تعیین سهم مولفه‌های ناهمبسته تغییرپذیری کیفیت محصولات با استفاده از تابع عملکردی غیرخطی برای اجزاء متشکله

امیربهادرامیرحسینی*
دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب
صدیق رئیسی
عهده دار مکاتبات، دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب

چکیده پراکندگی دشمن کیفیت و جزء ذاتی و لاینفک محصولات تولیدی است از این رو شناسائی مولفه‌های بحرانی و سهم آنها در کل تغییرات یک وظیفه مهم مهندسی به حساب می‌آید و سنجش آن در حالت کلی بدون پیش فرض‌های بسیار محدودکننده رایج، از پیچیدگی‌های زیادی برخوردار است. مقاله حاضر در ارائه راه‌کار نظام یافته‌ای است که بتواند در یک سیستم پیچیده، سهم هر جزء را در تغییرپذیری کل، متناسب با نوع مکانیزم اثرگذاری اجزا شناسائی کند. شاخص معرفی شده در این تحقیق میزان سهم مشارکت اجزاء را تعیین می‌کند و می‌تواند به عنوان سنجش درجه بحرانی بودن اجزاء متشکله یک سیستم به کار گرفته شود. به کارگیری روش پیشنهادی در این مقاله نیازمند هیچ‌گونه پیش‌فرضی در خصوص خطی بودن تابع عملکردی اجزا و یا نرمال بودن توزیع آماری مشخصه‌های کیفی نمی‌باشد و تحلیل تمام سیستم‌ها با اجزا ناهمبسته را شامل می‌شود. راه کار پیشنهادی می‌تواند به عنوان یک ابزار قوی در فاز تحلیل شش سیگما و شش سیگمای ناب مورد استفاده قرارگیرد و به کمک آن می‌توان نسبت به اولویت دهی و سیاستگذاری استفاده از منابع در جهت کاهش پراکندگی‌های فرآیند اقدام کرد. برای درک بیشتر جزئیات روش پیشنهادی، دو مثال شناخته شده در مهندسی صنایع تشریح شده است.

کلمات کلیدی مهندسی کیفیت، تغییرپذیری، مولفه‌های بحرانی کیفیت، تخصیص تلرانس، شش سیگما

۱- مقدمه

افزایش رقابت در صنعت منجر به اتخاذ برنامه‌های کاهش هزینه در طراحی، ساخت و مونتاژ محصولات شده است. امروزه تولید محصولات مونتاژی با دقت بالا و هزینه پایین‌تر یک ضرورت محسوب می‌شود. مهندسان کیفیت معتقدند تولید با کیفیت بالا مستلزم کنترل تغییرپذیری‌ها است [۱]. از این رو تغییرپذیری که جزء ذاتی و لاینفک محصولات تولیدی (اعم از تولیدکالا و یا خدمات) است، دشمن شناخته شده کیفیت محسوب می‌شود. در این میان مهندسان طراح از منظر دیگری به این موضوع توجه می‌کنند و معتقدند تولید دقیق (با تغییرپذیری کوچک) نیازمند توجه عمیق‌تر به رعایت تلرانس اجزاء منفصله است. در هر صورت آنچه که مسلم است این است که تمامی تصمیم‌ها در خصوص کوچک کردن تلرانس‌ها و یا کاهش تغییرپذیری‌ها قطعاً بر روی هزینه تولید محصولات اثر قابل توجهی می‌گذارد. محققین بر این باورند که چگونگی طراحی اجزاء محصول بر هزینه‌های تولید تاثیر زیادی دارند و خطاهایی که در مراحل نخستین طراحی ایجاد می‌شود در بیش از ۷۰٪ از اجزاء هزینه‌های تولید، اثر گذار بوده و سبب افزایش آنها خواهد شد [۱]. همچنین نشان داده شده است که چگونه می‌توان با کاهش تغییرپذیری در فرآیند تولید یک محصول، پایایی و توان تولید را نیز افزایش داد [۲]. بنابراین، ضرورت دارد تا در طراحی مکانیزم‌ها و سیستم‌ها نهایت دقت لازم به عمل‌آید و طراحی تلرانس با بهره‌گیری از روش‌های بهینه‌سازی مهندسی و با هدف کمینه‌کردن هزینه‌ها و تابع زیان کیفی دنبال شود. هرچند روش پیشنهادی یا نوآوری این

تاریخ دریافت:۱۳۹۳/۹/۱۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۰/۴

*(Corresponding author) St_ab_amirhosseini@azad.ac.ir

تحقیق، منحصر به فاز طراحی سیستم نبوده و معطوف به ارائه روش بهبود عملکرد سیستم در فاز بهره‌برداری است. لیکن می‌تواند در مرحله طراحی سیستم نیز به کارگرفته شود. هدف اصلی مقاله حاضر ارائه ابزار محاسباتی مناسب در فاز تحلیل برای متدولوژی DMAIC[۱] در شش سیگما است و در قالب این روش ابزار تحلیلی نوینی به منظور تعیین اوزان اجزاء تشکیل‌دهنده یک سیستم ارائه خواهد شد. این اوزان سهم مشارکت اجزاء در توصیف کیفیت هر محصول را مشخص می‌کند و از آن می‌توان سیاست‌های عملیاتی و برنامه‌های توسعه بهبود کیفیت سیستم را به صورت نظام یافته دنبال‌کرد. این روش می‌تواند در مکانیزم‌های مونتاژی مورد استفاده قرار گیرد و یا آنکه آن را برای هر نوع سیستم اعم از تولیدی، خدماتی و یا حتی مدل‌های مفهومی متشکل از اجزاء با آرایش‌های گوناگون نیز می‌توان به کار گرفت. باید توجه داشت که سهم مشارکت اجزاء در تغییرپذیری کل سیستم همواره یک رابطه خطی نیست که به اشتباه رایج آن را با تسهیم به نسبت خطی محاسبه کرد [۳]. از این رو در این تحقیق به معادله عملکردی اجزاء با کل سیستم، توابع چگالی احتمال مشخصه‌های کیفی و روش‌های تحلیل تلرانس توجه ویژه شده است.

با توجه به اینکه در حقیقت تلرانس، دامنه مجاز برای تغییرات یک مشخصه‌کیفی در مرحله طراحی محسوب می‌شود و منظور از تعیین تلرانس ابعادی، محدود کردن دامنه تغییرات آن مشخصه در مرحله تولید به گونه‌ای است که لطمه‌ای به وظایف عملکردی محصول وارد نسازد [۴]. طبیعی است مقدار تغییر مطلوب صفر است ولی به لحاظ عملیاتی، این امر نه شدنی است و نه از نظر اقتصادی قابل قبول است. دلیل این امر نوسانات مواد اولیه، اثرات گوناگون فرآیندی، محدودیت دقت ماشین آلات و نظایر آنها است. هدف تحلیل تلرانس علمی، مدل‌سازی رابطه میان تغییرات مجاز، هزینه‌های تولید و کیفیت محصول است. در این دیدگاه می‌توان از مدل‌های پخشودگی و تحلیل پراش بهره گرفت.

روش‌های تحلیل تلرانس همچنین می‌تواند در بهبود کیفیت محصولات تولیدی، کاهش هزینه‌های ساخت، کاهش دور ریز محصولات تولیدی، سازگاری بیشتر محصولات با محیط زیست، کاهش مرجوعات مشتریان مورد استفاده قرارگیرد.

در تحلیل تلرانس همه اجزا شناخته شده یا تعیین شده هستند و نتایج انحرافات مجموعه مونتاژی مشاهده می‌شوند، اما در عملیات تخصیص، اندازه تغییرات مجاز اجزا برای رسیدن به نیازمندی‌های تغییرات مجموعه مونتاژی ناشناخته بوده و به وسیله نیازمندی‌های طراحی شناخته می‌شوند تا تلرانس مجموعه مونتاژی به طور منطقی بین اجزا توزیع یا تخصیص یابند[۵]. تخصیص مناسب تلرانس‌ها میان قطعات گوناگون، ابزاری اساسی برای اطمینان از عملکرد صحیح محصول با هزینه پایین‌تر است. بنابراین، طراحان محصول برای اطمینان از کارکرد مناسب می‌بایست از تحلیل تلرانس استفاده کنند [۶]. تجزیه و تحلیل تغییرات مجاز عامل مهم و کلیدی در بهبود کیفیت محصول محسوب می‌شود و برای انجام آن پژوهش‌های فراوانی در زمینه توسعه تحلیل تلرانس انجام شده است. در این میان روش تحلیل تلرانس آماری، با بهره گیری از خصلت‌های ویژه و اساسی متغیرهای تصادفی به مطالعه تغییرات مجاز اجزاء متشکله یک سیستم مونتاژی می‌پردازد تا برآیند تغییرات کل در محدوده مورد انتظار قرار گیرد [۷].

در مطالعات تلرانس، معادله عملکردی نقش مهمی را بر عهده دارد. این معادله نحوه ارتباط میان تلرانس اجزاء (متغیرهای ورودی) و تلرانس محصول (متغیر خروجی) را مشخص می‌کند [۸]. نمونه ساده یک معادله عملکردی را می‌توان در برآورد طول یک قطعه که از مجموع طول سه جزء مستقل از هم تشکیل شده است دنبال کرد که در آن طول هر قطعه یک متغیر تصادفی است و معادله عملکردی رابطه‌ایی خطی به صورت $W = X + Y + Z$ دارد و در آن X ، Y و Z طول اجزاء و W طول محصول است. همچنین می‌توان به معادله عملکردی غیر خطی یک مدار الکتریکی متشکل از سه مقاومت با مقادیر اسمی R_a ,R_b و R_c که به طور موازی به همراه یک باتری با ولتاژ اسمی V به یکدیگر متصل شده اند، اشاره کرد. در این حالت مقدار اسمی جریان مدار از قانون اهم به صورت $I = V\left(\frac{۱}{R_a} + \frac{۱}{R_b} + \frac{۱}{R_c}\right)$ پیروی می‌کند. در حالت کلی می‌توان معادله عملکردی را به صورت $R = h(X)$ بیان کرد که R متغیر پاسخ محصول است و $X = \{x_۱, x_۲, \dots, x_n\}$ مقادیر برخی خصوصیات (مانند وضعیت انحرافات و یا انحرافات ذاتی) قطعات منحصر به فرد یا زیر مونتاژهایی مجموعه را تشکیل می‌دهند. تابع h مکانیزم اثر اجزاء بر پاسخ است که انباشته انحرافات را نشان می‌دهد و این نوع ارتباط در حالت کلی لزوماً خطی نیست. از آنجائی که مشخصه هر جزء محصول متغیری تصادفی است در این صورت مشخصه محصول نیز یک متغیر تصادفی خواهد بود و در تحلیل تلرانس برآورد توزیع احتمال Y و یا حداقل برآورد چهار گشتاور اولیه آن می‌تواند بسیار کمک کند. به کارگیری روش‌های ریاضی نظیر بسط خطی (مربع مجموع ریشه‌ها)، بسط غیر خطی نظیر بسط سری‌های تیلور، یکپارچه سازی عددی (روش مربع سازی)

و شبیه سازی مونت کارلو می‌تواند در برآورد توزیع احتمال Y به کار گرفته شود[۹]. در تحلیل تلرانس عوامل مختلفی دخالت دارند. می‌توان این موضوع را با نگاه توام به ملاحظات هزینه‌ای و تابع عملکردی نیز دنبال کرد [۱۱و۱۰].

