
- [15] A. Rocha, D. C. Hauagge, J. Wainer, and S. Goldenstein, 'Automatic fruit and vegetable classification from images', *Comput. Electron. Agric.*, vol. 70, no. 1, pp. 96-104, Jan. 2010.
- [16] S. Arivazhagan, R. N. Shebiah, S. S. Nidhyanandhan, and L. Ganesan, 'Fruit Recognition using Color and Texture Features', vol. 1, no. 2, p. 6, 2010.
- [۱۷] شریفی، ج. و وکیلی، الف. (۱۳۹۵). درجه‌بندی کیفیت سیب با پردازش تصویر و شبکه عصبی، دومین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در مهندسی کامپیوتر و برق.
- [۱۸] طیبی، د.، شهیدی، س. و رحمانی، ع. (۱۳۸۷). درجه‌بندی اتوماتیک سیب‌زمینی با استفاده از سیستم شبکه‌های عصبی مصنوعی RBF. پنجمین کنگره ملی مهندسی ماشین‌های کشاورزی و مکانیزاسیون.
- [۱۹] دهکردی، م.، صادقی، ج. و طاهریان، س. (۱۳۹۰). درجه‌بندی کیفیت سیب بر اساس رنگ به کمک پردازش تصویر و شبکه‌های عصبی، چهاردهمین کنفرانس دانشجویی مهندسی برق ایران.
- [۲۰] سیاهویی، ع. و حسینی، س. (۱۳۹۵). مروری بر تکنیک‌های جدید پردازش تصویر به‌منظور درجه‌بندی سیب، دومین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در مهندسی کامپیوتر و برق.
- [۲۱] محمدکاظمی، ف. و پناهی لائین، ف. (۱۳۹۰). ارزیابی رنگ میوه انبه برای درجه‌بندی کیفیت آن با استفاده از پردازش تصویر، اولین همایش تخصصی سیستم‌های هوشمند کامپیوتری و کاربردهای آن‌ها.
- [۲۲] رستم خانی، م.، ملکی، ع. و بشارتی، ش. (۱۳۹۳). درجه‌بندی کیفی گوشت با استفاده از پردازش، اولین همایش ملی کشاورزی، محیط‌زیست و امنیت غذایی.
- [23] Alaeddini, A., Motasemi, A., & Faruqui, S. H. A. (2018). A spatiotemporal outlier detection method based on partial least squares discriminant analysis and area Delaunay triangulation for image-based process monitoring. *IIEE Transactions*, 50(2), 74-87.

بعد، CIE چندین فضای رنگی جدید ایجاد کرد که نمایه‌های رنگی دیگری را شامل می‌شوند و برای برخی کاربردها از فضای XYZ مناسب‌تر هستند. به‌عنوان مثال، در سال ۱۹۷۶، در تلاش برای ایجاد یک فضای رنگی ادراکی یکپارچه که می‌تواند با درک بصری انسان همبستگی بالایی داشته باشد، فضای رنگی $L^*a^*b^*$ ابداع شد.

معرفی مختصر فضاهای رنگ مختلف در ادامه ارائه شده است:

