

# پایش فرآیندهای دومرحله ای با متغیر خروجی گاما با بکارگیری الگوهای خطی تعمیم یافته و روش معکوس نورتا

امیرحسین امیری<sup>a</sup>

استادیار مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

علی عسگری<sup>b</sup>

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

محمدهادی دورودیان<sup>c</sup>

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

**چکیده** امروزه بیشتر محصولات تولیدی، در طی مراحل مختلف به هم وابسته از فرآیند به وجود می‌آیند. به دلیل وجود خاصیت آبخاری در اغلب این‌گونه از فرآیندها، پایش آن‌ها با استفاده از نمودارهای کنترلی مرسوم، باعث به وجود آمدن خطاهای غیر قابل اجتناب و تصمیم‌گیری‌های اشتباه می‌شود، یکی از نمودارهای کاربردی برای پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای، نمودار انتخاب عامل انحراف می‌باشد. این‌گونه نمودارها بیشتر برای مشخصه‌های کیفی نرمال مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این مقاله یک فرآیند دو مرحله‌ای در شرایطی که مشخصه کیفی در مرحله دوم دارای توزیع گاما است، مورد بررسی قرار گرفته است و برای پایش این فرآیند از نمودار انتخاب عامل انحراف استفاده شده است. آماره نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف، مقادیر حاصل از ترکیب روش معکوس نورتا و مدل خطی تعمیم یافته می‌باشد. برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی از شاخص متوسط طول دنباله استفاده شده و عملکرد آن با بهترین روش موجود در ادبیات مقایسه شده است. نتایج نشان دهنده عملکرد بهتر روش پیشنهادی در کشف شبیتهای کاهشی و افزایشی است.

**کلمات کلیدی** فرآیندهای چند مرحله‌ای، خاصیت آبخاری، نمودار انتخاب عامل انحراف، مدل‌های خطی تعمیم یافته، روش معکوس نورتا.

استفاده از نمودارهای کنترلی مرسوم مانند نمودارهای از نوع شوهارت، مناسب نمی‌باشد. همچنین پایش هم‌زمان مراحل مختلف این‌گونه فرآیندها با استفاده از نمودارهای کنترلی چند رسد. زیرا این‌گونه هتلینگ، مناسب به نظر نمی‌آید  $T^2$  متغیره مثل از نمودارها تنها می‌توانند حالت خارج کنترل را نشان دهند و مشخص نمی‌کنند که مشخصه کیفی کدام مرحله خارج از کنترل است [۱]. برای کنترل فرآیندهای چند مرحله‌ای رویکردهای مختلفی وجود دارد که مهمترین رویکرد آن استفاده از نمودارهای کنترلی انتخاب عامل انحراف می‌باشد که اولین بار توسط ژانگ [۲] معرفی شد و بعدها نیز خود او به بسط و گسترش آن پرداخت. لوکاس و اسکوکوی [۳] استفاده از آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی را برای کنترل EWMA مقادیر باقیمانده پیشنهاد کردند و نمودار خود را نامیدند. وید و وودال [۱]، نمودار انتخاب عامل انحراف CSC جدیدی را معرفی کردند که در آن، از حدود کنترل پیشگویی

## ۱- مقدمه

بیشتر محصولات تولیدی که امروزه تولید می‌شوند حاصل مراحل مختلفی از فرآیند هستند. نمونه واقعی از این‌گونه فرآیندها، یک خط تولید می‌باشد که در آن اجزا و قطعات چندین مرحله عملیات مختلف را قبل از مونتاژ شدن در مرحله آخر، طی می‌کنند. همان‌طور که مشخص است در این‌گونه از فرآیندها، مشخصه کیفی در هر مرحله به مشخصه‌های کیفی مراحل قبل خود نیز وابسته است و اگر در یک مرحله از فرآیند، محصول از کیفیت مناسبی برخوردار نباشد، نمی‌توان نتیجه گرفت که این کیفیت نامطلوب فقط ناشی از کیفیت نامطلوب فرآیند در مرحله جاری است بلکه ممکن است ناشی از کیفیت ضعیف مراحل قبلی باشد. به این‌گونه ارتباط که بین مشخصه کیفی هر مرحله با مشخصه‌های کیفی مراحل قبل وجود دارد، خاصیت آبخاری می‌گویند. به دلیل ارتباطی که در این‌گونه از فرآیندها، بین مراحل مختلف وجود دارد، پایش جداگانه مراحل مختلف با

<sup>a</sup> [amiri@shahed.ac.ir](mailto:amiri@shahed.ac.ir)

<sup>b</sup> [a.asgari@shahed.ac.ir](mailto:a.asgari@shahed.ac.ir)

