



Paper Type: Original Article

Development of an Adaptive Multi-Criteria Decision-Making Method Based on a Dynamic Graph-Based Interval Neutrosophic Aggregation Operator (DG-INFAO) with Uncertainty-Aware Feedback Learning

Citation:

Received: ----	LastName, Initial First Name., & LastName, Initial First Name. (Date).
Revised: ----	Paper Title. <i>Journal of Quality Engineering and Management</i> , Volume(Issue), PP.
Accepted:---	

Abstract

Purpose: Quality management in pharmaceutical supply chains requires the simultaneous evaluation of conflicting criteria, interdependencies among criteria, and uncertainty in decision-makers' judgments. This study aims to develop an adaptive framework for pharmaceutical supplier selection that accounts for interdependencies among criteria and updates criterion weights based on performance feedback.

Methodology: This study proposes the DG-INFAO multi-criteria decision-making framework, which integrates graph-based aggregation with uncertainty-aware feedback learning. Within this framework, interval-valued trapezoidal neutrosophic numbers are used to represent uncertain evaluations, a graph structure is employed to model interdependencies among criteria, and an adaptive learning mechanism is used to update criterion weights. The framework is evaluated using simulated data for the selection of six pharmaceutical suppliers through convergence analysis, comparison with benchmark methods, ranking stability assessment, and sensitivity analysis.

Findings: The results indicate that the algorithm converges after 358 iterations, with the root mean square error (RMSE) decreasing from 0.067405 to 0.066898. The third and fifth suppliers rank first and second, respectively. Sensitivity analyses involving the graph aggregation parameter and random perturbations of the graph structure confirm the stability of these two suppliers' rankings across the scenarios examined. However, cross-validation does not demonstrate the superiority of the proposed framework across all evaluation metrics. Therefore, further investigation is required before the findings can be generalized to real-world data.

Originality/Value: The main contribution of this study lies in integrating interval-valued neutrosophic evaluations, graph-based modeling of criterion interdependencies, and uncertainty-aware feedback learning within a unified framework. The framework's added value is assessed through adaptive criterion-weight updating, ranking stability analysis, and sensitivity analysis of the results. Given the use of simulated data and the limited number of alternatives, the framework's empirical validity and generalizability should be further examined in future studies using real-world data and larger decision-making sets.

 Corresponding Author:



Licensee System Analytics. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).

Keywords: Interval-valued trapezoidal neutrosophic numbers, Multi-criteria decision-making, Pharmaceutical supply chain, Quality management, Feedback learning.

آماده انتشار



توسعه یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره تطبیقی مبتنی بر عملگر تجمیع نوتروسوفیک بازه‌ای پویای گراف‌محور (DG-INFAO) با یادگیری بازخوردی آگاه از عدم قطعیت

چکیده

هدف: مدیریت کیفیت در زنجیره تأمین دارویی مستلزم ارزیابی هم‌زمان معیارهای متعارض، وابستگی‌های متقابل و عدم قطعیت قضاوت‌های تصمیم‌گیرندگان است. هدف این پژوهش، توسعه چارچوبی تطبیقی برای انتخاب تأمین‌کنندگان دارویی با لحاظ وابستگی میان معیارها و به‌روزرسانی وزن‌ها بر اساس بازخورد عملکردی است.

روش‌شناسی پژوهش: چارچوب تصمیم‌گیری چندمعیاره DG-INFAO بر پایه تجمیع گراف‌محور و یادگیری بازخوردی آگاه از عدم قطعیت ارائه می‌شود. در این چارچوب، اعداد نوتروسوفیک دوزنقه‌ای بازه‌ای برای نمایش ارزیابی‌های نامطمئن، ساختار گرافی برای مدل‌سازی وابستگی معیارها و یادگیری تطبیقی برای به‌روزرسانی وزن‌ها به کار می‌روند. عملکرد روش در انتخاب شش تأمین‌کننده دارویی با داده‌های شبیه‌سازی شده، از طریق بررسی همگرایی، مقایسه با روش‌های مرجع، پایداری رتبه‌بندی و تحلیل حساسیت ارزیابی می‌شود.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد الگوریتم پس از ۳۵۸ تکرار همگرا شده و مقدار RMSE از ۰/۰۶۷۴۰۵ به ۰/۰۶۶۸۹۸ کاهش یافته است. تأمین‌کنندگان سوم و پنجم به ترتیب رتبه‌های اول و دوم را کسب کرده‌اند. تحلیل حساسیت نسبت به پارامتر تجمیع گرافی و تغییرات تصادفی ساختار گراف نیز پایداری رتبه این دو تأمین‌کننده را در سناریوهای بررسی شده تأیید می‌کند. با این حال، اعتبارسنجی متقابل برتری روش را در همه شاخص‌ها نشان نمی‌دهد و تعمیم نتایج به داده‌های واقعی نیازمند بررسی بیشتر است.

اصالت/ارزش افزوده علمی: نوآوری پژوهش در تلفیق ارزیابی‌های نوتروسوفیک بازه‌ای، مدل‌سازی گراف‌محور وابستگی معیارها و یادگیری بازخوردی آگاه از عدم قطعیت در چارچوبی یکپارچه است. ارزش افزوده روش با بررسی به‌روزرسانی تطبیقی وزن‌ها، پایداری رتبه‌بندی و حساسیت نتایج ارزیابی می‌شود. با توجه به استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده و محدود بودن تعداد گزینه‌ها، اعتبار تجربی و قابلیت تعمیم چارچوب باید در مطالعات آتی با داده‌های واقعی و مجموعه‌های بزرگ‌تر بررسی شود.

کلیدواژه‌ها: اعداد نوتروسوفیک دوزنقه‌ای بازه‌ای، تصمیم‌گیری چندمعیاره، زنجیره تأمین دارویی، مدیریت کیفیت، یادگیری بازخوردی.

۱- مقدمه

زنجیره تأمین دارو یکی از پیچیده‌ترین و حیاتی‌ترین سامانه‌های تصمیم‌گیری در حوزه سلامت است که عملکرد آن به تعامل هم‌زمان میان تأمین‌کنندگان، تولیدکنندگان، مراکز توزیع، انبارها، مراکز درمانی و سایر بازیگران شبکه وابسته است. در چنین محیطی، تصمیم‌گیری مؤثر مستلزم ایجاد توازن میان معیارهای متعارضی نظیر هزینه، زمان تأمین، قابلیت اطمینان، کیفیت، ریسک، انعطاف‌پذیری، تاب‌آوری و سطح خدمت است [۱]. این پیچیدگی در شرایط بحرانی، از جمله همه‌گیری‌ها، بلایای طبیعی، اختلالات زیرساختی و بحران‌های ژئوپلیتیکی، تشدید می‌شود؛ زیرا هم‌زمان با کاهش قابلیت اطمینان اطلاعات، ظرفیت منابع و مسیرهای تأمین تغییر کرده، تقاضا دچار نوسان شده و وابستگی میان اجزای شبکه می‌تواند موجب انتشار آشناری اختلالات شود [۲]. از این‌رو، تصمیم‌گیری در چنین محیط‌هایی صرفاً مسئله انتخاب بهترین گزینه بر اساس مجموعه‌ای از معیارها نیست، بلکه نیازمند روشی است که بتواند اطلاعات نامطمئن، روابط وابستگی و تغییرات محیطی را به‌صورت هم‌زمان در فرآیند تصمیم‌گیری لحاظ کند [۳].

تصمیم‌گیری چندمعیاره (MCDM) یکی از چارچوب‌های اصلی برای مواجهه با چنین مسائل پیچیده‌ای است، زیرا امکان ترکیب معیارهای کمی و کیفی و ارزیابی هم‌زمان گزینه‌های متعدد را فراهم می‌کند [۴]. با این حال، بسیاری از روش‌های متداول MCDM در شکل پایه خود بر اطلاعات قطعی، وزن‌های ثابت و استقلال نسبی گزینه‌ها یا معیارها استوار هستند؛ مفروضاتی که در محیط‌های واقعی و به‌ویژه در شرایط بحرانی الزاماً برقرار نیستند [۵]. قضاوت‌های انسانی نیز غالباً دقیق، قطعی و سازگار نیستند و ممکن است یک تصمیم‌گیرنده نسبت به یک گزینه هم‌زمان دارای درجه‌ای از پذیرش، عدم‌تعیین و رد باشد. علاوه بر این، شدت این عدم‌قطعیت می‌تواند در طول زمان تغییر کند و اطلاعات جدید حاصل از عملکرد واقعی سیستم می‌تواند اعتبار ارزیابی‌های اولیه را تغییر دهد [۶]. بنابراین، روش MCDM مناسب برای محیط‌های پویا باید فراتر از تجمع ایستای ارزیابی‌های اولیه عمل کرده و قابلیت بازنمایی، انتشار و اصلاح عدم‌قطعیت را در چرخه تصمیم‌گیری داشته باشد.

توسعه نظریه مجموعه‌های فازی و سپس چارچوب‌های نوتروسوفیک، گام مهمی در جهت مدل‌سازی این نوع اطلاعات بوده است [۷]. در محیط نوتروسوفیک، اطلاعات یک گزاره یا ارزیابی از طریق سه مؤلفه مستقل حقیقت (T)، عدم‌تعیین (I) و کذب (F) توصیف می‌شود و در نتیجه، امکان نمایش هم‌زمان اطلاعات ناقص، مبهم و متناقض فراهم می‌گردد [۸]. توسعه ساختارهای نوتروسوفیک بازه‌ای نیز امکان نمایش دامنه‌ای از مقادیر ممکن برای این مؤلفه‌ها را فراهم کرده و وابستگی روش به مقادیر نقطه‌ای و قطعی را کاهش می‌دهد [۹]. با وجود این مزایا، بخش قابل توجهی از روش‌های MCDM نوتروسوفیک موجود، عمدتاً یک فرآیند تصمیم‌گیری ایستا را مدل می‌کنند؛ به گونه‌ای که ساختار شبکه، تغییرات زمانی و اطلاعات حاصل از عملکرد واقعی سیستم یا نادیده گرفته می‌شوند یا خارج از سازوکار اصلی تجمع قرار می‌گیرند. در نتیجه، اگرچه نمایش عدم‌قطعیت در این روش‌ها ارتقا یافته است، اما خود فرآیند تصمیم‌گیری الزاماً به یک فرآیند عدم‌قطعیت آگاه و یادگیرنده تبدیل نشده است [۱۰].

محدودیت مهم دیگر به ساختار وابستگی میان اجزای تصمیم مربوط می‌شود. در بسیاری از روش‌های MCDM، ارزیابی هر گزینه عمدتاً بر مجموعه‌ای از مقادیر معیارهای متناظر آن متکی است و روابط میان گزینه‌ها یا سایر اجزای سیستم در مرحله تجمع به‌طور صریح مدل نمی‌شوند [۱۱]. این فرض در سامانه‌هایی که اجزای آن‌ها دارای تعامل و وابستگی متقابل هستند، می‌تواند منجر به از دست رفتن بخشی از اطلاعات ساختاری مسئله شود. نظریه گراف امکان نمایش چنین ساختاری را از طریق گره‌ها و یال‌های جهت‌دار فراهم می‌کند و می‌تواند شدت، جهت و اهمیت روابط میان عناصر تصمیم را در فرآیند ارزیابی وارد سازد [۱۲]. با این حال، مدل‌سازی گرافی به‌تنهایی قادر به مدیریت ماهیت مبهم و نوتروسوفیک اطلاعات نیست و ترکیب آن با یک سازوکار تجمع نوتروسوفیک مستلزم تعریف دقیق نحوه انتقال اثر روابط شبکه‌ای به ارزیابی گزینه‌ها است.

از سوی دیگر، حتی در روش‌هایی که عدم‌قطعیت و وابستگی میان عناصر را مدل می‌کنند، پارامترهای تصمیم و وزن معیارها غالباً در ابتدای فرآیند تعیین شده و در طول چرخه تصمیم‌گیری ثابت باقی می‌مانند [۱۳]. این رویکرد، ماهیت یادگیرنده تصمیم‌گیری را محدود می‌کند؛ زیرا عملکرد واقعی حاصل از یک تصمیم می‌تواند اطلاعات ارزشمندی درباره اعتبار وزن معیارها، شدت عدم‌قطعیت و اهمیت روابط شبکه‌ای فراهم کند. چنانچه این اطلاعات به چرخه بعدی تصمیم‌گیری بازگردانده نشود، مدل عملاً از تجربه حاصل از تصمیمات گذشته استفاده نمی‌کند. از این‌رو، ایجاد یک سازوکار بازخوردی که بتواند اختلاف میان عملکرد پیش‌بینی شده و واقعی را اندازه‌گیری و از آن برای اصلاح پارامترهای تصمیم استفاده کند، می‌تواند شکاف مهمی میان تصمیم‌گیری تحت عدم‌قطعیت و تصمیم‌گیری تطبیقی را پوشش دهد [۱۴].

بر مبنای این ملاحظات، پژوهش حاضر با هدف توسعه یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره تطبیقی در محیط نوتروسوفیک بازه‌ای، با لحاظ وابستگی‌های گرافی و یادگیری بازخوردی آگاه از عدم‌قطعیت انجام شده است. برای این منظور، یک عملگر جدید با عنوان عملگر تجمع

نوتروسوفیک بازه‌ای پویای گراف محور با یادگیری بازخوردی آگاه از عدم قطعیت^۱ (DG-INFAO) توسعه داده می‌شود. DG-INFAO هسته ریاضی و محاسباتی روش پیشنهادی است و برای تجمیع ارزیابی‌های نوتروسوفیک بازه‌ای تحت تأثیر هم‌زمان وزن معیارها، ساختار وابستگی گرافی، وضعیت عدم قطعیت و اطلاعات بازخوردی طراحی شده است. در این چارچوب، ارزیابی هر گزینه صرفاً تابعی از مقادیر مستقیم معیارها نیست، بلکه اثر عناصر مرتبط شبکه و وضعیت یادگیری سیستم نیز در مقدار تجمیع شده منعکس می‌شود.

وجه متمایز روش پیشنهادی در یکپارچه‌سازی سه لایه مکمل در سطح سازوکار تصمیم‌گیری است: نخست، ساختار نوتروسوفیک بازه‌ای برای بازنمایی صریح دامنه عدم قطعیت و اطلاعات ناقص؛ دوم، ساختار گرافی برای مدل‌سازی وابستگی و انتقال اثر میان اجزای مرتبط؛ و سوم، سازوکار بازخوردی برای استفاده از عملکرد مشاهده‌شده در اصلاح پارامترهای تصمیم در دوره‌های بعدی. بدین ترتیب، فرآیند تصمیم‌گیری از یک نگاشت ایستا از ارزیابی‌ها به رتبه‌بندی، به یک فرآیند تطبیقی و تکرارشونده تبدیل می‌شود که در آن اطلاعات جدید می‌تواند ساختار تصمیم را اصلاح کند. در این چارچوب، وزن معیارها و شاخص‌های مرتبط با عدم قطعیت به صورت ثابت و مستقل از عملکرد سیستم فرض نمی‌شوند، بلکه بر اساس یک سازوکار یادگیری مشخص و تحت قیود پایداری، به روزرسانی می‌شوند.

از منظر روش‌شناختی، پژوهش حاضر صرفاً به ارائه یک فرمول تجمیع جدید محدود نمی‌شود، بلکه یک روش تصمیم‌گیری کامل شامل بازنمایی اطلاعات، نرمال‌سازی، تعیین وزن‌ها، مدل‌سازی وابستگی‌های گرافی، تجمیع از طریق DG-INFAO، امتیازدهی و رتبه‌بندی گزینه‌ها، استخراج خطای بازخوردی و به روزرسانی تطبیقی پارامترهای تصمیم ارائه می‌کند. همچنین، برای تضمین قابلیت دفاع ریاضی روش، ویژگی‌های بنیادی عملکرد پیشنهادی شامل کران‌داری، یکنواختی، یکنواختی نسبت به وزن‌ها، خاصیت همانی^۲، اثر وابستگی‌های گرافی و رفتار آن تحت تغییر سطح عدم قطعیت بررسی می‌شوند. علاوه بر این، شرایط پایداری و همگرایی سازوکار یادگیری و پیچیدگی محاسباتی روش تحلیل خواهد شد تا عملکرد آن صرفاً به نتایج تجربی وابسته نباشد.

بنابراین، مشارکت اصلی پژوهش حاضر، توسعه یک روش MCDM تعمیم‌پذیر برای تصمیم‌گیری تطبیقی تحت عدم قطعیت است، نه ارائه یک مدل تصمیم‌گیری اختصاصی برای زنجیره تأمین دارو. زنجیره تأمین دارو در شرایط بحرانی صرفاً به عنوان یک مطالعه موردی پیچیده و واقع‌گرایانه برای اعتبارسنجی قابلیت روش پیشنهادی به کار گرفته می‌شود؛ محیطی که در آن عدم قطعیت اطلاعات، وابستگی‌های شبکه‌ای و تغییرات شرایط عملیاتی به صورت هم‌زمان وجود دارند. بنابراین، کاربرد موردی صرفاً نشان می‌دهد که روش پیشنهادی چگونه می‌تواند در یک مسئله واقعی به کار گرفته شود، در حالی که ساختار ریاضی، الگوریتم و ویژگی‌های نظری DG-INFAO مستقل از این کاربرد بوده و قابلیت تعمیم به سایر مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره تحت عدم قطعیت را دارند.

