بررسی اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار کنترل علامت

مجید نوجوان*
استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب
مسعود علیشاهی
دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

چکیده نمودار علامت یکی از معمول‌ترین نمودارهای ناپارامتری است که از آن برای کنترل مرکزیت فرآیندهایی با توزیع نامعلوم یا غیرنرمال استفاده می‌شود. با توجه به اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای کنترل، در این مقاله تأثیر خطای اندازه‌گیری با مدل جمع‌پذیر بر روی عملکرد نمودار علامت بررسی شده است. برای این کار یک برنامه‌ی شبیه‌سازی تهیه شده که متوسط طول دنباله‌ی نمودار علامت را به ازای سه توزیع متفاوت و در دوحالت آگاهی یا عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری محاسبه می‌کند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که عملکرد نمودار علامت برای هر سه توزیع و در هر دو حالت تحت تأثیر خطای اندازه‌گیری تضعیف و با افزایش واریانس خطای اندازه‌گیری تأثیر خطا بر عملکرد نمودار افزایش می‌یابد. همچنین تاثیر استفاده از افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری بر کاهش تأثیر خطای اندازه‌گیری نیز در نمودار علامت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که اگر چه استفاده از این روش در حالت آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار اثر مثبت دارد، ولی در صورت عدم آگاهی از وجود خطا، این روش عملکرد نمودار علامت را تضعیف می‌کند.

کلمات کلیدی نمودار کنترل ناپارامتری، نمودار علامت، خطای اندازه‌گیری، اندازه‌گیری چندگانه

۱- مقدمه

نمودار کنترل یکی از مهمترین ابزارهای کنترل فرآیند آماری[۱] است که برای تشخیص تغییرات با دلیل در فرآیند بکار می‌رود. همچنین برای کنترل فرآیندهایی با توزیع نامشخص یا غیر نرمال از نمودار ناپارامتری استفاده می‌شود. پارنت [۱] و رینولدز [۲] نخستین محققانی بودند که نمودارهای کنترل را بر اساس رتبه‌های ترتیبی علامت معرفی کردند. مک‌گیلکریست و وودیر [۳] از روش آزاد توزیع جمع تجمعی[۲] برای نظارت بر میزان بارش استفاده و عملکرد آن را بررسی نمودند. بکیر [۴] و بکیر و رینولدز [۵] نمودار کنترل ناپارامتری را با استفاده از آماره‌ی رتبه علامت ویلکاکسون معرفی کردند. پارک [۶] استفاده از نمودارهای کنترل ناپارامتری برای توزیع نامتقارن را پیشنهاد و عملکرد نمودارهای علامت و رتبه علامت‌دار را در این حالت بررسی نمود. پارک و رینولدز [۷] نمودارهای ناپارامتری از نوع شوهارت و جمع تجمعی را بر اساس آماره‌ی جایابی خطی پیشنهاد و عملکرد آنها را بررسی کردند. امین و سیرسی[۸] عملکرد میانگین متحرک موزون نمایی[۳] را با استفاده از آماره‌ی رتبه علامت‌دار ویلکاکسون مطالعه کردند. هاکل و لدالتر [۹] و [۱۰] یک نمودار کنترل ناپارامتری جدید مبتنی بر رتبه پیشنهاد و عملکرد آن را ارزیابی نمودند. امین و همکاران [۱۱] و آرنولد [۱۲] از نمودارهای کنترل ناپارامتری از نوع شوهارت و روش آزاد توزیع جمع تجمعی و بر اساس آماره‌ی علامت، برای داده‌های گروه‌بندی شده استفاده کردند. چاکرابورتی و همکاران [۱۳] نیز نمودار ناپارامتری مبتنی بر آماره‌ی من-ویتنی را معرفی و عملکرد آن را بررسی نمودند. نورالسناء و صدیقی [۱۴] مدلی برای بهینه‌سازی نمودار علامت با اندازه نمونه متغیر ارایه کردند. همچنین نوجوان و غفاری [۱۵] عملکرد نمودار من-ویتنی را در صورت وجود خطای تخمین در پارامتر بررسی نمودند. یکی از عواملی که می‌تواند بر عملکرد نمودارهای کنترل تأثیر بگذارد وجود خطای اندازه‌گیری در هنگام تهیه مشاهدات نمونه‌ای است.

ماراولاکیس و همکاران [۱۶] خطای اندازه‌گیری را یک معیار اعوجاج یا انحراف معمول در فعالیت‌های کاربردی دنیـای واقعی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۱/۱۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱/۲۰

*(Corresponding author) mnojavan@azad.ac.ir

توصیف کرده‌اند که بر روی خروجی فرآیند تأثیرگذار است. مطابق تعریف ماراولاکیس [۱۷] خطای اندازه‌گیری زمانی مطرح می‌شود که باید متغیر X کنترل شود اما به جای آن متغیر دیگری به نام Y که با X همبستگی دارد اندازه‌گیری می‌شود. اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای کنترل پارامتری توسط برخی از محققان بررسی شده است.

رحیم [۱۸] در طراحی نمودار $\overline{X}$ در حالتی‌که از آن برای کنترل میانگین یک فرآیند غیرنرمال استفاده می‌شود، یک مدل اقتصادی معرفی کرد که در محاسبات آن وجود خطای اندازه‌گیری نیز در نظر گرفته شده است. میتاگ و استمن [۱۹] تأثیر خطای اندازه‌گیری را بر عملکرد نمودارهای $\overline{X}-S$ بررسی و نشان دادند که خطای اندازه‌گیری می‌تواند توانایی نمودار در تشخیص سریع تغییرات فرآیند را به شدت کاهش دهد. استمن و ویس [۲۰] اثر خطای اندازه‌گیری را بر نمودارهای $EWMA-\overline{X}-S$ بررسی و عملکرد این نمودار را با عملکرد نمودار شوهارتی $\overline{X}-S$ در حالت وجود خطای اندازه‌گیری مقایسه کردند. آنها با استفاده از تحلیل حساسیت نشان دادند که در تغییرات کوچک فرآیند، عملکرد نمودار $EWMA-\overline{X}-S$ بر نمودار $\overline{X}-S$ برتری دارد. شور [۱۹] شرایط خطای اندازه‌گیری را برای رسیدن مقدار متوسط طول دنباله‌ی نمودار در حالت تحت کنترل ($ARL(0)$) به یک مقدار مشخص، معرفی کرد. چانگ و گان [۲۲] اهمیت پایش ابزار اندازه‌گیری را در عملکرد نمودارهای کنترل بررسی کردند. لینا و وودال [۲۳] اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای کنترل شوهارتی و لینا و همکاران [۲۴] اثر این خطا را بر عملکرد نمودارهای کنترل چندمتغیره بررسی کردند. ماراولاکیس و همکاران [۲۵] عملکرد میانگین متحرک موزون نمایی را در صورت وجود خطای اندازه‌گیری بررسی و نشان دادند که خطای اندازه‌گیری عملکرد این نمودار را در تشخیص تغییرات تضعیف می‌کند. آنها افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری را به عنوان یک راه حل برای کاهش اثر خطا پیشنهاد کردند. کاستا و کاستاگلیولا [۲۶] اثرات نامطلوب خودهمبستگی و خطای اندازه‌گیری را بر عملکرد نمودار $\overline{X}$ مطالعه کرده و برای مقابله با اثر خطای اندازه‌گیری، افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری و برای مقابله با اثر خودهمبستگی، تولید نمونه‌ها با توجه به زمان تولید و بدون همسایگی را پیشنهاد دادند. ماراولاکیس [۲۷] تاثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد میانگین متحرک موزون نمایی را بررسی و نشان داد که عملکرد این نمودار شدیداً تحت تأثیر خطای اندازه‌گیری قرار می‌گیرد. همچنین او میزان تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای روش آزاد توزیع جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی را مقایسه و نتیجه گرفت که در حضور خطای اندازه‌گیری، در تغییرات کوچک نمودار روش آزاد توزیع جمع تجمعی و در تغییرات بزرگ نمودار میانگین متحرک موزون نمایی عملکرد بهتری دارند. امین‌نیری و جابری [۲۸] نیز تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار میانگین متحرک موزون نمایی انطباق‌پذیر را بررسی و نتیجه گرفتند که با افزایش واریانس خطای اندازه‌گیری، توان این نمودار برای کشف تغییرات کاهش می‌یابد ولی این کاهش بسیار کمتر از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی معمولی است.