هدف مقاله حاضر استفاده از مفاهیم موجود در ادبیات تحلیل تلرانس بوده و به توسعه فضای کاربردی آن در اذهان مهندسان فعال در زمینه کنترل کیفیت و مهندسان عملیات می‌پردازد تا آنها بتوانند با بهره‌گیری از راه کارهای ارائه شده در مقاله حاضر به تحلیل سیستم‌های تحت مدیریت خود پرداخته و نقش اجزاء متشکله را در کیفیت کل سیستم تحلیل کنند و از طریق آن جایگاه هر جزء و سطح اهمیت آن را در کل تعیین نمایند. طبیعی است با به کارگیری این روش می‌توان اهمیت نسبی اجزاء ناهمبسته و سطح بحرانی بودن آنها را نیز تعیین کرد تا بتوان مبنای مناسبی برای تصمیم گیری‌های عملیاتی فراهم ساخت. ساختار مقاله حاضر بر این اساس تدارک یافته است که در بخش دوم یکی از کاراترین روش‌های تحلیل تلرانس که محدودیت نوع معادله عملکردی را ندارد تشریح شده است تا مبانی محاسبات لازم برای بهره‌گیری از آن در روش پیشنهادی فراهم شود. بخش سوم مقاله به تشریح روش پیشنهادی جهت تعیین ترتیب سهم اجزاء ناهمبسته در کیفیت سیستم توجه کرده و توالی عملیات مورد نیاز تشریح شده است. ارائه چند نمونه مثال عددی در بخش چهارم مقاله به درک جزئیات محاسباتی کمک کرده است. در بخش پنجم نیز جمع بندی و نتیجه گیری تقدیم شده است.

۲- روش تحلیل تلرانس

تحلیل تلرانس یکی از مهم‌ترین ابزارهای مهندسی است که استفاده از آن در مواردی که تولید انبوه قطعات ماشینکاری و یا مونتاژی مورد نظر باشد، غیر قابل اجتناب است. از این ابزار مهندسی جهت اطمینان از دستیابی به ابعاد و تلرانس‌های قطعه‌کار طراحی شده، استفاده وسیع می‌شود. انباشت تلرانس در تولید انبوه پس از این که مهندسان فرآیند، سرعت تولید و کاهش هزینه را معیار اصلی طرحریزی فرآیند تولید قرار دادند، به تحلیل تلرانس‌های تولید منجر می‌شود. استفاده از تحلیل تلرانس جهت اطمینان از دستیابی به ابعاد و تلرانس‌های طراحی قطعه، تعیین ابعاد و تلرانس‌های تولید، محاسبه ابعاد و تلرانس‌های ماده خام اولیه جهت تولید قطعه نهایی امری رایج و شناخته شده برای مهندسان شاغل در بخش‌های طراحی مهندسی محسوب می‌شود. این ابزار شامل سه مرحله اصلی شناسایی زنجیره تلرانس، محاسبه ابعاد و تلرانس‌های‌کاری و اعمال حداقل ماده قابل براده‌برداری جهت دستیابی به محصول نهایی است. در قطعات پیچیده با ابعاد طراحی زیاد، شناسایی زنجیره تلرانس و انجام محاسبات مربوط به ابعاد و تلرانس‌های کاری و همچنین اعمال حداقل ماده قابل براده‌برداری به صورت دستی بسیار زمان‌بر بوده و احتمال خطا در محاسبات زیاد است. لذا امروزه در محیط‌های طراحی مهندسی از روش‌های طراحی به کمک کامپیوتر با قابلیت‌های تحلیل تلرانس و تحلیل تغییرات استفاده می‌شود. کاکس [۴] در سال ۱۹۸۶ در کتاب ارزشمند خود چگونگی فرآیند تحلیل تلرانس آماری را تشریح کرد. اساس روش مطرح شده را بر برآورد خطی تابع عملکردی به کمک بسط سری تیلور و محاسبه چهار گشتاور اول استوار کرد. برای این منظور نخستین گام در تحلیل تلرانس، بسط تیلور معادله عملکردی پیرامون میانگین متغیرهای ورودی است. اگر معادله عملکردی در حالت کلی با $R = h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ مشخص شده باشد در این صورت اجزاء اصلی و کوتاه شده بسط سری تیلور این معادله به ازای مقادیر اسمی n مولفه مطابق رابطه ۱خواهد بود.

$$R = R_o + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)_o (x_i - x_{io}) + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2}\right)_o (x_i - x_{io})^2 + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j>i}^{n}\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i x_j}\right)_o (x_i - x_{io})(x_i - x_{jo}) \quad (1)$$

که در آن مشتق‌های جزیی در مقادیر میانگین متغیرهای ورودی با x_{io} و x_{jo} نشان داده شده‌اند و R_o مقدار معادله عملکردی است که به ازای مقدار متوسط هر یک از مشخصه‌های کیفی برآورد می‌شود. با اعمال مجموعه تغییر متغیرهای شماره ۲ معادله عملکردی مطابق چند جمله‌ایی درجه دوم شماره ۳ خواهد شد.

$$d_i = \left(\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)_o \quad , \quad d_{ii} = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2}\right)_o \quad , \quad d_{ij} = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i x_j}\right)_o \quad (2)$$

$$R \simeq R_o + \sum_{i=1}^{n}\left[d_i(x_i - x_{io}) + \frac{1}{2}d_{ii}(x_i - x_{io})^2\right] + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j>i}^{n} d_{ij}\,(x_i - x_{io})(x_i - x_{jo}) \quad (3)$$

اگر متغیرهای ورودی استاندارد شوند می‌توان رابطه فوق را به شکل کوتاه‌تر شماره ۴ نوشت.

$$R \simeq R_o + \sum_{i=1}^{n}\left[b_i X_i + b_{ii} X_i^2\right] + \sum_{i=1}^{j-1}\sum_{j>i}^{n} b_{ij} X_i X_j \quad (4)$$

که در آن $X_i = (x_i - x_{io})/\sigma_i$ است و σ_i انحراف معیار i امین متغیر ورودی، $b_i = d_i\sigma_i$ ، $b_{ii} = \frac{1}{2}d_{ii}\sigma_i^2$ و $b_{ij} = d_{ij}\sigma_i\sigma_j$ است. اگر $Y = R - R_o$ در نظر گرفته شود و از طرفین رابطه شماره ۳ امید ریاضی گرفته شود در این

صورت اگر همبستگی بین اجزاء منفصله وجود نداشته باشد، دو گشتاور اول Y مشروط بر آنکه متغیرهای ورودی نرمالیزه شده باشند به ترتیب مطابق روابط شماره ۵ و ۶ خواهد شد.

$$E[Y] = E[R] - R_o \simeq \sum_{i=1}^{n} b_{ii} \qquad (۵)$$

$$E[Y^2] = \sum_{i=1}^{n}[b_i^2\,\mu_{i3} + 2b_i\,b_{ii}\,\mu_{i3} + b_{ii}^2\,\mu_{i4}] + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}[2b_{ii}\,b_{jj} + b_{ij}^2]\mu_{i2}\,\mu_{j2} \qquad (۶)$$

که در آن $\mu_{ik} = E\left[\left(X_i - \mu_{X_i}\right)^k\right]$ مقدار گشتاور kام مرکزی متغیر ورودی i ام است. همانطوری که مشاهده می‌شود گشتاور دوم Y به ۴ گشتاور اول متغیرهای ورودی وابسته است. بدیهی است واریانس Y از رابطه شماره ۷ قابل محاسبه است.

$$Var[Y] = \sigma_Y^2 = E[Y^2] - E^2[Y] \qquad (۷)$$

در حالت خاص که معادله عملکرد خطی باشد، میانگین Y برابر صفر و واریانس آن برابر است با:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n} b_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)_o^2 \sigma_i^2 \qquad (۸)$$

۳- روش پیشنهادی

همان طوری که پیش‌تر اشاره شد تحلیل تلرانس بر مبنای برآورد ۴ گشتاور اول معادله عملکردی، روشی شناخته شده در تحلیل انباشتگی تلرانس است و به کمک آن بر مبنای تلرانس اجزاء قطعات مونتاژی به برآورد تلرانس محصول و یا سیستم مونتاژی اقدام می‌شود. از این رو حیطه کاربرد این ابزار غالباً به بخش‌های طراحی مهندسی محدود شده است در حالی که با بهره‌گیری از این منطق و استفاده از روش‌های محاسباتی آن می‌توان به شناسائی سهم هر یک از اجزاء منفصله یک سیستم در بحرانی شدن کل سیستم پرداخت. به عنوان مثال در برنامه‌ریزی پروژه زمان ختم پروژه تابع خطی از زمان عملیات مسیر بحرانی است و برای برنامه‌ریزان پروژه شناسائی میزان اهمیت نسبی فعالیت‌های قرار گرفته در مسیر بحرانی مهم است و یا در یک زنجیره تامین، شناسائی سهم هر یک از اجزاء متشکله زنجیره، در تامین به موقع محصولات سفارش داده شده مورد توجه است. از این رو در ادامه گام‌های لازم برای شناسائی اهمیت نسبی مولفه‌های بحرانی‌ناهمبسته تغییرپذیری کیفیت محصولات به قرار زیر ارائه می‌شود.

قدم ۱: تعیین معادله عملکردی: معادله عملکردی ارتباط میان متغیرهای ورودی و خروجی را تعیین می‌نماید. این معادله به صورت $R = h(x_1, \dots, x_n)$ بوده و در آن x_i مشخص‌کننده مقدار مشخصه کیفی جز ام $(i = 1, \dots, n)$ و R مشخصه محصول است.

قدم ۲: برآورد چهار گشتاور اول {میانگین (μ_i)، واریانس (σ_i^2)، ضریب چولگی $(\sqrt{\beta_1})$ و ضریب کشیدگی (β_2)} برای تمامی متغیرهای ورودی:

قدم ۳: برآورد مقدار هدف معادله عملکردی یا R_o: مقدار R_o را در معادله عملکردی به ازای مقدار متوسط هر یک از مشخصه‌های کیفی برآورد کنید و بر آن اساس $Y = R - R_o$ قرار دهید.

