



Paper Type: Original Article

## Statistical-Economic Design of Control Charts

### RNLMVSIT<sup>2</sup>

Asghar Seif<sup>1\*</sup> , Mitra Abdolmohammadi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Statistics, Faculty of Basic Sciences, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran; A.Seif@basu.ac.ir.

<sup>2</sup> Department of Statistics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; mitraabdolmohadi@gmail.com.

#### Citation:

Received: 10 October 2023

Revised: 01 January 2024

Accepted: 26 March 2024

Seif, A., & Abdolmohammadi, M. (2024). Statistical-economic design of control charts RNLMVSIT<sup>2</sup>. *Journal of Quality Engineering and Management*, 14(2), 162-176.

#### Abstract

**Purpose:** In many industrial processes, there are situations where simultaneous monitoring and control of two or more dependent variables are necessary. In such cases, univariate control of quality characteristics can be misleading when considered independently. In the classical approach, when a quality characteristic falls outside the specified technical limits, the quality loss is regarded as a cost. All products within the technical limits of the quality characteristic are assumed to have similar quality, regardless of the deviation of the quality characteristic from its target value. However, it is essential to distinguish between products that fall within the technical limits of the quality characteristic, as any deviation from the target value incurs a proportional loss.


**Methodology:** This paper introduces, for the first time in the literature, a reflected normal loss function to determine the average cost of producing non-conforming products when two quality characteristics are evaluated. In summary, this study focuses on the statistical-economic design of a multivariate T<sup>2</sup>-Hotelling control chart with multivariate variable sampling intervals in the presence of a reflected normal multivariate loss function (RNLMVSIT<sup>2</sup>). Additionally, a sensitivity analysis is conducted to examine the effects of time and cost parameters on the design parameters and the average cost.

**Findings:** The results demonstrate the satisfactory performance of the proposed models.

**Originality/Value:** This paper introduces, for the first time in the literature, a reflected normal loss function to determine the average cost of producing non-conforming products when two quality characteristics are evaluated.

**Keywords:** Statistical-economic design, T<sup>2</sup>-hotelling control chart, Markov chain, Reflected normal multivariate loss function.

 Corresponding Author: A.Seif@basu.ac.ir

 10.48313/jqem.2024.214759



Licensee System Analytics. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



## طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل<sup>2</sup> RNLMVSIT

اصغر سیف<sup>۱</sup>، میترا عبدالمحمدی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>گروه آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران.

<sup>۲</sup>گروه آمار، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

### چکیده

**هدف:** در بسیاری از فرآیندهای صنعتی، شرایطی وجود دارد که در آن نظارت و کنترل هم‌زمان دو یا چند متغیر وابسته ضروری است. در چنین مواردی، کنترل یک متغیره‌ی ویژگی‌های کیفی به صورت مستقل می‌تواند گمراه‌کننده باشد. در رویکرد کلاسیک، زمانی که یک ویژگی کیفی خارج از حدود مشخصات فنی قرار می‌گیرد، زیان کیفیت به صورت هزینه در نظر گرفته می‌شود و تمام محصولات آنی که در محدوده مشخصات فنی قرار دارند، بدون در نظر گرفتن فاصله آن‌ها از مقدار هدف، دارای کیفیت یکسان فرض می‌شوند. با این حال، ضروری است میان محصولاتی که در محدوده مشخصات فنی قرار دارند تمایز قایل شد، چراکه هرگونه انحراف از مقدار هدف، زیانی متناسب ایجاد می‌کند.

**روش‌شناسی:** در این پژوهش، برای نخستین بار در ادبیات علمی، از تابع زیان نرمال بازتابی جهت تعیین میانگین هزینه تولید محصولات نامنطبق در شرایطی استفاده شده است که دو ویژگی کیفی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. به طور خلاصه، این مطالعه بر طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل چندمتغیره<sup>2</sup>  $T^2$  هاتلینگ با فواصل نمونه‌برداری متغیر چندمتغیره در حضور تابع زیان نرمال بازتابی چندمتغیره<sup>2</sup> ( $RNLMVSIT^2$ ) متمرکز است. همچنین، از تحلیل حساسیت برای بررسی اثرات پارامترهای زمانی و هزینه‌ای بر پارامترهای طراحی و میانگین هزینه استفاده شده است.

**یافته‌ها:** نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های پیشنهادی عملکرد رضایت‌بخشی دارند.

**اصالت / ارزش افزوده علمی:** در این مقاله، برای نخستین بار، از تابع زیان نرمال بازتابی برای تعیین میانگین هزینه تولید محصولات نامنطبق در شرایطی که دو ویژگی کیفی به طور هم‌زمان ارزیابی می‌شوند، استفاده شده است.

**کلیدواژه‌ها:** طراحی آماری-اقتصادی، نمودار کنترل  $T^2$ -هاتلینگ، زنجیر مارکوف، تابع زیان چندمتغیره نرمال انعکاسی.

### ۱- مقدمه

از آن‌جا که تغییرپذیری جز ماهیت ذاتی عملکردی مشخصه‌های کیفی به شمار می‌آید، استفاده از روش‌های آماری برای کنترل تغییرات یاد شده، امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. کنترل آماری فرآیند<sup>۱</sup>، مجموعه‌ای قدرتمند و توانا برای ایجاد ثبات در فرآیند و بهبود کارایی آن از طریق کاهش تغییرپذیری است. یکی از ابزارهای اصلی کنترل آماری فرآیند، نمودار کنترل است. به منظور استفاده از یک نمودار کنترل، تحلیل‌گر به تعیین اندازه‌ی

<sup>۱</sup> Statistical Process Control (SPC)

نمونه ( $n$ )، فاصله‌ی نمونه‌گیری ( $h$ ) و ضریب حدود کنترل ( $k$ ) نیاز دارد. این سه پارامتر را پارامترهای طراحی و تعیین آن‌ها را طراحی نمودار کنترل می‌نامند. بر این اساس سه نوع رویکرد تحت عنوان‌های طراحی آماری<sup>1</sup>، طراحی اقتصادی<sup>2</sup> و طراحی آماری-اقتصادی<sup>3</sup> انجام می‌پذیرد. در طراحی آماری،  $(n, k, h)$  به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که توان نمودار برای پی‌بردن به وجود یک تغییر خاص در مشخصه‌ی کیفیت و همچنین احتمال ارتکاب خطای نوع اول دارای کران خاصی باشد. در طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل هدف اصلی، تعیین بهینه‌ی پارامترهای طراحی برای کاهش هزینه است. در این ارتباط باید متذکر شد که طراحی آماری، هر چند نمودارهایی با توان بالا و نرخ خطای نوع اول پایین برای کشف تغییر خاص در فرآیند، تولید می‌کند، اما این طراحی‌ها عواقب اقتصادی داشته و هزینه‌های بیش‌تری را نسبت به طراحی‌های اقتصادی تحمیل می‌کنند. این در حالی است که، از آن‌جا که طراحی‌های اقتصادی فقط هزینه را در نظر می‌گیرند از خواص آماری نمودارهای کنترل شامل خطای نوع اول و توان نمودار غافل می‌مانند.

مونتگمری [1]، به مروری بر مطالعه‌های صورت گرفته در زمینه‌ی طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل پرداخت. با توجه به کمبودهای موجود در طراحی آماری و طراحی اقتصادی، نیاز به طراحی نوینی برای نمودارهای کنترل احساس شد که علاوه بر خواص آماری، جنبه‌های اقتصادی را نیز در نظر بگیرد. در این ارتباط، سانیکا [2] ضعف طراحی آماری و طراحی اقتصادی را با بسط روشی برطرف نمود و آن را طراحی آماری اقتصادی نامید. این طراحی عیب‌های طراحی آماری و طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل را با در نظر گرفتن همزمان جنبه‌های آماری و اقتصادی برطرف می‌کند. در واقع، طراحی آماری-اقتصادی محدود شده‌ی طراحی اقتصادی است که با قراردادن محدودیت‌های آماری (با توجه به نیاز طراحی) روی طراحی اقتصادی حاصل می‌شود. به واسطه‌ی همین محدودیت‌های آماری، طراحی‌های آماری-اقتصادی ممکن است هزینه‌ی بیش‌تری را نسبت به طراحی‌های اقتصادی به سامانه تحمیل کنند، اما به دلیل پایین بودن نرخ هشدارهای اشتباه از انتقادهای وودال [3]، مبرا هستند. در برخی از فرآیندهای تولید و سرویس‌دهی در صنعت، متغیرهایی که باید کنترل شوند، به‌طور ذاتی، چندمتغیره و همبسته هستند و از این رو سازمان‌ها ناگزیر به استفاده از روش‌های کنترل کیفیت چندمتغیره می‌باشند. در میان نمودارهای کنترل چندمتغیره، نمودار کنترل  $T^2$ -هتلینگ به دلیل سادگی در فهم و به‌کارگیری آن برای کاربران و همچنین به دلیل شباهت زیاد آن به نمودار کنترل تک متغیره از محبوبیت بیش‌تری برخوردار است. این نمودار، توسط بسیاری از پژوهشگران از جمله آپاراسی و هارو [4]، فراز و همکاران [5]، سیف و همکاران [6]، سیف و همکاران [7]، سیف [8] و... به حالت‌های مختلف طرح نمونه‌گیری با نرخ متغیر توسعه داده شد.