با بررسی تحقیقات قبلی مشخص می‌شود که اگر چه نمودارهای ناپارامتری در کنترل فرایندهای غیر نرمال کاربرد زیادی دارند اما اثر خطای اندازه‌گیری که تاثیر زیادی بر عملکرد این نمودارها دارد، تاکنون بررسی نشده است. در این مقاله اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار ناپارامتری علامت بررسی شده است. برای این کار دو حالت کلی در نظر گرفته شده است که در حالت اول مدل مورد استفاده خطای اندازه‌گیری و پارامترهای آن مشخص بوده و نسبت به آن آگاهی وجود دارد و در حالت دوم فرض شده است که هنگام طراحی نمودار از وجود خطای اندازه‌گیری آگاهی وجود ندارد. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش دوم نمودار علامت و نحوه‌ی استفاده از آن تشریح شده است. در بخش سوم اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار علامت در هر دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری و برای سه توزیع نرمال، یکنواخت و لاپلاس ارزیابی شده است. در بخش چهارم اثر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار علامت در صورت وجود خطای اندازه‌گیری در هر دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا بررسی شده است. نهایتاً در بخش پنجم نتیجه‌گیری آمده است.

۲- نمودار ناپارامتری علامت

نمودار علامت یکی از مشهورترین نمودارهای ناپارامتری است که از آن برای نظارت بر مرکزیت (میانگین یا میانه) فرآیند استفاده می‌شود. فرضیات مورد نیاز برای استفاده از این نمودار شامل: استقلال مشاهدات و پیوسته بودن توزیع احتمال بوده و نیازی به فرض متقارن بودن توزیع نیست. برای تشکیل آماره علامت باید تمام مشاهدات یک نمونه با مقدار هدف (میانگین یا میانه) مقایسه شوند. در این حالت اگر مقدار یک مشاهده بیش از مقدار هدف باشد، علامت (+) و در غیر این صورت یک علامت (-) برای آن مشاهده در نظر گرفته شده و تعداد علامت های + و - برای

هر نمونه مشخص می‌شود. یکی از آماره‌های مورد استفاده در نمودار علامت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SN_i = \sum_{j=1}^{n} Sign\left(X_{ij} - \mu_0\right)$$
$$Sign(t) = \begin{cases} +1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases} \quad (1)$$

که در آن: μ_0 مقدار هدف (میانه، میانگین یا صدکی از توزیع) است که مورد پایش و نظارت قرار می‌گیرد، X_{ij} مشاهده j ام ($j = 1,2,...,n$) در نمونه i ام و SN_i مجموع علامت‌های مثبت و منفی در نمونه i ام را نشان می‌دهند.

از آنجا که توزیع مشاهدات پیوسته فرض می‌شود که $P\{X_{ij} - \mu_0 = 0\} = 0$ بوده و به صورت نظری هرگز حالت $Sign(X_{ij} - \mu_0) = 0$ اتفاق نمی‌افتد اما در عمل ممکن است مشاهدات گرد شده و در شمارش تعداد علامت‌ها صفرهایی مشاهده شوند. در هر صورت تا زمانی که تعداد صفرها بیش از اندازه نباشد، محاسبه SN_i مطابق رابطه ۱ و استفاده از حدود محاسبه شده بی‌اشکال است. اگر فرآیند تحت کنترل بوده و میانگین تغییر نکند، احتمال اینکه یک مشاهده علامت + یا − بدست آورد برابر $P = 0.5$ و مقدار مورد انتظار SN_i نیز برابر صفر می‌باشد. بنابراین، حدود کنترل نمودار علامت نسبت به مقدار صفر متقارن است.

در نمودار علامت برای دسترسی به یک احتمال هشدار اشتباه مشخص در حالت تحت کنترل (P_0)، باید از جداول احتمالی تعریف شده برای آماره SN_i جهت تعیین حد (حدود) نمودار استفاده شود. برای این کار احتمال هشدار با توجه به رابطه $P_0 = p\left\{|SN_i| \geq UCL \middle| \mu = \mu_0\right\}$ مشخص می‌شود که در آن UCL حد کنترل بالای نمودار علامت است.

پس از تعیین حد (حدود) نمودار اگر مقدار آماره علامت در یک نمونه از این مقادیر تجاوز کند ($|SN_i| \geq UCL$) فرآیند خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود. در نمودار علامت دو طرفه، یک حد کنترل بالا $UCL > 0$ و یک حد کنترل پایین $LCL < 0$ برای رسیدن به یک احتمال هشدار نادرست (P_0) و یا میانگین طول دنباله مشخص در حالت تحت کنترل (ARL_0) انتخاب می‌شوند که در آن $LCL = -UCL$ است.