قدم ۴: محاسبه مقادیر b_i ، b_{ii} و b_{ij}: این مقادیر b_i، b_{ii} و b_{ij} از مجموعه روابط شماره ۹ به دست می‌آیند.

$$b_i = d_i\sigma_i \quad , \quad d_i = \left(\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)_o$$

$$b_{ii} = \frac{1}{2}d_{ii}\sigma_i^2 \quad , \quad d_{ii} = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2}\right)_o$$

$$b_{ij} = d_{ij}\sigma_i\sigma_j \quad , \quad d_{ii} = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_i x_j}\right)_o \qquad (۹)$$

قدم ۵: محاسبه گشتاورهای اول و دوم مشخصه کیفی محصول: گشتاورهای اول و دوم مشخصه کیفی محصول را از روابط شماره ۱۰ محاسبه کنید.

$$E[Y] \approx \sum_{i=1}^{n} b_{ii}$$

$$E[Y^2] = \sum_{i=1}^{n}\left[b_i^2 + 2b_i\,b_{ii}\sqrt{\beta_1} + b_{ii}^2\beta_2\right] + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left[2b_{ii}\,b_{jj} + b_{ij}^2\right]$$

$$Var(Y) = E[Y^2] - (E[Y])^2 \qquad (۱۰)$$

قدم ۶: برآورد سهم تمامی متغیرهای ورودی بجز متغیر ورودی kام از مقدار واریانس کل یعنی s_k: برای این منظور کافی است $Var(Y)$ را مجدداً با حذف ضرایب b_i ، b_{ij} و b_{ii} برای $i = k$ به دست آورید اگر $i = k$ بود، ضرایب یاد شده صفر می‌شوند تا سهم تمامی متغیرهای ورودی به جزء متغیر ورودی kام در واریانس کل تبیین شود.

$$s_k = Var(Y_{k-}) = \sum_{i=1}^{n}\left[b_i^2 + 2b_i\, b_{ii}\sqrt{\beta_1} + b_{ii}^2\beta_2\right] + \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\left[2b_{ii}\, b_{jj} + b_{ij}^2\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} b_{ii}\right]^2\Big|_{i\neq k} \quad (11)$$

قدم ۷: به دست آوردن میزان مشارکت نسبی هر متغیر: میزان مشارکت نسبی متغیر ورودی iام از مقدار واریانس کل، از حاصل تقسیم نتایج به دست آمده از قدم ششم بر پنجم قابل محاسبه است.

$$p_i = 1 - \frac{s_i}{Var(Y)} \quad (12)$$

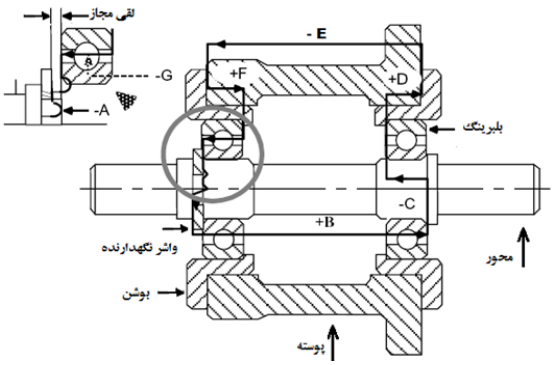
بنابراین، بیشترین مشارکت برای متغیر ورودی است که مقدار p_i بزرگتری دارد.

۴- چند مثال عددی

به منظور تبیین هر چه بیشتر جزئیات محاسبات لازم برای دنبال کردن رویه پیشنهادی دو مثال ارائه می‌شود.

مثال اول: برآورد لقی

در مواردی که دو یا چند مولفه با انطباق سوراخ‌هایشان می‌بایست بر هم مونتاژ شوند، نه تنها تغییر موقعیت مرکز سوراخ‌ها نسبت به آنچه در نقشه مشخص شده است مهم است، بلکه میزان لقی نیز در مونتاژ بسیار حائز اهمیت است. اگر به این موضوعات دقت کافی نشود ممکن است سیستم مونتاژی عملکرد صحیح انتظاری خود را نداشته باشد. شکل شماره ۱، یک نمونه سیستم را نشان می‌دهد که اندازه ابعادی ۷ جزء، میزان لقی مثبت مورد نظر(L) را تعیین می‌کند.



شکل شماره ۱: مجموعه مونتاژی محور یاطاقان بندی‌شده پوسته [۴]

در این مجموعه واشر نگهدارنده A و دو بوشن نگهدارنده محور یعنی بوشن‌های C و G از خارج از مجموعه خریداری می‌شوند از این رو تلرانس‌های این قطعات نمی‌تواند در مجموعه خریدار کنترل شوند. بنابراین، لقی مجاز محور، انباشته یا جمع تلرانس سایر مولفه‌های مونتاژی است که در مجموعه تولید می‌شوند. اگر لقی مورد نیاز ۰/۰۲۰±۰/۰۱۵ باشد، کنترل تغییرات کدامیک از مولفه‌های مونتاژی بیشترین سهم را در لقی مورد نظر دارا است؟ برای این منظور قدم‌های اشاره شده در روش پیشنهادی به قرار زیر دنبال می‌شوند.

قدم ۱: معادله عملکردی

با توجه به نحوه قرار گرفتن مولفه‌های مونتاژی می‌توان معادله عملکردی را برای لقی به صورت زیر نوشت.

$$L = -A + B - C + D - E + F - G$$

همانطور که مشاهده می‌شود معادله عملکردی خطی است و کنترل تلرانس قطعات خریداری شده در داخل مجموعه امکان پذیر نیست بنابراین، تغییرات مولفه‌های مونتاژی A، C و G تاثیری برتلرانس لقی ندارند. بنابراین، می‌توان معادله عملکردی را به صورت زیر نیز نوشت.

قدم ۲: برآورد مقدار میانگین، پراش، ضرایب‌چولگی و کشیدگی

از تولیدات مولفه‌های مونتاژی B، D، E و F هر کدام ۱۵۰ نمونه تصادفی به شرح پیوست الف اختیار، مقادیر چهار گشتاور اول آنها برآورد و در جدول شماره ۱ ارائه شده است.

جدول شماره ۱: مقادیر برآورد شده ۴ گشتاور اول مولفه‌های مونتاژی تولید شده

قطعه	میانگین	واریانس	$\sqrt{\beta_1}$	β_2
B	۸	$۷/۲۴ \times ۱۰^{-۶}$	۰/۲۴	-۰/۰۶
D	۰/۴	$۳/۰۳ \times ۱۰^{-۷}$	-۰/۱	-۰/۱۳
E	۷/۷۱۱	$۳/۹۶ \times ۱۰^{-۶}$	۰/۱۷	-۰/۱۳
F	۰/۴	$۹/۸۶ \times ۱۰^{-۸}$	-۰,۶۶	-۰/۱۸

قدم ۳: برآورد مقدار L_o:

مقدار L_o در معادله عملکردی به ازای مقدار متوسط هر یک از مشخصه‌های کیفی به شرح زیر برآورد شده و $Y = L - L_o$ می‌شود.

$$L_o = ۸/۰۰۰ + ۰/۴۰۰ - ۷/۷۱۱ + ۰/۴۰۰ = ۱/۰۸۹$$

قدم ۴: محاسبه مقادیر b_i ، b_{ii} و b_{ij}:

از آنجائی که تابع عملکرد خطی است مشتقات جزئی مقادیر ثابت خواهند داشت و مشتق‌های مرتبه‌های بالاتر همگی صفر می‌شوند و نیازی به جایگزینی با مقادیر اسمی یا میانگین نخواهند داشت بنابراین، ضرایب b_i ، b_{ii} و b_{ij} برای مولفه‌های مونتاژی به قرار زیر محاسبه می‌شوند.

$$d_B = \left(\frac{\partial h}{\partial B}\right)_o = ۱ \rightarrow b_B = d_B\sigma_B = \sqrt{۷/۲۴ \times ۱۰^{-۶}},$$
$$b_{BB} = \frac{۱}{۲} d_{BB}\sigma_B^۲ = ۰, \quad b_{Bj} = d_{Bj}\sigma_B\sigma_j = ۰ \quad (\forall j = D, E, F)$$

$$d_D = \left(\frac{\partial h}{\partial D}\right)_o = ۱ \rightarrow b_D = d_D\sigma_D = \sqrt{۳/۰۳ \times ۱۰^{-۷}},$$
$$b_{DD} = \frac{۱}{۲} d_{DD}\sigma_D^۲ = ۰, \quad b_{Dj} = d_{Dj}\sigma_D\sigma_j = ۰ \quad (\forall j = E, F)$$

$$d_E = \left(\frac{\partial h}{\partial E}\right)_o = -۱ \rightarrow b_E = d_E\sigma_E = \sqrt{۳/۹۶ \times ۱۰^{-۶}},$$
$$b_{EE} = \frac{۱}{۲} d_{EE}\sigma_E^۲ = ۰, \quad b_{Ej} = d_{Ej}\sigma_E\sigma_j = ۰ \quad (\forall j = F)$$

قدم ۵: برآورد میانگین و پراش لقی

میانگین لقی بر اساس تابع عملکردی به ازای مقادیر اسمی و یا میانگین مولفه‌های مونتاژی قابل محاسبه است.

$$E(Y) = ۰$$

واریانس لقی بر اساس تابع عملکردی برابر مجموع واریانس مولفه‌های مونتاژی است.

$$Var(Y) = ۷.۲۴ \times ۱۰^{-۶} + ۳.۰۳ \times ۱۰^{-۷} + ۳.۹۶ \times ۱۰^{-۶} + ۹.۸۶ \times ۱۰^{-۸} = ۱.۱۶ \times ۱۰^{-۵}$$

قدم ۶: برآورد سهم هر مولفه مونتاژی با حذف مرحله‌ای تک تک مولفه‌ها

طبق رابطه شماره ۱۱ با حذف اثر هر مولفه مونتاژی از واریانس کل خواهیم داشت:

$$s_B = Var(Y_{B-}) = \sum_{i=D,E,F}\left[b_i^۲ + ۲b_i\, b_{ii}\sqrt{\beta_۱} + b_{ii}^۲\beta_۲\right] = ۳/۰۳ \times ۱۰^{-۷} + ۳/۹۶ \times ۱۰^{-۶} + ۹/۸۶ \times ۱۰^{-۸} = ۴/۳۶ \times ۱۰^{-۶}$$

$$s_D = Var(Y_{D-}) = \sum_{i=B,E,F}\left[b_i^۲ + ۲b_i\, b_{ii}\sqrt{\beta_۱} + b_{ii}^۲\beta_۲\right] = ۷/۲۴ \times ۱۰^{-۶} + ۳/۹۶ \times ۱۰^{-۶} + ۹/۸۶ \times ۱۰^{-۸} = ۱/۱۳ \times ۱۰^{-۵}$$

$$s_E = Var(Y_{E-}) = \sum_{i=B,D,F}\left[b_i^۲ + ۲b_i\, b_{ii}\sqrt{\beta_۱} + b_{ii}^۲\beta_۲\right] = ۷/۲۴ \times ۱۰^{-۶} + ۳/۰۳ \times ۱۰^{-۷} + ۹/۸۶ \times ۱۰^{-۸} = ۷/۶۴ \times ۱۰^{-۶}$$

$$s_F = Var(Y_{F-}) = \sum_{i=B,D,E}\left[b_i^۲ + ۲b_i\, b_{ii}\sqrt{\beta_۱} + b_{ii}^۲\beta_۲\right] = ۷/۲۴ \times ۱۰^{-۶} + ۳/۰۳ \times ۱۰^{-۷} + ۳/۹۶ \times ۱۰^{-۶} = ۱/۱۵ \times ۱۰^{-۵}$$

قدم ۷: میزان مشارکت نسبی هر مولفه مونتاژی برابر است با:

$$p_B = \left(۱ - \frac{s_B}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۶۲/۳۹۵٪$$

$$p_D = \left(۱ - \frac{s_D}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۲/۶۰۸٪$$

$$p_E = \left(۱ - \frac{s_E}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۳۴/۱۴۷٪$$

$$p_F = \left(۱ - \frac{s_F}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۸۵۰٪$$

بنابراین، مشاهده می‌شود که B بحرانی‌ترین مولفه مونتاژی است.