در نتیجه، شکاف پژوهشی موردنظر را می‌توان به صورت فشرده در فقدان یک سازوکار تجمیع نوتروسوفیک بازه‌ای پویا، گراف محور و بازخوردی صورت‌بندی کرد که بتواند عدم قطعیت را بازنمایی، وابستگی‌ها را مدل‌سازی و از عملکرد واقعی برای اصلاح تصمیم‌های آتی یادگیری کند. پژوهش حاضر با توسعه DG-INFAO در صدد پرکردن این شکاف و ارائه یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره تطبیقی، از نظر ریاضی قابل تحلیل و از نظر کاربردی قابل تعمیم است.

۲- مرور ادبیات

ادبیات مرتبط با پژوهش حاضر را می‌توان در امتداد پنج جریان اصلی شامل تصمیم‌گیری چندمعیاره در محیط‌های پیچیده، تکامل مدل‌های عدم قطعیت از فازی تا نوتروسوفیک بازه‌ای، توسعه عملگرهای تجمیع نوتروسوفیک، مدل‌سازی گراف محور وابستگی‌ها و سازوکارهای یادگیری تطبیقی و بازخوردی بررسی کرد. هدف این بخش صرفاً مرور مطالعات پیشین نیست، بلکه تحلیل روند تکامل روش‌ها و شناسایی محدودیت‌هایی است که ضرورت توسعه DG-INFAO را توجیه می‌کنند.

۲-۱- تصمیم‌گیری چندمعیاره در زنجیره تأمین دارو

^۱ Dynamic Graph-Based Interval Neutrosophic Aggregation Operator with Uncertainty-Aware Feedback Learning (DG-INFAO)

^۲ idempotency

زنجیره تأمین دارو به دلیل ماهیت چندسطحی، حساسیت مستقیم به سلامت انسان، تعدد ذی‌نفعان و وابستگی شدید میان فعالیت‌های تأمین، تولید، ذخیره‌سازی، توزیع و مصرف، یکی از محیط‌های پیچیده برای کاربرد روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره محسوب می‌شود [۱۳]. در این محیط، تصمیم‌گیرنده معمولاً با مجموعه‌ای از معیارهای ناهمگون و گاه متعارض مواجه است؛ به‌گونه‌ای که بهبود یک شاخص ممکن است به کاهش عملکرد در شاخص دیگر منجر شود. هزینه، زمان تأمین، کیفیت، قابلیت اطمینان، ریسک، انعطاف‌پذیری، تاب‌آوری و سطح خدمت از جمله معیارهایی هستند که در مطالعات مختلف برای ارزیابی گزینه‌های زنجیره تأمین دارو مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱۴].

در مطالعات اولیه، بخش عمده‌ای از پژوهش‌ها بر روش‌های کلاسیک تصمیم‌گیری چندمعیاره نظیر ELECTRE و VIKOR، TOPSIS، AHP متمرکز بود. این روش‌ها امکان ساختاربندی مسئله، تعیین اهمیت معیارها و رتبه‌بندی گزینه‌ها را فراهم کردند و به‌ویژه در مسائل انتخاب تأمین‌کننده، ارزیابی ریسک، انتخاب مسیر و طراحی شبکه مورد استفاده قرار گرفتند [۱۵]. با این حال، این روش‌ها در شکل پایه خود عمدتاً برای شرایطی مناسب هستند که اطلاعات تصمیم‌گیری نسبتاً دقیق و ساختار مسئله نسبتاً پایدار باشد. در محیط‌های بحرانی، چنین مفروضاتی به دلیل تغییرات تقاضا، اختلالات عملیاتی، کمبود اطلاعات و افزایش ابهام در قضاوت خبرگان به‌سادگی نقض می‌شوند [۱۶].

در پاسخ به این محدودیت، مطالعات بعدی به سمت مدل‌های فازی، مقاوم، تاب‌آور و عدم قطعیت محور حرکت کردند. این مطالعات نشان دادند که تصمیم‌گیری در زنجیره تأمین دارو را نمی‌توان صرفاً بر اساس داده‌های قطعی توصیف کرد و کیفیت تصمیم تا حد زیادی به نحوه بازنمایی اطلاعات ناقص و قضاوت‌های انسانی وابسته است [۱۷]. با این حال، افزایش توانایی مدل در نمایش عدم قطعیت لزوماً به معنای ایجاد یک روش تصمیم‌گیری تطبیقی نیست؛ زیرا بسیاری از مدل‌ها همچنان اطلاعات را در یک مقطع زمانی دریافت کرده و پس از تجمیع، رتبه‌بندی ثابتی ارائه می‌کنند. در نتیجه، تغییر شرایط محیطی و اطلاعات حاصل از عملکرد واقعی تصمیم در فرآیند تصمیم‌گیری بعدی وارد نمی‌شود [۱۸].

از منظر ساختاری نیز، بسیاری از مطالعات زنجیره تأمین دارو بر ارزیابی مستقل گزینه‌ها یا اجزای شبکه تمرکز داشته‌اند، درحالی‌که این زنجیره یک سیستم به‌هم‌پیوسته است و تغییر وضعیت یک جزء می‌تواند بر سایر اجزا اثرگذار باشد [۱۹]. بنابراین، اگرچه ادبیات موجود اهمیت MCDM و مدل‌سازی عدم قطعیت را به‌خوبی نشان می‌دهد، همچنان نیاز به روشی وجود دارد که عدم قطعیت، وابستگی ساختاری و تغییرات زمانی را در سطح خود فرآیند تصمیم‌گیری و نه صرفاً در داده‌های ورودی، یکپارچه کند.

۲-۲- تکامل مدل‌های عدم قطعیت از نظریه فازی تا نوتروسوفیک بازه‌ای

توسعه نظریه‌های فازی را می‌توان واکنشی به محدودیت مدل‌های قطعی در مواجهه با اطلاعات مبهم دانست [۲۰]. مجموعه‌های فازی با جایگزین کردن عضویت قطعی با درجه عضویت، امکان نمایش تدریجی مفاهیم مبهم را فراهم کردند. این رویکرد اگرچه گام مهمی در مدل‌سازی عدم قطعیت بود، اما در ساختار اولیه خود امکان تفکیک صریح میان میزان پذیرش، عدم‌پذیرش و عدم‌تعیین را فراهم نمی‌کرد [۲۰].

توسعه مجموعه‌های فازی شهودی با معرفی هم‌زمان درجه عضویت و عدم‌عضویت، ظرفیت بیشتری برای نمایش اطلاعات نامطمئن ایجاد کرد [۲۲]. سپس مجموعه‌های فازی فیناغورثی و مدل‌های مجموعه فازی متعامد- q رتبه‌ای^۱ با افزایش فضای مجاز درجات عضویت و عدم‌عضویت، انعطاف‌پذیری بیشتری برای بیان قضاوت‌های انسانی فراهم کردند [۲۳]. با وجود این توسعه‌ها، ساختارهای مذکور همچنان عدم قطعیت را عمدتاً به‌صورت یک مؤلفه مشتق‌شده یا محدودشده در ارتباط با عضویت و عدم‌عضویت مدل می‌کردند.

در این مسیر، نظریه مجموعه‌های نوتروسوفیک با معرفی سه مؤلفه مستقل حقیقت (T)، عدم‌تعیین (I) و کذب (F)، چارچوبی انعطاف‌پذیرتر برای نمایش اطلاعات ناقص، مبهم و متناقض فراهم کرد [۲۴]. این ویژگی موجب شد مدل‌های نوتروسوفیک در مسائل MCDM، به‌ویژه در شرایطی که ارزیابی‌های خبرگان با ابهام و ناسازگاری همراه هستند، مورد توجه قرار گیرند [۲۵]. با این حال، استفاده از مقادیر دقیق برای مؤلفه‌های نوتروسوفیک در بسیاری از کاربردهای واقعی همچنان می‌تواند با محدودیت مواجه باشد؛ زیرا خبرگان معمولاً نمی‌توانند یک مقدار دقیق و قطعی برای میزان حقیقت، عدم‌تعیین یا کذب یک ارزیابی ارائه کنند.

^۱ q-rung orthopair fuzzy

برای کاهش این محدودیت، مجموعه‌های نوتروسوفیک بازه‌ای توسعه یافتند که در آن هر یک از مؤلفه‌های T ، I و F به صورت یک بازه نمایش داده می‌شود [۲۶]. این ساختار امکان بیان دامنه‌ای از قضاوت‌های ممکن را فراهم کرده و نسبت به نمایش نقطه‌ای، انعطاف بیشتری در بازنمایش عدم قطعیت دارد. در ادامه، توسعه اعداد نوتروسوفیک بازه‌ای ذوزنقه‌ای، قابلیت ترکیب ساختار بازه‌ای با شکل‌پذیری اعداد فازی ذوزنقه‌ای را فراهم کرد و امکان نمایش دقیق‌تر ارزیابی‌های انسانی را در مسائل پیچیده تصمیم‌گیری افزایش داد [۲۷].

با وجود این پیشرفت نظری، مسئله اصلی صرفاً نحوه نمایش عدم قطعیت نیست، بلکه نحوه استفاده پویا از این عدم قطعیت در فرآیند تصمیم‌گیری است. بسیاری از مدل‌های موجود، حتی در محیط‌های نوتروسوفیک بازه‌ای، ساختار تصمیم را ثابت فرض کرده و عدم قطعیت را عمدتاً به عنوان ویژگی داده ورودی در نظر می‌گیرند. در چنین مدل‌هایی، تغییر سطح عدم قطعیت، وابستگی میان گزینه‌ها و بازخورد حاصل از عملکرد سیستم الزاماً موجب تغییر سازوکار تصمیم‌گیری نمی‌شود [۲۸]. این محدودیت نشان می‌دهد که توسعه یک روش جدید باید از مرحله «نمایش عدم قطعیت» فراتر رفته و عدم قطعیت را به یک مؤلفه فعال در سازوکار تجمیع و یادگیری تبدیل کند.

۲-۳- عملگرهای تجمیع در محیط نوتروسوفیک

عملگر تجمیع یکی از اجزای بنیادی روش‌های MCDM است؛ زیرا ارزیابی‌های چندمعیاره، چندخبره یا چندمنبعی را به یک ساختار قابل مقایسه تبدیل می‌کند. در محیط نوتروسوفیک، اهمیت این مرحله افزایش می‌یابد، زیرا عملگر باید بتواند سه مؤلفه حقیقت، عدم تعین و کذب را بدون از دست دادن اطلاعات معنادار ترکیب کند [۲۹].

در نخستین نسل عملگرهای نوتروسوفیک، خانواده‌هایی مبتنی بر میانگین وزنی (WA) و میانگین وزنی مرتب‌شده (OWA) توسعه یافتند. مزیت اصلی این عملگرها سادگی، تفسیرپذیری و کارایی محاسباتی مناسب بود، اما ساختار آن‌ها معمولاً وابستگی و تعامل میان اطلاعات را به صورت محدود مدل می‌کرد [۳۰]. به منظور غلبه بر این محدودیت، عملگرهای مبتنی بر میانگین بونفرونی و هرونیان توسعه یافتند که امکان لحاظ کردن تعامل میان ورودی‌ها را افزایش می‌دهند [۳۱]. همچنین، عملگرهای مبتنی بر میانگین متقارن مک‌لورین، میانگین توانی و خانواده‌های اینشتین، هاماکر و دامبی^۱ با هدف افزایش انعطاف‌پذیری در نحوه تجمیع اطلاعات نوتروسوفیک پیشنهاد شده‌اند [۳۲].

در کنار این خانواده‌ها، برخی پژوهش‌ها از معیارهای مبتنی بر فاصله و واگرایی برای مقایسه اطلاعات استفاده کرده‌اند. در این میان، واگرایی جنسن-شانون^۲ به دلیل تقارن و ویژگی‌های مناسب آن برای سنجش اختلاف میان توزیع‌های اطلاعاتی مورد توجه قرار گرفته است [۳۳]. این رویکردها نشان می‌دهند که انتخاب سازوکار تجمیع می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر حساسیت روش MCDM نسبت به اختلاف، وابستگی و پراکندگی اطلاعات داشته باشد.

با وجود تنوع قابل توجه عملگرهای موجود، یک ویژگی مشترک در بخش بزرگی از این ادبیات مشاهده می‌شود: عملگر تجمیع عمدتاً به عنوان یک نگاشت ثابت از مجموعه‌ای از ورودی‌ها به یک خروجی در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، ساختار شبکه‌ای میان گزینه‌ها، تغییرات وضعیت محیط و اطلاعات حاصل از عملکرد واقعی سیستم معمولاً در هسته عملگر وارد نمی‌شوند [۳۴]. در نتیجه، حتی اگر عملگر از نظر مدیریت عدم قطعیت عملکرد مطلوبی داشته باشد، الزاماً قادر به یادگیری از تجربه تصمیم‌گیری و اصلاح خود در دوره‌های بعد نیست.

بنابراین، خلأ موجود در این حوزه را نمی‌توان صرفاً با توسعه یک خانواده جدید از عملگرهای ریاضی برطرف کرد. نیاز اساسی، توسعه عملگری است که تجمیع را به یک فرآیند پویا تبدیل کند؛ فرآیندی که در آن ساختار وابستگی‌ها، سطح عدم قطعیت و بازخورد عملکرد بتوانند به صورت هم‌زمان بر خروجی تجمیع اثر بگذارند. این نیاز، مبنای نظری توسعه DG-INFAO در پژوهش حاضر را شکل می‌دهد.

۲-۴- مدل‌سازی گراف‌محور در تصمیم‌گیری چندمعیاره

در سیستم‌های پیچیده، روابط میان عناصر تصمیم معمولاً مستقل نیستند و ساختار ارتباطی میان آن‌ها می‌تواند اطلاعات مهمی درباره رفتار کل سیستم ارائه کند. نظریه گراف یکی از چارچوب‌های بنیادی برای نمایش چنین روابطی است که در آن عناصر سیستم به صورت گره و وابستگی‌های میان آن‌ها به صورت یال مدل‌سازی می‌شوند [۳۵]. این ساختار امکان نمایش جهت، شدت و انتشار اثر میان اجزای یک سیستم را فراهم می‌کند و از این‌رو در تحلیل شبکه‌های پیچیده، زنجیره‌های تأمین و سیستم‌های تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گرفته است [۳۶].

¹ Einstein, Hamacher, Dombi

² Jensen-Shannon

در حوزه MCDM، استفاده از ساختارهای شبکه‌ای موجب توسعه روش‌هایی شده است که وابستگی میان معیارها یا گزینه‌ها را به صورت صریح‌تر مدل می‌کنند. این رویکردها نسبت به مدل‌هایی که استقلال کامل اجزا را فرض می‌کنند، ظرفیت بیشتری برای بازنمایی تعاملات واقعی سیستم دارند [۳۷]. با این حال، بخش قابل توجهی از مدل‌های گراف‌محور بر ساختار شبکه تمرکز داشته و نحوه ترکیب این ساختار با عدم قطعیت‌های چندسطحی و اطلاعات نوتروسوفیک را به صورت محدود بررسی کرده‌اند.

از سوی دیگر، در بسیاری از مدل‌های نوتروسوفیک، ساختار تصمیم به یک ماتریس تصمیم محدود می‌شود و روابط میان گزینه‌ها یا اجزای مرتبط خارج از فرآیند اصلی تجمیع باقی می‌ماند [۳۸]. در نتیجه، دو قابلیت مهم یعنی توانایی نمایش عدم قطعیت نوتروسوفیک و توانایی نمایش وابستگی شبکه‌ای در بسیاری از مطالعات به صورت جداگانه توسعه یافته‌اند و کمتر در یک سازوکار تجمیع واحد ادغام شده‌اند. این جدایی روش‌شناختی، به‌ویژه در محیط‌هایی که اثرات شبکه‌ای می‌توانند کیفیت و اعتبار ارزیابی گزینه‌ها را تغییر دهند، یک محدودیت اساسی محسوب می‌شود. بر این اساس، در روش پیشنهادی، گراف صرفاً به عنوان ابزار توصیف ساختار سیستم استفاده نمی‌شود، بلکه ساختار گرافی مستقیماً وارد فرآیند تجمیع شده و وزن و جهت روابط میان اجزا بر ارزیابی نهایی گزینه‌ها اثر می‌گذارد. این رویکرد امکان می‌دهد اطلاعات محلی هر گزینه با اطلاعات حاصل از همسایگان ساختاری آن ترکیب شده و وابستگی‌های شبکه‌ای به بخشی از سازوکار تصمیم تبدیل شوند.