میانگین طول دنباله (ARL) نمودار علامت دو طرفه با استفاده از رابطه‌ی $ARL(\mu) = 1/P\{|SN_i| \geq UCL\}$ محاسبه می‌شود. مقادیر ARL نمودار علامت برای حالت یک طرفه در جهت مثبت به صورت $ARL^{+}(\mu) = 1/P\{|SN_i| \geq UCL\}$ بدست می‌آید. مقدار ARL نمودار علامت در حالت تحت کنترل برای تمام توزیع‌ها با میانه یکسان برابر است. بزرگترین مقدار ممکن برای ARL تحت حال کنترل نمودار علامت در طرح‌های متقارن یک طرفه و دو طرفه در صورتیکه $P_0 = 0.5$ باشد، به ترتیب برابر با 2^n و 2^{n-1} است.

۳- بررسی اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار علامت

یکی از معمول‌ترین مدل‌های خطای اندازه‌گیری در بررسی عملکرد نمودارهای کنترل، مدل جمع‌پذیر است که در بسیاری از مقالات از آن استفاده می‌شود [۱۶]، [۱۷]، [۲۳]، [۲۴] و [۲۶]. مدل جمع‌پذیر خطای اندازه‌گیری به صورت زیر می‌باشد:

$$X \sim (\mu_0 + \Delta, \sigma_0^2)$$
$$Y = A + BX + \varepsilon$$
$$\varepsilon \sim N(0, \sigma_m^2)$$
$$Y \sim (A + B(\mu_0 + \Delta), B^2\sigma_0^2 + \sigma_m^2) \quad (2)$$

در رابطه ۲، μ_0 و σ_0^2 به ترتیب میانگین و واریانس مشخصه (X) در حالت تحت کنترل و Δ میزان تغییر در میانگین (در حالت خارج از کنترل) را نشان می‌دهند. همچنین A و B مقادیر ثابت بوده و ε خطای اندازه‌گیری است که دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_m^2 است.

با توجه به وجود خطای اندازه‌گیری مقدار اندازه‌گیری شده از فرآیند (Y) در حالت تحت کنترل دارای میانگین $A + B\mu_0$ و واریانس $B^2\sigma_x^2 + \sigma_m^2$ است.

برای بررسی اثر خطای اندازه‌گیری بر نمودار علامت، متوسط طول دنباله (ARL) نمودار علامت در سه توزیع مختلف فرآیند (X) شامل: توزیع یکنواخت (به عنوان توزیع دنباله نازک)، توزیع نرمال (به عنوان توزیع متداول) و توزیع لاپلاس (به عنوان توزیع دنباله پهن) بررسی شده است. رابطه (۳) به ترتیب تابع چگالی توزیع‌های نرمال با پارامترهای μ_0 و σ_0^2، توزیع یکنواخت با

پارامترهای مرکز θ و λ و تابع چگالی لاپلاس با پارامترهای مرکز θ و λ را نشان می‌دهند.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} \qquad -\infty < x < +\infty$$

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} \qquad \theta - \lambda < x < \theta + \lambda \text{ و } \lambda > 0 \qquad (3)$$

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-\frac{|x-\theta|}{\lambda}} \qquad -\infty < x < +\infty \text{ و } \lambda > 0$$

برای بررسی عملکرد نمودار علامت در توزیع‌های مختلف پارامترهای آنها به گونه‌ای در نظر گرفته شده‌اند که میانگین هر سه توزیع در حالت کنترل $\mu_0 = 0$ و واریانس آنها $\sigma_0^2 = 1$ باشد. برای رسیدن به این حالت در توزیع یکنواخت مقدار پارامتر $\lambda = \sqrt{3}$ و در توزیع لاپلاس $\lambda = 1/\sqrt{2}$ در نظر گرفته شده است. همچنین حدود کنترل نمودار علامت به صورت $LCL = -10$ و $UCL = 10$ در نظر گرفته شده‌اند. در این حالت میانگین طول دنباله نمودار علامت مساوی $ARL_0 = 512$ و نرخ هشدار نادرست آن برابر $p_0 = 0/00194$ است.

برای محاسبه طول متوسط دنباله در نمودار علامت با وجود خطای اندازه‌گیری، یک برنامه با استفاده از نرم‌افزار MATLAB تهیه شده است که عملکرد نمودار را در حالات مختلف شبیه‌سازی می‌کند.

مقادیر محاسبه شده در برنامه‌ی شبیه‌سازی با ۱۰۰۰۰ بار تکرار به دست آمده‌اند. برای بررسی درستی عملکرد برنامه‌ی شبیه‌سازی، مقادیر ARL در حالت عدم وجود خطای اندازه‌گیری با مقادیر مشخص شده در مراجع و جداول استاندارد مقایسه شده است که این مقایسه نشان‌دهنده‌ی اختلاف ناچیز بین مقادیر به دست آمده در برنامه‌ی شبیه‌سازی و مقادیر ارائه شده در مراجع است. بنابراین، می‌توان از برنامه‌ی شبیه‌سازی برای بررسی عملکرد نمودار علامت در حالت وجود خطای اندازه‌گیری نیز استفاده کرد.

در ادامه عملکرد نمودار علامت با خطای اندازه‌گیری در دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا بررسی شده است.

۳-۱ آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

در صورتی‌که مدل و پارامترهای خطای اندازه‌گیری مشخص باشد می‌توان با استفاده از این اطلاعات محاسبه آماره علامت را اصلاح نمود. در این حالت متغیر اندازه‌گیری شده در شرایط تحت کنترل (Y) به جای داشتن میانگین μ_0 (میانگین فرآیند X در شرایط تحت کنترل)، دارای میانگین $A + B\mu_0$ بوده و باید مشاهدات نمونه‌ای با این مقدار مقایسه و علامت آنها تعیین شود. از طرفی با توجه به اینکه در این مقاله میانگین فرآیند در حالت تحت کنترل $\mu_0 = 0$ در نظر گرفته شده است، میانگین متغیر اندازه‌گیری شده (Y) در حالت تحت کنترل برابر $\mu_0 = A$ بوده و باید مشاهدات نمونه‌ای با این مقدار مقایسه شوند. عملکرد نمودار علامت در شرایط آگاهی از وجود خطا به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل خطای اندازه‌گیری و در سه توزیع متفاوت نرمال، یکنواخت و لاپلاس بررسی شده است. برای بررسی اثر تغییر پارامترهای مدل خطا، در هر حالت فقط یک پارامتر تغییر کرده و سایر پارامترهای مدل ثابت در نظر گرفته شده است.

الف) تغییرات پارامتر A

چون آماره‌ی علامت در حالت آگاهی از وجود خطا با توجه به مقدار پارامتر A محاسبه می‌شود و از طرفی این پارامتر فقط در میانگین متغیر اندازه‌گیری شده (Y) تاثیر می‌گذارد، بنابراین در این حالت تغییرات پارامتر A تاثیری بر عملکرد نمودار علامت ندارد. این موضوع به ازای تمامی مقادیر B و C صادق است.