مثال دوم: تحلیل جریان نقدی در شرایط عدم قطعیت

اغلب مهندسان صنایع برای تحلیل جریان‌های نقدی پروژها از روش ارزش حال حاضر پروژه‌ها تحت حداقل نرخ بازده پیوسته r استفاده می‌کنند. آنها در صورتی که جمع جبری ارزش حال حاضر درآمد و هزینه مثبت شود، پروژه را اقتصادی می‌دانند. شش جزء اصلی هزینه و درآمد یک پروژه با ظرفیت طراحی شده ۱۸۲/۵ میلیارد قطعه در سال مطابق جدول شماره ۲ است.

اگر حداقل نرخ بازده مورد انتظار ۲۰٪ باشد و متغیرهای تصادفی یاد شده دارای پارامترهای مشخص شده در جدول شماره ۳ باشند. تغییرات کدامیک از اجزا پروژه بیش‌ترین سهم را در ارزش حال حاضر پروژه داراست؟

جدول شماره ۲: نحوه توزیع هزینه و درآمد در جریان نقدی

سال i	عنوان هزینه/درآمد	نوع متغیر
۰	خرید زمین	متغیر تصادفی است و به شرایط بازار در زمان واقعی خرید بستگی دارد.
۱	ساخت و ساز با هزینه یکنواخت در طول سال اول (t_1) توزیع می‌شود.	$\bar{S}_1$ و t_1 متغیر تصادفی هستند.
۲	درآمد حاصل از فروش محصول پس از راه اندازی صعودی خطی است و از سال صفر شروع شده و به طور پیوسته افزایش می‌یابد تا به سطح پایدار S در پایان سال دوم (t_2) برسد.	t_2 یک متغیر تصادفی است. D ظرفیت سالیانه طراحی شده ثابت است. f_2 متغیر تصادفی است که درصد تولید واقعی را نشان می‌دهد. I بهای فروش خالص واحد محصول بوده و متغیر تصادفی است.
۳	درآمد حاصل از فروش محصول در طول سال سوم یکسان حاصل می‌شود.	t_3 به دلیل تغییرات قیمت، مد، تغییرات سیاسی و ... متغیر تصادفی است.
۴	هزینه‌های نگهداری از راه اندازی تا پایان تولید	هزینه سالیانه نگهداری بخش (f_4) ۴ تا ۶ درصد از هزینه‌های کل ساخت و ساز است.
۵	ارزش اسقاط تجهیزات در پایان عمر	f_5 نرخ استهلاک هزینه ساخت و ساز است.

ادامه جدول شماره ۲: نحوه توزیع هزینه و درآمد در جریان نقدی

سال i	مقدار کل هزینه / درآمد	ارزش حال حاضر W_i
۰	S_0	S_0
۱	$\bar{S}_1$	$\bar{S}_1\left[1-e^{(-rt_1)}\right]/rt_1$
۲	شیب درآمد = $f_2\,DI[t-t_1]/t_2$ و $S = (f_2\,DI/(t_2)r^2)\left[-1-rt_2+e^{(-rt_2)}\right]$	$S\,e^{[-r(t_2+t_1)]}$
۳	درآمد واقعی سالیانه = $f_2 DI$ است که از t_1+t_2 شروع و تا $t_1+t_2+t_3$ ادامه دارد	$(f_2\,DI/r)\left[-1+e^{(-rt_3)}\right]e^{[-r(t_1+t_2+t_3)]}$
۴	هزینه نگهداری در طول t_2+t_3 وجود دارد	$(f_4\,\bar{S}_1/r)\left[-1+e^{[r(t_2+t_3)]}\right]e^{[-r(t_1+t_2+t_3)]}$
۵	$(1-f_4)^{t_2+t_3}\,\bar{S}_1$	$(1-f_4)^{t_2+t_3}\,\bar{S}_1\,e^{[-r(t_1+t_2+t_3)]}$

جدول شماره ۳: برآورد نوع توزیع احتمال و پارامترهای هزینه و درآمد جریان نقدی

عنوان هزینه/درآمد	عامل عدم قطعیت	توزیع احتمال	ارزش اسمی	دامنه تغییرات
خرید زمین	S_0	یکنواخت	۱۰۰،۰۰۰$	±٪۲۰
ساخت و ساز	$\bar{S}_1$	یکنواخت	۱،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰$	±٪۲۵
	t_1	یکنواخت	۵ سال	±۱ سال
شیب درآمد	f_2	یکنواخت	۰/۹۰	±٪۰/۱۰
	I	یکنواخت	۴/۱۰۰۰$ واحد	±۱/۱۰۰$ واحد
	t_3	یکنواخت	۵ سال	±۱ سال
درآمد ثابت	t_3	یکنواخت	۱۵ سال	±۱۰ سال
هزینه نگهداری	f_4	یکنواخت	۰/۰۵	±٪۰/۰۱
ارزش اسقاط	f_5	یکنواخت	۰/۱	±٪۰/۰۵
زمان از شروع ساخت	-	-	۲۵ سال	-
ظرفیت طراحی	-	-	۱۸۲/۵X۱۰^9 واحد	-
نرخ بهره	-	-	۰/۲۰	-

قدم ۱: معادله عملکردی

در این مسئله معادله عملکردی یک رابطه غیر خطی است که ارزش حال حاضر پروژه را نشان می‌دهد.

$$NPW = \sum_{i=0}^{5} W_i = S_0 + \bar{S}_1\left[1-e^{(-rt_1)}\right]/rt_1 + S\,e^{[-r(t_2+t_1)]} + (f_2\,DI/r)\left[-1+e^{(-rt_3)}\right]e^{[-r(t_1+t_2+t_3)]} + (f_4\,\bar{S}_1/r)\left[-1+e^{[r(t_2+t_3)]}\right]e^{[-r(t_1+t_2+t_3)]} + (1-f_4)^{t_2+t_3}\,\bar{S}_1\,e^{[-r(t_1+t_2+t_3)]}$$

قدم ۲: برآورد مقدار میانگین، پراش، ضرایب چولگی و کشیدگی عوامل عدم قطعیت

برآورد مقدار میانگین، پراش، ضرایب چولگی و کشیدگی با استفاده از روابط موجود در این زمینه به شرح پیوست ب محاسبه و نتایج به اختصار در جدول شماره ۴ ارایه شده است.

قدم ۳: برآورد مقدار NPW_o: مقدار NPW_o^2 در معادله عملکردی به ازای مقدار متوسط هر یک از عوامل عدم قطعیت با توجه به جداول ۲ و ۳ به شرح زیر برآورد شده و $Y = NPW - NPW_o$ می‌شود.

قدم ۴: مقادیر مشتق‌های جزیی و b_i ، b_{ii} و b_{ij} در جداول ۵ و ۶ پیوست پ محاسبه شده است.

جدول شماره ۴: نتایج برآورد مقادیر مورد نیاز گام ۲

عوامل	S_0	$\bar{S}_1$	t_1
میانگین	۱ × ۱۰^۶	۱ × ۱۰^۹	۵
انحراف معیار	۱/۱۵ × ۱۰^۴	۱/۴۴ × ۱۰^۸	۵/۷۷ × ۱۰^-۱
$\sqrt{\beta_1}$	۰	۰	۰
β_2	۱/۸	۱/۸	۱/۸

ادامه جدول شماره ۴: نتایج برآورد مقادیر مورد نیاز گام ۲

عوامل	f_2	I	t_2
میانگین	۰/۹	۴ × ۱۰^-۳	۵
انحراف معیار	۵/۸ × ۱۰^-۲	۱/۰ × ۱۰^-۳	۵/۷۷ × ۱۰^-۱
$\sqrt{\beta_1}$	۰	۰	۰
β_2	۱/۸	۱/۸	۱/۸

ادامه جدول شماره ۴: نتایج برآورد مقادیر مورد نیاز گام ۲

عوامل	t_3	f_4	f_5
میانگین	۱۵	۵ × ۱۰^-۲	۰/۱
انحراف معیار	۵/۷۷۴	۶/۰ × ۱۰^-۳	۲/۹ × ۱۰^-۲
$\sqrt{\beta_1}$	۰	۰	۰
β_2	۱/۸	۱/۸	۱/۸

$NPW_o = W_. - W_1 + W_2 + W_3 - W_4 + W_5 = ۲۰/۰۹ \times ۱۰^۶$

قدم ۵: برآورد میانگین و پراش ارزش حال حاضر پروژه

میانگین ارزش حال حاضر بر اساس تابع عملکردی به ازای مقادیر اسمی و یا میانگین عوامل عدم قطعیت محاسبه می‌شود.

$$E(Y) = b_{S.S.} + b_{\bar{S}_1\bar{S}_1} + b_{t_1t_1} + b_{f_2f_2} + b_{II} + b_{t_2t_2} + b_{t_3t_3} + b_{f_4f_4} + b_{f_5f_5} = -۶/۴ \times ۱۰^۶$$