در طراحی معمول، یعنی طراحی با نرخ نمونه‌گیری ثابت<sup>4</sup>، پارامترهای نمودار کنترل در طول پایش فرآیند، ثابت می‌باشند، این در حالی است که هرگاه یکی از پارامترهای نمودار بر اساس مقادیر حاصل از آماره‌ی نمونه‌ای انتخاب شود نمودار کنترل را نمودار کنترل تطبیقی می‌نامند. نمودارهای کنترل تطبیقی معمولاً انحراف‌ها را سریع‌تر از نوع سنتی خود شناسایی کرده و از تولید بیش از اندازه محصول معیوب جلوگیری می‌نمایند. این نمودارها به فزاینده‌ی نوع رویکرد و موقعیت قرارگیری آماره قبلی بر روی نمودار، اندازه‌ی نمونه، فاصله‌ی نمونه‌گیری، ضریب حدود کنترل و یا ترکیبی از آن‌ها را تغییر می‌دهند. اگر فاصله‌ی نمونه‌گیری تابعی از مقدار آماره‌ی نمونه‌ای در نمونه‌گیری قبلی باشد آنگاه نمودار کنترل را با فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر<sup>5</sup> گویند. بای و لی [9] اولین طرح اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  را در حالت  $VSI$  پیشنهاد دادند. طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$  نیز مورد توجه پژوهشگران متعددی قرار گرفت. سیف و همکاران [6]، نمودار  $\bar{X}$  را با در نظر گرفتن مشخصه‌ی کیفی غیر نرمال طراحی کردند. در این مطالعه، از توزیع بر به‌عنوان مدلی برای توزیع متغیر کیفیت فرآیند استفاده شد. از آن‌جا که این توزیع، به‌دلیل انعطاف‌پذیری مولفه‌هایش می‌تواند بسیاری از توزیع‌ها، از جمله توزیع نرمال را مدل‌سازی کند، این مطالعه را در حوزه طراحی‌های نمودار کنترل، می‌توان در زمره یک پژوهش توزیع-آزاد یا ناپارامتری به حساب آورد. برای مروری بر کارهای دیگر در زمینه طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $\bar{X}$ ، می‌توان به سعادت ملی و همکاران [10]،

نادری و همکاران [11]، عبدالمحمدی و همکاران [12] و... رجوع کرد. استفاده از رهیافت کلاسیک در نمودارهای کنترل مستلزم این است که هنگامی مشخصه‌ی کیفیت خارج از حدود فنی مشخصه‌ی کیفیت قرار گیرد، زیان کیفیت به‌عنوان هزینه در نظر گرفته شود و همه‌ی محصول‌های

<sup>1</sup> Statistical Design (SD)

<sup>2</sup> Economic Design (ED)

<sup>3</sup> Economic-Statistical Design (ESD)

<sup>4</sup> Fixed Rate Sampling (FRS)

<sup>5</sup> Variable Sampling Interval (VSI)

داخل حدود فنی مشخصه‌ی کیفیت، بدون توجه به انحراف مشخصه‌ی کیفیت از مقدار هدف، دارای کیفیت مشابه قلمداد شوند؛ اما این با واقعیت چندان سازگار نیست، زیرا هر انحراف از مقدار هدف، مشتری را متحمل زیانی متناسب با آن انحراف می‌کند. در رویکرد مشارکت تابع زیان در طراحی، بین محصول‌هایی که داخل حدود فنی مشخصه‌ی کیفیت قرار دارند تفاوت قابل می‌شود. محصول‌هایی که به مقدار هدف مشخصه‌ی کیفیت نزدیک‌تر هستند نسبت به محصول‌هایی که به حدود فنی بالایی و یا پایینی مشخصه‌ی کیفیت نزدیک هستند زیان کم‌تری را ایجاد می‌کنند. تاگوچی و همکاران [13]، طرحی اقتصادی برای تعیین بازه تشخیص و حدود کنترل یک سیستم تولیدی را با استفاده از تابع زیان ارائه نمودند. در حالت چند متغیره که کیفیت محصول با استفاده از چند ویژگی مورد بررسی قرار می‌گیرد نیز برخی از پژوهشگران از رویکرد تابع زیان در طراحی نمودارهای کنترل چند متغیره استفاده کرده‌اند. چو و همکاران [14] و سرل [15] از جمله این پژوهشگران هستند.

در این مقاله برای اولین بار در ادبیات موضوع در تعیین متوسط هزینه‌ی تولید محصول نامنطبق در حالتی که بیش از یک مشخصه‌ی کیفیت مورد ارزیابی قرار می‌گیرند، از تابع زیان نرمال انعکاسی استفاده می‌شود. در این مطالعه طراحی نمودار کنترل  $T^2$  با فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر چندگانه ( $MVSI-T^2$ ) (حالت چندمتغیره) با تکیه بر مفهوم زنجیر مارکوف و تابع زیان نرمال انعکاسی و با در نظر گرفتن مدل شوک نمایی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای دستیابی به طراحی آماری-اقتصادی این نمودارها، باید قیده‌های آماری به مدل اقتصادی اضافه شوند که این امر منجر به مساله‌ی تصمیم با متغیرهای آمیخته و فضای غیر محدب و ناپیوسته می‌شود. به همین دلیل از الگوریتم ژنتیک برای حل این مساله بهینه‌سازی استفاده می‌شود.

## ۲- طراحی نمودار کنترل $FRST^2$

در این بخش، در طراحی نمودار کنترل  $T^2$  پارامترهای نمودار کنترل یعنی  $(n, h, k)$  ثابت فرض می‌شود. در ادبیات موضوع این رویکرد را نمودار کنترل  $T^2$  با نرخ نمونه‌گیری ثابت ( $FRST^2$ )<sup>۱</sup> می‌نامند.

به منظور پایش و کنترل فرآیندهایی با مشخصه‌های کیفی وابسته از نمودار  $T^2$  هتلینگ استفاده می‌شود. فرض کنید بردار  $X$  دارای توزیع نرمال  $p$  بعدی  $(X \sim N_p(\mu, \Sigma_0))$  و تعداد  $m$  نمونه، هر کدام به اندازه‌ی  $n > 1$  نیز در دسترس باشد. یک نمودار کنترل می‌تواند مبتنی بر دنباله‌ای باشد که از آماره زیر نشات می‌گیرد:

$$T_i^2 = n(\bar{X}_i - \mu)' \Sigma_0^{-1} (\bar{X}_i - \mu), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

در رابطه بالا،  $\mu$  و  $\Sigma_0$  به ترتیب بردار معلوم میانگین‌ها و ماتریس معلوم واریانس-کوواریانس می‌باشند و  $\bar{X}_i$  بردار میانگین‌های نمونه‌ی زیر گروه منطقی  $i$ th می‌باشد به طوری که:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

که  $X_{ij}$  نمونه در زیر گروه منطقی  $i$ th است و برداری است که شامل  $p$  مشخصه‌ی کیفیت اندازه‌گیری شده از محصول تولیدی است. نمودار  $T^2$ - هتلینگ بر بردار میانگین فرآیند مشخصه‌های کیفیت نظارت می‌کند و به محض اینکه آماره‌ی نمونه‌ای هر زیر گروه منطقی بیش‌تر از حد بالایی کنترل باشد ( $T_i^2 \geq k$ )، نمودار هشدار دال بر خارج از کنترل بودن فرآیند اعلام می‌دارد. در این صورت احتمال خطای نوع اول برابر است با

$$\alpha = P_{\mu=\mu_0}(T_i^2 > k). \quad (3)$$

در صورتی که بردار میانگین و ماتریس واریانس-کوواریانس معلوم فرض شوند آماره‌ی  $T_i^2$  از توزیع  $\chi^2(p)$  پیروی می‌کند. در این صورت حد بالایی کنترل نمودار  $T^2$ - هتلینگ، نقطه‌ی  $\alpha$  درصدی بالای توزیع  $\chi^2$  با  $p$  درجه آزادی،  $\chi_{\alpha}^2(p)$  است، یعنی  $k = \chi_{\alpha}^2(p)$ .

<sup>1</sup> Fixed ratio sampling

در حالت تحت کنترل  $\mu = \mu_0 = (\mu_{01}, \dots, \mu_{0p})'$  و بعد از رخ دادن انحراف در میانگین فرآیند،  $\mu = \mu_1 = (\mu_{11}, \dots, \mu_{1p})'$  که در این حالت آماره (۲) دارای توزیع خی دو غیر مرکزی با پارامتر غیر مرکزی زیر است:

$$\eta = n(\mu_1 - \mu_0)' \Sigma_0^{-1} (\mu_1 - \mu_0) = n d^2,$$

$$d = \sqrt{(\mu_1 - \mu_0)' \Sigma_0^{-1} (\mu_1 - \mu_0)}$$

سرعت کشف تغییر در میانگین فرآیند در نمودار کنترل کارایی آماری نمودار کنترل را اندازه می‌گیرد. وقتی فاصله نمونه‌گیری یک مقدار ثابت باشد سرعت کشف تغییر در میانگین فرآیند از طریق  $ARL$  اندازه‌گیری می‌شود. باید توجه داشت تعداد نمونه‌های لازم در حالت خارج از کنترل تا صدور هشدار صحیح دارای توزیع هندسی با احتمال موفقیت  $1 - \beta$  است. یعنی

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}, \quad (۴)$$

که در آن  $\beta$  احتمال خطای نوع دوم است و به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\beta = P_{\mu=\mu_1}(T^2 < k) = F(k, p, \eta). \quad (۵)$$

$F(k, p, \eta)$  تابع توزیع تجمعی توزیع خی دو غیر مرکزی با پارامتر غیر مرکزی  $\eta$  و  $p$  درجه آزادی در نقطه‌ی  $k$  می‌باشد.