ب) تغییرات پارامتر B

با توجه به اینکه مقدار A تأثیری بر روی محاسبات ندارد، عملکرد نمودار علامت به ازای مقادیر مختلف B و در حالت $\sigma_m^2 = 1$ بررسی شده است. جدول ۱ مقادیر ARL نمودار علامت را در این حالت نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، درهر سه توزیع، تغییرات پارامتر B تأثیر محسوسی بر روی مقادیر ARL در حالت تحت کنترل نمی‌گذارد، اما در حالت خارج از کنترل وقتی $B = 1$ است، مقادیر ARL (و در واقع تأثیر نامطلوب خطا) به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. با افزایش مقدار B به تدریج اثر آن بر روی ARL و در نتیجه تأثیر نامطلوب خطا بر عملکرد نمودار کاهش می‌یابد.

جدول ۱: مقادیر ARL نمودار علامت با خطای اندازه‌گیری به ازای مقادیر مختلف B (در حالت آگاهی از وجود خطا)

B توزیع	Δ	بدون خطا	۱	۲	۳	۵
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۵۱۵/۵۷	۵۰۹/۷۳	۵۱۷/۳۹	۵۱۸/۳۷
	۰/۵	۴۰/۲۵	۸۸/۶۶	۵۲/۴۹	۴۵/۴۸	۴۱/۸۶
	۱/۰	۵/۶۱	۱۵/۶۷	۷/۷۵	۶/۴۵	۵/۹۱
	۱/۵	۲/۰۰	۴/۷۸	۲/۵۶	۲/۲۲	۲/۰۷
	۲/۰	۱/۲۶	۲/۲۸	۱/۴۵	۱/۳۵	۱/۲۹
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۴۸	۱/۱۳	۱/۰۹	۱/۰۸
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۱۹	۱/۰۴	۱/۰۲	۱/۰۲
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۵۱۰/۶۶	۵۱۱/۷۱	۵۱۴/۱۲	۵۱۸/۸۰
	۰/۵	۸۰/۹۵	۹۸/۹۴	۸۲/۷۵	۸۲/۱۷	۸۰/۴۶
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱۷/۸۵	۱۱/۶۲	۱۰/۷۵	۱۰/۷۶
	۱/۵	۲/۰۰	۵/۱۸	۲/۸۱	۲/۳۳	۲/۰۷
	۲/۰	۱/۰۰	۲/۳۱	۱/۳۲	۱/۱۲	۱/۰۲
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۴۵	۱/۰۴	۱/۰۰	۱/۰۰
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۱۵۳۹	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۵۱۶/۸۸	۵۲۷/۸۴	۵۲۵/۵۲	۵۲۲/۵۶
	۰/۵	۱۶/۶۴	۷۹/۰۷	۳۴/۲۳	۲۲/۹۴	۱۹/۶۴
	۱/۰	۳/۶۸	۱۲/۷۰	۵/۴۸	۴/۳۵	۳/۸۱
	۱/۵	۱/۸۶	۴/۲۰	۲/۲۱	۲/۰۳	۱/۸۷
	۲/۰	۱/۳۵	۲/۲۰	۱/۵۰	۱/۳۹	۱/۳۷
	۲/۵	۱/۱۵	۱/۴۵	۱/۱۹	۱/۱۸	۱/۱۶
	۳/۰	۱/۰۸	۱/۲۳	۱/۱۰	۱/۰۸	۱/۰۷

پ) تغییرات پارامتر σ_m^2

برای بررسی اثر تغییر پارامتر σ_m^2 بر نمودار علامت، عملکرد این نمودار به ازای مقادیر $C = \sigma_m^2/\sigma_0^2$ و در حالت $B = 1$ تعیین و نتایج در جدول ۲ نشان داده شده است. در این شرایط نیز مقدار A تأثیری در عملکرد نمودار ندارد. با توجه به جدول ۲ مشخص می‌شود که برای هر سه توزیع، در حالتی که فرآیند تحت کنترل

جدول ۲: مقادیر ARL نمودار علامت با خطای اندازه‌گیری به ازای مقادیر مختلف C (در حالت آگاهی از وجود خطا)

C توزیع	Δ	بدون خطا	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۵	۱
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۵۱۲/۸۷	۵۱۳/۵۱	۵۱۴/۷۶	۵۱۵/۳۱	۵۱۵/۵۷
	۰/۵	۴۰/۲۵	۴۵/۲۳	۵۱/۱۱	۵۶/۴۲	۶۵/۵۶	۸۸/۶۶
	۱/۰	۵/۶۱	۶/۴۰	۷/۳۶	۸/۱۹	۱۰/۲۸	۱۵/۶۷
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۲۲	۲/۴۶	۲/۶۹	۳/۱۹	۴/۷۸
	۲/۰	۱/۲۶	۱/۳۴	۱/۴۲	۱/۴۹	۱/۶۸	۲/۲۸
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۰۹	۱/۱۱	۱/۱۶	۱/۲۳	۱/۴۸
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۰۲	۱/۰۳	۱/۰۴	۱/۰۷	۱/۱۹
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۵۱۳/۵۱	۵۰۸/۹۶	۵۰۷/۵۹	۴۹۹/۵۹	۵۱۰/۶۶
	۰/۵	۸۰/۹۵	۸۱/۸۴	۸۰/۳۱	۸۱/۶۵	۸۴/۹۴	۹۸/۹۴
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱۰/۸۵	۱۱/۲۲	۱۱/۷۴	۱۳/۰۹	۱۷/۸۵
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۲۸	۲/۶۳	۲/۹۳	۳/۵۸	۵/۱۸
	۲/۰	۱/۰۰	۱/۱۱	۱/۲۶	۱/۳۸	۱/۶۵	۲/۳۱
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۲	۱/۰۶	۱/۱۵	۱/۴۵
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۱	۱/۰۳	۱/۱۵
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۵۱۱/۰۶	۵۰۵/۷۴	۵۳۱/۱۳	۵۲۰/۳۸	۵۱۶/۸۸
	۰/۵	۱۶/۶۴	۲۳/۰۳	۲۹/۵۹	۳۷/۳۳	۴۸/۹۶	۷۹/۰۷
	۱/۰	۳/۶۸	۴/۲۷	۴/۸۰	۵/۸۳	۷/۷۵	۱۲/۷۰
	۱/۵	۱/۸۷	۱/۹۳	۲/۱۳	۲/۳۴	۲/۸۵	۴/۲۰
	۲/۰	۱/۳۵	۱/۴۱	۱/۴۴	۱/۴۶	۱/۶۳	۲/۲۰
	۲/۵	۱/۱۶	۱/۱۸	۱/۲۱	۱/۲۲	۱/۲۶	۱/۴۵
	۳/۰	۱/۰۹	۱/۰۹	۱/۰۹	۱/۱۰	۱/۱۵	۱/۲۳

است، تغییرات نسبت $C = \sigma_m^2/\sigma_0^2$ بر روی مقادیر ARL و در نتیجه عملکرد نمودار تأثیر مشخصی نمی‌گذارد. در حالتی که فرآیند خارج از کنترل است، با افزایش نسبت C میزان تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار افزایش و قدرت تشخیص تغییرات در نمودار تضعیف می‌شود. البته در توزیع یکنواخت در Δ=۰/۵ و برای مقادیر $C <$ ۰/۳ روند صعودی ARL مشاهده نمی‌شود.