واریانس ارزش حال حاضر پروژه بر اساس روابط ۱۰ قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} E(Y^2) = {} & (-۱ \times ۱۰^۶)^2 (۱۱۵۴۷/۰۰۵)^2 \\ & + (-۰/۷۲)^2 (۱۴۴/۳۳۷ \times ۱۰^۶)^2 \\ & + (-۱۳۳/۷ \times ۱۰^۶)^2 (۰/۵۷۷)^2 \\ & + (۳۵۴/۸ \times ۱۰^۶)^2 (۰/۰۵۸)^2 \\ & + (۱۸۵/۴۴۳ \times ۱۰^۹)^2 (۰/۰۰۱)^2 \\ & + (-۶۰ \times ۱۰^۶)^2 (۰/۵۵۷)^2 \\ & + (۳/۸ \times ۱۰^۶)^2 (۵/۷۷۴)^2 \\ & + (-۱/۸۰۵۷ \times ۱۰^۹)^2 (۰/۰۰۶)^2 \\ & + (-۱۸/۲ \times ۱۰^۶)^2 (۰/۰۲۹)^2 \\ & + \sum_i \left(۲\, b_i\, b_{ii} \sqrt{\beta_{1i}} + b_{ii}^2 \beta_{2i}\right) \\ & + \sum_i \sum_{j>i} \left(۲\, b_{ii}\, b_{jj} + b_{jj}^2\right) \\ & = ۱/۳۳ \times ۱۰^{۲۰} + ۴/۷۵۵ \times ۱۰^{۱۴} \\ & = ۱.۳۳ \times ۱۰^{۲۰} \end{aligned}$$

$$(\forall\ i = S., \bar{S}_1, t_1, f_2, I, t_2, t_3, f_4, f_5 \quad j = \bar{S}_1, t_1, f_2, I, t_2, t_3, f_4, f_5)$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - (\sum_i b_{ii})^2 = ۱.۳۳ \times ۱۰^{۲۰} - (-۶.۴ \times ۱۰^۶)^2 = ۱.۳۳ \times ۱۰^{۲۰}$$

$$(\forall\ i = S., \bar{S}_1, t_1, f_2, I, t_2, t_3, f_4, f_5)$$

قدم ۶: برآورد سهم مولفه مونتاژی با حذف مرحله‌ای تک تک مولفه‌ها

طبق رابطه شماره ۱۱ با حذف اثر مولفه مونتاژی B از واریانس کل خواهیم داشت:

$$s_{S.} = Var(Y_{S.-}) = ۳/۰۸۶۶۱ \times ۱۰^{۱۶}$$
$$s_{\bar{S}_1} = Var(Y_{\bar{S}_1-}) = ۱/۳۳۳۵۳ \times ۱۰^{۲۰}$$
$$s_{t_1} = Var(Y_{t_1-}) = ۱/۳۳۳۵۸ \times ۱۰^{۲۰}$$
$$s_{f_2} = Var(Y_{f_2-}) = ۱/۳۳۳۶۴ \times ۱۰^{۲۰}$$

$$s_I = Var(Y_{I-}) = ۱/۳۳۳۵۳ \times ۱۰^{-۲۰}$$
$$s_{t_۲} = Var(Y_{t_۲-}) = ۱/۳۳۳۶۳ \times ۱۰^{-۲۰}$$
$$s_{t_۳} = Var(Y_{t_۳-}) = ۱/۳۳۳۶۴ \times ۱۰^{-۲۰}$$
$$s_{f_۴} = Var(Y_{f_۴-}) = ۱/۳۳۳۶۴ \times ۱۰^{-۲۰}$$
$$s_{f_۵} = Var(Y_{f_۵-}) = ۱/۳۳۳۶۴ \times ۱۰^{-۲۰}$$

قدم ۷: میزان مشارکت نسبی هر مولفه مونتاژی برابر است با:

$$p_{S.} = \left(۱ - \frac{s_{S.}}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۹۹/۹۷۶۸۵۶٪$$
$$p_{\bar{S}_۱} = \left(۱ - \frac{s_{\bar{S}_۱}}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۸۱۰۲٪$$
$$p_{t_۱} = \left(۱ - \frac{s_E}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۴۶۲۰٪$$
$$p_{f_۲} = \left(۱ - \frac{s_F}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۰۳۵۶٪$$
$$p_I = \left(۱ - \frac{s_I}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۸۶۲۲٪$$
$$p_{t_۲} = \left(۱ - \frac{s_{t_۲}}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۰۹۰۷٪$$
$$p_{t_۳} = \left(۱ - \frac{s_{t_۳}}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۰۳۶۴٪$$
$$p_{f_۴} = \left(۱ - \frac{s_{f_۴}}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۰۱۷۴٪$$
$$p_{f_۵} = \left(۱ - \frac{s_{f_۵}}{Var(Y)}\right) \times ۱۰۰ = ۰/۰۰۰۰۰۰۲٪$$

بنابراین، مشاهده می‌شود که $S.$ بحرانی‌ترین ارزش حال حاضر پروژه را دارا است.

۵- نتیجه گیری

در بسیاری از مسائل صنعتی شناسائی عوامل اصلی تغییرات به منظور حذف و یا کم کردن آن از اهمیت فراوانی برخوردار است. از این رو استفاده از ابزارهای آماری جهت درک، اندازه‌گیری و تلاش در جهت کاهش نوسانات فرآیند تولید به منظور حصول به محصولات با کیفیت مورد انتظار مشتریان جای خود را باز کرده و در این میان متدولوژی شش سیگما با نگرش جدید خود در نحوه به کارگیری ابزارهای کارآیی آماری از مقبولیت بالائی برخوردار شده است. مقاله حاضر نیز در این راستا نگاشته شده است تا با معرفی نحوه استفاده از یکی از روش‌های آماری شناخته شده در تحلیل تلرانس، بتوان در مرحله تجزیه تحلیل و بهبود در فرآیند شش سیگما از آن بهره موثر گرفت.

از آنجائی که اهداف اصلی در رویکرد شش سیگمای ناب، کاهش اتلافات، افزایش رضایتمندی مشتریان، کاهش زمان انجام فعالیت‌ها و افزایش کیفیت است، لذا یافتن راه کارهای مناسب مهندسی در خصوص کاهش تغییرات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و همواره این امکان وجود ندارد تا بتوان از روش‌های کمی محدود نظیر روش تحلیل واریانس استفاده کرد.

مقاله حاضر برای نخستین بار با ارائه یک روش نظام یافته در صدد تبیین سهم عوامل متشکله پراکندگی‌ها بوده است و با بهره‌گیری از روش‌های تحلیل تلرانس به کمک برآورد ۴ گشتاور اول میانگین، واریانس، ضریب چولگی و ضریب کشیدگی عوامل تشکیل‌دهنده واریانس، به مطالعه پراکندگی‌ها اقدام نموده است. مهم‌ترین نتایج حاصل از روش پیشنهادی عبارت است از:

۱- روش نظام یافته‌ای است که مبتنی بر دنبال کردن قدم‌های متوالی محدود است.
۲- برای انواع توابع عملکردی که نحوه ارتباط ریاضی بین عوامل تاثیرگذار در پراکندگی‌ها را مشخص می‌کند قابل استفاده است و محدودیت خطی بودن تابع عملکردی را ندارد و برای تمامی توابع مشتق پذیر قابل استفاده است.
۳- وابسته به تابع چگالی احتمال مولفه‌های اصلی تغییرات نیست و برای انواع توابع چگالی احتمال نرمال و یا غیر نرمال اعم از توزیع‌های گسسته و پیوسته و همچنین متقارن و نامتقارن و حتی دنباله‌های پهن قابل استفاده است.
۴- سهم نسبی هر یک از مولفه‌های ناهمبسته تغییرات را مشخص می‌کند و به کمک آن می‌توان در فاز تحلیل شش سیگما نقش تمامی مولفه‌ها و یا اجزاء یک سیستم را در شکل‌گیری کیفیت محصول تعیین کرد و با شناسائی اجزاء بحرانی راه کارهای بهبود مناسب را برای آن اجزاء دنبال کرد.
۵- از روش پیشنهادی می‌توان در تحلیل تجزیه تحلیل حالات شکست و آثار بالقوه در سیستم‌ها نیز استفاده کرد و استراتژی‌های مقابله با مخاطرات اجزائی را برگزید که سهم بیشتری در مخاطرات دارند.

مراجع

[1] Fangcai Wu, Jean-Yves Dantan, Alain Etienne, Ali Siadat, & Patrick Martin. (2009). Improved algorithm for tolerance allocation based on Monte Carlo simulation and discrete optimization. *Computers & Industrial Engineering*, Vol(56), pp.1402–1413.

[۲] فاطمه اعرابی و حمید شهریاری. (۱۳۹۱). بررسی تأثیرکاهش پراکندگی بر پایائی محصول با استفاده از توزیع‌های مقدار مرزی، مهندسی و مدیریت کیفیت، جلد(۲)، شماره ۱،

[3] Sharma GVSS, & Rao P Srinivasa. (2013). Process capability improvement of an engine connecting rod machining process. *Journal of Industrial Engineering International*, a Springer open journal, 9:37. http://www.jiei-tsb.com/content/9/1/37.

[4] Govindarajalu Jayaprakash, Karuppan Sivakumar, & Manoharan Thilak. (2010). Parametric Tolerance Analysis of Mechanical Assembly by Developing Direct Constraint Model in CAD and Cost Competent Tolerance Synthesis. *Intelligent Control and Automation*, Vol(1), pp.1–14.

[5] Kenneth W. Chase. (1999) Minimum-Cost Tolerance Allocation.

[6] Chaowang Bo, Zhihong Yang, Linbo Wang, & Hongqian Chen. (2013). A comparison of tolerance analysis models for assembly. *Int J Adv Manuf Technol*, Vol(68), pp.739-754.

[7] Jean-Yves Dantan, & Ahmed-Jawad Qureshi. (2009). Worst-case and statistical tolerance analysis based on quantified constraint satisfaction problems and Monte Carlo simulation. *Computer-Aided Design*, Vol(41), pp.1–12.

[8] Neil D.Cox. (1986). *How to Perform Statistical Tolerance Analysis*, Wisconsin: American Society for Quality Control

[9] Nigam SD, & Turner JU. (1995). Review of statistical approaches to tolerance analysis, *Computer Aided Design*, Vol(27), pp.6–15.

[10] Govindaluri, M. S., Shin, S. M., & Cho, B. R. (2004). Tolerance design using the Lambert W function: An empirical approach. *International Journal of Production Research*, Vol(42), pp.3235–3251.

[11] Shin, S. M., & Cho, B. R. (2005). Bias-specified robust design optimization and an analytical solution. *Computers & Industrial Engineering*, Vol(48), pp.129–140.