<sup>c</sup> [doroudyan@shahed.ac.ir](mailto:doroudyan@shahed.ac.ir)

این زمینه انجام شد توسط اسکینر و همکاران [۱۴] صورت گرفت. با این فرض که مشخصه کیفی مرحله دوم از توزیع پواسن پیروی می‌کند. در این مقاله از باقیمانده‌های انحراف که یک آماره نسبت درست‌نمایی می‌باشد، جهت کنترل فرآیند استفاده شده است. در تحقیق دیگری نیز، اسکینر و همکاران [۱۵] به بررسی نمودارهای کنترل مبتنی بر الگوی خطی تعمیم یافته جهت مدل کردن چندین ورودی و چندین خروجی که رابطه آن‌ها متفاوت است، پرداخته‌اند. با این فرض که میانگین و واریانس متغیر پواسن با یکدیگر برابر نیستند. جرکاپورن و همکاران [۱۶] یک فرآیند دو مرحله‌ای را در شرایطی که مشخصه کیفی در مرحله دوم دارای توزیع گاما است را مورد بررسی قرار دادند و جهت کنترل فرآیند، آماره باقیمانده‌های انحراف که از رابطه ۱ بدست می‌آید را پیشنهاد نمودند. لازم به ذکر است که برای تشکیل این آماره از روش ماکزیمم درست‌نمایی و آزمون فرض استفاده شده است. آن‌ها برای برقراری رابطه رگرسیونی مشخصه‌های کیفی بین دو مرحله از تابع رابط لگاریتم استفاده نموده‌اند.

$$r = \text{sign}[y - \exp(x'\beta)] \left\{ 2 \ln \left( \frac{y}{\exp(x'\beta)} \right) - 1 + \frac{y}{\exp(x'\beta)} \right\}^{1/2} \quad (1)$$

و حدود کنترل  $\bar{r} \pm k\sqrt{\text{var}(r_j)}$ ،  $\bar{r}$  برای آماره پیشنهادی در رابطه ۱ تعریف شده است.

در این مقاله یک فرآیند دو مرحله‌ای مد نظر قرار گرفته که مشخصه کیفی مرحله دوم از توزیع گاما پیروی می‌کند. ضمناً فرض می‌شود که پارامترها معلوم و در فاز ۲ نمودارهای کنترل هستیم. برای کنترل این مشخصه کیفی یک نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف پیشنهاد شده که آماره مرتبط با آن حاصل از ترکیب روش معکوس نورتا [۲۱] و مدل خطی تعمیم یافته می‌باشد. عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از شاخص متوسط طول دنباله با عملکرد روش پیشنهادی جرکاپورن و همکاران [۱۶] مقایسه شده است. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش بعدی به تشریح مسئله مورد نظر پرداخته شده است و تابع رابط مورد استفاده معرفی شده است. در بخش سوم روش پیشنهادی ارائه گردیده است. در بخش چهارم به مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با روش ارائه شده توسط جرکاپورن و همکاران [۱۶] پرداخته شده است و در بخش نهایی نیز نتیجه گیری ارائه شده است.

## ۲- تشریح مساله

استفاده شده است. آن‌ها نشان دادند که حدود کنترل پیشگویی در شیفتهایی که در  $E(Y|X)$  رخ می‌دهد بهتر از حدود کنترل ژانگ [۲] عمل می‌کند. هاوکینز [۹] و [۱۰] نمودارهای مبتنی بر تعدیل رگرسیون را ارائه نمود، که شبیه به نمودار انتخاب عامل انحراف می‌باشد. هاوکینز [۴] ابتدا نمودارهای تعدیل رگرسیونی را برای پایش مشخصه‌های کیفی چند متغیره ارائه نمود. با این فرض که این متغیرها به هم وابسته‌اند ولی در آن‌ها خاصیت آشاری وجود ندارد. سپس این نمودار را برای متغیرهایی که در آن‌ها خاصیت آشاری وجود دارد، توسعه داد [۵]. هاک و همکاران [۶] مدل هاوکینز [۴] را با این فرض که در هر مرحله از فرآیند چندین مشخصه کیفی وجود دارد، توسعه دادند. تی‌سانگ و همکاران [۷] یک فرآیند دو مرحله‌ای را که در آن مشخصه کیفی در مرحله دوم تابعی از چندین مشخصه کیفی در مرحله اول می‌باشد را با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترهای مدل مورد بررسی قرار دادند. تی‌سانگ و همکاران [۸] به بررسی اثر تخمین خطا بر روی نمودارهای انتخاب عامل انحراف پرداختند و نشان دادند که نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف با حدود پیشگویی، عملکرد بهتری نسبت به حدود کنترل ژانگ [۲] از خود نشان می‌دهد. سولک و همکاران [۹] از نمودار انتخاب عامل انحراف برای کنترل یک فرآیند خدمت دهی که در آن خاصیت آشاری دیده می‌شود، استفاده کردند. همچنین تی‌سانگ و همکاران [۱۰] نیز به بررسی و کنترل یک فرآیند چند مرحله‌ای خدمت دهی پرداختند. اسدزاده و همکاران [۱۱] فرض کردند، در داده‌های گذشته‌ای که به منظور برازش رابطه رگرسیونی از آن‌ها استفاده می‌شود، داده‌های دورافتاده نیز وجود دارد. آن‌ها برای برازش رابطه رگرسیونی از تکنیک‌های استوار برای تخمین پارامترها استفاده نمودند و نمودارهای انتخاب عامل انحراف را برای کنترل فرآیند در این شرایط، پیشنهاد کردند. اسدزاده و همکاران [۱۲] برای برقراری رابطه رگرسیونی و تخمین پارامترها از تکنیک استوار دیگری، استفاده نمودند و با مقایسات به عمل آمده نشان دادند که روش پیشنهادیشان عملکرد بهتری در هنگام وجود داده‌های دورافتاده دارد. همچنین اسدزاده و همکاران [۱۳] مرور ادبیاتی در زمینه نمودارهای انتخاب عامل انحراف و نمودارهای مبتنی بر مدل انجام داده‌اند.