۳-۲ عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

در صورت عدم وجود آگاهی از خطای اندازه‌گیری، مقدار آماره‌ی علامت بدون آگاهی از این تغییر محاسبه و به جای میانگین مقدار اندازه‌گیری شده در حالت تحت کنترل ($\mu_{\cdot} = A$) از میانگین فرآیند در حالت تحت کنترل ($\mu_{\cdot} = ۰$) استفاده می‌شود و مقادیر مشاهدات نمونه با مقدار $\mu_{\cdot} = ۰$ مقایسه می‌شوند. عملکرد نمودار علامت در حالت عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری و به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل خطا در ادامه بررسی شده است.

الف) تغییرات پارامتر A

عملکرد نمودار علامت به ازای مقادیر مختلف پارامتر A و با فرض $B = ۱$ و $\sigma_m^۲ = ۱$ بررسی و مقادیر ARL در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳: مقادیر ARL نمودار علامت به ازای مقادیر مختلف A (در حالت عدم آگاهی از وجود خطا)

توزیع A	Δ	بدون خطا	۰/۱	۰/۴	۰/۷	۱
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۴۵۴/۵۱	۱۳۸/۰۳	۴۱/۶۱	۱۵/۳۱
	۰/۵	۴۰/۲۵	۵۹/۲۸	۲۱/۰۶	۹/۲۱	۴/۷۳
	۱/۰	۵/۶۱	۱۱/۸۵	۵/۸۱	۳/۳۸	۲/۳۲
	۱/۵	۲/۰۰	۳/۹۹	۲/۶۲	۱/۸۹	۱/۴۸
	۲/۰	۱/۲۶	۲/۰۲	۱/۵۷	۱/۳۴	۱/۱۹
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۴۰	۱/۲۲	۱/۱۲	۱/۰۷
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۱۷	۱/۰۹	۱/۰۵	۱/۰۳
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۴۷۱/۱۱	۱۵۰/۰۱	۴۶/۹۰	۱۷/۷۱
	۰/۵	۸۰/۹۵	۶۷/۸۸	۲۴/۹۷	۱۰/۳۸	۵/۲۳
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱۳/۲۷	۶/۳۲	۳/۶۶	۲/۲۹
	۱/۵	۲/۰۰	۴/۴۶	۲/۶۷	۱/۸۳	۱/۴۶
	۲/۰	۱/۰۰	۲/۰۵	۱/۵۷	۱/۳۰	۱/۱۶
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۳۷	۱/۱۹	۱/۱۰	۱/۰۴
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۱۲	۱/۰۶	۱/۰۳	۱/۰۱
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۴۳۸/۰۹	۱۲۱/۳۰	۳۴/۱۲	۱۳/۱۲
	۰/۵	۱۶/۶۴	۵۱/۵۲	۱۷/۸۱	۷/۸۷	۴/۲۰
	۱/۰	۳/۶۸	۹/۷۰	۵/۰۲	۳/۱۱	۲/۱۶
	۱/۵	۱/۸۶	۳/۶۰	۲/۳۸	۱/۸۱	۱/۴۷
	۲/۰	۱/۳۵	۱/۹۴	۱/۵۷	۱/۳۴	۱/۲۲
	۲/۵	۱/۱۵	۱/۴۱	۱/۲۴	۱/۱۶	۱/۱۰
	۳/۰	۱/۰۸	۱/۱۸	۱/۱۳	۱/۰۸	۱/۰۵

همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر A مقدار ARL نمودار در حالت تحت کنترل کاهش و احتمال اخطاردهی اشتباه نمودار افزایش یافته است. در حالت خارج از کنترل نیز با افزایش پارامتر A مقدار ARL کاهش و بنابراین، حساسیت نمودار نسبت به تغییرات افزایش یافته است. لازم به ذکر است که اگر تغییر در فرآیند به صورت کاهش در میانگین باشد، با افزایش پارامتر A مقدار ARL افزایش و حساسیت نمودار نسبت به تغییرات کاهش می‌یابد.

ب) تغییرات پارامترهای B و C

به علت تأثیر زیاد پارامتر A بر عملکرد نمودار علامت، برای بررسی تغییر پارامترهای B و C مقدار پارامتر $A = ۰$ در نظر گرفته شده است. در این حالت عملکرد نمودار علامت مشابه شرایطی است که از ابتدا نسبت به وجود خطای اندازه‌گیری آگاهی وجود داشته باشد. بنابراین، برای مشاهده و تحلیل نتایج این قسمت می‌توان به جداول ۱ و ۲ مراجعه نمود.

۴- افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری

یکی از روش‌های کاهش تأثیر خطای اندازه‌گیری، افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری از مشخصه است. در این حالت، هر واحد نمونه k بار اندازه‌گیری و از میانگین مقادیر استفاده می‌شود. این موضوع باعث می‌شود که تأثیر واریانس خطای اندازه‌گیری کاهش یابد. اثر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری در کاهش خطای اندازه‌گیری در دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا در ادامه بررسی شده است.

۴-۱ آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

همانگونه که بیان شد در صورت آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری، مقدار آماره‌ی علامت با مقایسه‌ی مشاهدات با میانگین متغیر اندازه‌گیری شده ($\mu_{\cdot} = A$) محاسبه می‌شود. در این حالت اثر تغییر پارامترهای مختلف مدل خطا بر عملکرد نمودار به صورت زیر می‌باشد:

الف) تغییرات پارامتر A

تغییرات پارامتر A در حالت آگاهی از وجود خطا و به علت فرض $\mu_{\cdot} = ۰$ بر مقادیر ARL و عملکرد نمودار تأثیر نمی‌گذارد. علت

آن است که در حالت آگاهی از وجود خطا، تأثیر جابه‌جایی میانگین به اندازه‌ی A، با طراحی درست نمودار در شرایط جدید خنثی می‌شود. بنابراین با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری می‌توان تأثیر نامطلوب واریانس خطا را تا حد امکان کاهش داد.