جدول ۱. معرفی فضاهای رنگ مختلف

نام	تعریف
XYZ	در سال ۱۹۳۱ توسط کمیسیون بین‌المللی نورپردازی (CIE) معرفی شد. مطابق این استاندارد که اولین از نوع خود محسوب می‌شود، هر رنگ از طریق سه مؤلفه (در فضای سه‌بعدی) که با عنوان "مقادیر محرک سه‌گانه" ^۱ شناخته می‌شوند تعریف می‌شود.
sRGB	در فضای رنگی RGB یک رنگ به‌عنوان ترکیبی از رنگ‌های قرمز، سبز و آبی برحسب درصد بیان می‌شود. در دیگر فضاهای رنگی، رنگ با رنگ آن‌ها (سبز)، اشباع (سبز تیره) و روشنایی یا شدت نشان داده می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد sRGB متداول‌ترین فضای رنگی RGB است که به‌خصوص در دوربین‌های دیجیتال، دوربین‌های ویدئویی HD و مانیتورهای کامپیوتر کاربرد یافته است. این فضای رنگ در سال ۱۹۹۶ دو شرکت HP و مایکروسافت برای استفاده در مانیتور، چاپگر و اینترنت معرفی شد. مجموعه رنگ‌هایی که امکان نمایش آن‌ها با استفاده از یک فضای رنگ خاص وجود دارد را تحت عنوان "گام رنگ" یا "وسعت فضای رنگ" نام‌گذاری می‌کنند. می‌توان نشان داد که بعضی از مقادیر رنگ در فضای $L^*a^*b^*$ ممکن است در زمان تبدیل به فضای RGB از گام یا وسعت این فضا خارج باشند. برای رفع این نقیصه در فضای RGB، در سال ۱۹۹۸ فضای رنگ Adobe RGB توسط شرکت Adobe Systems معرفی شد. با این وجود، فضای رنگی Adobe RGB (1998) تقریباً ۵۰٪ از رنگ‌های قابل مشاهده توسط فضای رنگی $L^*a^*b^*$ را شامل می‌شود.
xyY	در این فضا که توسط CIE معرفی شد "ویژگی‌های رنگینگی" ^۲ به‌صورت نرمال شده تعریف می‌شوند. مقدار Y نشان‌دهنده "روشنایی" ^۳ است که در فضای XYZ نیز بکار برده شده است.
uvL	توسط CIE معرفی شد و تلاش می‌کند تا "صفحه

digital images', *Food Res. Int.*, vol. 39, no. 10, pp. 1084–1091, Dec. 2006.

[35] D. Wu and D.-W. Sun, 'Colour measurements by computer vision for food quality control – A review', *Trends Food Sci. Technol.*, vol. 29, no. 1, pp. 5–20, Jan. 2013.

[36] A. Tárrega and E. Costell, 'Colour and consistency of semi-solid dairy desserts: Instrumental and sensory measurements', *J. Food Eng.*, vol. 78, no. 2, pp. 655–661, Jan. 2007.

[37] G. L. Marcazzan, C. Mucignat-Caretta, C. Marina Marchese, and M. L. Piana, 'A review of methods for honey sensory analysis', *J. Apic. Res.*, vol. 57, no. 1, pp. 75–87, Jan. 2018.

[38] A. M. Roland, L. G. Phillips, and K. J. Boor, 'Effects of Fat Content on the Sensory Properties, Melting, Color, and Hardness of Ice Cream', *J. Dairy Sci.*, vol. 82, no. 1, pp. 32–38, Jan. 1999.

[39] Megahed, F.M., Wells, L.J., Camelio, J.A. and Woodall, W.H., 'A spatiotemporal method for the monitoring of image data', *Quality and Reliability Engineering International*, 28(8), pp.967-980, 2012.

[40] Montgomery, D. C, 'Introduction to statistical quality control', John Wiley & Sons, 2007.

[41] Sullivan, J. H., & Woodall, W. H, 'Change-point detection of mean vector or covariance matrix shifts using multivariate individual observations', *IIE transactions*, 32(6), 537-549, 2000.

[42] Runger, G. C., Alt, F. B., & Montgomery, D. C. 'Contributors to a multivariate statistical process control chart signal', *Communications in Statistics--Theory and Methods*, 25(10), 2203-2213, 1996.

پیوست: معرفی فضاهای رنگی مرسوم و معادلات ریاضی حاکم بر آن‌ها

اصطلاحات استاندارد مورد استفاده برای توصیف رنگ‌ها مانند رنگ، روشنایی و شدت، ذهنی هستند و مقایسه را دشوار می‌کنند. در سال ۱۹۳۱، کمیسیون بین‌المللی نورپردازی، که به‌اختصار CIE نامیده می‌شود، فرآیند درک رنگ توسط انسان را مورد بررسی قرار داد و استاندارد را به نام CIE XYZ توسعه داد. این استاندارد یک فضای سه‌بعدی را تعریف کرد که در آن هر نقطه یک رنگ را تشکیل می‌دهد. اگرچه این استاندارد هنوز هم به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، در دهه‌های