در بسیاری از مطالعات انجام شده در زمینه فرآیندهای چند مرحله‌ای از جمله مقالات اشاره شده، فرض نرمال بودن مشخصه‌های کیفی وجود دارد. اما همیشه در عمل این‌طور نیست و مشخصه‌های کیفی هر یک از مراحل ممکن است از توزیعی غیر از توزیع نرمال پیروی کنند. یکی از تحقیقاتی که در

به اینکه پارامتر شکل ( $K$ ) در توزیع مشخصه کیفی مرحله دوم ثابت و معلوم فرض می‌شود، پارامتر مقیاس در توزیع مشخصه کیفی مرحله دوم از رابطه ۳ به دست می‌آید.

$$\lambda = \frac{\mu_y}{K} = \frac{\exp(X'\beta)}{K} \quad (3)$$

بنابراین مشخصه کیفی مرحله دوم ( $y$ ) دارای توزیع گاما به صورت رابطه ۴ می‌باشد.

$$y \sim \text{Gamma}(K, \lambda), \quad (4)$$

### ۳- روش پیشنهادی

روش پیشنهادی به اینصورت است که ابتدا برای هر یک از مشاهدات موجود مشخصه کیفی مرحله اول ( $X$ )، میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم ( $\mu_y$ ) را با استفاده از رابطه ۲ بدست می‌آوریم. و بعد از این که نمونه‌گیری برای مشخصه کیفی مرحله دوم انجام شد. مشخصه کیفی مرحله دوم را با استفاده از ترکیب روش معکوس نورتا [۱۷] و مدل‌های خطی تعمیم یافته بگونه‌ای تغییر فرم می‌دهیم که متغیرهای تغییر فرم یافته جدید دارای توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. ضمن این که مشخصه کیفی تغییر فرم یافته مرحله دوم از مشخصه کیفی مرحله اول مستقل می‌شود. بنابراین می‌توان مشخصه کیفی تغییر فرم یافته مرحله دوم را به وسیله نمودارهای کنترل تک متغیره مثل EWMA پایش نمود.

یکی از رویکردهای موجود در پایش مشخصه‌های کیفی غیر نرمال اعمال یک تابع تبدیل به روی این مشخصه‌هاست بگونه‌ای که متغیر جدید با تقریب خوبی دارای توزیع نرمال باشد. سپس می‌توان از تکنیک‌های گسترده موجود برای متغیرهای نرمال استفاده نمود. از جمله این توابع تبدیل می‌توان به تابع آرکسینوس [۱۸]، روش ریشه دوم [۱۹]، روش کوسینوس [۲۰] و معکوس نورتا [۱۷] اشاره نمود. نیایکی و عباسی [۱۷] نشان دادند که روش معکوس نورتا نسبت به سایر روش‌ها بهتر عمل می‌کند. براساس روش معکوس نورتا به منظور تبدیل متغیر  $y$  با تابع توزیع تجمعی  $F_y$  به متغیر جدید  $y'$  با توزیع نرمال از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$y' = \Phi^{-1}(F_y(y)) \quad (5)$$

که  $\Phi^{-1}(\cdot)$  نشان دهنده معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد تک متغیره است. براساس تبدیل  $\Phi^{-1}(F_y(y))$  متغیر  $y'$  دارای توزیع نرمال استاندارد است.