ب) تغییرات پارامتر B

اثر مقادیر مختلف پارامتر B بر عملکرد نمودار علامت در حالتی که هر مقدار ۵ بار اندازه‌گیری شده ($k = ۵$) و مقدار $\sigma_m^۲ = ۱$ است بررسی و در جدول ۴ نشان داده شده است. مقدار پارامتر A در این حالت نیز تأثیری بر عملکرد نمودار ندارد. با مقایسه جدول ۴ و جدول ۱ مشاهده می‌شود که برای هر سه توزیع با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری، تأثیر نامطلوب خطا بر عملکرد نمودار به شدت کاهش می‌یابد. در توزیع‌های نرمال و لاپلاس با افزایش مقدار B، تقریباً به ازای همه تغییرات تأثیر خطا روی ARL کاهش می‌یابد. در توزیع یکنواخت نیز با افزایش مقدار B برای تغییرات بزرگتر از ۱ تأثیر خطا روی ARL کاهش می‌یابد. در تغییرات کوچکتر از ۱ این کاهش محسوس نیست.

جدول ۴: مقادیر ARL نمودار علامت با $k = ۵$ بار اندازه‌گیری به ازای مقادیر مختلف B (در حالت آگاهی از وجود خطا)

B توزیع	Δ	بدون خطا	۱	۲	۳	۵
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۵۱۰/۷۰	۵۲۰/۳۲	۵۱۶/۱۳	۵۱۶/۳۴
	۰/۵	۴۰/۲۵	۴۹/۸۵	۴۲/۳۷	۴۱/۰۹	۴۰/۰۹
	۱/۰	۵/۶۱	۷/۴۱	۶/۱۲	۵/۷۶	۵/۶۵
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۴۳	۲/۱۳	۲/۰۴	۲/۰۲
	۲/۰	۱/۲۶	۱/۴۲	۱/۳۰	۱/۲۸	۱/۲۶
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۱۱	۱/۰۷	۱/۰۷	۱/۰۷
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۰۳	۱/۰۲	۱/۰۱	۱/۰۱
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۵۱۲/۵۴	۵۰۸/۵۵	۵۱۳/۳۸	۵۱۴/۲۶
	۰/۵	۸۰/۹۵	۷۹/۵۹	۸۱/۱۳	۸۱/۰۵	۸۱/۰۳
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱۱/۰۷	۱۰/۷۴	۱۰/۵۸	۱۰/۷۲
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۶۳	۲/۱۲	۱/۹۹	۱/۹۸
	۲/۰	۱/۰۰	۱/۲۵	۱/۰۴	۱/۰۱	۱/۰۰
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۰۲	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۵۱۸/۸۸	۵۲۷/۲۷	۵۲۶/۵۹	۵۳۲/۰۹
	۰/۵	۱۶/۶۴	۳۰/۳۴	۲۰/۳۷	۱۸/۱۶	۱۶/۸۴
	۱/۰	۳/۶۸	۴/۸۸	۳/۹۶	۳/۷۵	۳/۷۶
	۱/۵	۱/۸۶	۲/۱۵	۱/۹۴	۱/۹۰	۱/۸۶
	۲/۰	۱/۳۵	۱/۴۳	۱/۳۶	۱/۳۵	۱/۳۸
	۲/۵	۱/۱۵	۱/۲۰	۱/۱۵	۱/۱۶	۱/۱۵
	۳/۰	۱/۰۸	۱/۰۹	۱/۰۹	۱/۰۸	۱/۰۷

پ) تغییرات پارامتر C

مقادیر ARL نمودار علامت با $k = ۵$ بار اندازه‌گیری و نسبت‌های مختلف $C = \sigma_m^۲/\sigma_.^۲$ به ازای $B = ۱$ در جدول ۵ نشان داده شده است. در این حالت نیز مقدار A تأثیری در عملکرد نمودار ندارد. با مقایسه جدول ۵ و جدول ۲ که مقادیر ARL نمودار را برای حالت یک بار اندازه‌گیری نشان می‌دهد مشخص می‌شود که در هر سه توزیع با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری اثر خطای اندازه‌گیری روی عملکرد نمودار به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد.

در توزیع نرمال در همه‌ی تغییرات افزایش C تأثیر خطای اندازه‌گیری را افزایش می‌دهد؛ اما در توزیع یکنواخت برای ۱/۵ $\Delta \geq$ و در توزیع لاپلاس برای ۱/۵ $< \Delta$ این حالت برقرار است.

جدول ۵: مقادیر ARL نمودار علامت با $k=۵$ بار اندازه‌گیری به ازای مقادیر مختلف C (در حالت آگاهی از وجود خطا)

C توزیع	Δ	بدون خطا	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۵	۱
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۵۱۲/۹۱	۵۱۹/۹۲	۵۱۶/۰۸	۵۱۴/۸۹	۵۱۰/۷۰
	۰/۵	۴۰/۲۵	۴۰/۵۹	۴۱/۸۸	۴۳/۱۶	۴۴/۹۱	۴۹/۸۵
	۱/۰	۵/۶۱	۵/۸۳	۶/۰۲	۶/۱۲	۶/۴۲	۷/۴۱
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۰۵	۲/۱۱	۲/۱۳	۲/۲۱	۲/۴۳
	۲/۰	۱/۲۶	۱/۲۷	۱/۲۸	۱/۳۱	۱/۳۳	۱/۴۲
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۰۷	۱/۰۸	۱/۰۸	۱/۰۹	۱/۱۱
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۰۲	۱/۰۱	۱/۰۲	۱/۰۲	۱/۰۳
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۵۱۵/۸۴	۵۱۱/۲۱	۵۱۷/۷۷	۵۱۶/۹۴	۵۱۲/۵۴
	۰/۵	۸۰/۹۵	۸۱/۵۲	۸۲/۶۸	۸۰/۶۱	۷۹/۶۷	۷۹/۵۹
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱۰/۷۶	۱۰/۸۹	۱۰/۶۱	۱۰/۷۹	۱۱/۰۷
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۰۱	۲/۰۹	۲/۱۲	۲/۲۸	۲/۶۳
	۲/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۲	۱/۰۵	۱/۱۱	۱/۲۵
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۲
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۵۰۶/۵۴	۵۳۴/۹۸	۵۲۱/۴۴	۵۱۸/۰۱	۵۱۸/۸۸
	۰/۵	۱۶/۶۴	۱۸/۳۸	۱۹/۷۰	۱۹/۹۵	۲۲/۶۴	۳۰/۳۴
	۱/۰	۳/۶۸	۳/۶۵	۳/۹۱	۳/۹۱۶۰	۴/۲۷	۴/۸۸
	۱/۵	۱/۸۶	۱/۸۷	۱/۹۱	۱/۹۸	۱/۹۹	۲/۱۵
	۲/۰	۱/۳۵	۱/۳۷	۱/۳۶	۱/۳۷	۱/۳۸	۱/۴۳
	۲/۵	۱/۱۵	۱/۱۶	۱/۱۶	۱/۱۵	۱/۱۹	۱/۲۰
	۳/۰	۱/۰۸	۱/۰۹	۱/۰۷	۱/۰۸	۱/۰۸	۱/۰۹