اگر  $\tau$  متوسط فاصله زمانی بین آخرین نمونه در حالت تحت کنترل و وقوع انحراف با دلیل باشد آنگاه:

$$\tau = \frac{1 - (1 + \lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1 - e^{-\lambda h})}. \quad (۶)$$

در نتیجه  $AATS$ ، متوسط زمان تعدیل شده از رخ دادن انحراف با دلیل تا صدور هشدار صحیح، برابر است با

$$AATS = h \left( \frac{1}{1 - \beta} \right) - \tau, \quad (۷)$$

### ۳- طراحی نمودار کنترل $MVSIT^2$

در طراحی نمودار کنترل  $T^2$  با فاصله‌های نمونه‌گیری چندگانه ( $MVSIT^2$ ) پذیره‌های نمودار کنترل  $FRST^2$  لحاظ می‌شود. علاوه بر آن فرض می‌شود پهنای حدود کنترل به‌صورت زیر به  $m$  ناحیه مجزا از هم تقسیم شود:

$$[0, k) = [0, w_{m-1}) \cup [w_{m-1}, w_{m-2}) \cup \dots \cup [w_1, k). \quad (۸)$$

همچنین  $h_1, h_2, \dots, h_m$  فاصله‌ی نمونه‌گیری مجزا از هم هستند به‌طوری‌که  $h_1 < h_2 < \dots < h_m$  و  $(m \geq 2)$ . تصمیم برای استفاده از هر یک از فاصله‌های نمونه‌گیری به موقعیت آماره‌ی نمونه‌ی قبلی بستگی دارد. اگر در نمونه‌ی قبلی مقدار آماره در ناحیه‌ی  $[w_1, k)$  قرار گرفته باشد از کوچک‌ترین فاصله‌ی نمونه‌گیری و اگر در ناحیه  $[0, w_{m-1})$  باشد از بزرگ‌ترین فاصله‌ی نمونه‌گیری استفاده می‌شود. همچنین اگر مقدار آماره در نمونه‌ی قبلی در ناحیه  $[w_{m-j}, w_{m-j-1})$ ;  $j = 1, \dots, m - 2$  قرار گیرد از  $h_{m-j}$  به‌عنوان فاصله نمونه‌گیری استفاده خواهد شد. تابع زیر چگونگی انتخاب فاصله نمونه‌گیری در طرح  $MVSIT^2$  را توصیف می‌کند:

$$h_i = \begin{cases} h_m & 0 \leq T_{i-1}^2 < w_{m-1}, \\ h_{m-1} & w_{m-1} \leq T_{i-1}^2 < w_{m-2}, \\ \vdots & \vdots \\ h_2 & w_2 \leq T_{i-1}^2 < w_1, \\ h_1 & w_1 \leq T_{i-1}^2 < k. \end{cases} \quad (۹)$$

در طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل چندمتغیره  $T^2$  با فاصله‌های نمونه‌گیری متغیر ( $MVSIT^2$ ) باید  $(2m + 1)$  پارامتر  $(k, n, w_1, w_{m-1}, \dots, h_1, \dots, h_m)$  را طوری تعیین کرد که علاوه بر مینیمم شدن هزینه‌های مربوط به پایش فرآیند، نمودار از لحاظ آماری نیز عملکرد قابل قبولی داشته باشد. در این راستا احتمال‌های شرطی قرار گرفتن آماره‌ی  $T^2$  در خارج از حدود کنترل به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\alpha = P_{\mu=\mu_0}(T^2 > k) = 1 - F(k, p, 0). \quad (10)$$

$$\pi = 1 - \beta = P_{\mu=\mu_1}(T^2 > k) = 1 - F(k, p, \eta), \quad (11)$$

که در آن  $\alpha$  احتمال خطای نوع اول،  $\pi$  توان آزمون و  $\beta$  احتمال خطای نوع دوم است. همچنین  $F(k, p, \eta)$  نشان دهنده‌ی تابع توزیع تجمعی  $X^2$  دو غیرمرکزی با  $p$  درجه آزادی و پارامتر غیرمرکزی  $\eta = nd^2$  در نقطه‌ی  $k$  می‌باشد. همچنین فرض کنید  $P_{0j}$  احتمال شرطی قرارگرفتن آماره‌ی  $T^2$  در ناحیه‌ی  $[w_{j+1}, w_j]$  باشد به شرط اینکه می‌دانیم  $T^2$  درون حدود کنترل قرار دارد و میانگین فرآیند نیز تحت کنترل است و به طور مشابه  $P_{1j}$  احتمال شرطی قرارگرفتن آماره‌ی  $T^2$  در ناحیه‌ی  $[w_{j+1}, w_j]$  باشد به شرط اینکه می‌دانیم  $T^2$  درون حدود کنترل قرار دارد و میانگین فرآیند خارج از کنترل است. این احتمال‌های شرطی به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$P_{01} = P_{\mu=\mu_0}(w_1 < T^2 < k | 0 < T^2 < k) = \frac{F(k, p, 0) - F(w_1, p, 0)}{1 - \alpha}. \quad (12)$$

$$P_{0j} = P_{\mu=\mu_0}(w_{j+1} < T^2 < w_j | 0 < T^2 < k) = \frac{F(w_j, p, 0) - F(w_{j+1}, p, 0)}{1 - \alpha}. \quad (13)$$

$$P_{0m} = P_{\mu=\mu_0}(0 < T^2 < w_{m-1} | 0 < T^2 < k) = \frac{F(w_{m-1}, p, 0)}{1 - \alpha}. \quad (14)$$

$$P_{11} = P_{\mu=\mu_1}(w_1 < T^2 < k | 0 < T^2 < k) = \frac{F(k, p, \eta) - F(w_1, p, \eta)}{1 - \pi}. \quad (15)$$

$$P_{1j} = P_{\mu=\mu_1}(w_{j+1} < T^2 < w_j | 0 < T^2 < k) = \frac{F(w_j, p, \eta) - F(w_{j+1}, p, \eta)}{1 - \pi}. \quad (16)$$

$$P_{1m} = P_{\mu=\mu_1}(0 < T^2 < w_{m-1} | 0 < T^2 < k) = \frac{F(w_{m-1}, p, \eta)}{1 - \pi}, \quad (17)$$

که در آن  $j = 1, 2, \dots, m - 2$

به راحتی می‌توان نشان داد متوسط زمان تعدیل شده از رخ دادن انحراف با دلیل تا صدور هشدار صحیح به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$AATS = \frac{1}{(\sum h_j P_{0j})} \sum_{j=1}^m h_j P_{0j} (\lambda h_j - 1 + e^{-\lambda h_j}) + (ARL_1 - 1) \sum_{j=1}^m h_j P_{1j}. \quad (18)$$

فرض کنید  $ANS_0$  متوسط تعداد نمونه‌های استخراج شده در حالت تحت کنترل باشد. بای و لی [9] نشان دادند:

$$ANS_0 = \frac{\sum_{j=1}^m P_{0j} e^{-\lambda h_j}}{(1 - \sum_{j=1}^m P_{0j} e^{-\lambda h_j})^2} \sum_{j=1}^m P_{0j} (1 - e^{-\lambda h_j}). \quad (19)$$

متوسط تعداد هشدارهای اشتباه نیز برابر است با

$$ANF = \alpha ANS_0. \quad (20)$$

#### ۴- مدل هزینه

##### ۴-۱- نمادها

پارامترهای استفاده شده در مدل هزینه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$T_0$ : متوسط زمان صرف شده برای جست و جو و کشف یک هشدار اشتباه است.

$T_1$ : متوسط زمان صرف شده برای کشف و تعمیر یک انحراف با دلیل است.

$C_0$ : هزینه تولید محصولات نامنطبق مادامی که فرایند تحت کنترل است.

$C_1$ : هزینه تولید محصولات نامنطبق مادامی که فرایند خارج از کنترل است.

$a'_3$ : هزینه بررسی هشدار اشتباه است.

$a_3$ : هزینه بررسی، کشف و اصلاح انحراف با دلیل است.

$a_1$  و  $a_2$ : هزینه های ثابت و متغیر نمونه گیری است.

#### ۴-۲- پذیره ها

برای بناسازی مدل هزینه برای نمودار کنترل  $MVSIT^2$  پذیره های زیر را در نظر می گیریم:

۱. مشخصه کیفیت دارای توزیع نرمال چندمتغیره با بردار میانگین  $\mu$  و ماتریس واریانس-کوواریانس  $\Sigma_0$  است.
۲. در حالت تحت کنترل فرض می شود  $\mu = \mu_0$ .
۳. یک انحراف با دلیل منجر به تغییر یا انتقال میانگین فرآیند ( $\mu$ ) از  $\mu_0$  به  $\mu_1$  خواهد شد. فاصله ای ایجاد شده در اثر این انتقال، فاصله ماهالانویس در نظر گرفته می شود. این انحراف تنها روی میانگین فرآیند اثر می گذارد و ماتریس واریانس-کوواریانس در کل دوره ثابت است.
۴. فرض می شود که انحراف با دلیل براساس یک فرآیند پواسون با میزان متوسط  $\lambda$  مشاهده در ساعت رخ می دهد. به عبارت دیگر با فرض اینکه فرآیند در حالت تحت کنترل شروع به کار می کند، مدت زمانی که فرآیند در حالت تحت کنترل باقی می ماند یک متغیر تصادفی نمایی با میانگین  $\frac{1}{\lambda}$  ساعت خواهد بود.
۵. فرآیند خود اصلاح نیست. به عبارتی دیگر چنانچه فرآیند از حالت تحت کنترل به حالت خارج از کنترل انتقال یابد، فقط در صورت دخالت یک عامل انسانی مجدداً به حالت تحت کنترل باز خواهد گشت.
۶. چرخه کیفیت در حالت تحت کنترل شروع می شود و تا تعمیر فرآیند (بعد از اعلام یک هشدار صحیح) ادامه می یابد. فرض می شود چرخه کیفیت یک فرآیند تجدید پاداش است.
۷. در زمان رخ دادن هشدار اشتباه و یا هشدار صحیح فرآیند متوقف است.