۲-۵- یادگیری تطبیقی و سازوکارهای بازخوردی در تصمیم‌گیری

محیط‌های تصمیم‌گیری واقعی معمولاً ایستا نیستند و پارامترهای مؤثر بر تصمیم در طول زمان تغییر می‌کنند. در چنین شرایطی، روش‌هایی که وزن معیارها و سایر پارامترهای خود را در ابتدای فرآیند تعیین کرده و سپس ثابت نگه می‌دارند، قادر به استفاده کامل از اطلاعات جدید نیستند [۳۹]. این مسئله موجب توسعه روش‌های تطبیقی، یادگیری آنلاین و سازوکارهای بازخوردی شده است که هدف آن‌ها اصلاح تدریجی پارامترهای تصمیم بر اساس داده‌ها و عملکرد مشاهده‌شده است [۴۰].

در چارچوب‌های بازخوردی، خروجی حاصل از یک تصمیم می‌تواند با عملکرد واقعی سیستم مقایسه شود و اختلاف حاصل به عنوان اطلاعات جدید برای اصلاح تصمیم‌های بعدی مورد استفاده قرار گیرد. چنین ساختاری اساساً یک چرخه تصمیم-اجرا-مشاهده-یادگیری-تصمیم مجدد ایجاد می‌کند و امکان سازگاری با تغییرات محیطی را افزایش می‌دهد [۴۱]. در روش‌های MCDM، این سازوکار می‌تواند برای اصلاح وزن معیارها، تنظیم پارامترهای تجمیع یا بازنگری در میزان اعتماد به اطلاعات مورد استفاده قرار گیرد.

با وجود اهمیت این رویکرد، ادغام یادگیری بازخوردی با محیط‌های نوتروسوفیک همچنان با چالش‌های نظری و محاسباتی همراه است. در بسیاری از مطالعات، بازخورد صرفاً برای اصلاح یک پارامتر خارجی استفاده می‌شود و مستقیماً در سازوکار تجمیع اطلاعات نوتروسوفیک وارد نمی‌شود [۴۲]. همچنین، در برخی مدل‌ها، افزایش خطای پیش‌بینی صرفاً به اصلاح وزن‌ها منجر می‌شود، بدون آنکه تغییر سطح عدم قطعیت اطلاعات نیز در فرآیند یادگیری لحاظ شود. در نتیجه، رابطه میان خطای مشاهده‌شده، عدم قطعیت و تغییر وزن‌ها به صورت یک سازوکار یکپارچه مدل نشده است.

این مسئله اهمیت ویژه‌ای دارد؛ زیرا خطای تصمیم الزاماً فقط ناشی از نامناسب بودن وزن یک معیار نیست و ممکن است از افزایش عدم قطعیت محیط، تغییر ساختار شبکه یا کاهش اعتبار اطلاعات اولیه ناشی شود. بنابراین، یک روش تطبیقی پیشرفته باید بتواند بازخورد عملکرد را نه صرفاً به عنوان یک خطای عددی، بلکه به عنوان سیگنالی برای بازتنظیم هم‌زمان پارامترهای تصمیم و وضعیت عدم قطعیت تفسیر کند.

۲-۶- تحلیل انتقادی و شکاف پژوهشی

مرور پنج جریان اصلی ادبیات نشان می‌دهد که هر یک از رویکردهای موجود بخش مهمی از مسئله تصمیم‌گیری تحت عدم قطعیت را پوشش داده‌اند، اما این قابلیت‌ها غالباً به صورت مجزا توسعه یافته‌اند. روش‌های کلاسیک MCDM ساختار مناسبی برای ارزیابی و رتبه‌بندی گزینه‌ها فراهم می‌کنند، اما در برابر اطلاعات مبهم و تغییرات محیطی محدود هستند. مدل‌های فازی و نوتروسوفیک ظرفیت بالایی برای نمایش عدم قطعیت دارند، اما در بسیاری از موارد فرآیند تصمیم‌گیری آن‌ها ایستا باقی می‌ماند. عملگرهای پیشرفته نوتروسوفیک، تعامل میان اطلاعات را بهتر مدل می‌کنند، ولی غالباً ساختار شبکه‌ای و بازخورد عملکرد را مستقیماً در هسته تجمیع وارد نمی‌کنند. مدل‌های گراف‌محور نیز توانایی مناسبی در نمایش وابستگی‌های ساختاری دارند، اما معمولاً مسئله تجمیع اطلاعات نوتروسوفیک و یادگیری تطبیقی را به طور هم‌زمان پوشش نمی‌دهند. در نهایت، روش‌های یادگیری بازخوردی قابلیت سازگاری با محیط متغیر را فراهم می‌کنند، اما ادغام آن‌ها با یک ساختار نوتروسوفیک بازه‌ای و گراف‌محور هنوز به یک چارچوب یکپارچه و از نظر ریاضی قابل تحلیل نیاز دارد.

بنابراین، شکاف اصلی ادبیات در فقدان یک روش MCDM است که سه ویژگی مکمل را در سطح یک سازوکار تجمیع واحد یکپارچه کند: (۱) نمایش بازه‌ای و صریح عدم قطعیت در مؤلفه‌های حقیقت، عدم تعیین و کذب؛ (۲) انتقال اثر وابستگی‌های ساختاری از طریق یک شبکه گرافی؛ و

(۳) استفاده از بازخورد عملکرد برای یادگیری و اصلاح تطبیقی پارامترهای تصمیم. اهمیت این شکاف زمانی بیشتر می شود که بدانیم ترکیب ساده این سه مؤلفه الزاماً یک روش منسجم ایجاد نمی کند؛ بلکه باید مشخص شود عدم قطعیت چگونه بر وزن روابط اثر می گذارد، اثر گرافیکی چگونه وارد تجمیع می شود، خطای عملکرد چگونه به سیگنال یادگیری تبدیل می شود و شرایط پایداری به روزرسانی ها چگونه تضمین خواهد شد. بر این اساس، پژوهش حاضر DG-INFAO را به عنوان یک عملگر تجمیع نوتروسوفیک بازه ای پویا و گراف محور با یادگیری بازخوردی آگاه از عدم قطعیت توسعه می دهد. تفاوت اساسی این رویکرد با مطالعات پیشین در آن است که عدم قطعیت، ساختار شبکه و بازخورد عملکرد سه مؤلفه مستقل و الحاقی نیستند، بلکه به صورت درهم تنیده در سازوکار تجمیع و به روزرسانی تصمیم عمل می کنند. به این ترتیب، DG-INFAO زمینه انتقال از تجمیع ایستای اطلاعات نوتروسوفیک به تجمیع تطبیقی، ساختار آگاه و بازخوردی را فراهم می کند. در این چارچوب، سهم روش پیشنهادی در ادبیات MCDM نه صرفاً ارائه یک عملگر با ساختار جبری جدید، بلکه ارائه یک منطق تصمیم گیری جدید برای محیط های دارای عدم قطعیت پویا است؛ منطقی که در آن مقدار نهایی یک گزینه حاصل تعامل میان ارزیابی های چندمعیاره، وزن معیارها، ساختار وابستگی شبکه، سطح عدم قطعیت و تجربه حاصل از تصمیمات پیشین است. مطالعه موردی زنجیره تأمین دارو در شرایط بحرانی در بخش های بعدی صرفاً برای اعتبارسنجی تجربی، تحلیل پایداری و ارزیابی قابلیت کاربرد روش پیشنهادی استفاده خواهد شد و دامنه نظری DG-INFAO به این حوزه محدود نمی شود.

۳- پیش نیازها

در این بخش، مفاهیم و تعاریف ریاضی مورد نیاز برای توسعه روش پیشنهادی ارائه می شوند. برای جلوگیری از ابهام در پیاده سازی، عملگرهای نوتروسوفیک، شاخص عدم قطعیت، تابع امتیازدهی و سازوکار بازخورد به صورت سازگار و عملیاتی تعریف می شوند.

۳-۱- عدد نوتروسوفیک بازه ای دوزنقه ای

یک عدد نوتروسوفیک بازه ای دوزنقه ای^۱ (IVTpNN) برای نمایش ارزیابی هایی استفاده می شود که ساختار دوزنقه ای فازی را با درجات بازه ای حقیقت، عدم تعیین و کذب ترکیب می کنند.

تعریف ۱. یک عدد نوتروسوفیک بازه ای دوزنقه ای $\tilde{x}$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{x} = \langle (a_1, a_2, a_3, a_4); [T^L, T^U]; [I^L, I^U]; [F^L, F^U] \rangle$$

که در آن

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$$

پارامترهای عدد فازی دوزنقه ای و

$$0 \leq T^L \leq T^U \leq 1,$$

$$0 \leq I^L \leq I^U \leq 1,$$

$$0 \leq F^L \leq F^U \leq 1.$$

به ترتیب کران های پایین و بالای درجه حقیقت^۲، عدم تعیین^۳ و کذب^۴ هستند.

برای یک ارزیابی $\tilde{x}$ ، بردار نوتروسوفیک متناظر را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$N(\tilde{x}) = ([T^L, T^U]; [I^L, I^U]; [F^L, F^U]) \quad (1)$$

این بردار برای محاسبه شاخص های نوتروسوفیک و امتیازدهی به کار می رود؛ باین حال، بخش دوزنقه ای نیز در عملیات IVTpNN حفظ می شود.

۳-۲- مجموعه نوتروسوفیک بازه ای

¹ Interval-Valued Trapezoidal Neutrosophic Number (IVTpNN)

² Truth

³ Indeterminacy

⁴ Falsity

تعریف ۲. یک مجموعه نوتروسوفیک بازه‌ای $\tilde{A}$ بر روی فضای مرجع X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{A} = \{ \langle x, [T_A^L(x), T_A^U(x)], [I_A^L(x), I_A^U(x)], [F_A^L(x), F_A^U(x)] \rangle \mid x \in X \} \quad (2)$$

در این رابطه، برای هر $x \in X$ ، سه تابع بازه‌ای

$$T_A(x) = [T_A^L(x), T_A^U(x)],$$

$$I_A(x) = [I_A^L(x), I_A^U(x)],$$

$$F_A(x) = [F_A^L(x), F_A^U(x)].$$

به ترتیب بیانگر درجه حقیقت، عدم تعیین و کذب هستند.

وجود بازه در هر سه مؤلفه این امکان را فراهم می‌کند که به جای تحمیل یک مقدار قطعی به قضاوت تصمیم‌گیرنده، دامنه‌ای از مقادیر ممکن حفظ شود. این ویژگی به‌ویژه زمانی اهمیت دارد که اطلاعات حاصل از خبرگان دارای اختلاف نظر، ناقص یا وابسته به شرایط محیطی باشد. **توجه:** مجموعه نوتروسوفیک بازه‌ای در این تعریف، مفهوم عمومی‌تری از عدد نوتروسوفیک بازه‌ای دوزنقه‌ای دارد؛ بنابراین، این دو مفهوم در ادامه به جای یکدیگر استفاده نمی‌شوند.

۳-۳- عملگرهای پایه بر روی IVTpNN

فرض کنید دو عدد نوتروسوفیک بازه‌ای به صورت زیر باشند:

$$\tilde{x} = \{ \langle a, [T_x^L, T_x^U], [I_x^L, I_x^U], [F_x^L, F_x^U] \rangle \}$$

$$\tilde{y} = \{ \langle b, [T_y^L, T_y^U], [I_y^L, I_y^U], [F_y^L, F_y^U] \rangle \}$$

که در آن a و b چهارتایی‌های دوزنقه‌ای هستند.

برای تعریف کامل عملگرها، بخش دوزنقه‌ای و مؤلفه‌های نوتروسوفیک باید جداگانه و به صورت سازگار محاسبه شوند. در این پژوهش، برای بخش دوزنقه‌ای، جمع و ضرب اسکالر به صورت مؤلفه‌ای در نظر گرفته می‌شوند:

$$a + b = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4)$$

$$\lambda a = (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3, \lambda a_4), \lambda \geq 0$$

برای مؤلفه‌های نوتروسوفیک، عملگر جمع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{x} \oplus \tilde{y} = \langle a \oplus b; [T_x^L + T_y^L - T_x^L T_y^L, T_x^U + T_y^U - T_x^U T_y^U], [I_x^L + I_y^L - I_x^L I_y^L, I_x^U + I_y^U - I_x^U I_y^U], [F_x^L F_y^L, F_x^U F_y^U] \rangle \quad (3)$$

برای مؤلفه‌های نوتروسوفیک، عملگر جمع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{x} \otimes \tilde{y} = \langle a \otimes b; [T_x^L T_y^L, T_x^U T_y^U], [I_x^L + I_y^L - I_x^L I_y^L, I_x^U + I_y^U - I_x^U I_y^U], [F_x^L + F_y^L - F_x^L F_y^L, F_x^U + F_y^U - F_x^U F_y^U] \rangle \quad (4)$$

در رابطه بالا، $a \cdot b$ فقط هنگامی یک چهارتایی دوزنقه‌ای معتبر تولید می‌کند که تعریف ضرب بخش فازی و شرایط اعتبار آن مشخص شده باشد. در پیاده‌سازی، باید از تعریف معتبر و یکسان ضرب اعداد فازی دوزنقه‌ای استفاده شود؛ ضرب مؤلفه‌به‌مؤلفه نباید بدون بررسی اعتبار آن، معادل ضرب عمومی اعداد فازی تلقی شود.

برای ضریب اسکالر $\lambda \geq 0$ ، عملگر وزن‌دهی نوتروسوفیک به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\lambda \otimes \tilde{x} = \langle \lambda a; [1 - (1 - T_x^L)^\lambda, 1 - (1 - T_x^U)^\lambda], [(I_x^L)^\lambda, (I_x^U)^\lambda], [(F_x^L)^\lambda, (F_x^U)^\lambda] \rangle \quad (5)$$

این تعریف برای مؤلفه‌های نوتروسوفیک در نظر گرفته شده است؛ استفاده از آن در الگوریتم باید با عملگر تجمع نهایی و خواص مورد انتظار آن سازگار باشد. در پیاده‌سازی عددی، حالت $\lambda = 0$ نیز باید مطابق تعریف حدی یا قرارداد عملگر مدیریت شود.

۳-۴- واگرایی جنسن-شانون

برای سنجش میزان اختلاف میان دو توزیع نرمال شده یا دو نمایش احتمالی از اطلاعات، واگرایی جنسن-شانون^۱ (JSD) به عنوان یک معیار متقارن و کراندار مورد استفاده قرار می گیرد. برای دو توزیع احتمال P و Q، ابتدا توزیع میانگین به صورت

$$M = \frac{1}{2}(P + Q)$$

تعریف می شود. سپس:

$$JSD(P, Q) = \frac{1}{2}D_{KL}(P \parallel M) + \frac{1}{2}D_{KL}(Q \parallel M)$$

که در آن واگرایی کولبک-لایبلر^۲ برابر است با:

$$D_{KL}(P \parallel Q) = \sum_k P_k \ln\left(\frac{P_k}{Q_k}\right) \quad (6)$$

بنابراین:

$$JSD(P, Q) = JSD(Q, P)$$

و با استفاده از لگاریتم طبیعی، مقدار آن در بازه

$$0 \leq JSD(P, Q) \leq \ln 2$$

در صورت استفاده از لگاریتم پایه ۲، کران بالای واگرایی برابر با ۱ است. همچنین، در محاسبات باید قرارداد $\ln(0/q) = 0$ رعایت شود.

۳-۵- تابع امتیازدهی IVTpNN

برای مقایسه و رتبه بندی خروجی های نوتروسوفیک، تابع امتیازدهی اسکالر تعریف می شود. برای عدد $\tilde{x}$ ، مقادیر مرکزی مؤلفه های نوتروسوفیک عبارت اند از:

$$\bar{T} = \frac{T^L + T^U}{2}, \quad \bar{I} = \frac{I^L + I^U}{2}, \quad \bar{F} = \frac{F^L + F^U}{2}$$

تابع امتیاز مورد استفاده در این پژوهش به صورت زیر تعریف می شود:

$$S(\tilde{x}) = \frac{1 + \bar{T} - \bar{F}}{1 + \bar{I}} \quad (7)$$

در این تعریف، افزایش درجه حقیقت امتیاز را افزایش می دهد و افزایش درجه کذب یا عدم تعین، با ثابت بودن سایر مؤلفه ها، امتیاز را کاهش می دهد.

برای مقایسه دو ارزیابی $\tilde{x}$ و $\tilde{y}$ ، اگر $S(\tilde{x}) > S(\tilde{y})$ باشد، $\tilde{x}$ بر اساس تابع امتیاز تعریف شده ارجح است. در صورت برابر بودن امتیازها، می توان از یک قاعده ثانویه از پیش تعیین شده، مانند مقایسه درجه دقت یا میزان عدم تعین، استفاده کرد. این قاعده باید پیش از اجرای الگوریتم مشخص شود. آنگاه $\tilde{x}$ نسبت به $\tilde{y}$ ارجح است. در صورت برابری امتیازها، می توان از شاخص دقت یا پهنای بازه ها به عنوان معیار ثانویه استفاده کرد.