¹ Tristimulus Values

² Gamut

³ Chromaticity Values

⁴ Luminance

<p>جوهر نقاشی) از یک مجموعه یا پالت رنگ استفاده می‌شود. این فضای رنگ در قیاس با فضای RGB با تجربه انسان از رنگ مطابقت بیشتری دارد. با تغییر مؤلفه رنگ (H) در دامنه صفر تا یک، رنگ متناظر از قرمز تا زرد، سبز، آبی فیروزه‌ای، آبی، ارغوانی و مجدداً قرمز تغییر می‌کند، به طوری که در واقع مقدار قرمز در هر دو نقطه ۰ و ۱ وجود دارد. با تغییر مؤلفه اشباع (S) در دامنه صفر تا یک، رنگ متناظر از حالت غیراشباع (سایه‌های خاکستری) تا کاملاً اشباع (بدون مؤلفه سفید) تغییر می‌یابد. اشباع را می‌توان به عنوان درجه خلوص رنگ تصور کرد. نهایتاً، با تغییر مؤلفه مقدار یا روشنایی (V)، در دامنه صفر تا یک، رنگ مربوطه به طور فزاینده‌ای روشن‌تر می‌شود. شایان‌ذکر است فضای رنگ HSI با فضای رنگ HSV مشابهت زیادی دارد. در فضای رنگ HSI مؤلفه سوم شامل شدت نور است. فضای رنگ L*a*b* که از تبدیل قطبی فضای L*a*b* به دست می‌آید نیز با فضای HSV مشابهت دارد.</p>		<p>رنگینگی^۱ را تا حد ممکن از نقطه نظر بصری به شکل یکنواخت ارائه کند. L مقدار روشنایی است و معادل Y در فضای XYZ است.</p>	<p>استاندارد CIE که در آن u و v به منظور بهبود یکنواختی رنگ، تغییر مقیاس یافته‌اند. به طور کلی، علامت پرایم نشان می‌دهد که سیگنال رنگ در یک تبدیل غیرخطی با در نظر گرفتن پارامتر تصحیح گاما اصلاح شده است.</p>
<p>یک مدل رنگ شامل چهار بعد است و تحت عنوان مدل رنگ کاهشی نیز شناخته می‌شود. این چهار رنگ که به عنوان جوهر در چاپ رنگی استفاده می‌شوند شامل رنگ‌های آبی فیروزه‌ای (C)، ارغوانی (M)، زرد (Y)، و سیاه (K) است. مدل رنگ کاهشی در مقابل مدل رنگ افزودنی مانند RGB تعریف می‌شوند. در مدل RGB، رنگ سفید ترکیبی "افزودنی" از تمام رنگ‌های اصلی است، در حالی که سیاه به معنای عدم وجود نور است. در مدل CMYK، عکس این موضوع برقرار است: سفید رنگ طبیعی کاغذ یا پس‌زمینه مورد نظر است؛ در حالی که سیاه یک ترکیب کامل از جوهرهای رنگی است. برای صرفه‌جویی در هزینه جوهر و تهیه رنگ سیاه عمیق، رنگ‌های غیراشباع و تیره به جای ترکیب رنگ‌های فیروزه‌ای، ارغوانی و زرد با استفاده از جوهر سیاه تولید می‌شود.</p>	<p>CMYK</p>	<p>استاندارد CIE که تلاش می‌کند تا مقیاس روشنایی را به لحاظ ادراکی به شکل کاملاً یکنواخت ارائه کند. L* یک تبدیل غیرخطی از L است که بر اساس یک نقطه سفید مرجع نرمال شده است.</p>	<p>استاندارد CIE که در آن c فام^۲ و h پرده رنگ است. این دو مؤلفه از تبدیل L*a*b* و b* (مربوط به فضای L*a*b*) در مختصات قطبی حاصل می‌شوند.</p>
<p>در فضای رنگی NTSC، داده‌های تصویر شامل سه جزء: روشنایی (Y)، رنگ (I) و اشباع (Q) است. مؤلفه اول، روشنایی، نشان‌دهنده اطلاعات مربوط به طیف خاکستری است، در حالی که دو عنصر آخر رنگ (اطلاعات مربوط به رنگ) را شامل می‌شوند.</p>		<p>"کمیتة ملی سیستم‌های تلویزیون"^۳ (NTSC) این فضای رنگ را تعریف نموده است. در ایالات متحده، این فضای رنگ به شکل معمول در تلویزیون استفاده می‌شود. یکی از مزایای اصلی این فضای رنگ آن است که اطلاعات طیف خاکستری از داده‌های سایر رنگ‌ها جدا شده و بنابراین یک سیگنال یکسان می‌تواند هم برای تلویزیون‌های رنگی و هم برای تلویزیون‌های سیاه‌وسفید استفاده شود.</p>	<p>در فضای رنگی NTSC، داده‌های تصویر شامل سه جزء: روشنایی (Y)، رنگ (I) و اشباع (Q) است. مؤلفه اول، روشنایی، نشان‌دهنده اطلاعات مربوط به طیف خاکستری است، در حالی که دو عنصر آخر رنگ (اطلاعات مربوط به رنگ) را شامل می‌شوند.</p>
<p>این فضای رنگ برای ویدئوهای دیجیتال به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است. در این فضای سه‌بعدی، اطلاعات روشنایی به عنوان یک جزء مجزا (Y) ذخیره می‌شود، و اطلاعات مربوط به رنگ به عنوان دو بخش تفاوت رنگ (Cr و Cb) ذخیره می‌شود. Cb نشان‌دهنده تفاوت بین جزء آبی و یک مقدار مرجع است. Cr نشان‌دهنده تفاوت بین مؤلفه قرمز و یک مقدار مرجع است (شایان‌ذکر است که فضای رنگ YUV، یک فضای رنگ دیگر که آن‌هم به طور گسترده‌ای برای ویدئوهای دیجیتال استفاده می‌شود، بسیار مشابه YCbCr است اما کاملاً یکسان نیست).</p>		<p>این فضای رنگ برای ویدئوهای دیجیتال به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است. در این فضای سه‌بعدی، اطلاعات روشنایی به عنوان یک جزء مجزا (Y) ذخیره می‌شود، و اطلاعات مربوط به رنگ به عنوان دو بخش تفاوت رنگ (Cr و Cb) ذخیره می‌شود. Cb نشان‌دهنده تفاوت بین جزء آبی و یک مقدار مرجع است. Cr نشان‌دهنده تفاوت بین مؤلفه قرمز و یک مقدار مرجع است (شایان‌ذکر است که فضای رنگ YUV، یک فضای رنگ دیگر که آن‌هم به طور گسترده‌ای برای ویدئوهای دیجیتال استفاده می‌شود، بسیار مشابه YCbCr است اما کاملاً یکسان نیست).</p>	<p>فضای رنگی HSV (رنگ، اشباع، مقدار) اغلب توسط انسان در زمان انتخاب رنگ (به عنوان مثال برای رنگ یا</p>