جدول ۶: مقادیر ARL نمودار علامت با k بار اندازه‌گیری

(در حالت آگاهی از وجود خطا)

k توزیع	Δ	بدون خطا	۵	۱۰	۲۰	۵۰
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۵۱۰/۷۰	۵۱۸/۱۴	۵۱۷/۷۸	۵۱۷/۶۷
	۰/۵	۴۰/۲۵	۴۹/۸۵	۴۴/۲۳	۴۱/۸۱	۴۰/۸۷
	۱/۰	۵/۶۱	۷/۴۱	۶/۳۵	۶/۲۴	۵/۵۶
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۴۳	۲/۲۰	۲/۱۴	۲/۰۲
	۲/۰	۱/۲۶	۱/۴۲	۱/۳۲	۱/۳۰	۱/۲۶
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۱۱	۱/۱۰	۱/۰۷	۱/۰۷
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۰۳	۱/۰۳	۱/۰۲	۱/۰۱
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۵۱۲/۵۴	۵۲۲/۲۰	۵۲۲/۶۴	۵۲۲/۶۲
	۰/۵	۸۰/۹۵	۷۹/۵۹	۸۲/۶۹	۷۹/۸۱	۷۹/۵۵
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱۱/۰۷	۱۰/۷۷	۱۰/۷۰	۱۰/۹۸
	۱/۵	۲/۰۰	۲/۶۳	۲/۱۹	۲/۰۶	۲/۰۲
	۲/۰	۱/۰۰	۱/۲۵	۱/۱۱	۱/۰۴	۱/۰۰
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۰۲	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۵۱۸/۸۸	۵۱۴/۱۷	۵۰۲/۷۸	۵۱۱/۵۳
	۰/۵	۱۶/۶۴	۳۰/۳۴	۲۳/۶۴	۲۰/۵۰	۱۸/۱۱
	۱/۰	۳/۶۸	۴/۸۸	۴/۲۴	۳/۹۵	۳/۷۹
	۱/۵	۱/۸۶	۲/۱۵	۱/۹۶	۱/۹۳	۱/۸۹
	۲/۰	۱/۳۵	۱/۴۳	۱/۳۸	۱/۳۶	۱/۳۳
	۲/۵	۱/۱۵	۱/۲۰	۱/۱۸	۱/۱۷	۱/۱۶
	۳/۰	۱/۰۸	۱/۰۹	۱/۰۸	۱/۰۷	۱/۰۷

ت) اثر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری (k)

در جدول ۶ تأثیر تعداد دفعات اندازه‌گیری بر روی مقادیر ARL نمودار علامت با خطای اندازه‌گیری بررسی شده است. در این حالت فرض شده است که $C=۱$ و $B=۱$ هستند زیرا این مقادیر بیشترین تأثیر را عملکرد نمودار دارند. در این حالت نیز مقدار پارامتر A تأثیری بر عملکرد نمودار ندارد.

همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری، برای توزیع‌های نرمال و لاپلاس تأثیر خطای اندازه‌گیری کاهش می‌یابد. در توزیع یکنواخت، با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری، برای $\Delta \geq ۱/۵$ تأثیر خطای اندازه‌گیری کاهش می‌یابد. در $\Delta < ۱/۵$ این کاهش محسوس نیست.

۲-۴ عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

جدول ۷: مقادیر ARL نمودار علامت با k بار اندازه‌گیری (در حالت عدم آگاهی از وجود خطا)

k توزیع	Δ	بدون خطا	۵	۱۰	۲۰	۵۰
نرمال	۰/۰	۵۱۵/۷۶	۷/۵۲	۶/۵۲	۶/۱۱	۵/۸۵
	۰/۵	۴۰/۲۵	۲/۴۶	۲/۲۱	۲/۰۷	۲/۰۵
	۱/۰	۵/۶۱	۱/۴۳	۱/۳۴	۱/۳۰	۱/۲۷
	۱/۵	۲/۰۰	۱/۱۲	۱/۰۹	۱/۰۸	۱/۰۷
	۲/۰	۱/۲۶	۱/۰۴	۱/۰۲	۱/۰۲	۱/۰۲
	۲/۵	۱/۰۶	۱/۰۱	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
	۳/۰	۱/۰۱	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
یکنواخت	۰/۰	۵۱۲/۴۸	۱۱/۳۱	۱۰/۶۴	۱۱/۰۶	۱۰/۷۵
	۰/۵	۸۰/۹۵	۲/۶۱	۲/۳۰	۲/۱۳	۱/۹۹
	۱/۰	۱۰/۵۶	۱/۲۴	۱/۱۱	۱/۰۴	۱/۰۱
	۱/۵	۲/۰۰	۱/۰۲	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
	۲/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
	۲/۵	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
	۳/۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
لاپلاس	۰/۰	۵۱۶/۳۱	۴/۹۴	۴/۲۲	۳/۸۵	۳/۸۵
	۰/۵	۱۶/۶۴	۲/۱۲	۱/۹۷	۱/۹۳	۱/۸۸
	۱/۰	۳/۶۸	۱/۴۴	۱/۳۹	۱/۳۷	۱/۳۵
	۱/۵	۱/۸۶	۱/۲۰	۱/۱۷	۱/۱۷	۱/۱۶
	۲/۰	۱/۳۵	۱/۱۰	۱/۰۸	۱/۰۷	۱/۰۸
	۲/۵	۱/۱۵	۱/۰۴	۱/۰۴	۱/۰۴	۱/۰۳
	۳/۰	۱/۰۸	۱/۰۲	۱/۰۲	۱/۰۲	۱/۰۲

در صورت عدم آگاهی از وجود خطا، با اینکه میانگین متغیر اندازه‌گیری شده به‌دلیل وجود خطا تغییر کرده است ولی مقدار آماره‌ی آزمون بدون در نظر گرفتن خطا محاسبه شده است. همان‌طور که در قسمت قبل مشاهده شد، تأثیر جابه‌جا شدن میانگین در این حالت به قدری زیاد است که تغییرات B و C را تحت الشعاع قرار می‌دهد.