#### ۴-۳- تابع هزینه

در این قسمت برای طراحی اقتصادی نمودار کنترل  $MVSIT^2$  از مدل هزینه چپو [16] استفاده می شود. این مدل از هزینه های فرآیند در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل، هزینه نمونه گیری و کشف و تعمیر هشدارهای اشتباه تشکیل شده است. رویکرد سنتی اقتصادی نمودارهای کنترل، حداقل کردن هزینه مورد انتظار در واحد زمان است که با توجه به فرآیند تجدید پاداش متوسط هزینه در واحد زمان،  $E(A)$ ، به صورت نسبت هزینه مورد انتظار در چرخه،  $E(C)$ ، بر زمان مورد انتظار چرخه،  $E(T)$ ، به دست می آید، یعنی

$$E(A) = \frac{E(C)}{E(T)}, \quad (21)$$

که در آن

$$E(C) = C_0 \left( \frac{1}{\lambda} \right) + C_1(AATS) + a'_3 ANF + a_3 + (a_1 + a_2 n)(ANS_0 + ARL_1). \quad (22)$$

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} + AATS + T_0 ANF + T_1. \quad (23)$$

### ۵- استفاده از رهیافت تابع زیان در برآورد هزینه

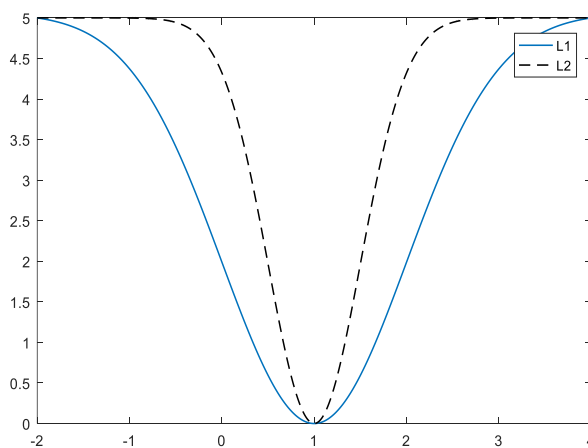
اسپیرینگ [17] یک تابع زیان جدید و ساده را بر اساس انعکاسی از تابع چگالی نرمال نسبت به محور افقی به صورت زیر ارائه کرد:

$$L(x; t) = K \left( 1 - e^{-\frac{(x-t)^2}{2\gamma^2}} \right), \gamma \neq 0, \quad (24)$$

که در آن  $X$  مشخصه‌ی کیفیت،  $t$  مقدار هدف مشخصه‌ی کیفیت،  $\gamma$  پارامتر شکل و  $K$  ضریب زیان کیفیت را نشان می‌دهد، که بنا به ویژگی سوم تابع زیان کیفیت به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$K = \frac{A}{1 - e^{-\frac{\Delta^2}{2\gamma^2}}}, \quad (25)$$

که در آن  $\Delta$  حد مجاز تلورانس حول مقدار هدف و  $A$  هزینه امحا یا دوباره‌کاری یک محصول نامنطبق در نقاط  $t \pm \Delta$  می‌باشد. پارامتر شکل امکان اصلاح تابع زیان برای منعکس کردن زیان‌های متفاوت که برای فرآیندهای مختلف وجود دارد را فراهم می‌کند. برای فرآیندهایی که در یک ناحیه گسترده در اطراف مقدار هدف، کاهش کیفیت روندی آهسته دارد پارامتر شکل بزرگ‌تر از حالتی است که برای انحراف‌های کوچک از مقدار هدف، تغییرهای بزرگ‌تری رخ می‌دهد. در واقع پارامتر شکل با توجه به کاربرد تابع زیان در صنعت خاص، قادر است که واکنش تابع زیان نسبت به انحراف از مقدار هدف را تنظیم کند. به‌عنوان مثال فرض کنید هزینه امحای یک محصول نامنطبق ۵ دلار ( $A = 5$ )، مقدار هدف یک ( $T = 1$ ) و حد مجاز تلورانس ۳ باشد ( $\Delta = 3$ ). اگر  $L_1$  تابع زیان نرمال انعکاسی برای  $\gamma = 1$  و  $L_2$  تابع زیان نرمال انعکاسی برای  $\gamma = 0/5$  باشد آنگاه شکل ۲ اثر پارامتر شکل بر تابع زیان را به‌وضوح نشان می‌دهد. هر چه پارامتر شکل بزرگ‌تر باشد واکنش تابع زیان نسبت به انحراف از مقدار هدف کم‌تر می‌شود. در واقع پارامتر شکل چگونگی توزیع زیان حول مقدار هدف را مشخص می‌کند.



شکل ۱- تاثیر پارامتر شکل بر تابع زیان نرمال انعکاسی.

Figure 1- Effect of shape parameter on the reflection normal loss function.

تابع زیان نرمال انعکاسی برای حالتی که دو مشخصه کیفیت در ارزیابی زیان مورد توجه قرار گیرند، نیز به کار می‌رود. شکل کلی این تابع زیان در حالت دو متغیره به صورت زیر است:

$$L(y, t) = K \left( 1 - e^{-(y-t)'T^{-1}(y-t)} \right), \quad (26)$$

که در آن  $y$  بردار مشخصه‌های کیفیت،  $K$  ضریب زیان کیفیت،  $t$  بردار مقادیر هدف متاظر با هر یک از مشخصه‌ها و  $T$  ماتریس پارامترهای شکل می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$y = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix}.$$

اگر  $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2)'$  بردار حدود مجاز تلورانس متناظر با مقادیر هدف باشد  $\Delta_1$  حد مجاز تلورانس برای  $t_x$  و  $\Delta_2$  حد مجاز تلورانس برای  $t_y$  باشد) و  $A$  هزینه امحا یا دوباره کاری یک محصول نامنتطبق در نقاط  $t \pm \Delta$  باشد، آنگاه بنا به ویژگی سوم تابع زیان کیفیت مقدار ضریب زیان کیفیت به صورت زیر محاسبه می شود:

$$L(t - \Delta; t) = L(t + \Delta; t) = A.$$

بنابراین،

$$K(1 - e^{-\Delta' \Gamma^{-1} \Delta}) = A.$$

یا

$$K = \frac{A}{1 - e^{-\Delta' \Gamma^{-1} \Delta}}. \quad (27)$$

در این مطالعه برای اولین بار در ادبیات موضوع در تعیین متوسط هزینه تولید محصول نامنتطبق در حالتی که دو مشخصه کیفیت مورد ارزیابی قرار می گیرند، از تابع زیان نرمال انعکاسی استفاده می شود. فرض کنید بردار مشخصه های کیفیت باشد که در حالت تحت کنترل دارای بردار میانگین  $\mu = \mu_0$  است. در این حالت متوسط هزینه تولید هر واحد محصول نامنتطبق به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R_0(y; t) = E[L(y, t)] = E[K\{1 - \exp(-(y - t)' \Gamma^{-1} (y - t))\}]. \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & E[\exp(-(y - t)' \Gamma^{-1} (y - t))] \\ &= (2\pi)^{-1} |\Sigma|^{-1/2} \int \exp\left\{\frac{-1}{2} [2(y - t)' \Gamma^{-1} (y - t) + (y - \mu_0)' \Sigma^{-1} (y - \mu_0)]\right\} dy. \\ &= (2\pi)^{-1} |\Sigma|^{-1/2} \int \exp\left\{\frac{-1}{2} [2(y - \eta)' (\Sigma^{-1} + 2\Gamma^{-1})(y - \eta) + (t - \mu_0)' \left(\Sigma + \frac{\Gamma}{2}\right)^{-1} (t - \mu_0)]\right\} = B \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{(t - \mu_0)' \left(\Sigma + \frac{\Gamma}{2}\right)^{-1} (t - \mu_0)\right\}\right], \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن

$$\eta = (\Sigma^{-1} + 2\Gamma^{-1})^{-1} (\Sigma^{-1} \mu_0 + 2\Gamma^{-1} t), \quad B = |I + 2 \Sigma \Gamma^{-1}|^{-1/2}.$$

به قسمی که  $|I + 2 \Sigma \Gamma^{-1}| > 0$ ؛ بنابراین

$$R_0(y, t) = K \left(1 - B \exp\left\{\frac{-1}{2} \left[(t - \mu_0)' \left(\Sigma + \frac{\Gamma}{2}\right)^{-1} (t - \mu_0)\right]\right\}\right), \quad (30)$$

و در حالت خارج از کنترل که  $y \sim N_2(\mu_1, \Sigma)$ ، متوسط هزینه تولید محصول نامنتطبق برابر است با

$$R_1(y, t) = K \left(1 - B \exp\left\{\frac{-1}{2} \left[(t - \mu_1)' \left(\Sigma + \frac{\Gamma}{2}\right)^{-1} (t - \mu_1)\right]\right\}\right). \quad (31)$$

اگر تعداد محصولات تولید شده در هر ساعت را با  $Pr$  نشان دهیم آنگاه متوسط هزینه تولید محصول در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل در هر ساعت به صورت  $C_0 = R_0(y, t) Pr$  و  $C_1 = R_1(y, t) Pr$  می باشند.

۶- بهینه‌سازی و طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل RNLMVSIT<sup>2</sup>

هدف از طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل RNLMVSIT<sup>2</sup> یافتن  $(2m + 1)$  پارامتر نمودار کنترل به شرح زیر می‌باشد:

$$(k, n, w_1, w_{m-1}, \dots, h_1, \dots, h_m).$$

به قسمی است که رابطه (۲۰) با توجه به محدودیت‌های آماری مربوط به ANF و AATS مینیمم شود. در چنین وضعیتی پارامترهای فرآیند  $(\lambda, \mu, \Sigma, T_0, T_1)$  و پارامترهای هزینه  $(C_0, C_1, a_2, a_3, a'_3)$  معلوم فرض می‌شوند. مقادیر  $(C_0, C_1)$  با لحاظ نمودن تابع زیان نرمال انعکاسی و روابط (۳۰) و (۳۱) تعیین می‌شود:

$$C_1 = R_1(y, t)Pr, \quad C_0 = R_0(y, t)Pr.$$

در بین  $(2m + 1)$  پارامتر موجود،  $n$  یک مقدار گسسته است که  $1 \leq n < h_1 Pr$  و دیگر پارامترهای طراحی نمودار مقدارهایی پیوسته اختیار می‌کنند. با در نظر گرفتن شرایط واقعی در یک فرآیند تولید، حداکثر مقدار فاصله‌ی نمونه‌گیری ۸ ساعت و حداقل آن ۶ دقیقه در نظر گرفته می‌شود. اگر  $Pr$  تعداد کل محصولات تولیدشده در یک ساعت باشد، آنگاه مساله بهینه‌سازی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\min E(A) \quad (32)$$

s. t

$$0/01 \leq w_{m-1} < w_{m-2} < \dots < w_1 < k,$$

$$0/1 \leq h_1 < h_2 < \dots < h_m \leq 8,$$

$$1 \leq n < h_1 Pr,$$

$$ANF \leq ANF_0,$$

$$AATS \leq AATS_1.$$

به وضوح قید  $ANF \leq ANF_0$  برای غلبه بر زنگ خطرهای اشتباهی نمودارهای اقتصادی و قید  $AATS \leq AATS_1$  به منظور تسریع در کشف تغییرهای فرآیند در نظر گرفته می‌شود. مساله بهینه‌سازی فوق دارای متغیرهای تصمیم گسسته و پیوسته است که هرکدام محدودیت‌های خاص خود را دارند. لذا برای بهینه‌سازی پارامترهای طراحی از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود.