۳-۶- نرمال سازی اطلاعات تصمیم

با توجه به تفاوت مقیاس و ماهیت معیارها، ارزیابی های اولیه پیش از تجمیع باید به یک مقیاس مشترک منتقل شوند. برای یک معیار سود، تبدیل خطی مقدار قطعی x_{ij} به بازه $[0,1]$ به صورت

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$$

و برای معیار هزینه به صورت

$$r_{ij} = \frac{x_j^{\max} - x_{ij}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$$

تعریف می شود. بدیهی است که این روابط تنها زمانی تعریف پذیرند که $x_j^{\max} \neq x_j^{\min}$ باشد.

¹ Jensen-Shannon Divergence (JSD)

² Kullback-Leibler Divergence (KLD)

در محیط نوتروسوفیک، این تبدیل به صورت مؤلفه‌ای بر کران‌های مربوط به درجات حقیقت، عدم‌تعیین و کذب اعمال می‌شود؛ به گونه‌ای که ساختار بازه‌ای اطلاعات در فرآیند نرمال‌سازی حفظ گردد. هدف از این مرحله حذف اثر مقیاس و فراهم کردن شرایط لازم برای مقایسه و تجمیع ارزیابی‌های مربوط به معیارهای ناهمگن است.

۳-۷- ساختار گراف جهت‌دار وزن‌دار

گراف وابستگی به صورت $G = (V, E, W)$ تعریف می‌شود؛ در آن V مجموعه گره‌ها، E مجموعه یال‌های جهت‌دار و W ماتریس شدت وابستگی است.

برای مسئله‌ای با n گزینه، $V = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ در نظر گرفته می‌شود. مقدار w_{ik} شدت اثر گزینه A_k بر گزینه A_i را نشان می‌دهد و نامنفی است. برای نبود رابطه مستقیم، $w_{ik} = 0$ در نظر گرفته می‌شود.

مجموعه همسایگان ورودی گزینه A_i عبارت است از:

$$N_i = \{k \mid (A_k, A_i) \in E\}$$

برای هر گزینه‌ای که مجموع وزن یال‌های ورودی آن مثبت باشد، وزن‌های نرمال‌شده به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{w}_{ik} = \frac{w_{ik}}{\sum_{l \in N_i} w_{il}}$$

در نتیجه:

$$\sum_{k \in N_i} \bar{w}_{ik} = 1$$

اگر گزینه‌ای هیچ همسایه ورودی نداشته باشد، نباید رابطه نرمال‌سازی بالا محاسبه شود؛ در این حالت، مؤلفه اطلاعات شبکه‌ای آن گزینه برابر با ارزیابی مستقیم تعریف می‌شود.

۳-۸- وزن‌دهی معیارها

فرض شود مجموعه معیارهای تصمیم‌گیری به صورت

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$$

تعریف شده و بردار وزن معیارها برابر باشد با

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$$

وزن‌ها باید شرایط زیر را ارضا کنند:

$$w_j \geq 0, j = 1, \dots, m$$

و

$$\sum_{j=1}^m w_j = 1$$

این وزن‌ها اهمیت نسبی معیارها را نشان می‌دهند. در DG-INFAO، وزن اولیه به عنوان نقطه شروع در نظر گرفته می‌شود و به روزرسانی آن فقط در صورت دسترسی به بازخورد عملکردی و وجود یک قاعده یادگیری تعریف شده انجام می‌شود.

۳-۹- معیار خطای بازخوردی

برای ارزیابی اختلاف میان نتیجه پیش‌بینی شده و عملکرد واقعی، فرض کنید S_i^{pred} امتیاز پیش‌بینی شده گزینه A_i و S_i^{real} عملکرد واقعی متناظر باشد. خطای گزینه i به صورت

$$e_i = S_i^{real} - S_i^{pred} \quad (8)$$

تعریف می‌شود.

خطای کلی مجموعه گزینه‌ها با میانگین قدرمطلق خطا محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \quad (9)$$

این شاخص، اندازه کلی اختلاف میان امتیازهای پیش‌بینی شده و مشاهده شده را نشان می‌دهد. از آنجا که E نامنفی است، به‌تنهایی جهت اصلاح وزن‌ها را تعیین نمی‌کند و برای یادگیری وزن‌ها باید از اطلاعات حساسیت یا گرادیان خطا استفاده شود. در مجموع، این تعاریف مبانی ریاضی روش DG-INFAO را فراهم می‌کنند. در بخش بعد، اجزای یادشده در یک چارچوب تصمیم‌گیری تطبیقی به هم متصل می‌شوند.

۴- روش پیشنهادی

روش DG-INFAO با هدف ترکیب ارزیابی‌های IVTPNN، وابستگی‌های گرافی و یادگیری مبتنی بر بازخورد طراحی می‌شود. برای جلوگیری از ابهام در پیاده‌سازی، لازم است خروجی عملگر پیشنهادی، نقش ضریب عدم قطعیت و قاعده به‌روزرسانی وزن‌ها به‌صورت عملیاتی تعریف شوند. صورت‌بندی زیر یک نسخه مشخص از این سازوکار را ارائه می‌کند.

- گام ۱: تعریف مجموعه گزینه‌ها، معیارها و دوره‌های تصمیم‌گیری مجموعه گزینه‌ها و معیارها به‌ترتیب برابرند با:

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$$

افق تصمیم‌گیری به‌صورت $t = \{0, 1, 2, \dots, T_{max}\}$ تعریف می‌شود؛ در آن T_{max} حداکثر تعداد تکرارهای الگوریتم است.

- گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم نوتروسوفیک بازه‌ای

ارزیابی گزینه A_i نسبت به معیار C_j در دوره t با یک عدد نوتروسوفیک بازه‌ای دوزنقه‌ای نمایش داده می‌شود:

$$\tilde{x}_{ij}^{(t)} = \left((a_{ij1}^{(t)}, a_{ij2}^{(t)}, a_{ij3}^{(t)}, a_{ij4}^{(t)}); [T_{ij}^{L(t)}, T_{ij}^{U(t)}]; [I_{ij}^{L(t)}, I_{ij}^{U(t)}]; [F_{ij}^{L(t)}, F_{ij}^{U(t)}] \right) \quad (10)$$

به‌طوری‌که ترتیب پارامترهای دوزنقه‌ای و قیود کران‌های بازه‌ای تعریف‌شده در بخش ۳ برقرار باشند.

ماتریس تصمیم به‌صورت $\tilde{X}(t) = [\tilde{x}_{ij}(t)]_{n \times m}$ با ابعاد $n \times m$ تعریف می‌شود.

- گام ۳: تعیین نوع معیارها و نرمال‌سازی

معیارها بر اساس ماهیت ترجیح به دو گروه سودی و هزینه‌ای تقسیم می‌شوند. در معیار سودی، مقادیر بزرگ‌تر مطلوب‌تر و در معیار هزینه‌ای، مقادیر کوچک‌تر مطلوب‌تر هستند. برای جلوگیری از ایجاد ابهام در معنای مؤلفه‌های I و F، تبدیل این دو مؤلفه مطابق قواعد تعریف‌شده برای IVTPNN در بخش ۳ انجام می‌شود. خروجی این گام ماتریس نرمال‌شده $\tilde{R}(t)$ است که در آن جهت ترجیح تمام معیارها یکسان شده است. در صورت وجود معیارهای بدون قدرت تفکیک یا داده‌های ثابت، قاعده نرمال‌سازی آن‌ها باید مشخص و در تمام دوره‌ها به‌صورت یکسان اجرا شود:

$$\tilde{R}(t) = [\tilde{r}_{ij}^{(t)}]_{n \times m}$$

- گام ۴: تعیین وزن اولیه معیارها

بردار وزن اولیه معیارها در شروع فرآیند به‌صورت $w^{(0)} = (w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, w_m^{(0)})$ تعریف می‌شود، به‌طوری‌که:

$$w_j^{(0)} \geq 0, \quad j = 1, \dots, m$$

و

$$\sum_{j=1}^m w_j^{(0)} = 1$$

وزن‌های اولیه می‌توانند از طریق قضاوت خبرگان، روش‌های عینی، روش‌های ترکیبی یا سایر سازوکارهای معتبر وزن‌دهی تعیین شوند. با این حال، DG-INFAO وزن‌های اولیه نقطه شروع فرآیند یادگیری هستند و در ادامه بر اساس بازخورد عملکردی به‌صورت تطبیقی اصلاح می‌شوند. به‌روزرسانی وزن‌ها تنها زمانی انجام می‌شود که اطلاعات عملکردی یا معیار مرجعی برای محاسبه خطای پیش‌بینی در دسترس باشد.

• گام ۵: تشکیل گراف وابستگی پویا

گراف دوره t به‌صورت $G(t) = (V, E(t), W(t))$ تعریف می‌شود. مقدار $w_{ik}^{G(t)}$ شدت اثر گزینه A_k بر گزینه A_i را نشان می‌دهد. برای روابط موجود، $w_{ik}^{G(t)} \geq 0$ و برای روابط ناموجود، مقدار آن صفر است. وزن‌های ورودی هر گزینه با رابطه زیر نرمال می‌شوند:

$$\bar{w}_{ik}^{G(t)} = \frac{w_{ik}^{G(t)}}{\sum_{l \in N_i^{(t)}} w_{il}^{G(t)}}, \quad k \in N_i^{(t)} \quad (11)$$

این رابطه فقط برای گزینه‌هایی با مجموع وزن ورودی مثبت محاسبه می‌شود. در صورت نبود همسایه ورودی، خروجی شبکه‌ای آن گزینه برابر با ارزیابی مستقیم تعریف خواهد شد.

• گام ۶: محاسبه ارزیابی مستقیم گزینه‌ها

برای هر گزینه A_i ، ارزیابی مستقیم با استفاده از عملگر تجمیع IVTpNN محاسبه می‌شود:

$$\tilde{Z}_i^{(t)} = \text{Agg}(\tilde{R}_i^{(t)}, w^{(t)}) \quad (12)$$

در این رابطه، $\tilde{R}_i^{(t)}$ بردار ارزیابی نرمال‌شده گزینه A_i و Agg عملگر تجمیع وزن‌دار IVTpNN است.

گام ۷: محاسبه اطلاعات شبکه‌ای گزینه‌ها

برای گزینه A_i ، ارزیابی‌های همسایگان ورودی با وزن‌های وابستگی ترکیب می‌شوند:

$$\tilde{G}_i^{(t)} = \text{Agg}^G\{\bar{w}_{ik}^{G(t)} \otimes \tilde{Z}_k^{(t)} \mid k \in N_i^{(t)}\} \quad (13)$$

در این رابطه، Agg^G عملگر تجمیع شبکه‌ای است که باید به‌صورت صریح تعریف شود. اگر $N_i^{(t)}$ تهی باشد، $\tilde{G}_i^{(t)} = N_i^{(t)}$ در نظر گرفته می‌شود.

• گام ۸: محاسبه شاخص عدم قطعیت

شاخص عدم قطعیت بر اساس عرض بازه‌های عدم تعیین ماتریس تصمیم تعریف می‌شود:

$$U_{\text{obs}}(t) = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (I_{ij}^{U(t)} - I_{ij}^{L(t)}) \quad (14)$$

از آنجا که عرض هر بازه بین صفر و یک قرار دارد، $0 \leq U_{\text{obs}}(t) \leq 1$ برقرار است.

این شاخص فقط پراکندگی بازه‌های عدم تعیین را اندازه‌گیری می‌کند و معادل اندازه‌گیری جامع همه منابع عدم قطعیت نیست. همچنین $U_{\text{obs}}(t)$ از داده‌های موجود محاسبه می‌شود و نباید بدون توجه به‌عنوان متغیری مستقل از داده‌ها در نظر گرفته شود.

برای تبدیل این شاخص به ضریب اعتماد، رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\eta(t) = 1 - U_{\text{obs}}(t) \quad (15)$$

بنابراین، $0 \leq \eta(t) \leq 1$ است و افزایش عرض بازه‌های عدم تعیین، ضریب اعتماد را کاهش می‌دهد.

این رابطه یک انتخاب مشخص برای نسخه عملیاتی DG-INFAO است، نه یک نتیجه اجتناب‌ناپذیر از نظریه نوتروسوفیک. انتخاب آن باید در تحلیل حساسیت ارزیابی شود.

• گام ۹: محاسبه خروجی DG-INFAO

ابتدا ضریب اثر مؤثر شبکه تعریف می شود:

$$\lambda eff(t) = \lambda(t) \eta(t) \quad (16)$$

که در آن $0 \leq \lambda(t) \leq 1$ است. سپس خروجی نهایی با ترکیب ارزیابی مستقیم و اطلاعات شبکه‌ای محاسبه می شود:

$$\tilde{Z}_i^{DG(t)} = [1 - \lambda eff(t)] \otimes \tilde{Z}_i^{(t)} \oplus \lambda eff(t) \otimes \tilde{G}_i^{(t)} \quad (17)$$

این رابطه، تعریف عملیاتی مشخصی از نسخه پیشنهادی DG-INFAO ارائه می دهد: با افزایش عدم قطعیت، سهم مؤثر اطلاعات شبکه‌ای کاهش می یابد و سهم ارزیابی مستقیم افزایش پیدا می کند. در این رابطه، عملگرهای $\otimes$ و $\oplus$ باید دقیقاً مطابق بخش ۳ پیاده سازی شوند. همچنین باید بررسی شود که خروجی محاسبه شده شرایط اعتبار IVTpNN را حفظ می کند.

- گام ۱۰: تبدیل خروجی IVTpNN به شاخص امتیاز
امتیاز هر گزینه با تابع امتیازدهی بخش ۳ محاسبه می شود:

$$S_i^{(t)} = S(\tilde{Z}_i^{DG(t)})$$

در این گام تابع امتیاز جدیدی تعریف نمی شود. مقدار بیشتر $S_i^{(t)}$ نشان دهنده ارجحیت بیشتر بر اساس تابع امتیاز انتخاب شده است.

- گام ۱۱: رتبه بندی گزینه ها و انتخاب گزینه برتر
گزینه ها بر اساس امتیاز نزولی مرتب می شوند و گزینه برتر به صورت زیر تعیین می شود:

$$A^*(t) = \arg \max_{A_i \in A} S_i^{(t)} \quad (18)$$

در صورت برابر بودن امتیازها، قاعده ثانویه ای که در بخش ۳ تعریف شده است به کار می رود. قاعده رفع تساوی باید قبل از اجرای الگوریتم مشخص شود تا نتایج قابل بازتولید باشند.

- گام ۱۲: دریافت بازخورد عملکردی
برای هر گزینه، امتیاز پیش بینی شده و امتیاز حاصل از عملکرد واقعی به ترتیب با $S_{i,pred}^{(t)}$ و $S_{i,real}^{(t)}$ نمایش داده می شوند. پس از مشاهده عملکرد واقعی گزینه ها، خطای علامت دار هر گزینه محاسبه می شود:

$$e_i^{(t)} = S_{i,real}^{(t)} - S_{i,pred}^{(t)}$$

خطای کلی نیز برابر است با:

$$E^{(t)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i^{(t)}|$$

دو امتیاز پیش بینی شده و واقعی باید در یک مقیاس مشترک تعریف شوند. اگر امتیاز واقعی مستقیماً قابل مقایسه با تابع امتیاز IVTpNN نباشد، ابتدا باید نگاشت کالیبراسیون مشخصی اعمال شود.

- گام ۱۳: به روز رسانی وزن معیارها
در اینجا، یادگیری وزن ها بر اساس تابع زیان و حساسیت خروجی نسبت به وزن ها تعریف می شود. تابع زیان به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$L(w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [S_{i,real}^{(t)} - S_{i,pred}^{(t,w)}]^2 \quad (19)$$

گرایان تابع زیان نسبت به وزن معیار j برابر است با:

$$g_j(t) = \frac{\partial L(w(t))}{\partial w_j} \quad (20)$$

در صورت مشتق پذیر نبودن عملگر تجمیع یا تابع امتیاز، گرادیان را می توان با تفاضل محدود تقریب زد؛ برای مثال، با تغییر کوچک وزن z و محاسبه مجدد تابع زیان.

به روزرسانی وزن ها با تصویرسازی روی مجموعه وزن های مجاز انجام می شود:

$$w(t+1) = Proj_v [w(t) - \alpha g(t)] \quad (21)$$

که در آن $\alpha > 0$ نرخ یادگیری و Δ مجموعه سیمپلکس وزن هاست:

$$\Delta = \{w | w_j \geq 0, \sum_j w_j = 1\}$$

عملگر $Proj_{\Delta}$ برداری را به نزدیک ترین بردار در مجموعه Δ تصویر می کند؛ در نتیجه، نامنفی بودن وزن ها و مجموع واحد آن ها حفظ می شود. برای پیاده سازی، باید روش تصویرسازی به صورت مشخص تعیین شود.

اگر گرادیان صفر باشد یا بازخورد عملکردی در دسترس نباشد، وزن ها در آن دوره تغییر نمی کنند.

• گام ۱۴: به روزرسانی سطح عدم قطعیت

سطح عدم قطعیت مشاهده شده از ماتریس تصمیم محاسبه می شود؛ بنابراین، افزودن دائمی خطای نامنفی به آن می تواند به اشباع در کران بالایی منجر شود و از نظر مفهومی با اندازه گیری عدم قطعیت داده ها یکسان نیست. در نسخه پیشنهادی، عدم قطعیت جاری با مقدار مشاهده شده ترکیب می شود:

$$U(t+1) = (1 - \beta)U(t) + \beta U_{obs}(t)$$

که در آن $0 \leq \beta \leq 1$ نرخ تعدیل است.