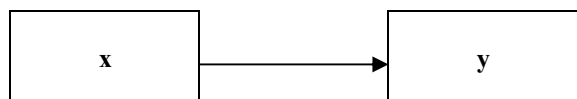
فرض کنید که یک فرآیند دو مرحله‌ای به هم وابسته به صورت شکل ۱ وجود دارد که تغییر در پارامتر میانگین مشخصه کیفی مرحله اول بر مشخصه کیفی مرحله دوم اثرگذار است که این نشان دهنده وجود خاصیت آبخاری در این فرآیند می‌باشد. مشخصه کیفی مرحله اول ( $X$ ) دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص می‌باشد و مشخصه کیفی مرحله دوم ( $y$ ) این فرآیند نیز از توزیع گاما پیروی می‌کند و پارامتر میانگین آن نیز با استفاده از مدل خطی تعمیم یافته به صورت تابع رابط رگرسیونی از مشخصه کیفی مرحله اول بدست می‌آید. در ادامه نحوه برآزش مدل خطی تعمیم یافته بر داده‌های در دسترس  $X$  و  $y$  به منظور تخمین رابطه رگرسیونی بین این دو مشخصه کیفی توضیح داده شده است.

از آنجایی که مشخصه کیفی در مرحله دوم که نقش متغیر خروجی را دارد، دارای توزیع گاما می‌باشد، نمی‌توان از روش حداقل مربعات برای تخمین رابطه بین دو متغیر پاسخ و متغیر مستقل (پیش بینی کننده) استفاده نمود و بایستی از مدل‌های خطی تعمیم یافته استفاده کرد.

مدل‌های خطی تعمیم یافته برای مواقعی که متغیرها از خانواده توزیع‌های نمایی هستند، کاربرد فراوانی دارد. این خانواده نیز شامل توزیع‌های نرمال، دو جمله‌ای، پواسون، نمایی و گاما می‌باشند. هر یک از متغیرهای پاسخ که از یکی از توزیع‌های ذکر شده پیروی کند، دارای تابع رابطه مخصوص به خود می‌باشد. این توابع رابط در واقع پارامتر میانگین توزیع متغیرهای پاسخ را به صورتی با متغیرهای ورودی مرتبط می‌کنند. ما در این مقاله تابع رابط لگاریتم (رابطه ۲) را برای برقراری رابطه بین میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم ( $\mu_y$ ) و مشخصه کیفی مرحله اول ( $X$ ) در نظر گرفتیم.

$$\log(\mu_y) = X'\beta, \quad (2)$$

در رابطه ۲،  $X'$  ماتریس داده‌های مربوط به مشخصه کیفی مرحله اول به صورت  $X' = (\mathbf{1}, \mathbf{x})$  می‌باشد که  $\mathbf{1}$  و  $\mathbf{x}$  به ترتیب بردار یکه و بردار مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول است.  $\beta$  بردار ضرایب رگرسیون GLM است که مشخصه کیفی مرحله دوم را به مشخصه کیفی مرحله اول مرتبط می‌سازد و مقادیر آن در فاز ۱ تخمین زده می‌شود و در فاز ۲ معلوم فرض می‌شود. با توجه

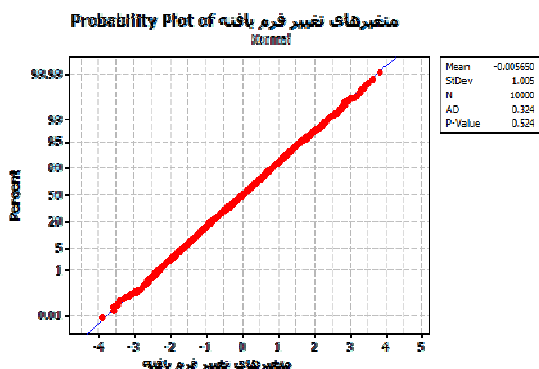


شکل ۱: شمای کلی فرآیند دو مرحله‌ای

استفاده از تابع رابط به مشخصه کیفی مرحله اول مرتبط می‌شود. در این مثال تابع رابط لگاریتم به عنوان تابع رابط فرایند در نظر گرفته شده است. یکی از نمودارهای پر کاربرد در این شرایط، نمودارهای کنترل انتخاب عامل انحراف می‌باشند. در نمودارهای انتخاب عامل انحراف مشخصه کیفی مورد پایش (مشخصه کیفی مرحله دوم) به گونه‌ای از متغیرهای ورودی فرآیند (مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول) مستقل می‌شوند تا بتوان تصمیم‌گیری بهتری را در هنگام وجود انحرافات بادلایل اتخاذ نمود.