## ۷- کاربرد صنعتی

در این بخش، کاربرد مدل از طریق یک نمونه‌ی صنعتی نشان داده می‌شود. یک محصول با دو ویژگی مهم کیفیت را در نظر بگیرید که باید به طور مشترک تحت کنترل و نظارت باشند ( $p = 2$ ). هزینه‌های ثابت و متغیر نمونه‌گیری به ترتیب ۴ و ۵ دلار ( $a_1 = 4, a_2 = 5$ )، هزینه کشف و حذف انحراف با دلیل ۱۰۰۰ دلار ( $a_3 = 1000$ ) و هزینه هشدار اشتباه ۱۵۰۰ دلار ( $a'_3 = 1500$ ) در نظر گرفته شده‌است.

توسط زمان تحت کنترل فرآیند برابر با ۱۰۰ ساعت ( $\lambda = 0/01$ ) و تعداد محصولات تولید شده در یک ساعت ۲۰۰ واحد می‌باشد ( $Pr = 200$ ). متوسط زمان لازم برای جست‌وجوی هشدار اشتباه ۰/۱۶ ساعت ( $T_0 = 0/16$ ) و متوسط زمان لازم برای کشف انحراف با دلیل و اصلاح فرآیند ۲ ساعت است ( $T_1 = 2$ ). در این مطالعه مقدار  $ANF_0$  برابر با ۰/۵، مقدار  $AATS_1$  برابر با ۱/۵ اختیار شده‌است.

فرض کنید  $(X, Y)$  دو مشخصه‌ی کیفیت هستند که با فرض تحت کنترل بودن فرآیند دارای توزیع زیر هستند:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim BN \left( \mu_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} \right), T = \begin{pmatrix} 1/8 \\ 3/1 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

همچنین فرض می‌کنیم وقتی فرآیند در حالت خارج از کنترل قرار می‌گیرد، میانگین فرآیند به  $\mu_1 = \frac{2+\delta_1}{3+\delta_2}$  تغییر می‌یابد که در آن  $\delta_1$  و  $\delta_2$  مقادیر  $0.175$ ،  $1$ ،  $1/25$ ،  $1/5$  و  $2$  را اختیار می‌کنند. فرض کنید هزینه امحا یا دوباره‌کاری یک واحد محصول نامنتطبق برابر  $3$  دلار باشد ( $A = 3$ ) که در فاصله  $1/7$  واحدی از مقدار هدف در امتداد محور  $x$ ها ( $\Delta_1 = 1/7$ ) و در فاصله  $2/5$  واحدی از مقدار هدف در امتداد محور  $y$ ها رخ می‌دهد ( $\Delta_2 = 2/5$ )، همچنین پارامترهای شکل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 1 & 1/6 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

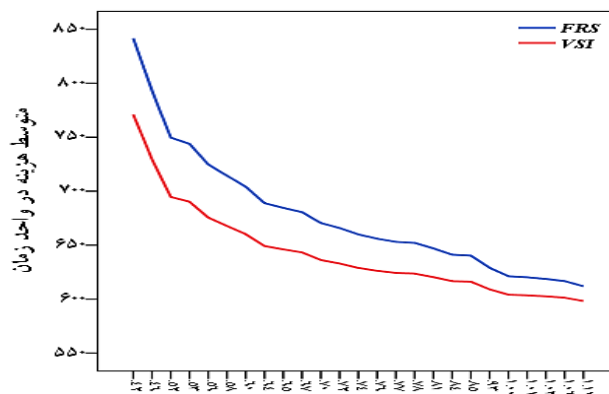
جدول ۱، مقدارهای ممکن برای طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $FRST^2$  را نشان می‌دهد و جدول ۲، علاوه بر اینکه مقدارهای ممکن طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $MVSIT^2$  برای حالت  $m = 2$  را ارائه می‌دهد، به مقایسه بین طرح‌های مذکور نیز می‌پردازد و درصد کاهش متوسط هزینه به ازای هر یک از مقدارهای ممکن تغییر در میانگین فرآیند را نشان می‌دهد. این درصد بهبود در صرفه‌جویی هزینه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$PS = \frac{E(A)_{FRS} - E(A)_{VSI}}{E(A)_{FRS}} \times 100. \quad (35)$$

سیف [6] عملکرد نمودار کنترل  $MVSIT^2$  را برای حالت‌های  $m = 2$  و  $m = 3$  مقایسه کرد و نشان داد که تعدد حدود هشدار، گرچه به صورت جری عملکرد نمودار را بهتر می‌کند، اما به طور معناداری منجر به پیچیدگی مدل می‌شود. به همین منظور در طرح  $MVSI$  استفاده از دو فاصله‌ی فاصله‌ی نمونه‌گیری کفایت می‌کند.

طبق نتایج ارائه شده در جدول ۲ تا جدول ۴ به عنوان مثال، اگر  $d = 0/42$ ، مقدارهای بهینه برای بردار پارامترهای طرح به صورت  $(k, w, h_1, h_2, n) = (13/72, 4/42, 0/41, 2/3, 82)$  می‌باشد. به ازای این بردار از مقدارها، متوسط هزینه‌ی طراحی مدل  $VSI$  برابر است با  $771$  دلار که مقدار مشابه آن برای مدل  $FRS$  برابر است با  $841/64$ ، که حدود  $8/4\%$  باعث صرفه‌جویی در متوسط هزینه شده که عدد قابل توجهی است. نتیجه‌های موجود در جدول ۲، نشان می‌دهند که استفاده از طرح  $VSI$  نسبت به طرح  $FRS$  تقریباً به طور متوسط در هر ساعت  $5\%$  در میزان هزینه‌ها صرفه‌جویی به عمل می‌آورد. اگر  $8$  ساعت کار در یک روز و  $6$  روز کاری در یک هفته و یا به عبارتی  $26$  روز کاری را در یک ماه در نظر بگیریم؛ برای  $d = 0/43$  برای یک خط تولید به طور سالانه  $176317$  دلار در متوسط هزینه‌ها صرفه‌جویی خواهیم داشت.

همچنین با مقایسه‌ی حجم نمونه‌ی استخراج شده بر اساس طرح‌های  $VSI$  و  $FRS$  می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از طرح  $VSI$  حجم نمونه‌ی استخراج شده به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد، که همین موضوع می‌تواند یکی از دلایل کاهش متوسط هزینه در این طراحی باشد. با توجه به شکل ۱، می‌توان نتیجه گرفت به ازای هر مقدار از انحراف، طرح  $VSI$  نسبت به طرح  $FRS$  عملکرد بهتری دارد. این برتری در میزان کاهش هزینه‌ها، به ازای انحراف‌های کوچک شدت بیشتری داشته و با افزایش میزان انحراف این شدت به مرور کاهش می‌یابد؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که طرح  $VSI$  نسبت به طرح  $FRS$  در یافتن انحراف‌های کوچک خیلی بهتر عمل می‌کند و البته در انحراف‌های بزرگ نیز برتری خود را با اختلاف معناداری حفظ می‌کند.



شکل ۲- مقایسه نمودار کنترل  $VSIT^2$  و  $FRST^2$  بر اساس تابع زیان نرمال انعکاسی.

Figure 2- Comparison of VSIT2 and FRST2 control charts based on the normal reflection loss function.

## ۸- تاثیر پارامترهای زمان و هزینه بر روی پارامترهای طراحی

در این قسمت با استفاده از تحلیل حساسیت به روش طراحی آزمایش تاگوچی به بررسی تاثیر پارامترهای فرآیند و هزینه بر محاسبات و مقدار ضرر و زیان پرداخته می‌شود. در واقع تحلیل حساسیت به انتخاب مناسب پارامترهای ورودی مدل کمک می‌کند. این مرحله با یک طراحی آزمایش به روش تاگوچی محقق می‌شود که در آن پارامترهای هزینه و فرآیند به‌عنوان پارامترهای ورودی طرح در نظر گرفته می‌شوند. این طرح برای مدل طراحی شده بر اساس تابع زیان کیفیت نرمال انعکاسی دارای ۱۵ پارامتر است که ۳ پارامتر دارای ۲ سطح و ۱۲ پارامتر دارای ۳ سطح می‌باشند که در جدول ۳ ارائه شده‌اند. با توجه به سطوح متفاوت پارامترها از یک طرح آزمایش تاگوچی آمیخته با آرایه‌های متعامد  $L_{36}$  استفاده می‌شود که شامل ۳۶ آزمایش است. مقدارهای بهینه برای پارامترهای طراحی و متوسط هزینه در واحد زمان مربوط به پارامترهای بهینه در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۱- سطوح پارامترهای ورودی فرآیند در تحلیل حساسیت.

Table 1- Process input parameter levels in sensitivity analysis.