اگر $U(0)$ و $U_{obs}(t)$ در بازه $[0, 1]$ باشند، آنگاه $U(t+1)$ نیز در همین بازه قرار می گیرد.

این رابطه یک به روزرسانی هموارکننده برای شاخص عدم قطعیت است. اگر در کاربرد مورد نظر، هدف یادگیری عدم قطعیت پنهان از خطای پیش بینی باشد، باید متغیر هدف و تابع زیان جداگانه ای برای آن تعریف شود؛ رابطه بالا به تنهایی چنین یادگیری ای را انجام نمی دهد.

• گام ۱۵: به روزرسانی گراف وابستگی

در صورتی که ساختار روابط میان گزینه ها در طول زمان تغییر کند، شدت یال ها می تواند به روزرسانی شود:

$$\hat{w}_{ik}^{G(t+1)} = w_{ik}^{G(t)} + \gamma \Delta_{ik}^{(t)} \quad (22)$$

که در آن γ نرخ یادگیری گراف و $\Delta_{ik}^{(t)}$ تغییر برآورد شده در شدت رابطه است.

برای آنکه این رابطه عملیاتی و قابل بازتولید باشد، $\Delta_{ik}^{(t)}$ باید از داده یا قاعده ای مشخص محاسبه شود؛ برای مثال، از تغییر ارتباط خطاهای گزینه های مرتبط. بدون چنین تعریفی، به روزرسانی گراف صرفاً یک رابطه کلی است.

برای حفظ نامنفی بودن وزن ها می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\tilde{w}_{ik}^{G(t+1)} = \max\{0, \hat{w}_{ik}^{G(t+1)}\} \quad (23)$$

سپس وزن های ورودی هر گره دوباره نرمال می شوند. اگر مجموع وزن های ورودی صفر باشد، گره بدون همسایه ورودی در نظر گرفته می شود.

در صورت ثابت بودن روابط، گراف بدون تغییر باقی می ماند:

$$W(t+1) = W(t)$$

• گام ۱۶: تشکیل وضعیت تصمیم گیری دوره بعد

پس از به روزرسانی وزن معیارها، سطح عدم قطعیت و در صورت نیاز ساختار گراف، وضعیت تصمیم گیری دوره بعد تشکیل می شود:

$$D^{(t+1)} = \Phi(X^{(t+1)}, G^{(t+1)}, W^{(t+1)}, U^{(t+1)})$$

در این رابطه، Φ نشان‌دهنده کل فرآیند محاسباتی تعریف‌شده در گام‌های قبل است. این نماد صرفاً نمایش فشرده فرآیند است و جایگزین روابط عملیاتی گام‌های قبلی نمی‌شود.

• گام ۱۷: شرط توقف

برای تشخیص توقف الگوریتم، تغییرات متوالی وزن‌ها، عدم قطعیت و ساختار گراف بررسی می‌شوند:

$$d_w(t) = \|w(t+1) - w(t)\|_1$$

$$d_U(t) = |U(t+1) - U(t)|$$

$$d_G(t) = \|W(t+1) - W(t)\|_1$$

در صورت ثابت بودن گراف، $d_G(t)$ برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. شرط توقف الگوریتم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\max\{d_w(t), d_U(t), d_G(t)\} \leq \varepsilon \quad (24)$$

که در آن $\varepsilon > 0$ آستانه توقف است. همچنین الگوریتم پس از T_{max} تکرار، حتی در صورت برقرار نشدن شرط توقف، خاتمه می‌یابد. برقراری شرط توقف به معنای کوچک بودن تغییرات پارامترها در دو تکرار متوالی است؛ این شرط به تنهایی اثبات همگرایی نظری الگوریتم نیست. اثبات همگرایی مستلزم بررسی شرایطی مانند رفتار تابع زیان، نرخ یادگیری و پایداری نگاشت به روزرسانی است.

• گام ۱۸: تحلیل حساسیت و پایداری رتبه‌بندی

به منظور ارزیابی استحکام DG-INFAO، حساسیت نتایج نسبت به پارامترهای اصلی روش بررسی می‌شود. مهم‌ترین پارامترهای مورد مطالعه عبارت‌اند از نرخ یادگیری وزن‌ها α ، نرخ یادگیری عدم قطعیت β ، شدت اثر شبکه‌ای λ و مقدار اولیه یا سطح عدم قطعیت U . در هر سناریو، یک پارامتر در دامنه از پیش تعیین‌شده تغییر کرده و سایر پارامترها ثابت نگه داشته می‌شوند. سپس تغییرات امتیازها، رتبه‌ها و گزینه منتخب بررسی می‌شود.

حساسیت نسبی امتیاز گزینه A_i نسبت به پارامتر θ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{i,\theta} = \frac{\Delta S_i / S_i}{\Delta \theta / \theta}$$

این شاخص فقط زمانی تعریف‌پذیر است که مقادیر S_i و θ صفر نباشند. در غیر این صورت، باید از شاخص حساسیت مطلق یا تفاضل محدود استفاده شود.

برای سنجش توافق رتبه‌بندی دو سناریو، ضریب اسپیرمن در حالت نبود رتبه‌های مساوی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

که در آن d_i اختلاف رتبه گزینه A_i بین سناریوی پایه و سناریوی مورد بررسی است.

مقدار ρ نزدیک به یک بیانگر پایداری بالای رتبه‌بندی در برابر تغییر پارامتر مورد مطالعه است. علاوه بر این، ثبات گزینه برتر در سناریوهای مختلف به عنوان شاخص عملی استحکام تصمیم بررسی خواهد شد.

بنابراین، DG-INFAO یک چارچوب تصمیم‌گیری چندمعیاره مبتنی بر IVTPNN، اطلاعات شبکه‌ای و بازخورد عملکردی است. ویژگی تطبیقی روش از طریق به روزرسانی صریح وزن‌ها و، در صورت تعریف قاعده یادگیری معتبر، ساختار گراف حاصل می‌شود. شاخص عدم قطعیت نیز با داده‌های مشاهده‌شده به روزرسانی می‌شود. اعتبار نظری و تجربی این چارچوب باید با بررسی خواص عملگر تجمیع، تحلیل پایداری، مقایسه با روش‌های پایه و آزمایش‌های حساسیت ارزیابی شود.

۵- تحلیل نظری و ویژگی‌های DG-INFAO

این بخش، خواص نظری و ویژگی‌های بنیادی عملگر DG-INFAO را بررسی می‌کند. هدف، تحلیل کرانداری خروجی، شرایط اعتبار یکنواختی و خاصیت همانی، اثر وابستگی‌های گرافی، رفتار سازوکار کنترل عدم قطعیت، ویژگی‌های یادگیری بازخوردی و پیچیدگی محاسباتی روش است. برای حفظ دقت ریاضی، میان ویژگی‌هایی که تحت فرض‌های مشخص قابل اثبات‌اند و رفتارهایی که صرفاً از طراحی الگوریتم انتظار می‌روند، تمایز گذاشته می‌شود.

۵-۱- ویژگی‌های ساختاری عملگر تجمیع

• خاصیت کرانداری

قضیه ۱. فرض کنید تمام مؤلفه‌های نوتروسوفیک ورودی در بازه $[0, 1]$ قرار داشته باشند، وزن معیارها نامنفی باشند و شرط زیر برقرار باشد:

$$\sum_{j=1}^m \omega_j(t) = 1$$

همچنین فرض کنید عملگرهای مورد استفاده در تجمیع پایه، تجمیع گرافی و ترکیب نهایی، فضای معتبر IVTpNN را حفظ کنند. در این صورت، خروجی نهایی شرایط زیر را ارضا می‌کند:

$$0 \leq T_i^L(t) \leq T_i^U(t) \leq 1$$

$$0 \leq I_i^L(t) \leq I_i^U(t) \leq 1$$

$$0 \leq F_i^L(t) \leq F_i^U(t) \leq 1$$

اثبات. از آنجا که تمامی ورودی‌ها در $[0, 1]$ قرار دارند و ضرایب ترکیب شامل $\lambda_j^{(t)}, \omega_j^{(t)}$ و ضرایب نرمال‌شده گرافی نامنفی و مجموع آن‌ها برابر یک است، ترکیب محدب ورودی‌ها نمی‌تواند از کران‌های فضای تعریف‌شده خارج شود. بنابراین، خروجی مستقیم، خروجی گرافی و ترکیب نهایی آن‌ها در فضای IVTpNN باقی می‌مانند. در نتیجه، DG-INFAO دارای خاصیت کرانداری است. این ویژگی از نظر محاسباتی اهمیت اساسی دارد، زیرا از تولید مقادیر نامعتبر در فرآیندهای تکراری جلوگیری کرده و امکان اجرای پایدار سازوکار یادگیری را فراهم می‌سازد.

• یکنواختی

قضیه ۲. اگر ارزیابی یک گزینه نسبت به یک یا چند معیار، بدون تغییر سایر مؤلفه‌ها، در جهت مطلوبیت افزایش یابد، امتیاز نهایی گزینه نباید کاهش یابد؛ مشروط بر آنکه وزن معیارها، ساختار گراف و سطح عدم قطعیت ثابت باشند. به صورت رسمی، برای دو بردار ارزیابی R_i و R'_i ، اگر

$$R'_i \succeq R_i$$

در معنای ترتیب مطلوبیت IVTpNN برقرار باشد، آنگاه:

$$DG - INFAO(R'_i, \omega, G, U) \geq DG - INFAO(R_i, \omega, G, U)$$

در نتیجه، تابع امتیاز نیز باید شرط

$$S'_i \geq S_i$$

را ارضا کند.

استدلال. از آنجا که عملیات تجمیع وزنی و ترکیب گرافی با ضرایب نامنفی انجام می‌شوند، افزایش مؤلفه‌های مطلوبیت یک گزینه اثر کاهشی بر خروجی آن ایجاد نمی‌کند. بنابراین، روش پیشنهادی نسبت به تغییرات یکنواخت اطلاعات تصمیم سازگار است. این خاصیت مانع از ایجاد رتبه‌بندی‌های متناقض در اثر بهبود واقعی عملکرد یک گزینه می‌شود.

• خاصیت همانی

قضیه ۳. چنانچه تمام ورودی‌های عملگر دارای یک IVTpNN یکسان x باشند و وزن‌ها شرط نرمال‌سازی را ارضا کنند، خروجی تجمیع پایه باید همان مقدار ورودی باشد:

$$Agg(x, x, \dots, x; \omega) = x$$

زیرا:

$$\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$$

و در نتیجه، ترکیب وزنی مقادیر یکسان، مقدار اولیه را حفظ می کند.

برای بخش گرافی نیز، اگر تمام گره های مؤثر بر گزینه A_i دارای مقدار یکسان x باشند و وزن های روابط نرمال شده باشند، آنگاه:

$$Agg_G(x, x, \dots, x; \omega) = x$$

بنابراین:

$$Z_i^{G(t)} = (1 - \lambda^{(t)})x \oplus \lambda^{(t)}x = x$$

در نتیجه، DG-INFAO نسبت به حالت همگن دارای خاصیت همانی است. این ویژگی نشان می دهد که عملگر در شرایطی که هیچ تفاوت اطلاعاتی میان ورودی ها وجود ندارد، مصنوعاً اطلاعات جدید ایجاد نمی کند.

۵-۲- تحلیل اثر وابستگی های گرافی و عدم قطعیت

• اثر وابستگی های گرافی

وابستگی میان گزینه ها یکی از اجزای اصلی ساختار پیشنهادی است. برای گزینه A_i ، اطلاعات شبکه ای به صورت

$$G_i(t) = Agg_G\{e_{ik}(t) \otimes Z_k(t) \mid k \in N_i(t)\}$$

محاسبه می شود.

سپس خروجی مستقیم و گرافی با استفاده از $\lambda^{(t)}$ ترکیب می شوند:

$$Z_i^G(t) = (1 - \lambda^{(t)}) \otimes Z_i(t) \otimes \lambda^{(t)} \otimes G_i(t)$$

از این رابطه، دو حالت حدی به صورت مستقیم حاصل می شود:

$$\lambda^{(t)} = 0 \Rightarrow Z_i^G(t) = Z_i(t)$$

و

$$\lambda^{(t)} = 1 \Rightarrow Z_i^G(t) = G_i(t)$$

بنابراین، $\lambda^{(t)}$ نقش یک پارامتر کنترل کننده برای انتقال اطلاعات از ارزیابی مستقل به ارزیابی شبکه ای را ایفا می کند.

در نتیجه، هرچه شدت وابستگی های معتبر میان گزینه ها افزایش یابد، سهم اطلاعات شبکه ای در خروجی افزایش خواهد یافت. این ویژگی، DG-INFAO را از روش هایی که گزینه ها را به صورت کاملاً مستقل ارزیابی می کنند متمایز می سازد.

• رفتار تحت افزایش عدم قطعیت

در DG-INFAO، شاخص عدم قطعیت بر اساس پهنای بازه های مؤلفه عدم تعیین تعریف می شود:

$$Uobs(t) = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (I_{ij}^U(t) - I_{ij}^L(t))$$

از آنجا که پهنای هر بازه نامنفی است، $Uobs(t)$ در بازه $[0, 1]$ قرار می گیرد. افزایش پهنای بازه های مؤلفه عدم تعیین، در صورت ثابت ماندن سایر پهنایها، این شاخص را افزایش می دهد.

ضریب تعدیل عدم قطعیت و ضریب مؤثر شبکه به ترتیب به صورت زیر تعریف می شوند:

برای کنترل اثر آن بر خروجی، ضریب تعدیل عدم قطعیت به صورت

$$\eta^{(t)} = 1 - Uobs(t)$$

$$\lambda eff^{(t)} = \lambda^{(t)} \times \eta^{(t)}$$

بنابراین، با ثابت بودن $\lambda(t)$ ، افزایش شاخص عدم قطعیت موجب کاهش یا ثابت ماندن ضریب مؤثر شبکه می شود. این سازوکار اثرگذاری اطلاعات گرافی را متناسب با شاخص عدم قطعیت مشاهده شده تعدیل می کند.

برای کنترل تغییرات شاخص عدم قطعیت در طول یادگیری، بهروزرسانی هموار شده آن مطابق بخش ۴ به صورت زیر است:

$$U(t+1) = (1 - \beta) \times U(t) + \beta \times U_{ops}(t)$$

که در آن $0 \leq \beta \leq 1$ است.

اگر $U(t)$ و $U_{ops}(t)$ در بازه $[0, 1]$ باشند، مقدار بهروزشده نیز در همین بازه باقی می ماند. اگر $U_{ops}(t)$ در تکرارهای متوالی برابر مقدار ثابتی مانند u باشد و $0 < \beta \leq 1$ ، آنگاه $U(t)$ به u میل می کند. این نتیجه رفتار هموارسازی شاخص عدم قطعیت را بیان می کند، نه همگرایی کل الگوریتم DG-INFOA را.

۵-۳- تحلیل یادگیری بازخوردی و شرایط توقف

• سازگاری وزن ها و یادگیری بازخوردی

بردار وزن معیارها در تکرار t به صورت زیر تعریف می شود:

$$w^{(t)} = (w_1^{(t)}, w_2^{(t)}, \dots, w_m^{(t)})$$

به گونه ای که:

$$\omega_j^{(t)} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^m \omega_j^{(t)} = 1$$

در صورت بندی بخش ۴، وزن ها با استفاده از گرادین تابع خطای بازخوردی و تصویرسازی روی مجموعه سیمپلکس بهروزرسانی می شوند. تابع خطا به صورت زیر تعریف می شود:

$$L(w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [S_{i,real}^{(t)} - S_{i,pred}^{(t,w)}]^2$$

قانون بهروزرسانی وزن ها عبارت است از:

$$\omega(t+1) = Proj_v [w(t) - \alpha \times \nabla L(w(t))]$$

که در آن مجموعه مجاز وزن ها به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Delta = \{\omega \in \mathbb{R}^m \mid \omega_j \geq 0 \text{ و } \sum_{j=1}^m \omega_j = 1\}$$

تصویرسازی روی مجموعه Δ تضمین می کند که وزن های بهروزشده نامنفی باشند و مجموع آن ها برابر یک بماند. با این حال، این ویژگی به تنهایی همگرایی وزن ها به جواب بهینه را تضمین نمی کند.

برای اثبات همگرایی روش گرادینتی، لازم است فرض های مناسب درباره تابع خطا، از جمله همواری و شرایط تحدب یا شرایط کافی دیگر، و همچنین انتخاب نرخ یادگیری برقرار باشند. در نبود چنین اثباتی، نمی توان از محدود بودن تغییرات هر تکرار نتیجه گرفت که تغییرات وزن ها در حد به صفر میل می کنند.