در این مثال مشخصه کیفی مرحله اول (X) از توزیع نرمال با میانگین ۳ و انحراف معیار ۱ پیروی می‌کند. همچنین مقادیر پارامترهای تابع رابط  $\beta_0$  و  $\beta_1$  به ترتیب ۰/۵ و ۰/۵ می‌باشد. ضمن این که پارامتر شکل توزیع مشخصه کیفی مرحله دوم برابر ۳ می‌باشد.

به منظور شبیه سازی فرایند ابتدا مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول به صورت تصادفی بر اساس توزیع نرمال با پارامترهای ذکر شده تولید می‌شود. سپس مقادیر پارامتر میانگین و به تبع آن پارامتر مقیاس مشخصه کیفی مرحله دوم به ترتیب از روابط ۲ و ۳ محاسبه می‌شود و مقادیر مشخصه کیفی مرحله دوم به ازای مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول، بنابر توزیع گاما همانند رابطه ۴ با پارامترهای بدست آمده، به صورت تصادفی تولید می‌شود. همچنین به منظور بررسی نرمال بودن متغیرهای تغییر فرم یافته مشخصه کیفی مرحله دوم تعداد ۱۰۰۰۰ مشاهده شبیه سازی شده و بعد از تغییر فرم، آزمون نرمال بودن بر روی آن‌ها در نرم افزار Minitab نشان می‌دهد که این متغیرها از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. نتایج بدست آمده در شکل ۲ مشاهده می‌شود.



شکل ۲: نتیجه آزمون نرمال بودن متغیرهای تغییر فرم یافته

در روش پیشنهادی ابتدا به ازای هر یک از مشاهدات موجود مشخصه کیفی مرحله اول (X)، میانگین ( $\mu_Y$ ) و به تبع آن پارامتر مقیاس ( $\lambda$ ) توزیع مشخصه کیفی مرحله دوم را به ترتیب و با استفاده از روابط ۲ و ۳ بدست می‌آوریم. سپس احتمال جمعیتی مشاهدات مشخصه کیفی مرحله دوم مرتبط با آن را بر اساس توزیع گاما موجود در رابطه ۴ با پارامترهای به دست آمده، محاسبه می‌کنیم. معکوس تابع توزیع جمعیتی نرمال استاندارد احتمال بدست آمده متغیر تغییر فرم یافته از مشخصه کیفی مرحله دوم می‌باشد که دارای توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. با توجه به این که احتمالات جمعیتی مشاهدات مشخصه کیفی مرحله دوم، براساس اثر مشخصه کیفی مرحله اول بر میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم، محاسبه شده‌اند، مقادیر احتمالات بدست آمده مستقل از مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول می‌باشد و فقط دارای اثر مشخصه کیفی مرحله دوم می‌باشند. بنابراین مقادیر معکوس این احتمالات از توزیع نرمال استاندارد بوده و مستقل از مرحله اول می‌باشد و فقط به مشخصه کیفی مرحله دوم وابسته است. در نتیجه پیشنهاد می‌شود مقادیر تغییر فرم یافته از مشخصه کیفی مرحله دوم با استفاده از نمودار کنترل تک متغیره EWMA، کنترل شود.

لازم به ذکر است که متغیرهای تغییر فرم یافته مشخصه کیفی مرحله دوم دارای توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس یک می‌باشند. بنابراین، به منظور کنترل فرایند با نمودار EWMA می‌توان با تعیین میزان خطای نوع اول و ضریب هموارسازی مورد نظر حدود کنترلی را بدون نیاز به شبیه سازی و به کمک زنجیره مارکوف به دست آورد. به عنوان مثال حدود کنترل  $\pm 0.8785$  برای خطای نوع اول مورد نظر ۰/۰۵ و ضریب هموارسازی ۰/۲.

#### ۴- بررسی عملکرد روش پیشنهادی

##### ۴-۱- تشریح مثال

در یک سیستم تولیدی، یک فرآیند دو مرحله‌ای به هم وابسته وجود دارد که هر یک از مراحل دارای یک مشخصه کیفی می‌باشند. مشخصه کیفی مرحله اول این فرآیند دارای توزیع نرمال و مشخصه کیفی مرحله دوم نیز از توزیع گاما پیروی می‌کند. در این فرآیند اگر پارامتر توزیع مشخصه کیفی مرحله اول تغییر کند، این تغییر بر مشخصه کیفی مرحله دوم اثرگذار است و بنابراین خاصیت آشناری در این فرآیند وجود دارد. بنابر خاصیت آشناری، پارامتر میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم با