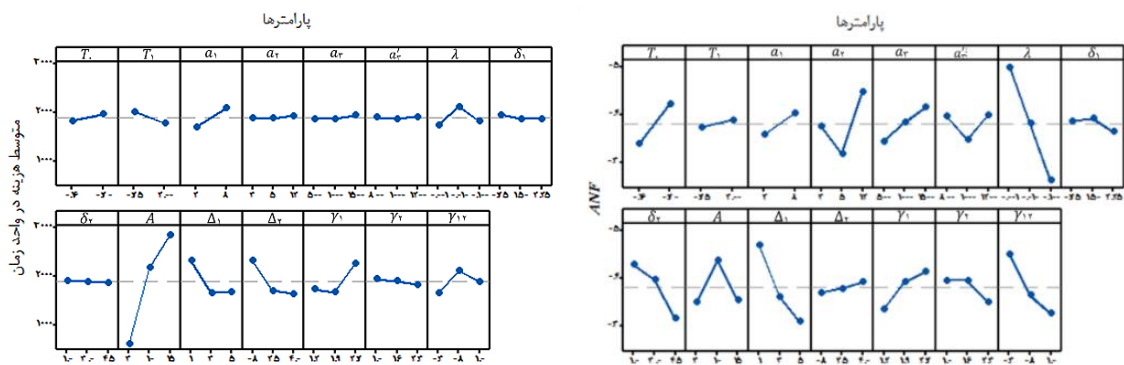
|               | سطح سوم | سطح دوم | سطح اول |
|---------------|---------|---------|---------|
| $T_0$         | -       | 0.7     | 0.16    |
| $T_1$         | -       | 2       | 0.75    |
| $a_1$         | -       | 8       | 2       |
| $a_2$         | 12      | 5       | 3       |
| $a_3$         | 1500    | 1000    | 500     |
| $a_3$         | 1200    | 1000    | 800     |
| $\lambda$     | 0.1     | 0.01    | 0.001   |
| $\delta_1$    | 2.25    | 1.5     | 0.75    |
| $\delta_2$    | 4.5     | 3       | 1       |
| $A$           | 15      | 10      | 3       |
| $\Delta_1$    | 5       | 3       | 1       |
| $\Delta_2$    | 4       | 2.5     | 0.8     |
| $\gamma_1$    | 2.7     | 1.9     | 1.2     |
| $\gamma_2$    | 2.3     | 1.6     | 1       |
| $\gamma_{12}$ | 1       | 0.8     | 0.3     |

در جدول ۴، تاثیر پارامترهای ورودی مدل روی طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $VSIT^2$  بر اساس تابع زیان کیفیت نرمال انعکاسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای هر کدام از ترکیب‌های پارامترهای ورودی در این جدول مدل آماری-اقتصادی بهینه‌سازی شده و پارامترهای بهینه‌ی طرح ارائه شده‌اند؛ بنابراین، تاثیر پارامترهای ورودی را روی میزان هزینه‌ی بهینه‌ی مدل و پارامترهای بهینه‌ی نمودار کنترل می‌توان تحلیل کرد. شکل ۲ نیز در تحلیل این موضوع بسیار توانمند است. برخی از نتیجه‌های حاصل شده از این تحلیل‌ها به شرح زیر هستند:

۱. انحراف‌های بزرگ در میانگین فرآیند با نمونه‌هایی با حجم کوچک نیز قابل تشخیص هستند، از طرفی متوسط زمان تعدیل شده تا صدور هشدار صحیح نیز کاهش می‌یابد، منطقی است که تشخیص این انحراف‌ها زودتر صورت می‌گیرد. همین افزایش در میزان انحراف‌ها، پهنای حدود کنترل ( $k$ ) را زیاد کرده و موجب بزرگ‌تر شدن ناحیه‌ی امن می‌شود. متوسط تعداد هشدارهای اشتباه نیز تحت تاثیر انحراف‌های بزرگ در میانگین، کاهش می‌یابد. متعاقباً با این تاثیرات، متوسط هزینه نیز کاهش می‌یابد.
۲. با افزایش  $\lambda$ ، به‌طور متوسط احتمال رخ دادن انحراف‌های با دلیل در میانگین بیش‌تر می‌شود و مدت زمانی که فرآیند در حالت تحت کنترل است کاهش می‌یابد. همچنین افزایش  $\lambda$  موجب کاهش متوسط تعداد هشدارهای اشتباه و کاهش متوسط زمان تعدیل شده تا هشدار صحیح نیز می‌شود. از طرفی با کاهش مدت زمان تحت کنترل، پهنای حدود کنترل و ناحیه‌ی امن کاهش می‌یابد و فاصله‌ی نمونه‌گیری نیز در این حالت کم‌تر می‌شود. اما با افزایش  $\lambda$ ، حجم نمونه کاهش می‌یابد، یعنی اگر احتمال رخ دادن انحراف‌های با دلیل در میانگین بیش‌تر می‌شود با نمونه‌های کوچک هم می‌توان به وجود این انحراف‌ها پی برد.
۳. افزایش هزینه‌های نمونه‌گیری باعث افزایش متوسط هزینه می‌شود، همچنین این افزایش باعث کاهش پهنای حدود کنترل و در نتیجه موجب افزایش متوسط تعداد هشدارهای اشتباه نیز خواهد شد. با افزایش زمان لازم برای جست‌وجوی یک هشدار اشتباه، متوسط هزینه در واحد زمان افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش  $T_0$ ، پهنای حدود کنترل و ناحیه‌ی امن کاهش یافته و متوسط تعداد هشدارهای اشتباه زیاد می‌شود. این افزایش همچنین موجب کاهش فاصله‌ی نمونه‌گیری می‌شود. همچنین با افزایش  $T_1$  متوسط هزینه در واحد زمان کاهش می‌یابد.
۴. با افزایش حدود تلورانس، متوسط زمان تعدیل شده تا صدور هشدار صحیح افزایش می‌یابد، همچنین افزایش حدود تلورانس موجب کاهش متوسط هزینه در واحد زمان نیز می‌شود. به‌ازای مقادیر کوچک  $\gamma_1$  و  $\gamma_{12}$  و مقادیر بزرگ  $\gamma_2$  متوسط هزینه در واحد زمان کوچک می‌شود.

## ۹- نتیجه گیری

در این مطالعه به طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل چندمتغیره  $T^2$  با فاصله نمونه‌گیری متغیر تحت تابع زیان چندمتغیره نرمال انعکاسی ( $RNLMVSIT^2$ ) و بر پایه‌ی مدل اقتصادی چپو پرداخته و با استفاده از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک مقادیر پارامترهای نمودار کنترل تعیین شد. معمولاً در مدل‌های اقتصادی، هزینه‌های مربوط به تولید محصول نامنطبق در حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل از قبل تعیین شده‌اند و به‌عنوان ورودی مدل معرفی می‌شوند. در طراحی انجام شده برای برآورد هزینه‌های نامبرده، از تابع زیان چند متغیره نرمال انعکاسی استفاده شد. کاربرد و مزیت‌های نمودار برای سازمان‌های کاربر بر پایه یک مثال صنعتی برگرفته از ادبیات موضوع به تصویر کشیده شد. نتیجه‌های عددی نشان داد که طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $RNLMVSIT^2$  در تشخیص انحراف‌های کوچک بسیار بهتر از نمودارهای کنترل رایج عمل می‌کند. با استفاده از تحلیل حساسیت و رسم نمودارهای مربوطه، تاثیر پارامترهای ورودی مدل نیز بررسی شده که نتایج حاکی از آن است که پارامترهای تابع زیان بیشترین اثر و اهمیت را بر روی مقادیر بهینه نمودار کنترل دارند.



شکل ۳- تاثیر پارامترهای ورودی بر متوسط هزینه در واحد زمان و متوسط تعداد هشدارهای اشتباه.

Figure 3- The effect of input parameters on the average cost per unit of time and the average number of false alarms.

جدول ۲- طراحی آماری-اقتصادی نمودار کنترل  $FRST^2$  بر اساس تابع زیان نرمال انعکاسی.

Table 2- Statistical-economic design of the  $FRST^2$  control chart based on the normal reflection loss function.

| d    | k     | h    | n   | ANF | AATS | E(A)   |
|------|-------|------|-----|-----|------|--------|
| 0.42 | 13.44 | 2.41 | 129 | 0.5 | 5.1  | 841.64 |
| 0.46 | 13.44 | 2.41 | 106 | 0.5 | 5.1  | 793.03 |
| 0.52 | 13.44 | 2.41 | 85  | 0.5 | 5.1  | 749.57 |
| 0.58 | 13.44 | 2.41 | 68  | 0.5 | 5.1  | 714.32 |
| 0.72 | 13.43 | 2.42 | 44  | 0.5 | 5.1  | 665.86 |
| 0.53 | 13.41 | 2.44 | 83  | 0.5 | 5.1  | 743.83 |
| 0.56 | 13.44 | 2.41 | 73  | 0.5 | 5.1  | 724.67 |
| 0.6  | 13.44 | 2.42 | 63  | 0.5 | 5.1  | 704.03 |
| 0.65 | 13.44 | 2.42 | 53  | 0.5 | 5.1  | 684.56 |
| 0.77 | 43.13 | 2.42 | 38  | 0.5 | 5.1  | 653.05 |
| 0.64 | 13.43 | 2.42 | 55  | 0.5 | 5.1  | 688.86 |
| 0.67 | 13.43 | 2.42 | 52  | 0.5 | 5.1  | 680.58 |
| 0.7  | 13.43 | 2.42 | 47  | 0.5 | 5.1  | 670.53 |
| 0.74 | 13.43 | 2.42 | 42  | 0.5 | 5.1  | 659.94 |
| 0.85 | 13.43 | 2.42 | 32  | 0.5 | 5.1  | 640.28 |
| 0.76 | 13.43 | 2.42 | 40  | 0.5 | 5.1  | 655.97 |

جدول ۲- ادامه.