پیوست

الف

ردیف	B	D	E	F
۱	۸,۰۰۱۵۵۹	۰,۴۰۰۰۲۴	۷,۷۱۳۹۹۴	۰,۳۹۹۷۷۹
۲	۷,۹۹۷۶۷۷	۰,۳۹۹۹۰۱	۷,۷۱۰۶۳۱	۰,۴۰۰۳۳۹
۳	۸,۰۰۰۹۸۹	۰,۳۹۹۹۹۳	۷,۷۰۸۲۸۵	۰,۳۹۹۷۹۴
۴	۸,۰۰۲۶۹۷	۰,۳۹۹۷۲۱	۷,۷۱۳۵۶۳	۰,۳۹۹۵۸۸
۵	۷,۹۹۸۷۵	۰,۴۰۰۱۸۶	۷,۷۱۶۱۹۶	۰,۳۹۹۶۶۱
۶	۸,۰۰۰۰۰۱	۰,۴۰۰۱۲۷	۷,۷۰۸۳۶۲	۰,۴۰۰۰۴۳
۷	۸,۰۰۰۷۳۲	۰,۳۹۹۶۵	۷,۷۱۰۸۸۳	۰,۴۰۰۰۲۹
۸	۷,۹۹۸۴۶۸	۰,۴۰۰۳۲۶	۷,۷۰۹۳۲	۰,۴۰۰۲۰۳
۹	۷,۹۹۹۷۹۷	۰,۳۹۹۵۷۲	۷,۷۰۷۶۴	۰,۳۹۹۸۳۹
۱۰	۸,۰۰۰۴۹۷	۰,۴۰۰۲۰۷	۷,۷۰۸۰۸۴	۰,۳۹۹۹۸۵
۱۱	۷,۹۹۶۴۵۷	۰,۴۰۰۸۹۲	۷,۷۱۳۱۲۵	۰,۳۹۹۴۸۸
۱۲	۷,۹۹۸۵۱۵	۰,۳۹۹۵۱۸	۷,۷۱۳۶۱۷	۰,۳۹۹۴۹۷
۱۳	۸,۰۰۲۵۴۸	۰,۳۹۹۱۶۱	۷,۷۰۸۴۴	۰,۴۰۰۳۳۱
۱۴	۸,۰۰۲۸۴۷	۰,۴۰۰۲۵۹	۷,۷۱۱۵۳۱	۰,۳۹۹۹۳۳
۱۵	۸,۰۰۲۴۸۸	۰,۴۰۰۹۰۸	۷,۷۱۲۲۷۲	۰,۴۰۰۱۱
۱۶	۸,۰۰۱۸۵۸	۰,۳۹۹۳۵۴	۷,۷۱۲۷۳۶	۰,۴۰۰۲۱۷
۱۷	۷,۹۹۹۱۰۴	۰,۴۰۰۸۹	۷,۷۰۶۸۹۹	۰,۳۹۹۹۲۲
۱۸	۸,۰۰۳۲۰۸	۰,۳۹۹۹۳۶	۷,۷۱۱۴۴۱	۰,۳۹۹۸۰۲
۱۹	۷,۹۹۸۲۳۶	۰,۴۰۰۱۶۶	۷,۷۰۵۴۲۸	۰,۴
۲۰	۷,۹۹۹۵۵۶	۰,۳۹۹۴۹۷	۷,۷۰۹۳۷۹	۰,۳۹۹۶۳۲
۲۱	۷,۹۹۶۷۶۶	۰,۴۰۰۹۶۵	۷,۷۱۰۸۵۴	۰,۴۰۰۱۲۴
۲۲	۷,۹۹۴۶۲۲	۰,۴۰۰۲۱۴	۷,۷۱۱۹۵۳	۰,۳۹۹۷۵۳

ردیف	B	D	E	F
۲۲	۷,۹۹۴۶۲۲	۰,۴۰۰۲۱۴	۷,۷۱۱۹۵۳	۰,۳۹۹۷۵۳
۲۳	۸,۰۰۲۹۷۵	۰,۴۰۰۱۲۱	۷,۷۰۹۲۴۲	۰,۳۹۹۷۹۳
۲۴	۷,۹۹۸۹۶۶	۰,۴۰۰۷۹۳	۷,۷۱۲۵۵۶	۰,۴۰۰۴۰۵
۲۵	۸,۰۰۱۳۷۹	۰,۳۹۹۰۵۱	۷,۷۰۹۲۸	۰,۴۰۰۱۰۷
۲۶	۷,۹۹۸۱۶۸	۰,۴۰۰۴۵۹	۷,۷۰۸۸۴۸	۰,۳۹۹۶۰۳
۲۷	۷,۹۹۸۱۶۸	۰,۳۹۹۷۱	۷,۷۱۱۱۴۵	۰,۳۹۹۳۵۹
۲۸	۸,۰۰۰۸۸۹	۰,۳۹۹۱۱۶	۷,۷۱۰۰۸	۰,۳۹۹۷۱۶
۲۹	۷,۹۹۷۵۷۵	۰,۴۰۰۵۳۸	۷,۷۱۲۳۴۹	۰,۳۹۹۹۶۵
۳۰	۷,۹۹۵۵۶	۰,۴۰۰۰۷	۷,۷۱۱۰۲۶	۰,۳۹۹۹۲۵
۳۱	۸,۰۰۵۴۰۹	۰,۴۰۰۹۰۵	۷,۷۰۹۰۴۷	۰,۳۹۹۴۱۶
۳۲	۷,۹۹۸۴۷۴	۰,۴۰۰۸۶۱	۷,۷۱۱۶۱۵	۰,۳۹۹۲۲۲
۳۳	۷,۹۹۸۲۴۹	۰,۳۹۹۸۵۹	۷,۷۱۰۳۷۱	۰,۳۹۹۵۵۹
۳۴	۷,۹۹۷۸۳۷	۰,۳۹۹۸۰۹	۷,۷۰۹۳۱۸	۰,۳۹۹۹۳۸
۳۵	۸,۰۰۱۵۱۲	۰,۴۰۰۶۷۵	۷,۷۱۱۹۴۸	۰,۳۹۹۳۵
۳۶	۷,۹۹۵۵۷۶	۰,۳۹۹۷۲۲	۷,۷۱۲۴۰۶	۰,۳۹۹۶۰۹
۳۷	۸,۰۰۰۲۷۳	۰,۳۹۹۴۹۳	۷,۷۱۳۷۵۷	۰,۴۰۰۰۷۳
۳۸	۸,۰۰۷۳۱۱	۰,۴۰۰۵۰۴	۷,۷۱۲۰۲۸	۰,۴۰۰۱۲۷
۳۹	۸,۰۰۱۸۸۴	۰,۴۰۰۶۳۷	۷,۷۱۳۴۷۲	۰,۴۰۰۰۷۴
۴۰	۷,۹۹۹۷۹۹	۰,۴۰۰۵۷۷	۷,۷۱۲۱۵۹	۰,۳۹۹۰۵۳
۴۱	۷,۹۹۵۰۲۴	۰,۳۹۹۳۱۵	۷,۷۱۱۰۲۳	۰,۳۹۹۸۸۱
۴۲	۸,۰۰۴۳۱	۰,۴۰۰۳۶۳	۷,۷۱۰۲۰۷	۰,۳۹۹۴۲۲
۴۳	۸,۰۰۵۰۴۱	۰,۳۹۹۱۵۴	۷,۷۱۱۱۷۴	۰,۴۰۰۱۵۳
۴۴	۸,۰۰۳۰۹۷	۰,۴۰۰۱۷۶	۷,۷۰۸۶۷۷	۰,۳۹۹۵۰۸
۴۵	۸,۰۰۳۱۴	۰,۳۹۹۶۳۸	۷,۷۱۲۵۴۸	۰,۳۹۹۴۸۵
۴۶	۷,۹۹۷۴۴	۰,۳۹۹۷۱۸	۷,۷۱۰۰۸۸	۰,۴۰۰۰۸۵
۴۷	۸,۰۰۳۹۴۶	۰,۳۹۹۹۷۸	۷,۷۱۱۳۰۱	۰,۴۰۰۰۹۳
۴۸	۷,۹۹۹۲۱۷	۰,۳۹۹۸۹۲	۷,۷۰۸۶۸۴	۰,۴۰۰۰۹۹
۴۹	۸,۰۰۲۹۲۵	۰,۴۰۰۲۵۸	۷,۷۱۰۸۷۱	۰,۳۹۹۷۹۷
۵۰	۸,۰۰۰۷۸	۰,۴۰۰۸۶۳	۷,۷۱۰۴۶۴	۰,۳۹۹۹۰۴
۵۱	۸,۰۰۲۴۷۴	۰,۴۰۰۳۸۹	۷,۷۰۹۲۲۸	۰,۳۹۹۵۷۳
۵۲	۸,۰۰۱۸۰۷	۰,۴۰۰۷۰۳	۷,۷۱۱۲۹۸	۰,۴۰۰۳
۵۳	۸,۰۰۳۱۱۳	۰,۴۰۰۲۷۸	۷,۷۱۳۳۳۷	۰,۴۰۰۰۱
۵۴	۸,۰۰۳۵۲۸	۰,۳۹۹۷۶۶	۷,۷۰۹۰۵۷	۰,۴۰۰۳۱۴
۵۵	۸,۰۰۰۱۸	۰,۴۰۰۷۲۷	۷,۷۱۴۳۱۶	۰,۳۹۹۳۰۹
۵۶	۸,۰۰۲۳۹۴	۰,۳۹۹۶۷۹	۷,۷۱۳۱۷۷	۰,۳۹۹۳۵۶
۵۷	۸,۰۰۷۳۸۴	۰,۴۰۰۷۰۶	۷,۷۰۹۵۲۸	۰,۴۰۰۱۶۶
۵۸	۷,۹۹۸۹۴	۰,۴۰۰۸۷۳	۷,۷۱۱۶۰۵	۰,۳۹۹۷۸۵
۵۹	۸,۰۰۰۸۱۲	۰,۳۹۹۹۹۳	۷,۷۱۲۱۰۱	۰,۴۰۰۲۲۷
۶۰	۸,۰۰۱۱۲۶	۰,۴۰۰۱۴۲	۷,۷۰۸۹	۰,۳۹۹۱۷۲
۶۱	۸,۰۰۲۲۷۹	۰,۳۹۹۲۵۲	۷,۷۱۱۸۹۷	۰,۳۹۹۸۵۸
۶۲	۷,۹۹۷۵۷۱	۰,۴۰۰۹۹۱	۷,۷۱۱۰۸۳	۰,۳۹۹۲۰۲
۶۳	۷,۹۹۸۳۱۷	۰,۴۰۰۶۱۷	۷,۷۱۱۸۶۹	۰,۳۹۹۹۴۷
۶۴	۷,۹۹۵۳۳۸	۰,۴۰۰۶۴۸	۷,۷۱۳۶۴۴	۰,۳۹۹۸۳۳
۶۵	۷,۹۹۶۷۷۲	۰,۳۹۹۷۸۱	۷,۷۱۲۲۹۷	۰,۴۰۰۲۰۵
۶۶	۷,۹۹۹۴۶۷	۰,۴۰۰۶۲۳	۷,۷۰۸۰۱۹	۰,۳۹۹۲۶۷
۶۷	۸,۰۰۱۱۶۸	۰,۳۹۹۶۲۳	۷,۷۰۹۴۷	۰,۴۰۰۱۸۵
۶۸	۸,۰۰۱۲۰۶	۰,۴۰۰۸۰۹	۷,۷۱۰۲۳۶	۰,۳۹۹۹۵۳
۶۹	۷,۹۹۷۷۸۴	۰,۴۰۰۸۱	۷,۷۱۰۱۳۳	۰,۳۹۹۶۰۲
۷۰	۷,۹۹۹۳۰۴	۰,۴۰۰۱۰۴	۷,۷۰۹۲۰۲	۰,۴۰۰۱۴۷
۷۱	۸,۰۰۰۰۱۳	۰,۳۹۹۲۱۶	۷,۷۱۰۱۷۷	۰,۴۰۰۲۲۵
۷۲	۸,۰۰۴۰۱۴	۰,۳۹۹۰۶۹	۷,۷۱۰۰۵۶	۰,۴۰۰۱۰۳
۷۳	۷,۹۹۶۸	۰,۴۰۰۳۹۸	۷,۷۱۱۰۲۵	۰,۳۹۹۶۴۶
۷۴	۸,۰۰۵۴۱۷	۰,۴۰۰۷۱۸	۷,۷۰۷۷۲۵	۰,۳۹۹۸۶۴
۷۵	۷,۹۹۷۷۶۲	۰,۴۰۰۰۰۴	۷,۷۰۹۸۶۱	۰,۳۹۹۶۴۸
۷۶	۷,۹۹۹۶۸۸	۰,۴۰۰۸۸۵	۷,۷۰۸۵۷۵	۰,۴۰۰۰۱۵
۷۷	۷,۹۹۹۰۷۲	۰,۴۰۰۲۸۵	۷,۷۱۱۸۵۶	۰,۳۹۹۳۹
۷۸	۷,۹۹۸۳۶۲	۰,۴۰۰۷۸۲	۷,۷۱۲۶۳۱	۰,۳۹۸۹۲۶
۷۹	۷,۹۹۹۹۱۲	۰,۴۰۰۵۶۶	۷,۷۰۹۳۵	۰,۳۹۹۸۷
۸۰	۷,۹۹۷۹۹۳	۰,۴۰۰۳۳۳	۷,۷۰۸۶۱۹	۰,۳۹۹۹۹۸
۸۱	۷,۹۹۶۳۶۶	۰,۳۹۹۱۳۱	۷,۷۱۲۴۰۳	۰,۳۹۹۶۵۷
۸۲	۷,۹۹۷۸۰۹	۰,۴۰۰۶۱۹	۷,۷۱۳۸۵۱	۰,۳۹۹۵۰۷
۸۳	۷,۹۹۹۲۳۱	۰,۴۰۰۱۵۷	۷,۷۱۴۴۹۹	۰,۳۹۹۹۲۶
۸۴	۷,۹۹۷۷۶۹	۰,۴۰۰۰۸۱	۷,۷۱۲۴۰۹	۰,۴۰۰۰۹۵
۸۵	۷,۹۹۶۸۷۴	۰,۳۹۹۵۰۶	۷,۷۱۵۷۷۷	۰,۳۹۹۷۲۶
۸۶	۸,۰۰۱۵۶۴	۰,۳۹۹۷۸۱	۷,۷۱۱۸۰۷	۰,۴۰۰۲۰۳
۸۷	۷,۹۹۶۹۵۹	۰,۴۰۰۶۴۹	۷,۷۱۲۸۵۱	۰,۳۹۹۸۳۹
۸۸	۸,۰۰۴۵۵	۰,۴۰۰۷۸۴	۷,۷۰۹۲۴۵	۰,۳۹۹۹۵۲
۸۹	۷,۹۹۶۶۵۹	۰,۳۹۹۴۶۴	۷,۷۱۱۷۰۱	۰,۳۹۹۹۰۲
۹۰	۸,۰۰۱۶۹۹	۰,۴۰۰۴۳	۷,۷۱۰۹۴۹	۰,۴۰۰۰۳
۹۱	۷,۹۹۸۶۱۸	۰,۳۹۹۰۴۶	۷,۷۱۵۷۲۸	۰,۳۹۹۶۱۵
۹۲	۷,۹۹۷۴۲۳	۰,۳۹۹۷۰۱	۷,۷۰۹۹۸۱	۰,۳۹۹۸۴
۹۳	۷,۹۹۹۱۴۳	۰,۳۹۹۹۴۸	۷,۷۰۸۵۲۷	۰,۴۰۰۰۲۸
۹۴	۸,۰۰۳۱۰۴	۰,۳۹۹۰۰۷	۷,۷۱۲۱۴۳	۰,۳۹۹۹۷۴
۹۵	۸,۰۰۱۹۴۳	۰,۳۹۹۸۶۷	۷,۷۱۱۸۲۳	۰,۳۹۹۸۰۶
۹۶	۷,۹۹۹۶۳	۰,۳۹۹۷۶۶	۷,۷۰۸۳۸۵	۰,۳۹۹۸۵۳
۹۷	۸,۰۰۰۹۱۹	۰,۴۰۰۳۹۲	۷,۷۰۸۱۶۸	۰,۳۹۹۲۱
۹۸	۸,۰۰۱۵۳۷	۰,۳۹۹۶۴۵	۷,۷۱۳۲۴۴	۰,۳۹۹۶۷۷
۹۹	۷,۹۹۸۰۴۵	۰,۳۹۹۲۳۸	۷,۷۱۰۵۱۲	۰,۴۰۰۱۹۶
۱۰۰	۷,۹۹۸۳۵۶	۰,۳۹۹۴۵۵	۷,۷۰۹۹۷۹	۰,۳۹۹۸۸۵
۱۰۱	۷,۹۹۷۷۴۶	۰,۳۹۹۶۹۹	۷,۷۱۱۱۴۷	۰,۳۹۹۸۷۸
۱۰۲	۸,۰۰۲۰۲۲	۰,۳۹۹۲۲۹	۷,۷۱۰۹۹۲	۰,۴۰۰۲۶۳
۱۰۳	۸,۰۰۴۶۸	۰,۴۰۰۲۹۸	۷,۷۱۲۱۶۵	۰,۴۰۰۲۲۲