جدول ۱: نتایج شبیه سازی تحت شیفت  $\beta_0 \pm \lambda$

$\beta_0 + \lambda$			$\beta_0 - \lambda$		
متوسط طول دنباله			متوسط طول دنباله		
$\lambda$	نمودار $\Gamma$	روش پیشنهادی	$\lambda$	نمودار $\Gamma$	روش پیشنهادی
۰	۲۰۰/۴۱	۱۹۹/۵۴	۰	۲۰۰/۴۰	۱۹۹/۵۴
۰/۱	۱۳۵/۴۸	۱۰۰/۲۲	۰/۳	۱۷۰/۷۲	۳۴/۳۹
۰/۱۵	۱۰۳/۹۱	۶۳/۴۷	۰/۴	۱۰۹/۴۷	۲۱/۱۷۱
۰/۲	۷۸/۰۲	۴۱/۶۵	۰/۵	۶۶/۵۸	۱۴/۰۲
۰/۲۵	۶۰/۱۴	۲۹/۶۰	۰/۷	۴۰/۹۷	۸/۰۷
۰/۳	۴۶/۸۵	۲۱/۵۳	۰/۹	۲۵/۸۶	۵/۷۰
۰/۴	۲۷/۸۶	۱۳/۲۲	۱/۲	۱۰/۰۷	۴/۰۱
۰/۵	۱۷/۵۴	۹/۰۲	۱/۵	۶/۷۲	۳/۱۴
۰/۶	۱۱/۴۹	۶/۸۷	۱/۷۵	۳/۵۹	۲/۷۵
۰/۸	۵/۸۸	۴/۵۳	۲	۲/۵۲	۲/۴۵
۱	۳/۵۰	۲/۴۳	۲/۲۵	۲/۰۷	۲/۲۱
۱/۳	۲/۰۸	۲/۰۸	۲/۵	۱/۶۱	۲/۰۶
۱/۵	۱/۶۴	۲/۰۳			
۲	۱/۱۸	۱/۴۶			

#### ۴-۲-۲- شیفت در پارامتر $\beta_1$

در این زیر بخش به مقایسه دو نمودار مذکور تحت اندازه شیفت‌های مختلف در پارامتر  $\beta_1$  پرداخته می‌شود. به عبارت دیگر عملکرد دو نمودار زمانی که  $\beta_1$  به  $\beta_1 \pm \gamma$  تغییر کند مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج شبیه سازی برای شیفت‌های افزایشی و کاهششی در پارامتر  $\beta_1$  به ترتیب در جدول ۲ آورده شده است. همان‌طور که از نتایج جدول ۲ مشخص است، روش پیشنهادی دارای عملکرد بسیار بهتری نسبت به نمودار کنترل  $\Gamma$  در کشف شیفت‌های افزایشی و کاهششی است.

#### ۴-۲-۳- بررسی شیفت‌های ایجاد شده در $E(X)$

هدف اصلی نمودارهای انتخاب عامل انحراف جدا نمودن اثر مراحل قبل از مرحله جاری فرآیند می‌باشد. برای رسیدن به این هدف سعی می‌شود به گونه‌ای اثر مشخصه‌های کیفی مراحل قبل از مشخصه‌های کیفی مرحله آخر حذف شود. برای بررسی این‌که آیا مشخصه کیفی مرحله دوم که توسط نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف مورد پایش قرار می‌گیرد مستقل از مرحله قبل است یا خیر باید شیفتی که در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول یعنی  $X$  ایجاد می‌شود تأثیر محسوسی بر شاخص متوسط طول دنباله نمودار کنترلی انتخاب عامل انحراف نگذارد. به همین منظور در این بخش شیفت‌های افزایشی و کاهششی در  $E(X)$  ایجاد شده است که نتایج آن در جدول ۳ آورده شده است. این شیفت‌ها به صورتی است که بر اساس آن  $E(X)$  به  $E(X) \pm \gamma$  تغییر می‌یابد. همان‌طور که از نتایج مشخص است، نمودار انتخاب عامل انحراف در هر دو روش به شیفت‌های افزایشی و کاهششی در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول حساس نیست و این تغییرات کوچک در مقادیر متوسط طول دنباله به دلیل خطای شبیه سازی می‌باشد. با توجه به نتایجی که بدست آمد، روش پیشنهادی عملکرد بسیار بهتری در کشف شیفت‌های کاهششی و افزایششی نسبت به نمودار کنترل  $\Gamma$  دارد و بهتر است در این شرایط از نمودار کنترلی پیشنهادی به جای نمودار کنترل  $\Gamma$  جهت کشف سریعتر شیفت استفاده نمود