• شرایط توقف و پایداری عددی

معیار توقف باید تغییرات متغیرهای یادگیری را از همگرایی نظری الگوریتم متمایز کند. اگر وزن ها و شاخص عدم قطعیت بین دو تکرار متوالی تغییر اندکی داشته باشند، می توان از شرط زیر برای توقف محاسبات استفاده کرد:

$$\max \{ \|\omega(t+1) - \omega(t)\|_1, |U(t+1) - U(t)| \} \leq \varepsilon$$

که در آن $\varepsilon > 0$ آستانه توقف است.

اگر ساختار گراف نیز در طول یادگیری بهروزرسانی شود، تغییرات ماتریس وزن های گراف باید به معیار توقف افزوده شود؛ در غیر این صورت، نیازی به افزودن آن نیست.

انتخاب نرخ یادگیری α و ضریب هموارسازی β بر رفتار عددی الگوریتم اثر می گذارد. نرخ یادگیری بزرگ ممکن است تغییرات شدید وزن ها را ایجاد کند، در حالی که نرخ یادگیری کوچک می تواند روند سازگاری را کند سازد. از این رو، انتخاب این پارامترها باید با توجه به رفتار تجربی الگوریتم و معیارهای ارزیابی انجام شود. برقرار شدن شرط توقف صرفاً نشان می دهد که تغییرات متغیرهای بررسی شده از آستانه تعیین شده کمتر شده اند.

$$\max \{ \|\omega(t+1) - \omega(t)\|_1, \|U^{(t+1)} - U^{(t)}\|, \|W(t+1) - W(t)\|_1 \} \leq \varepsilon$$

اگر ساختار گراف ثابت باشد، شرط سوم حذف شده و معیار پایداری به شکل

$$\max\{\|w(t+1) - w(t)\|_1, |U^{(t+1)} - U^{(t)}|\} \leq \varepsilon$$

۴-۵- پیچیدگی زمانی و فضایی

پیچیدگی محاسباتی DG-INFAO به تعداد گزینه‌ها n ، تعداد معیارها m ، تعداد پال‌های گراف $|E|$ و تعداد تکرارهای یادگیری T وابسته است. تشکیل و پردازش ماتریس تصمیم دارای پیچیدگی $O(nm)$ است. اگر محاسبه ارزیابی‌های پایه و تجمیع معیارها برای هر گزینه و معیار در زمان ثابت انجام شود، هزینه هر مرحله پایه نیز از مرتبه $O(nm)$ خواهد بود. پردازش وابستگی‌های گرافی با نمایش تنک متناسب با تعداد پال‌ها انجام می‌شود و پیچیدگی آن $O(|E|)$ است. با فرض اینکه محاسبه گرادیان تابع خطا نیز در هر تکرار با هزینه‌ای از مرتبه $O(nm)$ انجام شود و عملیات دیگری با هزینه بالاتر وجود نداشته باشد، پیچیدگی زمانی کل الگوریتم برابر است با:

$$O(T \times (nm + |E|))$$

در حالت گراف متراکم که $|E| = O(n^2)$ ، این رابطه به صورت زیر درمی‌آید:

$$O(T \times (nm + n^2))$$

از نظر حافظه، ذخیره ماتریس تصمیم و متغیرهای مرتبط با معیارها به $O(nm)$ حافظه نیاز دارد. در صورت ذخیره ماتریس کامل وابستگی‌ها، هزینه حافظه گراف $O(n^2)$ خواهد بود؛ اما در نمایش تنک، ذخیره پال‌ها به $O(|E|)$ حافظه نیاز دارد. بنابراین، پیچیدگی فضایی در نمایش متراکم برابر است با:

$$O(nm + n^2)$$

و در نمایش تنک، با صرف نظر از حافظه اضافی مورد نیاز الگوریتم گرادینی، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$O(nm + |E|)$$

در نتیجه، مقیاس‌پذیری DG-INFAO به اندازه ماتریس تصمیم، تراکم گراف و هزینه محاسبه گرادیان وابسته است. برای مسائل دارای گراف تنک، استفاده از نمایش تنک می‌تواند هزینه ذخیره‌سازی و پردازش وابستگی‌ها را کاهش دهد. در مجموع، تحلیل فوق شرایط حفظ اعتبار خروجی، نقش ضریب مؤثر شبکه، رفتار شاخص عدم قطعیت، محدودیت‌های تحلیل همگرایی و هزینه محاسباتی DG-INFAO را مشخص می‌کند. ویژگی‌های ساختاری عملگر تحت فرض‌های بیان‌شده قابل بررسی‌اند؛ در مقابل، یکنواختی کلی و همگرایی یادگیری نیازمند فرض‌ها و اثبات‌های اختصاصی هستند. این تمایز، مبنای دقیق‌تری برای ارزیابی نظری روش فراهم می‌کند و از تعمیم نتایج فراتر از آنچه روابط ریاضی تضمین می‌کنند جلوگیری می‌کند.

۶- مطالعه موردی و نتایج محاسباتی

- تعریف سناریوی مطالعه موردی: انتخاب تأمین‌کننده در چارچوب مدیریت کیفیت زنجیره تأمین دارو

در این مطالعه، روش پیشنهادی DG-INFAO برای ارزیابی و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان در چارچوب مدیریت کیفیت زنجیره تأمین دارو به کار گرفته می‌شود. هدف، شناسایی تأمین‌کننده‌ای است که با توجه به معیارهای هزینه، زمان تحویل، قابلیت اطمینان، سطح خدمت، تاب‌آوری و انعطاف‌پذیری، عملکرد مطلوب‌تری داشته باشد. اهمیت این مسئله از آنجا ناشی می‌شود که انتخاب تأمین‌کننده در زنجیره تأمین دارو، علاوه بر هزینه و سرعت تحویل، به استمرار تأمین، قابلیت اطمینان عملیاتی و توانایی پاسخ‌گویی به شرایط متغیر نیز وابسته است. در سناریوی محاسباتی، شش تأمین‌کننده بالقوه $(A_1, \dots, A_6)$ ، بر اساس شش معیار ارزیابی می‌شوند. برای بازنمایی عدم قطعیت و ابهام موجود در اطلاعات تصمیم، چارچوب پیشنهادی از نمایش نوتروسوفیک بازای دوزنقه‌ای (IVTpNN) استفاده می‌کند. همچنین، وابستگی‌های میان گزینه‌ها از طریق یک گراف جهت‌دار وزن‌دار وارد فرآیند ارزیابی می‌شوند تا اثر اطلاعات شبکه‌ای بر امتیاز نهایی گزینه‌ها بررسی شود. در اجرای گزارش شده، اهداف مرجع مورد استفاده برای یادگیری شبیه‌سازی شده‌اند؛ بنابراین، نتایج این بخش بیانگر عملکرد محاسباتی روش در سناریوی طراحی شده هستند و نباید به عنوان اعتبارسنجی تجربی مبتنی بر داده‌های واقعی تأمین‌کنندگان دارویی تفسیر شوند. بر این اساس، مطالعه حاضر بر بررسی رفتار الگوریتم، تغییر وزن معیارها، روند کاهش خطا، رتبه‌بندی نهایی و حساسیت نتایج نسبت به تغییرات پارامترها متمرکز است.

• ساختار معیارهای تصمیم‌گیری

شش معیار مورد استفاده در مطالعه محاسباتی و وزن‌های اولیه آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

جدول ۱. معیارهای ارزیابی تأمین کنندگان و وزن‌های اولیه

Table 1. Supplier Evaluation Criteria and Initial Weights

وزن اولیه	نوع معیار	معیار	کد
0.1500	هزینه‌ای	هزینه (Cost)	C ₁
0.1800	هزینه‌ای	زمان تحویل (Delivery Time)	C ₂
0.2200	سودی	قابلیت اطمینان (Reliability)	C ₃
0.1800	سودی	سطح خدمت (Service Level)	C ₄
0.1500	سودی	تاب‌آوری (Resilience)	C ₅
0.1200	سودی	انعطاف‌پذیری (Flexibility)	C ₆
1.0000		جمع	

وزن‌های اولیه بیانگر وضعیت آغازین مدل پیش از اعمال یادگیری بازخوردی هستند. در این مرحله، قابلیت اطمینان با وزن ۰/۲۲۰۰ بالاترین وزن را دارد و انعطاف‌پذیری با وزن ۰/۱۲۰۰ کمترین وزن اولیه را به خود اختصاص می‌دهد.

• تشکیل گراف وابستگی

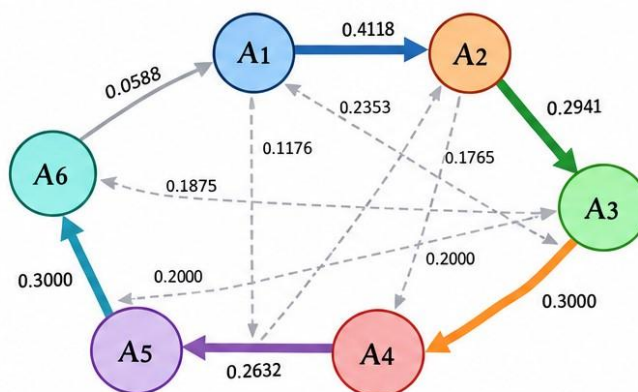
برای لحاظ کردن وابستگی‌های شبکه‌ای میان گزینه‌ها، یک گراف جهت‌دار وزن‌دار با شش گره متناظر با شش تأمین‌کننده در نظر گرفته شد. ماتریس وابستگی نرمال‌شده حاصل از اجرای مدل در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. ماتریس وابستگی گرافی نرمال‌شده

Table 2. Normalized Graph Dependency Matrix

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
A ₁	0	0.4118	0.2353	0.1176	0.1765	0.0588
A ₂	0.3529	0	0.2941	0.1765	0.1176	0.0588
A ₃	0.1500	0.2500	0	0.3000	0.2000	0.1000
A ₄	0.1053	0.1579	0.3158	0	0.2632	0.1579
A ₅	0.1500	0.1000	0.2000	0.2500	0	0.3000
A ₆	0.0625	0.1250	0.1875	0.2500	0.3750	0

مقادیر ماتریس نشان‌دهنده شدت نسبی روابط شبکه‌ای در ساختار تعریف‌شده برای سناریو هستند. بیشترین مقدار ثبت‌شده در ماتریس برابر با ۰/۴۱۱۸ است.



شکل ۱. ساختار گراف وابستگی میان تأمین کنندگان

Figure 1. Graph Structure of Dependencies Among Suppliers

در شکل ۱، گره‌ها تأمین‌کنندگان و یال‌های جهت‌دار روابط شبکه‌ای تعریف‌شده در مدل را نشان می‌دهند. وزن یال‌ها شدت نسبی وابستگی را بازتاب می‌دهد.

• تنظیمات اجرای الگوریتم

الگوریتم DG-INFAO با شش گزینه و شش معیار اجرا شد. وزن‌های اولیه مطابق جدول ۱ تعیین شدند. حداکثر تعداد تکرارهای مجاز برابر با ۵۰۰ بود؛ با این حال، الگوریتم در تکرار ۳۵۸، پس از برقراری معیار توقف مربوط به تابع هدف و وزن‌ها، خاتمه یافت.

جدول ۳. تنظیمات و خروجی‌های اصلی اجرای DG-INFAO

Table 3. Main Settings and Outputs of the DG-INFAO Execution

پارامتر	مقدار
تعداد گزینه‌ها	6
تعداد معیارها	6
حداکثر تکرارهای مجاز	500
تعداد تکرارهای انجام شده	358
RMSE اولیه	06740451
RMSE نهایی	0.06689756
MSE اولیه	0.0045433685
MSE نهایی	0.0044752831
کاهش نسبی RMSE	0.7521%
شاخص عدم قطعیت نهایی	0.066898
مجموع وزن‌های نهایی	1.000000

مشاهده می‌شود که شاخص عدم قطعیت نهایی برابر با ۰/۰۶۶۸۹۸، مطابق خروجی گزارش شده است.

- روند یادگیری و تغییر وزن معیارها

یکی از خروجی‌های اصلی DG-INFAO، به‌روزرسانی وزن معیارها بر اساس سازوکار یادگیری بازخوردی است. جدول ۴ وزن‌های اولیه و نهایی معیارها را مقایسه می‌کند.

جدول ۴. مقایسه وزن‌های اولیه و نهایی معیارها

Table 4. Comparison of Initial and Final Criterion Weights

معیار	وزن اولیه	وزن نهایی	تغییر وزن
C1- هزینه	0.150000	0.125768	-0.024232
C2- زمان تحویل	0.180000	0.191134	+0.011134
C3- قابلیت اطمینان	0.220000	0.206227	-0.013773
C4- سطح خدمت	0.180000	0.197044	+0.017044
C5- تاب‌آوری	0.150000	0.168297	+0.018297
C6- انعطاف‌پذیری	0.120000	0.11530	-0.008470
جمع	1.000000	1.000000	0.000000

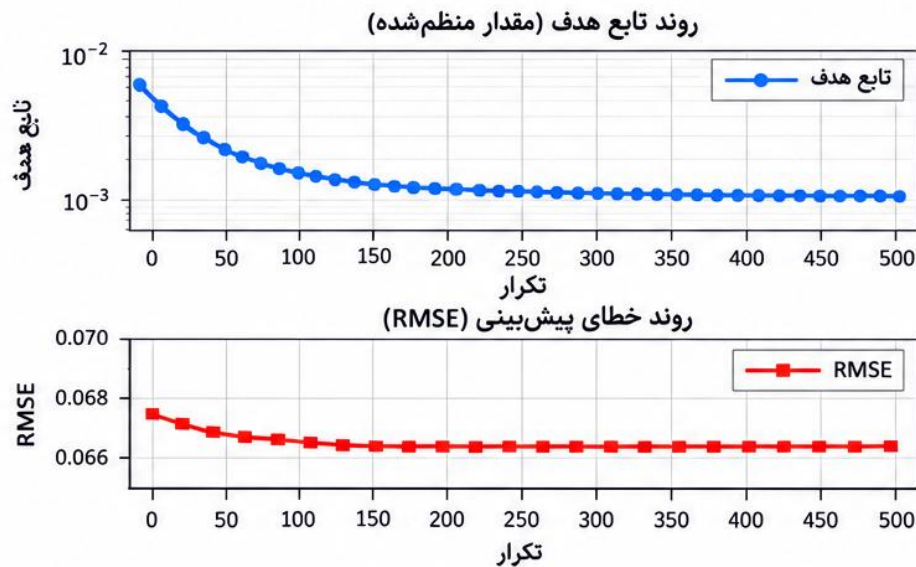
نتایج نشان می‌دهند که وزن زمان تحویل، سطح خدمت و تاب‌آوری افزایش یافته است؛ در مقابل، وزن هزینه، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری کاهش یافته است. بیشترین افزایش مطلق وزن مربوط به تاب‌آوری، با مقدار ۰/۰۱۸۲۹۷، و بیشترین کاهش مطلق وزن مربوط به هزینه، با مقدار ۰/۰۲۴۲۳۲، است. بیشترین وزن نهایی متعلق به قابلیت اطمینان، برابر با ۰/۲۰۶۲۲۷، است؛ پس از آن سطح خدمت با وزن ۰/۱۹۷۰۴۴ و زمان تحویل با وزن ۰/۱۹۱۱۳۴ قرار دارند.

این تغییرات نشان می‌دهند که سازوکار یادگیری، وزن‌های اولیه را اصلاح کرده است، و وزن‌های نهایی از نظر مدیریتی یا تجربی بهینه‌اند.

- تغییر خطا و رفتار همگرایی عددی

خطای پیش‌بینی در اجرای DG-INFAO از RMSE اولیه برابر با ۰/۰۶۷۴۰۴۵۱ به RMSE نهایی برابر با ۰/۰۶۶۸۹۷۵۶ کاهش یافت. مقادیر متناظر MSE نیز از ۰/۰۴۵۴۳۳۶۸۵ به ۰/۰۴۴۷۵۲۸۳۱ رسیدند.

کاهش نسبی RMSE برابر با ۰/۷۵۲۱ درصد است. این کاهش نشان‌دهنده بهبود عددی محدود در برازش اهداف شبیه‌سازی شده است. بر اساس گزارش اجرا، الگوریتم پس از ۳۵۸ تکرار و با برقراری معیار توقف مبتنی بر تابع هدف و وزن‌ها متوقف شده است.



شکل ۲. روند تغییر تابع هدف و خطای پیش‌بینی در طول تکرارها

Figure 2. Evolution of the Objective Function and Prediction Error over Iterations

توقف الگوریتم بر اساس معیار عددی تعریف شده، به معنای اثبات همگرایی نظری یا رسیدن به جواب بهینه سراسری نیست. افزون بر این، چون اهداف مرجع شبیه‌سازی شده‌اند، کاهش RMSE باید به عنوان نتیجه برازش در همان چارچوب شبیه‌سازی تفسیر شود، نه به عنوان شواهدی از افزایش عملکرد در زنجیره تأمین واقعی دارو.

• رتبه‌بندی نهایی تأمین‌کنندگان

پس از پایان اجرای الگوریتم، امتیاز نهایی گزینه‌ها محاسبه و گزینه‌ها بر اساس امتیاز نزولی رتبه‌بندی شدند. نتایج در جدول ۵ ارائه شده‌اند.