Table 2- Continued.

| d    | k     | h    | n  | ANF | AATS | E(A)   |
|------|-------|------|----|-----|------|--------|
| 0.78 | 13.43 | 2.42 | 38 | 0.5 | 5.1  | 652.13 |
| 0.81 | 13.43 | 2.42 | 35 | 0.5 | 5.1  | 647.00 |
| 0.84 | 13.43 | 2.42 | 32 | 0.5 | 5.1  | 641.12 |
| 0.93 | 13.43 | 2.43 | 27 | 0.5 | 5.1  | 628.97 |
| 1    | 13.42 | 2.43 | 23 | 0.5 | 5.1  | 621.21 |
| 1.01 | 13.42 | 2.43 | 22 | 0.5 | 5.1  | 620.23 |
| 1.03 | 13.42 | 2.43 | 22 | 0.5 | 5.1  | 618.69 |
| 1.06 | 13.42 | 2.44 | 21 | 0.5 | 5.1  | 616.70 |
| 1.12 | 13.42 | 2.44 | 18 | 0.5 | 5.1  | 611.88 |

جدول ۳- طراحی آماری- اقتصادی نمودار کنترل VSIT<sup>2</sup> بر اساس تابع زیان نرمال انعکاسی (m=2).Table 3- Statistical-economic design of VSIT<sup>2</sup> control chart based on normal reflection loss function (m=2).

| d    | k     | w    | h <sub>1</sub> | h <sub>2</sub> | n  | ANF  | AATS | E(A)   | PS   |
|------|-------|------|----------------|----------------|----|------|------|--------|------|
| 0.42 | 13.72 | 4/42 | 0/41           | 2/30           | 82 | 0/50 | 1/50 | 771/00 | 8/4% |
| 0.46 | 13.75 | 4/24 | 0/32           | 2/30           | 64 | 0/50 | 1/50 | 729/62 | 8/0% |
| 0.52 | 13.77 | 4/08 | 0/25           | 2/32           | 49 | 0/50 | 1/50 | 694/63 | 7/3% |
| 0.58 | 13.78 | 3/94 | 0/19           | 2/33           | 38 | 0/50 | 1/50 | 667/73 | 6/5% |
| 0.72 | 13.79 | 3/77 | 0/12           | 2/36           | 24 | 0/50 | 1/50 | 632/99 | 4/9% |
| 0.53 | 13.77 | 4/05 | 0/24           | 2/32           | 47 | 0/50 | 1/50 | 690/25 | 7/2% |
| 0.56 | 13.78 | 3/98 | 0/21           | 2/33           | 41 | 0/50 | 1/50 | 675/48 | 6/8% |
| 0.6  | 13.78 | 3/90 | 0/17           | 2/34           | 35 | 0/50 | 1/50 | 660/13 | 6/2% |
| 0.65 | 13.79 | 3/83 | 0/15           | 2/35           | 29 | 0/50 | 1/50 | 646/08 | 5/6% |
| 0.77 | 13.79 | 3/73 | 0/10           | 2/38           | 20 | 0/50 | 1/50 | 624/25 | 4/4% |
| 0.64 | 13.79 | 3.85 | 0/15           | 2/35           | 30 | 0/50 | 1/50 | 649/15 | 5/8% |
| 0.67 | 13.79 | 3/82 | 0/14           | 2/35           | 28 | 0/50 | 1/50 | 643/26 | 5/5% |
| 0.7  | 13.79 | 3/79 | 0/12           | 2/36           | 25 | 0/50 | 1/50 | 636/22 | 5/1% |
| 0.74 | 13.79 | 3/75 | 0/11           | 2/37           | 22 | 0/50 | 1/50 | 628/92 | 4/7% |
| 0.85 | 13.73 | 3/87 | 0/10           | 2/42           | 17 | 0/50 | 1/50 | 616/14 | 3/8% |
| 0.76 | 13.79 | 3/74 | 0/10           | 2/37           | 21 | 0/50 | 1/50 | 626/23 | 4/5% |
| 0.78 | 13.78 | 3/76 | 0/10           | 2/39           | 20 | 0/50 | 1/50 | 623/63 | 4/4% |
| 0.81 | 13.73 | 3/87 | 0/10           | 2/42           | 19 | 0/50 | 1/50 | 620/37 | 4/1% |
| 0.84 | 13.73 | 3/87 | 0/10           | 2/42           | 18 | 0/50 | 1/50 | 616/66 | 3/8% |
| 0.93 | 13/72 | 3/89 | 0/10           | 2/43           | 14 | 0/50 | 1/50 | 609/01 | 3/2% |
| 1.0  | 13/71 | 3/91 | 0/10           | 2/43           | 12 | 0/50 | 1/50 | 604/12 | 2/8% |
| 1.01 | 13/71 | 3/91 | 0/10           | 2/43           | 12 | 0/50 | 1/50 | 603/50 | 2/7% |
| 1.03 | 13/71 | 3/91 | 0/10           | 2/43           | 12 | 0/50 | 1/50 | 602/53 | 2/6% |
| 1.06 | 13/71 | 3/92 | 0/10           | 2/44           | 11 | 0/50 | 1/50 | 601/28 | 2/5% |
| 1.12 | 13/70 | 3/94 | 0/10           | 2/44           | 10 | 0/50 | 1/50 | 598/24 | 2/2% |

جدول ۴- تاثیر پارامترهای ورودی مدل بر نمودار کنترل  $RNLMVSIT^2$ .Table 4- The effect of model input parameters on the control chart  $RNLMVSIT^2$ .

| Run | $T_0$ | $T_1$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a'_3$ | $\lambda$ | $\delta_1$ | $\delta_2$ | $A$ | $\Delta_1$ | $\Delta_2$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ | $\gamma_{12}$ | $k$   | $w$  | $h_1$ | $h_2$ | $n$ | ANF  | AATS | E(A)    |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-----------|------------|------------|-----|------------|------------|------------|------------|---------------|-------|------|-------|-------|-----|------|------|---------|
| 1   | 0/16  | 0/75  | 2     | 3     | 500   | 800    | 0.001     | 0.75       | 1          | 3   | 1          | 0/8        | 1.2        | 1          | 0.3           | 13.75 | 4.24 | 0.32  | 2.30  | 64  | 0.50 | 1.50 | 89/897  |
| 2   | 0/16  | 0/75  | 2     | 5     | 1000  | 1000   | 0.01      | 1.5        | 3          | 10  | 3          | 2/5        | 1.9        | 1.6        | 0.8           | 10.62 | 3.53 | 0.10  | 2.35  | 8   | 0.25 | 1.50 | 37/1799 |
| 3   | 0/16  | 0/75  | 2     | 12    | 1500  | 1200   | 0.1       | 25.2       | 4/5        | 15  | 5          | 4          | 2.7        | 2.5        | 1             | 9.76  | 3.84 | 0.10  | 1.70  | 4   | 0.05 | 1.10 | 77/2558 |
| 4   | 0/16  | 0/75  | 2     | 3     | 500   | 800    | 0.001     | 1.5        | 3          | 10  | 3          | 4          | 2.7        | 2.5        | 1             | 13.71 | 3.92 | 0.10  | 2.44  | 9   | 0.50 | 1.50 | 92/1699 |
| 5   | 0/16  | 0/75  | 2     | 5     | 1000  | 1000   | 0.01      | 25.2       | 4/5        | 15  | 5          | 0/8        | 1.2        | 1          | 0.3           | 11.74 | 3.80 | 0.10  | 2.42  | 4   | 0.13 | 1.50 | 73/2761 |
| 6   | 0/16  | 0/75  | 2     | 12    | 1500  | 1200   | 0.1       | 0.75       | 1          | 3   | 1          | 2/5        | 1.9        | 1.6        | 0.8           | 4.69  | 2.85 | 0.52  | 2.00  | 29  | 0.50 | 1.50 | 56/866  |
| 7   | 0/16  | 0/75  | 8     | 3     | 500   | 1000   | 0.1       | 0.75       | 3          | 15  | 5          | 0/8        | 1.9        | 1.6        | 1             | 9.68  | 4.26 | 0.10  | 2.02  | 11  | 0.04 | 1.25 | 22/2597 |
| 8   | 0/16  | 0/75  | 8     | 5     | 1000  | 1200   | 0.001     | 1.5        | 4/5        | 3   | 1          | 2/5        | 2.7        | 2.5        | 0.3           | 13.57 | 4.30 | 0.10  | 2.54  | 5   | 0.50 | 1.50 | 78/544  |
| 9   | 0/16  | 0/75  | 8     | 12    | 1500  | 800    | 0.01      | 25.2       | 1          | 10  | 3          | 4          | 1.2        | 1          | 0.8           | 9.26  | 3.42 | 0.10  | 2.32  | 7   | 0.50 | 1.50 | 20/1939 |
| 10  | 0/16  | 2     | 2     | 3     | 500   | 1200   | 0.01      | 0.75       | 4/5        | 10  | 5          | 2/5        | 1.2        | 2.5        | 0.8           | 13.12 | 4.03 | 0.10  | 2.46  | 6   | 0.07 | 1.50 | 10/1765 |
| 11  | 0/16  | 2     | 2     | 5     | 1000  | 800    | 0.1       | 1.5        | 1          | 15  | 1          | 4          | 1.9        | 1          | 1             | 6.74  | 3.32 | 0.10  | 1.93  | 13  | 0.20 | 1.37 | 40/2493 |
| 12  | 0/16  | 2     | 2     | 12    | 1500  | 1000   | 0.001     | 25.2       | 3          | 3   | 3          | 0/8        | 2.7        | 2.5        | 0.3           | 13.74 | 3.84 | 0.10  | 2.41  | 6   | 0.50 | 1.50 | 27/569  |
| 13  | 0/16  | 2     | 8     | 3     | 1000  | 1200   | 0.001     | 25.2       | 3          | 3   | 5          | 4          | 1.9        | 1          | 0.8           | 13.54 | 4.42 | 0.10  | 2.56  | 7   | 0.50 | 1.50 | 38/499  |
| 14  | 0/16  | 2     | 8     | 5     | 1500  | 800    | 0.01      | 0.75       | 4/5        | 10  | 1          | 0/8        | 2.7        | 2.5        | 1             | 9.06  | 3.84 | 0.10  | 2.46  | 5   | 0.50 | 1.50 | 71/4250 |
| 15  | 0/16  | 2     | 8     | 12    | 500   | 1000   | 0.1       | 1.5        | 1          | 15  | 3          | 2/5        | 1.2        | 2.5        | 0.3           | 5.54  | 3.24 | 0.10  | 2.05  | 11  | 0.33 | 1.50 | 78/2382 |
| 16  | 0/16  | 2     | 8     | 3     | 1000  | 1200   | 0.01      | 0.75       | 1          | 15  | 3          | 4          | 2.7        | 2.5        | 0.3           | 9.28  | 3.42 | 0.23  | 2.27  | 45  | 0.50 | 1.50 | 39/2609 |
| 17  | 0/16  | 2     | 8     | 5     | 1500  | 800    | 0.1       | 1.5        | 3          | 3   | 5          | 0/8        | 1.2        | 2.5        | 0.8           | 9.43  | 4.20 | 0.10  | 2.38  | 8   | 0.04 | 1.50 | 57/593  |
| 18  | 0/16  | 2     | 8     | 12    | 500   | 1000   | 0.001     | 25.2       | 4/5        | 10  | 1          | 2/5        | 1.9        | 1          | 1             | 13.65 | 4.07 | 0.10  | 2.48  | 4   | 0.50 | 1.50 | 90/1883 |
| 19  | 0/7   | 0/75  | 8     | 3     | 1000  | 800    | 0.1       | 25.2       | 4/5        | 3   | 3          | 2/5        | 1.2        | 1.6        | 1             | 10.66 | 5.12 | 0.10  | 2.56  | 5   | 0.02 | 1.50 | 94/617  |
| 20  | 0/7   | 0/75  | 8     | 5     | 1500  | 1000   | 0.001     | 0.75       | 1          | 10  | 5          | 4          | 1.9        | 2.5        | 0.3           | 13.74 | 4.27 | 0.32  | 2.31  | 64  | 0.50 | 1.50 | 99/1864 |
| 21  | 0/7   | 0/75  | 8     | 12    | 500   | 1200   | 0.01      | 1.5        | 3          | 15  | 1          | 0/8        | 2.7        | 1          | 0.8           | 9.25  | 3.43 | 0.10  | 2.32  | 7   | 0.50 | 1.50 | 78/5340 |
| 22  | 0/7   | 0/75  | 8     | 3     | 1000  | 1000   | 0.1       | 25.2       | 1          | 10  | 1          | 0/8        | 2.7        | 2.5        | 0.8           | 6.12  | 3.67 | 0.10  | 1.01  | 7   | 0.50 | 0.64 | 51/4076 |
| 23  | 0/7   | 0/75  | 8     | 5     | 1500  | 1200   | 0.001     | 0.75       | 3          | 15  | 3          | 2/5        | 1.2        | 1          | 1             | 13.67 | 4.03 | 0.10  | 2.47  | 12  | 0.50 | 1.50 | 33/2929 |
| 24  | 0/7   | 0/75  | 8     | 12    | 500   | 800    | 0.01      | 1.5        | 4/5        | 3   | 5          | 4          | 1.9        | 1.6        | 0.3           | 9.19  | 3.56 | 0.10  | 2.37  | 4   | 0.50 | 1.50 | 98/556  |
| 25  | 0/7   | 0/75  | 2     | 3     | 1500  | 1000   | 0.001     | 1.5        | 4/5        | 15  | 1          | 4          | 1.2        | 1.6        | 0.8           | 13.67 | 4.03 | 0.10  | 2.47  | 5   | 0.50 | 1.50 | 40/2750 |
| 26  | 0/7   | 0/75  | 2     | 5     | 500   | 1200   | 0.01      | 25.2       | 1          | 3   | 3          | 0/8        | 1.9        | 2.5        | 1             | 10.79 | 3.55 | 0.10  | 2.35  | 8   | 0.23 | 1.50 | 31/549  |
| 27  | 0/7   | 0/75  | 2     | 12    | 1000  | 800    | 0.1       | 0.75       | 3          | 10  | 5          | 2/5        | 2.7        | 1          | 0.3           | 4.63  | 2.83 | 0.63  | 2.04  | 6   | 0.50 | 1.50 | 31/1777 |
| 28  | 0/7   | 2     | 8     | 3     | 1500  | 1000   | 0.01      | 1.5        | 1          | 3   | 5          | 2/5        | 2.7        | 1          | 1             | 9.67  | 3.61 | 0.10  | 2.38  | 17  | 0.39 | 1.50 | 40/579  |
| 29  | 0/7   | 2     | 8     | 5     | 500   | 1200   | 0.1       | 25.2       | 3          | 10  | 1          | 4          | 1.2        | 1.6        | 0.3           | 5.75  | 3.66 | 0.10  | 1.35  | 5   | 0.44 | 0.88 | 47/1589 |
| 30  | 0/7   | 2     | 8     | 12    | 1000  | 800    | 0.001     | 0.75       | 4/5        | 15  | 3          | 0/8        | 1.9        | 2.5        | 0.8           | 13.68 | 4.01 | 0.10  | 2.46  | 6   | 0.50 | 1.50 | 78/2636 |
| 31  | 0/7   | 2     | 2     | 3     | 1500  | 1200   | 0.1       | 1.5        | 4/5        | 10  | 3          | 0/8        | 1.9        | 1          | 0.3           | 6.35  | 3.41 | 0.10  | 0.93  | 3   | 0.50 | 0.61 | 06/1668 |
| 32  | 0/7   | 2     | 2     | 5     | 500   | 800    | 0.001     | 25.2       | 1          | 15  | 5          | 2/5        | 2.7        | 1.6        | 0.8           | 13.73 | 3.87 | 0.10  | 2.42  | 10  | 0.50 | 1.50 | 25/2616 |
| 33  | 0/7   | 2     | 2     | 12    | 1000  | 1000   | 0.01      | 0.75       | 3          | 3   | 1          | 4          | 1.2        | 2.5        | 1             | 9.33  | 3.29 | 0.10  | 2.27  | 9   | 0.50 | 1.50 | 38/600  |
| 34  | 0/7   | 2     | 2     | 3     | 1500  | 800    | 0.01      | 25.2       | 3          | 15  | 1          | 2/5        | 1.9        | 2.5        | 0.3           | 9.22  | 3.50 | 0.10  | 2.35  | 5   | 0.50 | 1.50 | 91/2667 |
| 35  | 0/7   | 2     | 2     | 5     | 500   | 1000   | 0.1       | 0.75       | 4/5        | 3   | 3          | 4          | 2.7        | 1          | 0.8           | 10.28 | 4.12 | 0.10  | 2.36  | 5   | 0.03 | 1.50 | 55/513  |
| 36  | 0/7   | 2     | 2     | 12    | 1000  | 1200   | 0.001     | 1.5        | 1          | 10  | 5          | 0/8        | 1.2        | 1.6        | 1             | 13.78 | 3.76 | 0.10  | 2.39  | 20  | 0.50 | 1.50 | 26/1970 |