#### ۴-۲-۴- مقایسه عملکرد دو روش بوسیله شاخص

##### متوسط طول دنباله

برای مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با روش جرکپاپورن و همکاران [۱۶] حدود کنترل دو روش به گونه‌ای تعیین می‌شود که متوسط طول دنباله تحت کنترل آن‌ها برابر ۲۰۰ شوند و عملکرد دو روش بر اساس معیار متوسط طول دنباله خارج از کنترل مقایسه می‌شوند. نتایج شبیه سازی‌ها بر اساس ۱۰۰۰۰ بار تکرار به دست آمده است. بعد از تعیین حدود کنترل آماره پیشنهادی و آماره جرکپاپورن و همکاران [۱۶]، سه نوع شیفت به منظور بررسی عملکرد آن‌ها در نظر گرفته شده است که در ادامه هر یک مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

#### ۴-۲-۱- شیفت در پارامتر $\beta_0$

در این زیر بخش به مقایسه عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی و نمودار کنترل جرکپاپورن و همکاران [۱۶] تحت اندازه شیفت‌های مختلف در پارامتر  $\beta_0$  پرداخته می‌شود. به عبارت دیگر عملکرد نمودار زمانی که  $\beta_0$  به  $\beta_0 \pm \lambda$  تغییر کند مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج این شبیه سازی برای شیفت‌های افزایشی و کاهششی به ترتیب در جدول ۱ نشان داده شده است. همچنین لازم به ذکر است که نمودار کنترل جرکپاپورن و همکاران [۱۶]

بدست آوردن آماره کنترلی و همچنین حدود کنترلی بسیار کمتر و ساده‌تر از روش پیشنهادی جرکاپورن و همکاران [۱۶] می‌باشد.

مراجع

[1] Wade, M.R., & Woodall, W.H., (1993). *A review and analysis of cause-selecting control charts*, journal of Quality Technology, 25(3), 161-169.

[2] Zhang, G.X., (1984). *A new type of control charts and theory of diagnosis with control charts*, World Quality Congress Transactions. American Society for Quality Control. 175-185.

[3] Lucas, J.M. & Saccucci, M.S., (1990). *Exponentially weighted movingaverage control schemes: properties and enhancements*. Technometrics, 32(1), 1-29.

[4] Hawkins, D.M., (1991). *Multivariate Quality Control Based on Regression Adjusted Variables*, Technometrics, 33(1), 61-75.

[5] Hawkins, D.M., (1993). *Regression adjustment for variables in multivariate quality control*, Journal of quality Technology, 25(3), 170-182.

[6] Hauck, D.J., Runger, G.C., & Montgomery, D.C., (1999). *Multivariate statistical process monitoring and diagnosis with grouped regression-adjusted variables*, Communications in Statistics, Simulation and Computation, 28(2), 309-328.

[7] Shu, L., Tsung, F., & Kapur, K.C., (2004). *Design of multiple cause-selecting charts for multistage processes with model uncertainty*, Quality Engineering, 16(3), 437-450.

[8] Shu, L., Tsung, F., & Tsui, K.L., (2005). *Effect of estimation errors on cause-selecting charts*, IIE Transactions, 37(6), 559-567.

[9] Sulek, J.M., Marucheck, A., & Lind, M.R., (2006). *Measuring performance in multistage service operations: an application of cause selecting control charts*, Journal of Operation Management, 24(5), 711-727.

[10] Tsung, F., Li, Y., & Jin, M., (2008). *Statistical process control for multistage manufacturing and service operations: a review and some extensions*, International Journal of Services Operations and Informatics, 3(2), 191-204.

[11] Asadzade, Sh., & Aghaie, A., (2009). *Cause selecting control charts based on Huber's M-estimator*, International Journal Advance Manufacturing Technology, 45(3-4), 341-351.

جدول ۲: نتایج شبیه سازی تحت شیفت  $\beta_1 \pm \gamma$

$\beta_1 + \gamma$		$\beta_1 - \gamma$			
متوسط طول دنباله		متوسط طول دنباله			
$\gamma$	نمودار $\Gamma$	روش پیشنهادی	روش نمودار $\Gamma$		
۰	۲۰۰/۴۰	۱۹۹/۵۴	۰	۲۰۰/۴۰	۱۹۹/۵۴
۰/۱	۱۷۰/۷۲	۲۰/۹۹	۰/۱	۱۷۱/۱۰	۳۴/۱۱
۰/۲	۱۰۹/۴۷	۶/۷۳	۰/۲	۱۱۳/۴۷	۱۰/۲۸
۰/۳	۶۶/۵۸	۳/۸۴	۰/۳	۶۶/۳۰	۵/۷۵
۰/۴	۴۰/۹۷	۲/۶۷	۰/۴	۴۰/۷۴	۴/۰۸
۰/۵	۲۵/۸۶	۲/۰۷	۰/۵	۲۷/۷۰	۳/۲۵
۰/۸	۱۰/۰۷	۱/۳۶	۰/۷	۱۳/۲۵	۲/۴۶
۱	۶/۷۲	۱/۲۰	۱	۶/۸۵	۱/۹۷
۱/۵	۳/۵۹	۱/۰۶	۱/۵	۳/۵۹	۱/۴۷
۲	۲/۵۲	۱/۰۳	۲	۲/۵۲	۱/۲۲
۲/۵	۲/۰۷	۱/۰۲	۲/۵	۲/۰۳	۱/۱۱
۳	۱/۷۷	۱/۰۱	۳	۱/۸۰	۱/۰۷