بنابراین، در این حالت فقط تأثیر تعداد دفعات اندازه‌گیری با فرض $A \neq ۰$ بررسی شده است. جدول ۷ نتایج حاصل از محاسبه مقادیر ARL نمودار علامت با k بار اندازه‌گیری را در حالت $B=۱$، $\sigma_m^۲=۱$ و $A=۱$ نشان می‌دهد. نتایج جدول ۷ نشان می‌دهد که افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری در حالت $A \neq ۰$ نه تنها تأثیر خطای اندازه‌گیری را کاهش نمی‌دهد؛ بلکه این تأثیر را افزایش می‌دهد. علت آن است که با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری تأثیر واریانس خطا کاهش می‌یابد و در نتیجه تخمین مقدار اشتباه $\mu_. + A$ دقیق‌تر می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار علامت در دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری بررسی شده است. برای اینکار یک برنامه شبیه‌سازی تهیه و مقادیر ARL نمودار علامت در سه توزیع مختلف و با تغییر پارامترهای مدل خطی خطا بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که در حالتی که آماره‌ی علامت از ابتدا با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری محاسبه شود، تغییرات پارامتر A مدل خطا تأثیری در عملکرد آن ندارد. با افزایش واریانس خطای اندازه‌گیری و نسبت $C = \sigma_m^2/\sigma_0^2$ تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار افزایش می‌یابد. وجود پارامتر B تأثیر قابل توجهی بر عملکرد نمودار می‌گذارد؛ اما با افزایش مقدار آن این تأثیر کاهش می‌یابد. یکی از روش های کاهش اثر خطای اندازه‌گیری بر روی عملکرد نمودارها افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری و در نظر گرفتن میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده است. در حالت آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری تأثیر زیادی در کاهش خطای اندازه‌گیری دارد اما در حالت عدم آگاهی از وجود خطا وجود پارامتر A عملکرد نمودار را شدیداً تحت تأثیر قرار داده و متوسط طول دنباله را در حالت تحت کنترل کاهش می‌دهد. افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری در این حالت نه تنها نتایج را بهتر نمی‌کند بلکه تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری را افزایش می‌دهد.

مراجع

[1] Parent, E. A. (1965). *Sequential Ranking Procedures*, Stanford, California: Stanford University.

[2] Reynolds Jr, M. R. (1972). *A Sequential Nonparametric Test for Symmetry with Applications to Process Control*, Stanford, California: Stanford University, Department of Operational Research.

[3] McGilchrist, C. A. and Woodyer, K. D. (1975). Note on a Distribution-Free CUSUM Technique. *Technometrics*, 17(3), 321-325.

[4] Bakir, S. T. (1977). *Nonparametric Procedures for Process Control*, Doctoral dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University.

[5] Bakir, S. T. and Reynolds, M. R. (1979). A Nonparametric Procedure for Process Control Based on Within-Group Ranking, *Technometrics*, 21(2), 175-183.

[6] Park, C. (1985). Some Control Procedures Useful for One-sided Asymmetrical Distributions, *Journal of the Korean Statistical Society*, 14(2), 76-86.

[7] Park, C., Park, C., Reynolds Jr. M. R. and Reynolds Jr., M.R. (1987). Nonparametric Procedures for Monitoring a Location Parameter Based on Linear Placement Statistics, *Sequential Analysis*, 6(4), 303-323.

[8] Amin, R. W. and Searcy, A.J. (1991). A Nonparametric Exponentially Weighted Moving Average Control Scheme, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 20(4), 1049-1072.

[9] Hackl, P. and Ledolter, J. (1991). A Control Chart Based on Ranks, *Journal of Quality Technology*, 23(2), 117-124.

[10] Hack1, P. and Ledolter, J. (1992). A New Nonparametric Quality Control Technique, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 21(2), 423-443.

[11] Amin, R. W., Reynolds Jr, M.R. and Saad, B. (1995). Nonparametric Quality Control Charts Based on the Sign Statistic, *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 24(6), 1597-1623.

[12] Arnold, B. (1985). The Sign Test in Current Control, *Statistische Hefte*, 26(1), 253-262.

[13] Chakraborti, S. and Van de Wiel, M.A. (2003). *A Nonparametric Control Chart Based on the Mann-Whitney Statistic*, Technische Universiteit Eindhoven, Department of Mathematics and Computing Science.

[۱۴] نورالسناء، رسول، صدیقی، زهرا (۱۳۹۱). بررسی عملکرد نمودار ناپارامتری من-ویتنی همراه با خطای تخمین، *مجله مهندسی و مدیریت کیفیت*، جلد ۲، شماره ۲.

[۱۵] نوجوان، مجید، غفاری، نفیسه (۱۳۹۲). بررسی عملکرد نمودار ناپارامتری من-ویتنی همراه با خطای تخمین، *مجله مهندسی و مدیریت کیفیت*، جلد ۲، شماره ۴، ۲۶۲-۱۹۵.

[16] Maravelakis, P., Panaretos, J. and Psarakis, S. (2004). EWMA Chart and Measurement Error, *Journal of Applied Statistics*, 31(4), 445-455.

[17] Maravelakis, P. E. (2012). Measurement Error Effect on the CUSUM Control Chart, *Journal of Applied Statistics*, 39(2), 323-336.

[18] Rahlm, M. A. (1985). Economic Model of X-Bar Chart under Non-Normality and Measurement Errors. *Computers & operations research*, 12(3), 291-299.

[19] Mittag, H. J. and Stemann, D. (1998). Gauge Imprecision Effect on the Performance of the X-S Control Chart, *Journal of Applied Statistics*, 25(3), 307-317.

[20] Stemann, D. and Weihs, C. (2001). The EWMA-X-S Control Chart and its Performance in the Case of Precise and Imprecise Data, *Statistical Papers*, 42(2), 207-223.

[21] Shore, H. (2004). Determining Measurement Error Requirements to Satisfy Statistical Process Control Performance Requirements, *IIE Transactions*, 36(9), 881-890.

[22] Chang, T. C. and Gan, F. F. (2006). Monitoring Linearity of Measurement Gauges, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 76(10), 889-911.

[23] Linna, K. W. and Woodall, W. H. (2001). Effect of Measurement Error on Shewhart Control Charts, *Journal of Quality Technology*, 33(2), 213-222.

[24] Linna, K. W., Woodall, W. H. and Busby, K. L. (2001). The Performance of Multivariate Control Charts in the Presence of Measurement Error, *Journal of Quality Technology*, 33(3).

[25] Maravelakis, P., Panaretos, J. and Psarakis, S. (2004). EWMA Chart and Measurement Error, *Journal of Applied Statistics*, 31(4), 445-455.

[26] Costa, A. F. and Castagliola, P. (2011). Effect of Measurement Error and Autocorrelation on the X-Bar chart, *Journal of Applied Statistics*, 38(4), 661-673.

[27] Maravelakis, P. E. (2012). Measurement Error Effect on the CUSUM Control Chart, *Journal of Applied Statistics*, 39(2), 323-336.

[۲۸] مجید امین‌نیری، سعید جابری. (۱۳۹۱). تأثیر خطای اندازه‌گیری بر روی عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی انطباق پذیر. نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.

[1] SPC
[2] CUSUM
[3] EWMA