جدول ۵. رتبه‌بندی نهایی تأمین‌کنندگان بر اساس DG-INFAO

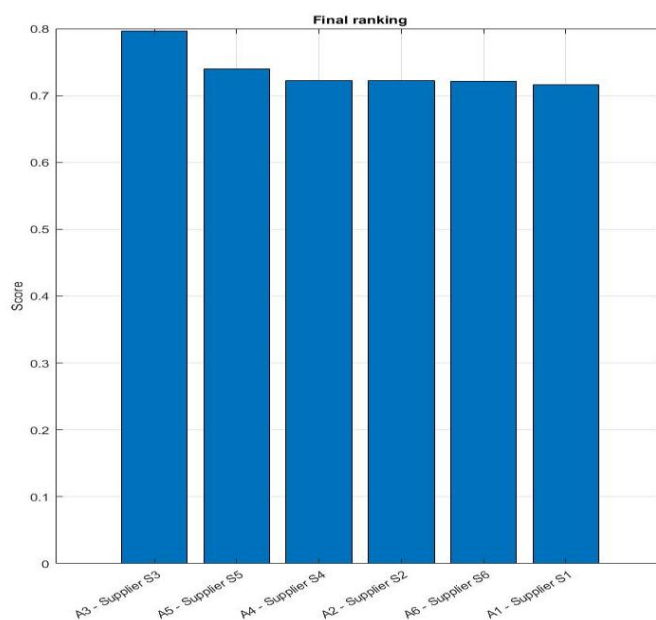
Table 5. Final Ranking of Suppliers Based on DG-INFAO

رتبه	گزینه	امتیاز نهایی
۱	A ₃ - Supplier S3	0.796445
۲	A ₅ - Supplier S5	0.739959
۳	A ₄ - Supplier S4	0.721911
۴	A ₂ - Supplier S2	0.721787
۵	A ₆ - Supplier S6	0.721523
۶	A ₁ - Supplier S1	0.715797

بر اساس خروجی محاسباتی، A₃ (Supplier S3) رتبه نخست را به دست آورده است و A₅ در رتبه دوم قرار دارد. اختلاف امتیاز این دو گزینه برابر است با:

$$\Delta S = 0.796445 - 0.739959 = 0.056486$$

این اختلاف از فاصله امتیاز میان گزینه‌های A₄، A₂ و A₆ بزرگ‌تر است؛ سه گزینه‌ای که امتیازهای آن‌ها به یکدیگر نزدیک‌اند. به طور مشخص، اختلاف امتیاز A₂ و A₄ برابر با ۰/۰۰۱۲۴ و اختلاف امتیاز A₂ و A₆ برابر با ۰/۰۰۲۶۴ است. بنابراین، رتبه نخست A₃ در خروجی نهایی مشخص است، اما نزدیکی امتیازهای A₄، A₂ و A₆ نشان می‌دهد که تفکیک این گزینه‌ها باید با احتیاط تفسیر شود. رتبه‌بندی به تنهایی مشخص نمی‌کند که اختلاف‌های کوچک از نظر عملیاتی معنادار هستند یا خیر.



شکل ۳. رتبه‌بندی نهایی شش تأمین‌کننده بر اساس امتیاز DG-INFAO

Figure 3. Final Ranking of the Six Suppliers Based on DG-INFAO Scores

• مقایسه با روش‌های مبنا

برای ارزیابی عملکرد محاسباتی، خروجی DG-INFAO با سه روش مبنا شامل وزن‌های اولیه، وزن‌های برابر و وزن‌های آنتروپی مقایسه شد. بر اساس گزارش اجرا، این مقایسه با استفاده از اهداف شبیه‌سازی شده انجام شده است.

جدول ۶. مقایسه روش‌ها بر اساس اهداف شبیه‌سازی شده

Table 6. Comparison of Methods Based on Simulated Objectives

روش	RMSE	MSE	همبستگی رتبه اسپیرمن با رتبه مرجع
DG-INFAO با وزن‌های یادگرفته شده	0.066898	0.0044753	1.00000
وزن‌های اولیه	0.067405	0.0045434	0.77143
وزن‌های برابر	0.067489	0.0045548	0.77143
وزن‌های آنتروپی	0.068268	0.0046606	1.00000

در مقایسه درون‌نمونه‌ای، DG-INFAO کمترین RMSE و MSE را در میان روش‌های گزارش شده به دست آورده است. با این حال، اختلاف خطای آن با روش وزن‌های اولیه محدود است. همچنین، همبستگی رتبه اسپیرمن برای روش وزن‌های آنتروپی نیز برابر با ۱ گزارش شده است.

ارزیابی متقاطع حذف یک گزینه

برای بررسی تکمیلی، اعتبارسنجی متقاطع حذف یک گزینه (LOOCV) اجرا شد. نتایج در جدول ۷ ارائه شده‌اند.

جدول ۷. نتایج LOOCV برای اهداف شبیه‌سازی شده

Table 7. LOOCV Results for Simulated Objectives

روش	LOOCV در RMSE	LOOCV در MAE
DG-INFAO با وزن‌های یادگرفته شده	0.069231	0.062390
وزن‌های اولیه	0.069226	0.062496
وزن‌های برابر	0.068781	0.063466
وزن‌های آنتروپی	0.070114	0.067133

در RMSE، LOOCV، روش DG-INFAO برابر با ۰/۰۶۹۲۳۱ است؛ این مقدار اندکی بیشتر از RMSE روش وزن‌های اولیه و روش وزن‌های برابر است. در مقابل، MAE روش DG-INFAO از روش وزن‌های اولیه کمتر، اما از روش وزن‌های برابر بیشتر است. در نتیجه، نتایج LOOCV برتری یکنواخت DG-INFAO را در معیارهای خطا نشان نمی‌دهند. همچنین، با توجه به تعداد محدود شش گزینه و شبیه‌سازی شده بودن اهداف، این ارزیابی صرفاً اکتشافی است.

• تحلیل حساسیت و پایداری رتبه‌بندی

برای بررسی حساسیت نتایج، سه تحلیل شامل تغییر ضریب شبکه، اغتشاش تصادفی گراف و تغییر وزن‌های اولیه انجام شد.

حساسیت نسبت به ضریب شبکه

در تحلیل حساسیت ضریب شبکه، رتبه هر گزینه در شبکه‌ای از مقادیر λ محاسبه شد. نتایج گزارش شده در جدول ۸ خلاصه شده‌اند.

جدول ۸. حساسیت رتبه‌ها نسبت به ضریب شبکه

Table 8. Rank Sensitivity to the Network Coefficient

گزینه	میانگین رتبه	انحراف معیار رتبه	بهترین رتبه	بدترین رتبه
A ₁	6.0000	0.0000	6	6
A ₂	3.6667	0.5000	3	4
A ₃	1.0000	0.0000	1	1
A ₄	4.2222	0.9718	3	5
A ₅	2.0000	0.0000	2	2
A ₆	4.1111	0.9280	3	5

در دامنه مقادیر بررسی شده، A₃ همواره رتبه نخست و A₅ همواره رتبه دوم را حفظ کرده‌اند. در مقابل، رتبه‌های A₄ و A₆ تغییرپذیری بیشتری نشان داده‌اند. این نتیجه بیانگر پایداری رتبه A₃ در دامنه آزموده‌شده از ضریب شبکه است.

حساسیت نسبت به اغتشاش گراف

در تحلیل دوم، ۱۰۰ گراف تصادفی شده با پارامتر اغتشاش گزارش شده برابر با ۰/۲۰ بررسی شدند. نتایج در جدول ۹ ارائه شده‌اند.

جدول ۹. حساسیت رتبه‌بندی نسبت به اغتشاش گراف

Table 9. Ranking Sensitivity to Graph Perturbations

گزینه	میانگین رتبه	انحراف معیار رتبه	بهترین رتبه	بدترین رتبه
A ₁	6.00	0.0000	6	6
A ₂	4.19	0.5449	3	5
A ₃	1.00	0.0000	1	1
A ₄	3.66	0.8554	3	5
A ₅	2.00	0.0000	2	2
A ₆	4.15	0.9031	3	5

نتایج نشان می‌دهند که A₃ و A₅ در تمام آزمون‌های اغتشاش گراف، به ترتیب رتبه‌های اول و دوم را حفظ کرده‌اند. رتبه سایر گزینه‌ها متغیر بوده است.

حساسیت نسبت به وزن‌های اولیه

در تحلیل سوم، ۵۰ بردار وزن اولیه اغتشاش‌یافته بررسی شدند. نتایج در جدول ۱۰ آمده است.

جدول ۱۰. حساسیت رتبه‌بندی نسبت به تغییر وزن‌های اولیه

Table 10. Ranking Sensitivity to Changes in Initial Weights

گزینه	میانگین رتبه	انحراف معیار رتبه	بهترین رتبه	بدترین رتبه
A ₁	5.40	1.1066	3	6
A ₂	4.18	0.6606	3	6
A ₃	1.00	0.0000	1	1
A ₄	4.06	1.2191	2	6
A ₅	2.02	0.1414	2	3
A ₆	4.34	0.9392	3	6

A3 در تمام ۵۰ سناریوی گزارش شده رتبه نخست را حفظ کرده است A5. نیز عمدتاً در رتبه دوم قرار گرفته و فقط تغییر محدودی در رتبه خود نشان داده است. در مقابل، رتبه A4 و A1 نسبت به تغییر وزن‌های اولیه نوسان بیشتری داشته است.

در مجموع، سه آزمون حساسیت گزارش شده از پایداری رتبه A3 در محدوده سناریوهای بررسی شده پشتیبانی می‌کنند. با این حال، این شواهد به معنای اثبات پایداری مطلق روش نیستند؛ زیرا نتیجه به دامنه تغییرات، نحوه تولید سناریوها و ساختار داده‌های مورد استفاده وابسته است. بنابراین، نتایج اجرای DG-INFAO نشان می‌دهند که الگوریتم با شش گزینه و شش معیار، پس از ۳۵۸ تکرار متوقف شده و RMSE را از ۰/۰۶۷۴۰۴۵۱ به ۰/۰۶۶۸۹۷۵۶ کاهش داده است. وزن معیارهای زمان تحویل، سطح خدمت و تاب‌آوری افزایش یافته‌اند؛ در مقابل، وزن هزینه، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری کاهش یافته است.

در رتبه‌بندی نهایی، A3 با امتیاز ۰/۷۹۶۴۴۵ در جایگاه نخست قرار گرفت و A5 با امتیاز ۰/۷۳۹۹۵۹ رتبه دوم را کسب کرد. نتایج تحلیل حساسیت نیز نشان دادند که A3 در آزمون‌های گزارش شده نسبت به تغییر ضریب شبکه، اغتشاش گراف و تغییر وزن‌های اولیه رتبه نخست را حفظ کرده است.

با این حال، مقایسه روش‌های مبنا و نتایج LOOCV نشان می‌دهند که کاهش خطا نسبت به وزن‌های اولیه محدود است و برتری DG-INFAO در همه معیارهای پیش‌بینی تأیید نمی‌شود. علاوه بر این، اهداف مورد استفاده شبیه‌سازی شده‌اند و تعداد گزینه‌ها نیز محدود است. بنابراین، نتایج فعلی برای نشان دادن امکان اجرای محاسباتی روش و بررسی رفتار آن در سناریوی طراحی شده مناسب‌اند، اما برای اثبات برتری تجربی یا تعمیم‌پذیری در زنجیره تأمین واقعی دارو کافی نیستند. در نتیجه، مهم‌ترین یافته این مطالعه محاسباتی، حفظ رتبه نخست A3 در سناریوهای حساسیت بررسی شده و امکان به‌روزرسانی تطبیقی وزن معیارها در چارچوب DG-INFAO است.

۷- بحث

نتایج مطالعه محاسباتی حاضر نشان می‌دهد که چارچوب DG-INFAO می‌تواند وابستگی میان معیارهای تصمیم‌گیری، اطلاعات نوتروسوفیک بازه‌ای و سازوکار یادگیری تطبیقی وزن‌ها را در یک فرایند یکپارچه ترکیب کند. اهمیت این رویکرد در آن است که ارزیابی گزینه‌ها صرفاً بر وزن‌های ازپیش‌تعیین شده یا فرض استقلال معیارها متکی نیست، بلکه اثر ساختار وابستگی معیارها نیز در محاسبه امتیاز نهایی لحاظ می‌شود. این ویژگی از نظر مفهومی با رویکردهای متداول تصمیم‌گیری چندمعیاره که معمولاً وزن‌های ثابت یا ساختارهای ساده‌تری برای تعامل معیارها به کار می‌گیرند، تفاوت دارد. با این حال، برتری عملی این چارچوب نسبت به سایر روش‌ها باید بر اساس داده‌های واقعی و مقایسه‌های تجربی گسترده‌تر ارزیابی شود.

تغییر وزن معیارها در فرایند یادگیری نشان می‌دهد که سازوکار تطبیقی پیشنهادی قادر است وزن‌های اولیه را در پاسخ به مقادیر هدف شبیه‌سازی شده تعدیل کند، درحالی‌که قید نامنفی بودن و مجموع واحد وزن‌ها را حفظ می‌کند. افزایش وزن تاب‌آوری، سطح خدمت و زمان تحویل و کاهش وزن هزینه، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری در این اجرای محاسباتی نشان می‌دهد که وزن‌های نهایی الزاماً بازتابی از ترجیحات اولیه نیستند، بلکه تحت تأثیر ساختار داده‌ها و تابع هدف قرار می‌گیرند. با وجود این، این تغییرات نباید به‌عنوان شواهدی از اهمیت عمومی و قطعی معیارها در همه مسائل تصمیم‌گیری تفسیر شوند؛ زیرا وزن‌های نهایی به داده‌های ورودی، مقادیر هدف و تنظیمات مدل وابسته‌اند.

کاهش خطای ریشه میانگین مربعات از مقدار اولیه ۰/۰۶۷۴۰۵ به ۰/۰۶۶۸۹۸، بیانگر بهبود عددی محدود در برازش مقادیر هدف شبیه‌سازی شده است. این بهبود نشان می‌دهد که یادگیری وزن‌ها در اجرای حاضر توانسته است خطا را کاهش دهد، اما اندازه نسبتاً کوچک کاهش خطا، ضرورت پرهیز از ادعاهای اغراق‌آمیز درباره عملکرد الگوریتم را برجسته می‌کند. مقایسه درون‌نمونه‌ای با وزن‌های اولیه، وزن‌های مساوی و وزن‌های آنتروپی نیز نشان می‌دهد که DG-INFAO در این مجموعه شبیه‌سازی شده کمترین RMSE را به دست آورده است. با این حال، نتایج اعتبارسنجی متقاطع حذف یک گزینه در هر مرحله (LOOCV) برتری یکپارچه روش پیشنهادی را تأیید نمی‌کنند؛ به‌گونه‌ای که RMSE روش DG-INFAO اندکی بیشتر از روش وزن‌های مساوی و وزن‌های اولیه بوده است، هرچند مقدار MAE آن در مقایسه با این دو روش کمتر گزارش شده است. این تفاوت میان عملکرد درون‌نمونه‌ای و اعتبارسنجی متقاطع نشان می‌دهد که بهبود برازش داده‌های مورد استفاده برای یادگیری لزوماً به بهبود پیش‌بینی برای گزینه‌های کنارگذاشته‌شده منجر نمی‌شود.

تحلیل حساسیت، شواهد مکملی درباره پایداری رتبه‌بندی فراهم می‌کند. گزینه A3 در تمام مقادیر بررسی شده برای پارامتر نفوذ گراف، در ۱۰۰ گراف تصادفی شده و در ۵۰ اجرای مبتنی بر تغییر وزن‌های اولیه، رتبه نخست خود را حفظ کرده است. همچنین، گزینه A5 در آزمون‌های حساسیت پارامتر گراف و نفوذ آن عمدتاً رتبه دوم را به دست آورده است. این نتایج نشان می‌دهند که در سناریوی شبیه‌سازی شده حاضر، انتخاب گزینه برتر

نسبت به تغییرات بررسی شده در ساختار گراف و وزن‌های اولیه پایدار است. در مقابل، جابه‌جایی رتبه برخی گزینه‌های دیگر، به‌ویژه A2، A4 و A6، نشان می‌دهد که تمایز میان گزینه‌های میانی محدود است و نباید ترتیب آن‌ها را مستقل از تنظیمات مدل قطعی تلقی کرد. از منظر مقایسه با روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره مبتنی بر وزن‌دهی ثابت، ویژگی متمایز DG-INFAO در ترکیب وابستگی‌های گراف با تعدیل تطبیقی وزن‌ها و نمایش اطلاعات نامعین است. این ترکیب می‌تواند برای مسائلی مفید باشد که معیارها مستقل نیستند و اطلاعات ارزیابی نیز با عدم قطعیت همراه است. با این حال، نتایج حاضر به‌تنهایی اثبات نمی‌کنند که این چارچوب در همه شرایط از روش‌هایی مانند AHP، TOPSIS، VIKOR یا روش‌های وزن‌دهی آنتروپی عملکرد بهتری دارد؛ زیرا مقایسه انجام‌شده صرفاً شامل چند خط مبنای مشخص و یک مجموعه کوچک از مقادیر هدف شبیه‌سازی شده بوده است. افزون بر این، تعداد شش گزینه برای ارزیابی تعمیم‌پذیری آماری کافی نیست و نتایج LOOCV نیز باید اکتشافی تلقی شوند.