## تشکر و قدردانی

نویسندگان از تمامی داوران محترم که با ارایه نظرات علمی و پیشنهادهای ارزشمند، در بهبود کیفیت این پژوهش نقش داشته‌اند، قدردانی می‌کنند.

## منابع مالی

این پژوهش بدون دریافت هیچ‌گونه حمایت مالی از نهادها یا سازمان‌های تحقیقاتی انجام شده است.

## تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ نوع تعارض منافی وجود ندارد.

## منابع

- [1] Montgomery, D. C. (1980). The economic design of control charts: A review and literature survey. *Journal of quality technology*, 12(2), 75–87. <https://doi.org/10.1080/00224065.1980.11980940>
- [2] Saniga, E. M. (1989). Economic statistical control-chart designs with an application to and r charts. *Technometrics*, 31(3), 313–320. <https://doi.org/10.1080/00401706.1989.10488554>
- [3] Woodall, W. H. (1986). Weaknesses of the economic design of control charts. *Technometrics*, 28(4), 408–409. <https://doi.org/10.1080/00401706.1986.10488171>
- [4] Aparisi, F., & and Haro, C. L. (2003). A comparison of T 2 control charts with variable sampling schemes as opposed to MEWMA chart. *International journal of production research*, 41(10), 2169–2182. <https://doi.org/10.1080/0020754031000138655>
- [5] Faraz, A., R. B., K., & and Saniga, E. (2010). Economic and economic statistical design of T 2 control chart with two adaptive sample sizes. *Journal of statistical computation and simulation*, 80(12), 1299–1316. <https://doi.org/10.1080/00949650903062574>
- [6] Seif, A., Alireza, F., & and Saniga, E. (2015). Economic statistical design of the VP control charts for monitoring a process under non-normality. *International journal of production research*, 53(14), 4218–4230. <https://doi.org/10.1080/00207543.2014.986298>
- [7] Seif, A., Alireza, F., Erwin, S., & and Heuchenne, C. (2016). A statistically adaptive sampling policy to the Hotelling's T2 control chart: Markov chain approach. *Communications in statistics-theory and methods*, 45(13), 3919–3929. <https://doi.org/10.1080/03610926.2014.911910>
- [8] Seif, A. (2018). Multi-objective genetic algorithm for economic statistical design of the T2 control chart with variable sample size: The updated markov chain approach. *Journal of testing and evaluation*, 46(3), 1209–1219. <https://doi.org/10.1520/JTE20160647>
- [9] Bai, D. S., & Lee, K. T. (1998). An economic design of variable sampling interval X control charts. *International journal of production economics*, 54(1), 57–64. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(97\)00125-4](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(97)00125-4)
- [10] Saadatmelli, A., M. Bameni, M., Asghar, S., & and Faraz, A. (2019). Economic design of  $X^-$  control charts with multiple assignable causes under Burr XII shock model. *Communications in statistics-theory and methods*, 48(3), 500–522. <https://doi.org/10.1080/03610926.2017.1414262>
- [11] Naderi, M. H., Seif, A., & Bameni Moghadam, M. (2018). Constrained optimal design of  $\bar{X}$  control chart for correlated data under weibull shock model with multiple assignable causes and taguchi loss function. *Srct-jsri*, 15(1), 1–44. <http://dx.doi.org/10.29252/jsri.15.1.1>
- [12] Abolmohammadi, M., Seif, A., Behzadi, M. H., & B. Moghadam, M. (2021). Economic statistical design of adaptive - X X control charts based on quality loss functions. *Operational research*, 21(2), 1041-1080.. <https://doi.org/10.1007/s12351-019-00467-3>
- [13] Taguchi, G., Taguchi, G., Elsayed, E. A., & Hsiang, T. C. (1989). *Quality engineering in production systems*. McGraw-Hill companies. <https://b2n.ir/tp9621>
- [14] Chou, C. Y., Liu, H. R., Huang, X. R., & Chen, C. H. (2002). Economic-statistical design of multivariate control charts using quality loss function. *The international journal of advanced manufacturing technology*, 20(12), 916–924. <https://doi.org/10.1007/s001700200215>
- [15] Serel, D. A. (2009). Economic design of EWMA control charts based on loss function. *Mathematical and computer modelling*, 49(3), 745–759. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2008.06.012>
- [16] Chiu, W. K. (1975). Economic design of attribute control charts. *Technometrics*, 17(1), 81–87. <https://doi.org/10.1080/00401706.1975.10489275>
- [17] Spiring, F. A. (1993). The reflected normal loss function. *Canadian journal of statistics*, 21(3), 321–330. <https://doi.org/10.2307/3315758>