معادلات ریاضی تبدیل بین فضاهای رنگ

فضاهای رنگی زیادی با ویژگی‌های متفاوت برای گرافیک‌های کامپیوتر و استانداردهای ارسال سیگنال ویدئویی ایجاد شده است. یک فضای رنگ اساساً نوعی مشخصی از یک سیستم مختصات و یک زیرفضای داخل آن می‌باشد که در آن، هر رنگ توسط یک نقطه نمایش داده می‌شود. در این بخش چگونگی تبدیل بین مشهورترین فضاهای رنگی بیان می‌شود.

¹ Chromaticity plane

² Chroma

³ National Television Systems Committee

تبدیل فضای رنگ RGB به فضای رنگ YCbCr

$$H = \begin{cases} \left(\frac{G - B}{MAX - MIN} \right) / 6, \text{ if } R = MAX \\ \left(2 + \frac{B - R}{MAX - MIN} \right) / 6, \text{ if } G = MAX \\ \left(4 + \frac{R - G}{MAX - MIN} \right) / 6, \text{ if } B = MAX \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = B \times \begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

همچنین به منظور تبدیل فضای رنگ YCbCr به فضای رنگ RGB از معادله ۲ استفاده می شود.

$$S = \frac{MAX - MIN}{MAX}, V = MAX \quad (۵)$$

$$\begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix} + A \times \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (۲)$$

تبدیل بین فضاها رنگ RGB و L*a*b*

به روابط ۱ تا ۴ در متن مقاله رجوع شود.