ردیف	B	D	E	F
۱۰۴	۸,۰۰۰۳۳۵	۰,۳۹۹۳۸۶	۷,۷۱۰۴۴۵	۰,۳۹۹۹۶۴
۱۰۵	۸,۰۰۲۱۸	۰,۳۹۹۷۹	۷,۷۱۲۶۹۸	۰,۳۹۹۴۰۷
۱۰۶	۸,۰۰۰۴	۰,۴۰۰۱۸۳	۷,۷۰۸۸۴۹	۰,۳۹۹۸۴۵
۱۰۷	۸,۰۰۰۳۷۳	۰,۳۹۹۷۰۳	۷,۷۱۰۳۲۹	۰,۳۹۹۸۴
۱۰۸	۷,۹۹۴۸۲۲	۰,۳۹۹۲۸۶	۷,۷۰۸۸۰۹	۰,۴۰۰۰۱۱
۱۰۹	۸,۰۰۰۶۲۵	۰,۳۹۹۳۹۲	۷,۷۱۲۱۰۳	۰,۴۰۰۰۴۹
۱۱۰	۷,۹۹۲۷۰۷	۰,۴۰۰۱۵۶	۷,۷۰۶۶۴۵	۰,۳۹۹۵۱۹
۱۱۱	۸,۰۰۰۴۷۹	۰,۳۹۹۸۵۱	۷,۷۱۳۵۵۶	۰,۳۹۹۸۴۲
۱۱۲	۷,۹۹۸۷۲۵	۰,۴۰۰۴۷۵	۷,۷۱۵۲۴۵	۰,۴۰۰۱۷۴
۱۱۳	۸,۰۰۰۵۲۱	۰,۴۰۰۲۸۵	۷,۷۰۹۰۸۴	۰,۳۹۹۹۸۲
۱۱۴	۸,۰۰۲۰۶۷	۰,۴۰۰۶۱۳	۷,۷۱۳۸۳۶	۰,۳۹۹۸۵۲
۱۱۵	۸,۰۰۲۴۹۹	۰,۴۰۰۷۲	۷,۷۱۰۹۳۵	۰,۳۹۹۶۹۳
۱۱۶	۸,۰۰۲۲۳۴	۰,۴۰۰۵	۷,۷۰۸۳۲۸	۰,۳۹۹۶۲۶
۱۱۷	۷,۹۹۶۹۸۷	۰,۳۹۹۲۳۴	۷,۷۱۰۰۹۱	۰,۴۰۰۱۱
۱۱۸	۸,۰۰۳۱۲۶	۰,۳۹۹۶۷۴	۷,۷۱۰۶۹۴	۰,۳۹۹۵۲۶
۱۱۹	۷,۹۹۹۰۸	۰,۳۹۹۵۱۱	۷,۷۱۰۴۱۳	۰,۴۰۰۲۳۴
۱۲۰	۷,۹۹۶۲۹۱	۰,۳۹۹۸۵	۷,۷۱۳۹۰۲	۰,۳۹۹۱۳۴
۱۲۱	۷,۹۹۸۴۸۹	۰,۴۰۰۳	۷,۷۱۲۶۳	۰,۴۰۰۰۱۶
۱۲۲	۷,۹۹۶۹۹۲	۰,۳۹۹۳۴۱	۷,۷۱۲۱۰۷	۰,۴۰۰۰۷۱
۱۲۳	۸,۰۰۳۸۹۱	۰,۴۰۰۱۱۶	۷,۷۱۳۳۶۸	۰,۴۰۰۱۸
۱۲۴	۸,۰۰۱۰۳۷	۰,۴۰۰۰۷۹	۷,۷۱۱۸۶۲	۰,۴۰۰۱۲۹
۱۲۵	۸,۰۰۱۵۱۴	۰,۳۹۹۴۲۹	۷,۷۰۹۴۷۵	۰,۴۰۰۱۲۵
۱۲۶	۷,۹۹۸۷۵۴	۰,۳۹۹۸۶۱	۷,۷۱۱۶۲۴	۰,۳۹۹۴۰۵
۱۲۷	۷,۹۹۷۵۹۴	۰,۳۹۹۸۷۷	۷,۷۰۹۲۱۸	۰,۳۹۹۴۸۲
۱۲۸	۸,۰۰۱۲۵۳	۰,۳۹۹۰۷۲	۷,۷۰۹۶۰۱	۰,۳۹۹۶۷۴
۱۲۹	۸,۰۰۱۳۰۱	۰,۴۰۰۶۶۸	۷,۷۰۹۹۴۸	۰,۳۹۹۹۷۹
۱۳۰	۷,۹۹۹۳۳۶	۰,۴۰۰۲۷۷	۷,۷۱۱۳۵۳	۰,۴۰۰۱۳۴
۱۳۱	۷,۹۹۶۹۳۳	۰,۳۹۹۰۱۲	۷,۷۱۰۹۶۷	۰,۴۰۰۳۸۷
۱۳۲	۷,۹۹۸۰۳۷	۰,۳۹۹۹۰۶	۷,۷۱۰۴۰۶	۰,۴۰۰۱۲۸
۱۳۳	۷,۹۹۹۱۹۳	۰,۴۰۰۵۹۵	۷,۷۱۰۹۱۸	۰,۴۰۰۱۲۷
۱۳۴	۸,۰۰۱۹۵۳	۰,۴۰۰۵۵۷	۷,۷۰۸۷۳۴	۰,۳۹۹۸۴
۱۳۵	۷,۹۹۹۷۰۷	۰,۳۹۹۸۹۱	۷,۷۰۹۹۸۱	۰,۳۹۹۸۲۷
۱۳۶	۷,۹۹۹۵۹۵	۰,۳۹۹۱۸۱	۷,۷۰۹۴۸۹	۰,۳۹۹۷۹۲
۱۳۷	۷,۹۹۹۳۸۷	۰,۴۰۰۴۲۱	۷,۷۱۰۶۱۵	۰,۳۹۹۸۸۶
۱۳۸	۷,۹۹۷۹۹	۰,۴۰۰۶۵۱	۷,۷۱۲۷۱۶	۰,۴۰۰۰۷۵
۱۳۹	۷,۹۹۹۹۳	۰,۴۰۰۳۲۵	۷,۷۱۳۴۳۴	۰,۴۰۰۰۶۴
۱۴۰	۷,۹۹۷۵۴۲	۰,۳۹۹۷۷	۷,۷۱۵۳۹۳	۰,۳۹۹۲۱۴
۱۴۱	۷,۹۹۹۷۳۱	۰,۴۰۰۲۴۸	۷,۷۱۱۹۴۳	۰,۳۹۹۹۷۱
۱۴۲	۸,۰۰۰۶۱۴	۰,۳۹۹۰۷۱	۷,۷۱۰۷۵۷	۰,۴۰۰۰۷۵
۱۴۳	۸,۰۰۵۷۷۳	۰,۳۹۹۳۰۱	۷,۷۰۹۱۵	۰,۳۹۹۹۵۸
۱۴۴	۷,۹۹۵۸۶۹	۰,۴۰۰۱۶۷	۷,۷۱۱۲۴۷	۰,۳۹۹۴۶۷
۱۴۵	۷,۹۹۹۴۸۹	۰,۳۹۹۷۹۲	۷,۷۱۴۶۳	۰,۴۰۰۳۳
۱۴۶	۸,۰۰۳۴۹۳	۰,۳۹۹۱۶۴	۷,۷۰۹۶۷۹	۰,۳۹۹۶۳۶
۱۴۷	۷,۹۹۶۸۶۶	۰,۳۹۹۴۷۴	۷,۷۱۱۸۸۹	۰,۴۰۰۱۴۸
۱۴۸	۸,۰۰۵۶۷۶	۰,۳۹۹۲۹۴	۷,۷۱۲۰۵	۰,۴۰۰۱۷۶
۱۴۹	۷,۹۹۹۲۱۷	۰,۳۹۹۹۸۵	۷,۷۰۹۲۳۶	۰,۴۰۰۰۹۳
۱۵۰	۷,۹۹۷۲۸۳	۰,۴۰۰۰۹۸	۷,۷۰۷۸۲	۰,۳۹۹۲۱۵