محدودیت اصلی پژوهش، استفاده از مقادیر هدف شبیه‌سازی شده به‌جای داده‌های تجربی یا قضاوت‌های مستند خبرگان است. بنابراین، نتایج فعلی برای بررسی رفتار عددی الگوریتم، سازگاری قیود وزن‌ها و ارزیابی اولیه پایداری رتبه‌بندی مناسب‌اند، اما برای نتیجه‌گیری درباره اثربخشی DG-INFAO در محیط‌های واقعی کافی نیستند. در پژوهش‌های آتی، لازم است روش پیشنهادی با داده‌های واقعی، مجموعه‌های بزرگ‌تر از گزینه‌ها و معیارها و مقایسه‌های کنترل‌شده با روش‌های مرجع ارزیابی شود. همچنین، تعیین پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های آموزشی و اعتبارسنجی مستقل، بررسی پایداری در سناریوهای مختلف و تحلیل هزینه محاسباتی می‌تواند در ارزیابی دقیق‌تر قابلیت کاربرد روش نقش داشته باشد.

۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، چارچوب DG-INFAO به‌عنوان رویکردی برای تلفیق ارزیابی نوتروسوفیک بازه‌ای، وابستگی گراف و یادگیری تطبیقی وزن‌ها بررسی شد. نتایج مطالعه محاسباتی نشان داد که الگوریتم توانست وزن‌های معیارها را با حفظ نامنفی بودن و مجموع واحد تعدیل کند و در داده‌های هدف شبیه‌سازی شده، کاهش محدودی در خطای پیش‌بینی ایجاد کند. همچنین، پایداری رتبه نخست گزینه A3 در آزمون‌های حساسیت انجام‌شده، نشانه‌ای امیدوارکننده از استحکام رتبه‌بندی در سناریوی مورد بررسی فراهم کرد. با این حال، نتایج اعتبارسنجی متقاطع برتری قطعی روش پیشنهادی را نسبت به تمام خطوط مبنا نشان ندادند؛ از این رو، یافته‌ها باید به‌عنوان شواهد اولیه محاسباتی و نه اثبات برتری تجربی تفسیر شوند. برای توسعه و اعتبارسنجی بیشتر DG-INFAO پیشنهاد می‌شود این چارچوب با داده‌های واقعی و مجموعه‌های بزرگ‌تر آزمون شود، عملکرد آن در مقایسه با روش‌های مرجع تحت شرایط یکسان ارزیابی گردد و تنظیم پارامترها با استفاده از فرایند اعتبارسنجی مستقل انجام شود. بررسی کاربرد روش در مسائل واقعی زنجیره تأمین دارو، به‌ویژه در شرایط بحرانی و همراه با عدم قطعیت، می‌تواند مسیر مناسبی برای سنجش ارزش عملی آن باشد. در نهایت، قابلیت اتکای DG-INFAO باید نه تنها بر اساس کاهش خطای محاسباتی، بلکه با توجه به تعمیم‌پذیری، پایداری تصمیم‌ها، شفافیت فرایند یادگیری و عملکرد آن در داده‌های مستقل ارزیابی شود.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از تمامی افرادی که به‌طور غیرمستقیم در شکل‌گیری ایده‌ها و پیشرفت علمی این پژوهش نقش داشته‌اند، قدردانی می‌کنند.

منابع مالی

این پژوهش از هیچ‌گونه حمایت مالی خاصی برخوردار نبوده است.

تعارض با منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه تعارض منافی وجود ندارد و مقاله حاصل پژوهش اصیل آنان است و پیش‌تر منتشر نشده است.

منابع

- [1] Duong, L., Sanderson, H. S., Phillips, W., Roehrich, J. K., & Uwalaka, V. (2025). Achieving resilient supply chains: managing temporary healthcare supply chains during a geopolitical disruption. *International Journal of Operations & Production Management*, 45(5), 1090-1118. DOI: [10.1108/IJOPM-03-2024-0243](https://doi.org/10.1108/IJOPM-03-2024-0243)

- [2] Ghandehari, M., Najafi, S. E., & Edalatpanah, S. A. (2025). The Application of Artificial Intelligence in Decision-Making and Sensitivity Analysis for Predicting Shortages of Pharmaceuticals and Medical Equipment During Health Crises. *Annals of Healthcare Systems Engineering*, 2(2), 76-86. <https://doi.org/10.22105/ahse.v2i2.35>
- [3] Bednarski, L., Roscoe, S., Blome, C., & Schleper, M. C. (2025). Geopolitical disruptions in global supply chains: a state-of-the-art literature review. *Production planning & control*, 36(4), 536-562. DOI:[10.1080/09537287.2023.2286283](https://doi.org/10.1080/09537287.2023.2286283)
- [4] Kayani, S. A., Warsi, S. S., & Liaqait, R. A. (2023). A smart decision support framework for sustainable and resilient supplier selection and order allocation in the pharmaceutical industry. *Sustainability*, 15(7), 5962. <https://doi.org/10.3390/su15075962>
- [5] Veljović, M., Jorgačević, T., Tadić, S., Krstić, M., & Perović, V. (2026). Multi-Criteria Evaluation of Key Performance Indicators in Pharmaceutical Supply Chains. *Science, Engineering and Technology*, 6(S1), 1-20. <https://doi.org/10.54327/set2026/v6.iS1.339>
- [6] Momena, A. F., Gazi, K. H., & Mondal, S. P. (2025). Multi-criteria decision analysis for sustainable medicinal supply chain problems with adaptability and challenges issues. *Logistics*, 9(1), 31. <https://doi.org/10.3390/logistics9010031>
- [7] Sarkar, A., Goswami, S. S., Behera, D. K., & Bozanic, D. (2026). Criteria Weighting Methods in Multi-Criteria Decision Making: A Comprehensive Review of Subjective, Objective, and Hybrid Approaches. *Journal of Contemporary Decision Science*, 1-34. <https://doi.org/10.67334/cds202619>
- [8] Fujita, T. (2025). Short survey on the hierarchical uncertainty of fuzzy, neutrosophic, and plithogenic sets. *Advancing Uncertain Combinatorics through Graphization, Hyperization, and Uncertainization: Fuzzy, Neutrosophic, Soft, Rough, and Beyond*, 4, 285-314. DOI:[10.31224/4317](https://doi.org/10.31224/4317)
- [9] Somashekar, D. G., Muthiya, S. J., Ramaswamy, M. B., & Kakhandaki, A. A. Application of Emerging Uncertainty Theories in MADM/MCDM Problems: A Review. *Multi-Attribute Decision-Making*, 89-115. <https://doi.org/10.3390/math13050731>
- [10] Mallik, S., Mohanty, S., & Mishra, B. S. (2022). Neutrosophic logic and its scientific applications. In *Biologically Inspired Techniques in Many Criteria Decision Making: Proceedings of BITMDM 2021* (pp. 415-432). Singapore: Springer Nature Singapore. DOI:[10.1007/978-981-16-8739-6_38](https://doi.org/10.1007/978-981-16-8739-6_38)
- [11] Bajpai, S., & Sameer, A. (2025). The dynamics of uncertainty: a systematic review of non-linear dynamical systems in decision-making: S. Bajpai and A. Sameer. *Nonlinear Dynamics*, 113(15), 18951-18967. DOI:[10.1007/s11071-025-11180-6](https://doi.org/10.1007/s11071-025-11180-6)
- [12] Tsolakis, N., Harrington, T. S., & Strai, J. S. (2023). Digital supply network design: a Circular Economy 4.0 decision-making system for real-world challenges. *Production Planning & Control*, 34(10), 941-966. DOI:[10.1080/09537287.2021.1980907](https://doi.org/10.1080/09537287.2021.1980907)
- [13] Laganà, I. R., & Colapinto, C. (2022). Multiple criteria decision-making in healthcare and pharmaceutical supply chain management: a state-of-the-art review and implications for future research. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 29(1-2), 122-134. <https://doi.org/10.1002/mcda.1778>
- [14] Duong, L., Sanderson, H. S., Phillips, W., Roehrich, J. K., & Uwalaka, V. (2025). Achieving resilient supply chains: managing temporary healthcare supply chains during a geopolitical disruption. *International Journal of Operations & Production Management*, 45(5), 1090-1118. <https://doi.org/10.1108/IJOPM-03-2024-0243>
- [15] Kovács, G., & Falagara Sigala, I. (2021). Lessons learned from humanitarian logistics to manage supply chain disruptions. *Journal of Supply Chain Management*, 57(1), 41-49. <https://doi.org/10.1111/jscm.12253>
- [16] Katsaliaki, K., Galetsi, P., & Kumar, S. (2022). Supply chain disruptions and resilience: a major review and future research agenda. *Annals of operations research*, 319(1), 965-1002. DOI: [10.1007/s10479-020-03912-1](https://doi.org/10.1007/s10479-020-03912-1)
- [17] Kochakkashani, F., Kayvanfar, V., & Baldacci, R. (2024). Innovative applications of unsupervised learning in uncertainty-aware pharmaceutical supply chain planning. *IEEE Access*, 12, 107984-107999. DOI: [10.1109/ACCESS.2024.3435439](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3435439)
- [18] Avramova, T., Peneva, T., & Ivanov, A. (2025). Overview of Existing Multi-Criteria Decision-Making (MCDM) Methods Used in Industrial Environments. *Technologies*, 13(10), 444. <https://doi.org/10.3390/technologies13100444>
- [19] Sarikaya, H. A. (2025). A Hybrid MCDM Model for Personnel Evaluation: Integrating AHP, Fuzzy TOPSIS and VIKOR with Composite Scoring. *Uygulamalı Mühendislik ve Tarım Dergisi*, 2(1), 44-71. <https://izlik.org/JA95RR85XJ>
- [20] Metzner, C., Schilling, A., Traxdorf, M., Tziridis, K., Maier, A., Schulze, H., & Krauss, P. (2022). Classification at the accuracy limit: facing the problem of data ambiguity. *Scientific reports*, 12(1), 22121. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-26498-z>
- [21] Gholamizadeh, K., Zarei, E., Omidvar, M., & Yazdi, M. (2022). Fuzzy sets theory and human reliability: Review, applications, and contributions. *Linguistic methods under fuzzy information in system safety and reliability analysis*, 91-137. DOI:[10.1007/978-3-030-93352-4_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-93352-4_5)
- [22] Abdulbaqi, A. S., Radhi, A. D., Quadr, L. A. Z., Penubadi, H. R., Sekhar, R., Shah, P., ... & Ghenni, H. M. (2025). Neutrosophic sets in big data analytics: a novel approach for feature selection and classification. *Int. J. Neutrosophic Sci*, 25(1). DOI:[10.54216/IJNS.250138](https://doi.org/10.54216/IJNS.250138)
- [23] Khan, S., Haleem, A., & Khan, M. I. (2024). A risk assessment framework using neutrosophic theory for the halal supply chain under an uncertain environment. *Arab Gulf Journal of Scientific Research*, 42(3), 852-870. DOI:[10.1108/AGJSR-12-2022-0312](https://doi.org/10.1108/AGJSR-12-2022-0312)
- [24] Liu, J., Li, P., & Wang, Y. (2026). Graph Neural Networks for Modeling Complex Dependencies in Global Supply Chain Networks. *Journal of Computing and Electronic Information Management*, 20(3), 9-20. <https://doi.org/10.54097/6fcw2b19>
- [25] Salamai, A. A. (2025). A robust neutrosophic model for risk management in livestock supply chains: A case study towards sustainable practices. *Neutrosophic Sets and Systems*, 78, 191-205. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14241621>
- [26] Polo, A., Morillo-Torres, D., & Escobar, J. W. (2025). Toward adaptive and immune-inspired viable supply chains: A PRISMA systematic review of mathematical modeling trends. *Mathematics*, 13(14), 2225. <https://doi.org/10.3390/math13142225>
- [27] Zheng, S., Liu, J., Chen, Y., Fan, Y., & Xu, D. (2025). Causal graph-based spatial-temporal attention network for RUL prediction of complex systems. *Computers & Industrial Engineering*, 201, 110892. DOI: [10.1016/j.cie.2025.110892](https://doi.org/10.1016/j.cie.2025.110892)
- [28] Polo-Triana, S., Gutierrez, J. C., & Leon-Becerra, J. (2024). Integration of machine learning in the supply chain for decision making: A systematic literature review. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 17(2), 344-372. DOI:[10.3926/jiem.6403](https://doi.org/10.3926/jiem.6403)
- [29] Saqlain, M., Merigó, J. M., & Kumam, P. (2025). Neutrosophic probabilistic ordered weighted averaging (NPOWA) operator. *Research in Mathematics*, 12(1), 2535135. <https://doi.org/10.1080/27684830.2025.2535135>

- [30] Zou, C., Yang, Y., Zhou, C., & Zhang, H. (2025). Decision Algorithm of Teaching Quality Evaluation for Higher Education System Based on Intuitionistic Fuzzy Geometric Yager Heronian Mean Operators. *Systems*, 14(1), 20. <https://doi.org/10.3390/systems14010020>
- [31] Karabacak, M. (2023). Interval neutrosophic multi-criteria group decision-making based on Aczel–Alsina aggregation operators. *Computational and Applied Mathematics*, 42(3), 136. DOI: [10.1007/s40314-023-02236-7](https://doi.org/10.1007/s40314-023-02236-7)
- [32] Wang, Z., Xiao, F., & Ding, W. (2022). Interval-valued intuitionistic fuzzy Jensen-Shannon divergence and its application in multi-attribute decision making. *Applied Intelligence*, 52(14), 16168-16184. DOI: [10.1007/s10489-022-03347-0](https://doi.org/10.1007/s10489-022-03347-0)
- [33] Amman, M., Rashid, T., & Ali, A. (2025). Comparative analysis of multi-criteria decision-making methods using q-rung orthopair fuzzy set: evaluating the impact of distance measures and aggregation operators. *Engineering Computations*, 42(9), 3215-3239. <https://doi.org/10.1108/EC-04-2025-0375>
- [34] Zhao, T., Yue, M., & Wang, J. (2022). Structure-informed graph learning of networked dependencies for online prediction of power system transient dynamics. *IEEE Transactions on Power Systems*, 37(6), 4885-4895. DOI: [10.1109/TPWRS.2022.3153328](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2022.3153328)
- [35] Hosouli, S., Elvins, J., Searle, J., Boudjabeur, S., Bowyer, J., & Jewell, E. (2023). A Multi-Criteria decision making (MCDM) methodology for high temperature thermochemical storage material selection using graph theory and matrix approach. *Materials & Design*, 227, 111685. DOI: [10.2139/ssrn.4217367](https://doi.org/10.2139/ssrn.4217367)
- [36] Peng, C., Xia, F., Naseriparsa, M., & Osborne, F. (2023). Knowledge graphs: Opportunities and challenges. *Artificial intelligence review*, 56(11), 13071-13102. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2303.13948>
- [37] Fuchsgruber, D., Wollschläger, T., & Günnemann, S. (2024). Energy-based epistemic uncertainty for graph neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 37, 34378-34428. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.04043>
- [38] Meenakshi, A., Mishra, J. S., Lee, J. G., Kalampakas, A., & Samanta, S. (2025). Advanced risk prediction in healthcare: Neutrosophic graph neural networks for disease transmission. *Complex & Intelligent Systems*, 11(9), 413. <https://doi.org/10.1007/s40747-025-02029-x>
- [39] Yuensook, T., Jantakoon, T., & Limpinan, P. (2026). AI-Driven Adaptive Learning Systems in Higher Education: A Systematic Review. *Journal of Education and Learning*, 15(2), 117-132. DOI: [10.5539/jel.v15n2p117](https://doi.org/10.5539/jel.v15n2p117)
- [40] Munenakoppa, M., Rane, N. L., Rane, J., & Heggond, S. (2026). Generative artificial intelligence-driven adaptive learning for sustainable, personalized, and resilient education systems. *International Journal of Applied Resilience and Sustainability*, 2(2), 279-311. DOI: [10.70593/deepsci.0202011](https://doi.org/10.70593/deepsci.0202011)
- [41] Gupta, N., & Heggond, S. (2026). Agentic artificial intelligence-driven tutoring: A multi-agent cognitive architecture for personalized adaptive learning in Education. *International Journal of Applied Resilience and Sustainability*, 2(2), 572-598. DOI: [10.70593/deepsci.0202022](https://doi.org/10.70593/deepsci.0202022)
- [42] Liu, P., Shen, J., & Zhang, P. (2025). A dual-driven MAGDM method based on single-valued neutrosophic credibility numbers Einstein variable extended power geometric aggregation operator and SPA-MARCOS. *Artificial Intelligence Review*, 58(10), 330. DOI: [10.1080/1331677X.2021.2013914](https://doi.org/10.1080/1331677X.2021.2013914)