جدول ۳: نتایج شبیه سازی برای شیفت  $E(X) \pm v$

$E(X) + v$		$E(X) - v$			
متوسط طول دنباله		متوسط طول دنباله			
$v$	نمودار $\Gamma$	روش پیشنهادی	روش نمودار $\Gamma$		
۰	۲۰۰/۴۰	۲۰۰/۵۴	۰	۲۰۰/۴۰	۲۰۰/۵۴
۰/۱	۲۰۱/۸۴	۱۹۸/۹۵	۰/۱	۲۰۰/۰۲	۲۰۰/۳۲
۰/۳	۱۹۹/۲۵	۲۰۰/۴۹	۰/۳	۲۰۳/۵۱	۱۹۸/۸۴
۰/۵	۲۰۳/۳۶	۲۰۰/۷۲	۰/۵	۲۰۰/۳۳	۱۹۸/۷۱
۱	۱۹۶/۹۱	۲۰۰/۰۵	۱	۲۰۱/۴۰	۲۰۲/۲۸
۱/۵	۲۰۱/۱۸	۲۰۱/۰۹	۱/۵	۱۹۹/۷۷	۲۰۱/۳۶
۲	۱۹۹/۵۰	۱۹۹/۶۱	۲	۲۰۱/۳۸	۲۰۰/۴۱

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، یک نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف در یک فرآیند دو مرحله‌ای در شرایطی که مشخصه کیفی مرحله دوم به صورت گاما می‌باشد، پیشنهاد شد به صورتی که آماره نمودار کنترل جهت پایش مشخصه کیفی مرحله دوم حاصل از ترکیب روش معکوس نورتا و الگوهای خطی تعمیم یافته می‌باشد. عملکرد نمودار کنترلی پیشنهادی با استفاده از شبیه سازی و مقایسه متوسط طول دنباله با روش پیشنهادی جرکاپورن و همکاران [۱۶] مقایسه گردید. نتایج نشان داد که روش پیشنهادی در کشف شیفت‌های کاهشی و افزایشی، عملکرد بسیار بهتری دارد، ضمن این‌که محاسبات مورد نیاز جهت

- [16] Jearkpaporn, D., Montgomery, D.C., Runger, G.C., & Borror, C.M., (2003). *Process monitoring for correlated gamma-distributed data using generalized-linear model-based control chart*, Quality and Reliability Engineering International, 19(6), 477-491.
- [17] Niaki, STA, Abbasi, B., (2009). *Monitoring multi-attribute processes based on NORTA inverse transformed vectors*, Communication in Statistics – Theory and Methods, 38(7), 964-979.
- [18] Anscombe, FJ, (1948). *The transformation of poisson, binominal, and negative binominal data*, Biometrika, 35(3-4), 246-254.
- [19] Ryan, TP., (1989). *Statistical Methods for Quality Improvement*. John Wiley & Sons: New York.
- [20] Quesenberry, CP., (1997). *SPC methods for quality improvement*. John Wiely & Sons: New York.
- [12] Asadzade, Sh., Aghaie, A., & Shahriari, H., (2009). *Monitoring dependent process steps using robust cause-selecting control charts*, Quality and Reliability Engineering International, 25(7), 851-874.
- [13] Asadzade, Sh., Aghaie, A., & Yang, S.F., (2008). *Monitoring and diagnosing multistage processes: A review of cause selecting control charts*, Journal of Industrial and Systems Engineering, 2(3), 214-235.
- [14] Skinner, K.R., Montgomery, D.C., & Runger, G.C., (2003). *process monitoring for multiple count data using generalizd-linear model-based control charts*, International Journal of Production Research, 41(6), 1167-1180.
- [15] Skinner, K.R., Montgomery, D.C., & Runger, G.C., (2004). *Generalized-linear model-based control charts for discrete semiconductor process data*, Quality and Reliability Engineering Internatinal, 20(8), 777-786