ب

مقدار میانگین برابر است با

$$\mu_{S.} = E[X_{S.}] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_{S.}\, f(x_{S.})dx_{S.} = \int_{۸\times۱۰^{۴}}^{۱.۲\times۱۰^{۵}} x_{S.}\, \frac{۱}{۴\times۱۰^{۴}}dx_{S.} = \frac{a+b}{۲} = ۱\times۱۰^{۵}$$

مقدار پراش برابر است با

$$\sigma_{S.}^{۲} = Var[X_{S.}] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_{S.}^{۲}\, f(x_{S.})dx_{S.} - E[X_{S.}]^{۲} = \int_{۸\times۱۰^{۴}}^{۱.۲\times۱۰^{۵}} x_{S.}^{۲}\, \frac{۱}{۴\times۱۰^{۴}}dx_{S.} - (۱\times۱۰^{۵})^{۲} = \frac{(b-a)^{۲}}{۱۲} = (۱۱۵۴۷.۰۰۵)^{۲}$$

مقدار ضریب چولگی، $\sqrt{\beta_{۱}}$ برابر است با

$$\sqrt{\beta_{۱S.}} = \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x_{S.}^{۳}\, f(x_{S.})dx_{S.} - ۳E[X_{S.}]E[X_{S.}^{۲}] + ۲E[X_{S.}]^{۳}\right]}{\sqrt{\left(E[X_{S.}^{۲}] - E[X_{S.}]^{۲}\right)^{۳}}} = \frac{\left[\int_{۸\times۱۰^{۴}}^{۱.۲\times۱۰^{۵}} x_{S.}^{۳}\, \frac{۱}{۴\times۱۰^{۴}}dx_{S.} - ۳\times۱\times۱۰^{۵}\times۱.۰۱\times۱۰^{۱۰} + ۲\times(۱\times۱۰^{۵})^{۳}\right]}{\sqrt{[(۱۱۵۴۷.۰۰۵)^{۲}]^{۳}}} = \frac{\left[\frac{x_{S.}^{۴}}{۴\times۴\times۱۰^{۴}}\Big|_{۸\times۱۰^{۴}}^{۱.۲\times۱۰^{۵}} - ۱.۰۴\times۱۰^{۱۵}\right]}{\sqrt{[(۱۱۵۴۷.۰۰۵)^{۲}]^{۳}}} = ۰$$

مقدار ضریب کشیدگی، $\beta_{۲}$ برابر است با

$$\beta_{۲S.} = \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x_{S.}^{۴}\, f(x_{S.})dx_{S.} - ۴E[X_{S.}]E[X_{S.}^{۳}]\right]}{(E[X_{S.}^{۲}] - E[X_{S.}]^{۲})^{۲}} + \frac{\left[۶E[X_{S.}]^{۲}E[X_{S.}^{۲}] - ۳E[X_{S.}]^{۴}\right]}{(E[X_{S.}^{۲}] - E[X_{S.}]^{۲})^{۲}} = \frac{\left[\int_{۸\times۱۰^{۴}}^{۱.۲\times۱۰^{۵}} x_{S.}^{۴}\, \frac{۱}{۴\times۱۰^{۴}}dx_{S.} - ۴\times۱\times۱۰^{۵}\times۱.۰۴\times۱۰^{۱۵}\right]}{[(۱۱۵۴۷.۰۰۵)^{۲}]^{۲}} + \frac{[۶\times(۱\times۱۰^{۵})^{۲}\times۱.۰۱\times۱۰^{۱۰} - ۳\times(۱\times۱۰^{۵})^{۴}]}{[(۱۱۵۴۷.۰۰۵)^{۲}]^{۲}} = \frac{\left[\frac{x_{S.}^{۵}}{۵\times۴\times۱۰^{۴}}\Big|_{۸\times۱۰^{۴}}^{۱.۲\times۱۰^{۵}} - ۱.۰۸\times۱۰^{۲۰}\right]}{[(۱۱۵۴۷.۰۰۵)^{۲}]^{۲}} = \frac{۳.۲\times۱۰^{۱۶}}{۱.۷۷\times۱۰^{۱۶}} = \frac{۹}{۵} = ۱.۸$$

پ

مشتق‌ها و ضرایب مثال تحلیل سود

این پیوست در جداول ۵ و ۶ نتایج عددی برآورد مقادیر اسمی مشتق‌های جزیی و ضرایب وابسته برای عوامل عدم قطعیت در مثال تحلیل سود را شامل می‌شود. انحراف معیارهای ضروری از اطلاعات موجود در متن اصلی به دست می‌آیند. برای محاسبه کوواریانس، انحراف معیار یک متغیر یکنواخت ارایه شده است.

$$\sigma = R/\sqrt{۱۲}$$

R دامنه متغیر یکنواخت است

جدول ۵ مشتق‌ها و ضرایب متغیرهای مثال تحلیل سود (مقادیر اسمی)

متغیرها	$\frac{\partial NPW}{\partial X_i}\times ۱۰^{-۶}$	$b_{ij}\times ۱۰^{-۶}$
$s_۰$	−۱/۰	۱۱/۵
$\overline{s}_۱$	$-۰/۷۲ * ۱۰^{-۶}$	−۱۰۴/۲
$t_۱$	−۱۳۳/۷	−۷۷/۲
$f_۲$	۳۵۴/۸	۱۸/۴
I	۱۸۵۴۴۳/۳	۱۰۷
$t_۲$	−۶۰/۰	−۳۴/۷
$t_۳$	۳/۸	۲۲/۲
$f_۴$	−۱۸۰۵/۷	−۱۰/۴
$f_۵$	−۱۸/۲	−۰/۵

ادامه جدول ۵ مشتق‌ها و ضرایب متغیرهای مثال تحلیل سود (مقادیر اسمی)

متغیرها	$\frac{\partial NPW}{\partial X_i}\times ۱۰^{-۶}$	$b_{ij}\times ۱۰^{-۶}$
$s_۰$	۰	۰
$\overline{s}_۱$	۰	۰
$t_۱$	۱۱/۴	۳/۸
$f_۲$	۰	۰
I	۰	۰
$t_۲$	۶/۰	۲/۰
$t_۳$	−۰/۴	−۱۲/۴
$f_۴$	۰	۰
$f_۵$	۱۹۲/۲	۰/۲

جدول ۶ ضرایب متقابل مثال تحلیل سود (مقادیر اسمی)

متغیرهای دوتایی جدول ۵	$b_{ij}\times ۱۰^{-۶}$
۲/۳	۱/۵
۲/۴	۰
۲/۵	۰
۲/۶	−۰/۰۵
۲/۷	−۰/۵
۲/۸	−۱/۵
۲/۹	−۰/۰۸
۳/۴	−۵/۰
۳/۵	−۱۲/۴
۳/۶	۴/۰
۳/۷	−۲/۶
۳/۸	۱/۲
۳/۹	۰/۰۶
۴/۵	۶/۲

جدول ۶ ضرایب متقابل مثال تحلیل سود (مقادیر اسمی)

متغیرهای دو تایی جدول ۵	$b_{ij}\times ۱۰^{-۶}$
۴/۶	−۲/۰
۴/۷	۱/۳
۴/۸	۰
۴/۹	۰
۵/۶	−۵.۰
۵/۷	۳/۲
۵/۸	۰

جدول ۶ ضرایب متقابل مثال تحلیل سود (مقادیر اسمی)

متغیرهای دو تایی جدول ۵	$b_{ij}\times ۱۰^{-۶}$
۵/۹	۰
۶/۵	−۳/۰
۶/۵	−۰/۰۲
۶/۵	۰/۰۸
۷/۸	−۰/۲
۷/۹	۰/۸
۸/۹	۰

[۱] Define, Measure, Analyze, Innovated Improvement and Control (DMAIC)

[۲] Net Present Worth (NPW)