مقادیر ماتریس‌های A و B بر اساس انتخاب نوع استانداردهایی که برای تبدیل استفاده شده در جدول ۲ نشان داده شده است.

تبدیل از فضای رنگ HSV به فضای رنگ RGB

$$f = 6H - H_i, p = 1 - S, H_i = 6H \quad (۶)$$

$$q = 1 - fS, t = 1 - (1 - f)S \quad (۷)$$

$$\text{if } \begin{cases} H_i = 0 \Rightarrow R_{imp} = 1, G_{imp} = t, B_{imp} = p \\ H_i = 1 \Rightarrow R_{imp} = q, G_{imp} = 1, B_{imp} = p \\ H_i = 2 \Rightarrow R_{imp} = p, G_{imp} = 1, B_{imp} = t \\ H_i = 3 \Rightarrow R_{imp} = p, G_{imp} = q, B_{imp} = 1 \\ H_i = 4 \Rightarrow R_{imp} = t, G_{imp} = p, B_{imp} = 1 \\ H_i = 5 \Rightarrow R_{imp} = 1, G_{imp} = p, B_{imp} = q \end{cases} \quad (۸)$$

$$u = V / \max(R_{imp}, G_{imp}, B_{imp}) \quad (۹)$$

$$R = uR_{imp}, G = uG_{imp}, B = uB_{imp} \quad (۱۰)$$

جدول ۲. مقادیر ماتریس A و B مبتنی بر نوع استاندارد انتخابی

ماتریس	استاندارد
	Rec.601 (SDTV)
A	$\begin{bmatrix} 0.2567 & 0.5041 & 0.09790 \\ -0.1482 & -0.2909 & 0.4392 \\ 0.4392 & -0.3677 & -0.0714 \end{bmatrix}$
B	$\begin{bmatrix} 1.1643 & 0 & 1.1643 \\ 1.1643 & -0.3917 & -0.8129 \\ 1.1643 & 2.017 & 0 \end{bmatrix}$
	Rec.709 (HDTV)
A	$\begin{bmatrix} 0.1825 & 0.6142 & 0.0620 \\ -0.1006 & -0.3385 & 0.4392 \\ 0.4392 & -0.3989 & -0.0402 \end{bmatrix}$
B	$\begin{bmatrix} 1.16438 & 0 & 1.7927 \\ 1.16438 & -0.2132 & -0.5329 \\ 1.16438 & 2.1124 & 0 \end{bmatrix}$

تبدیل بین فضاها رنگ XYZ و RGB

$$\begin{cases} RGB \leq 0.03928 \Rightarrow \begin{cases} R_{sRGB} = R / 12.92 \\ B_{sRGB} = B / 12.92 \\ B_{sRGB} = B / 12.92 \end{cases} \\ RGB \geq 0.03928 \Rightarrow \begin{cases} R_{sRGB} = [(R + 0.055) / 1.055]^{2.4} \\ G_{sRGB} = [(G + 0.055) / 1.055]^{2.4} \\ B_{sRGB} = [(B + 0.055) / 1.055]^{2.4} \end{cases} \end{cases} \quad (۱۱)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.41239 & 0.357584 & 0.180480 \\ 0.212639 & 0.715168 & 0.072192 \\ 0.0193308 & 0.119194 & 0.950532 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{sRGB} \\ G_{sRGB} \\ B_{sRGB} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

تبدیل از فضای رنگ RGB به شدت نور

$$I = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (۳)$$

تبدیل از فضای رنگ RGB به HSV

$$\begin{bmatrix} R_{sRGB} \\ G_{sRGB} \\ B_{sRGB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.412390 & 0.357584 & 0.180480 \\ 0.2126390 & 0.715168 & 0.072192 \\ 0.01933081 & 0.119194 & 0.950532 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$